

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 2
Вариант 34

Студент
Гаврилин Олег Сергеевич
Р3130

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

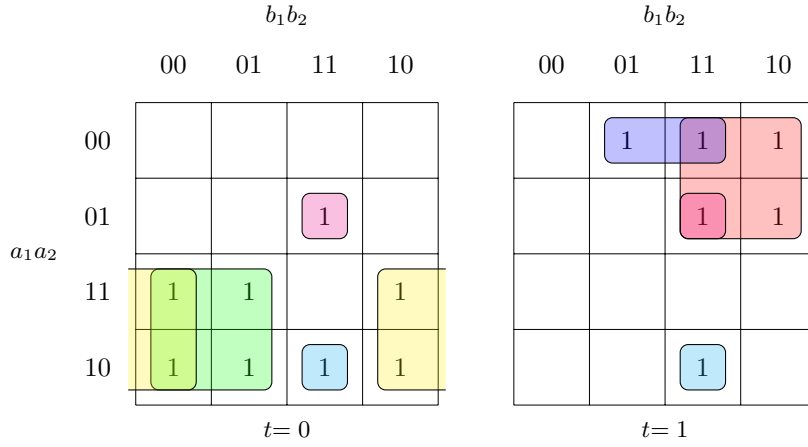
Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию $C = A + 1$ (C и A по 4 бита) при $t = 0$, и $C = A - B$ (C — 4 бита, A и B по 2 бита) при $t = 1$. При переносе/заеме устанавливается бит e .

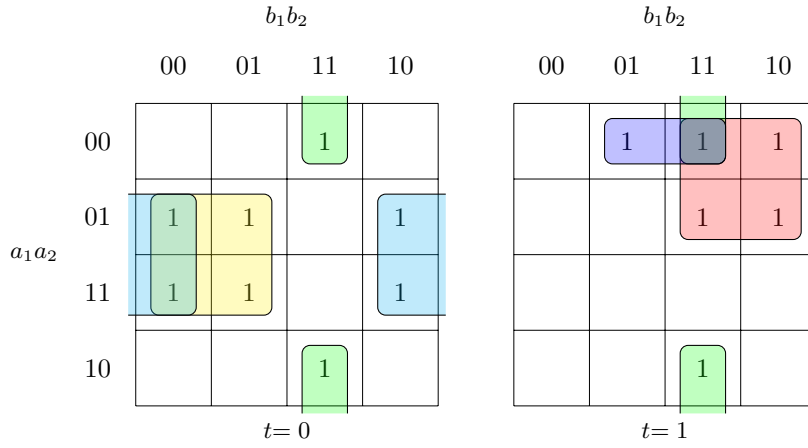
Таблица истинности

№	t	a_1	a_2	b_1	b_2	c_1	c_2	c_3	c_4	e
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
3	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
4	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
5	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
6	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0
7	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
8	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
9	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0
10	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
11	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0
12	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
13	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
14	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0
15	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1
16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
18	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1
19	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1
20	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
21	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
22	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
23	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
24	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
25	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
26	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
27	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
28	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0
29	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0
30	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
31	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0

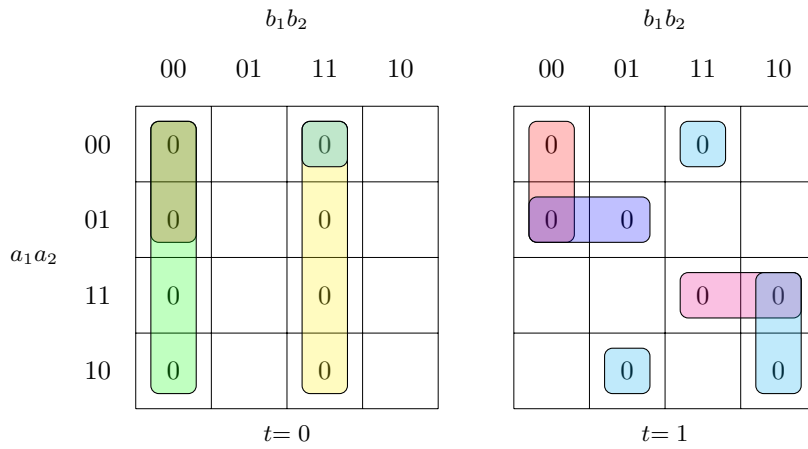
Минимизация булевых функций на картах Карно



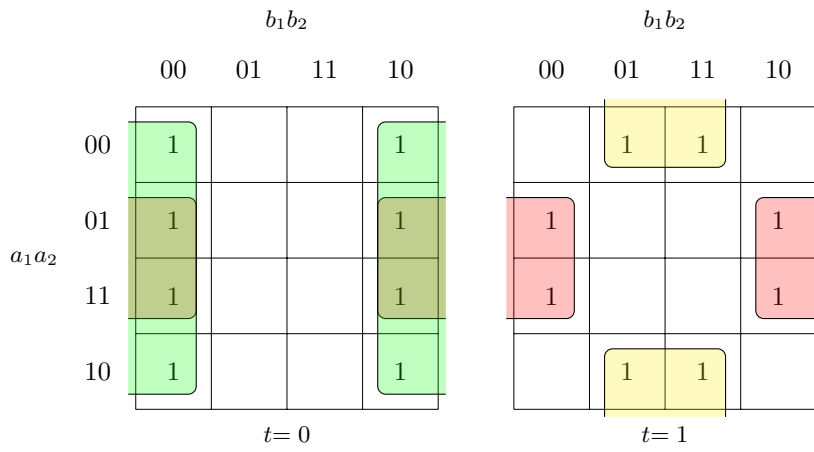
$$c_1 = \overline{a_1} b_1 t \vee a_1 \overline{b_1} \bar{t} \vee a_1 \overline{b_2} \bar{t} \vee a_1 \overline{a_2} b_1 b_2 \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 t \vee \overline{a_1} a_2 b_1 b_2 \quad (S_Q = 27)$$



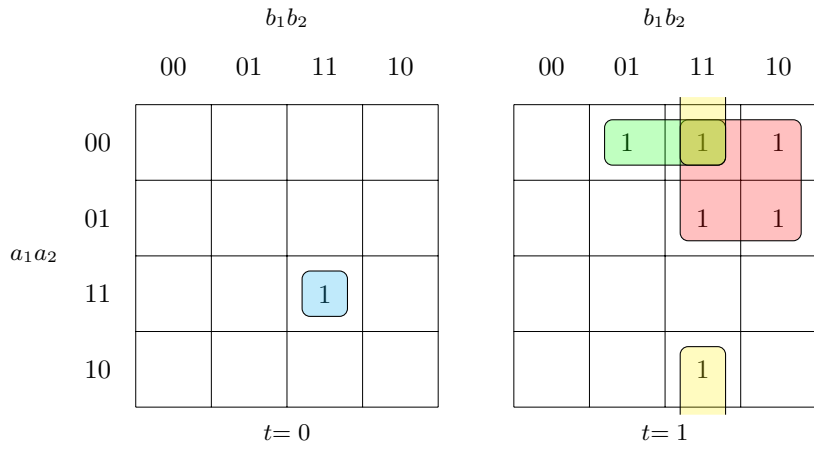
$$c_2 = \overline{a_1} b_1 t \vee \overline{a_2} b_1 b_2 \vee a_2 \overline{b_1} \bar{t} \vee a_2 \overline{b_2} \bar{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 t \quad (S_Q = 21)$$



$$c_3 = (a_1 \vee b_1 \vee b_2) (b_1 \vee b_2 \vee t) (\overline{b_1} \vee \overline{b_2} \vee t) (a_1 \vee a_2 \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) (a_1 \vee \overline{a_2} \vee b_1 \vee \bar{t}) \\ (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee \bar{t}) (\overline{a_1} \vee \overline{b_1} \vee b_2 \vee \bar{t}) (\overline{a_1} \vee a_2 \vee b_1 \vee \overline{b_2} \vee \bar{t}) \quad (S_Q = 38)$$



$$c_4 = a_2 \bar{b}_2 \vee \bar{b}_2 \bar{t} \vee \bar{a}_2 b_2 t \quad (S_Q = 10)$$



$$e = \bar{a}_1 b_1 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_2 t \vee \bar{a}_2 b_1 b_2 t \vee a_1 a_2 b_1 b_2 \bar{t} \quad (S_Q = 20)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} c_1 = \bar{a}_1 b_1 t \vee a_1 \bar{b}_1 \bar{t} \vee a_1 \bar{b}_2 \bar{t} \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_2 \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_2 t \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 b_2 & (S_Q^{c_1} = 27) \\ c_2 = \bar{a}_1 b_1 t \vee \bar{a}_2 b_1 b_2 \vee a_2 \bar{b}_1 \bar{t} \vee a_2 \bar{b}_2 \bar{t} \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_2 t & (S_Q^{c_2} = 21) \\ c_3 = a_1 \vee b_1 \vee b_2 b_1 \vee b_2 \vee t \bar{b}_1 \vee \bar{b}_2 \vee t a_1 \vee a_2 \vee \bar{b}_1 \vee \bar{b}_2 a_1 \vee \bar{a}_2 \vee b_1 \vee \bar{t} \wedge \\ \quad \wedge \bar{a}_1 \vee \bar{a}_2 \vee \bar{b}_1 \vee \bar{t} \bar{a}_1 \vee \bar{b}_1 \vee b_2 \vee \bar{t} \bar{a}_1 \vee a_2 \vee b_1 \vee \bar{b}_2 \vee \bar{t} & (S_Q^{c_3} = 38) \\ c_4 = a_2 \bar{b}_2 \vee \bar{b}_2 \bar{t} \vee \bar{a}_2 b_2 t & (S_Q^{c_4} = 10) \\ e = \bar{a}_1 b_1 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_2 t \vee \bar{a}_2 b_1 b_2 t \vee a_1 a_2 b_1 b_2 \bar{t} & (S_Q^e = 20) \end{cases}$$

$(S_Q = 116)$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = \overline{a_1} b_1 t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 t$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = \overline{a_1} b_1 t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{\varphi_0} = 9) \\ c_1 = \varphi_0 \vee a_1 \overline{b_1} \overline{t} \vee a_1 \overline{b_2} \overline{t} \vee a_1 \overline{a_2} b_1 b_2 \vee \overline{a_1} a_2 b_1 b_2 & (S_Q^{c_1} = 19) \\ c_2 = \varphi_0 \vee a_2 \overline{b_1} \overline{t} \vee a_2 \overline{b_2} \overline{t} \vee \overline{a_2} b_1 b_2 & (S_Q^{c_2} = 13) \\ c_3 = a_1 \vee b_1 \vee b_2 b_1 \vee b_2 \vee t \overline{b_1} \vee \overline{b_2} \vee t a_1 \vee a_2 \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2} a_1 \vee \overline{a_2} \vee b_1 \vee \overline{t} \wedge \\ \quad \wedge \overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee \overline{t} \overline{a_1} \vee \overline{b_1} \vee b_2 \vee \overline{t} \overline{a_1} \vee a_2 \vee b_1 \vee \overline{b_2} \vee \overline{t} & (S_Q^{c_3} = 38) \\ c_4 = a_2 \overline{b_2} \vee \overline{b_2} \overline{t} \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 10) \\ e = \varphi_0 \vee \overline{a_2} b_1 b_2 t \vee a_1 a_2 b_1 b_2 \overline{t} & (S_Q^e = 12) \end{cases} \quad (S_Q = 101)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} \varphi_0 = \overline{a_1} t (b_1 \vee \overline{a_2} b_2) & (S_Q^{\varphi_0} = 7) \\ c_1 = \varphi_0 \vee a_1 \overline{t} (\overline{b_1} \vee \overline{b_2}) \vee a_1 \overline{a_2} b_1 b_2 \vee \overline{a_1} a_2 b_1 b_2 & (S_Q^{c_1} = 17) \\ c_2 = \varphi_0 \vee a_2 \overline{t} (\overline{b_1} \vee \overline{b_2}) \vee \overline{a_2} b_1 b_2 & (S_Q^{c_2} = 11) \\ c_3 = b_1 \vee b_2 \vee a_1 t \overline{b_1} \vee \overline{b_2} \vee t (a_1 \vee a_2) a_1 \vee \overline{a_2} \vee b_1 \vee \overline{t} \overline{a_1} \vee \overline{b_1} \vee \overline{t} \vee \overline{a_2} b_2 \wedge \\ \quad \wedge \overline{a_1} \vee a_2 \vee b_1 \vee \overline{b_2} \vee \overline{t} & (S_Q^{c_3} = 32) \\ c_4 = \overline{b_2} (a_2 \vee \overline{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 9) \\ e = \varphi_0 \vee b_1 b_2 (\overline{a_2} t \vee a_1 a_2 \overline{t}) & (S_Q^e = 12) \end{cases} \quad (S_Q = 88)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_1 = b_1 b_2, \quad \overline{\varphi_1} = \overline{b_1} \vee \overline{b_2}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = b_1 b_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = \overline{a_1} t (b_1 \vee \overline{a_2} b_2) & (S_Q^{\varphi_0} = 7) \\ c_1 = \varphi_0 \vee \varphi_1 a_1 \overline{a_2} \vee \varphi_1 \overline{a_1} a_2 \vee \overline{\varphi_1} a_1 \overline{t} & (S_Q^{c_1} = 13) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_1 \overline{a_2} \vee \overline{\varphi_1} a_2 \overline{t} & (S_Q^{c_2} = 8) \\ c_3 = \overline{\varphi_1} \vee t (a_1 \vee a_2) b_1 \vee b_2 \vee a_1 t a_1 \vee \overline{a_2} \vee b_1 \vee \overline{t} \overline{a_1} \vee \overline{b_1} \vee \overline{t} \vee \overline{a_2} b_2 \wedge \\ \quad \wedge \overline{a_1} \vee a_2 \vee b_1 \vee \overline{b_2} \vee \overline{t} & (S_Q^{c_3} = 31) \\ c_4 = \overline{b_2} (a_2 \vee \overline{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 9) \\ e = \varphi_0 \vee \varphi_1 (\overline{a_2} t \vee a_1 a_2 \overline{t}) & (S_Q^e = 11) \end{cases} \quad (S_Q = 82)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_2 = \overline{a_2} t, \quad \overline{\varphi_2} = a_2 \vee \overline{t}$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = \overline{a_2} t & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_1 = b_1 b_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = \overline{a_1} t (b_1 \vee \overline{a_2} b_2) & (S_Q^{\varphi_0} = 7) \\ c_1 = \varphi_0 \vee \varphi_1 a_1 \overline{a_2} \vee \varphi_1 \overline{a_1} a_2 \vee \overline{\varphi_1} a_1 \overline{t} & (S_Q^{c_1} = 13) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_1 \overline{a_2} \vee \overline{\varphi_1} a_2 \overline{t} & (S_Q^{c_2} = 8) \\ c_3 = \overline{\varphi_1} \vee t (a_1 \vee a_2) b_1 \vee b_2 \vee a_1 t a_1 \vee \overline{a_2} \vee b_1 \vee \overline{t} \overline{\varphi_2} \vee \overline{a_1} \vee b_1 \vee \overline{b_2} \wedge \\ \quad \wedge \overline{a_1} \vee \overline{b_1} \vee \overline{t} \vee \overline{a_2} b_2 & (S_Q^{c_3} = 30) \\ c_4 = \varphi_2 b_2 \vee \overline{\varphi_2} \overline{b_2} & (S_Q^{c_4} = 6) \\ e = \varphi_0 \vee \varphi_1 (\varphi_2 \vee a_1 a_2 \overline{t}) & (S_Q^e = 9) \end{cases} \quad (S_Q = 79)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_3 = \overline{a_2} b_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_3 = \overline{a_2} b_2 \\ \varphi_2 = \overline{a_2} t \\ \varphi_1 = b_1 b_2 \\ \varphi_0 = \overline{a_1} t (\varphi_3 \vee b_1) \\ c_1 = \varphi_0 \vee \varphi_1 a_1 \overline{a_2} \vee \varphi_1 \overline{a_1} a_2 \vee \overline{\varphi_1} a_1 \bar{t} \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_1 \overline{a_2} \vee \overline{\varphi_1} a_2 \bar{t} \\ c_3 = \overline{\varphi_1} \vee t (a_1 \vee a_2) b_1 \vee b_2 \vee a_1 t a_1 \vee \overline{a_2} \vee b_1 \vee \bar{t} \overline{\varphi_2} \vee \overline{a_1} \vee b_1 \vee \overline{b_2} \wedge \\ \quad \wedge \varphi_3 \vee \overline{a_1} \vee \overline{b_1} \vee \bar{t} \\ c_4 = \varphi_2 b_2 \vee \overline{\varphi_2} \overline{b_2} \\ e = \varphi_0 \vee \varphi_1 (\varphi_2 \vee a_1 a_2 \bar{t}) \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_0} = 5) \\ (S_Q^{c_1} = 13) \\ (S_Q^{c_2} = 8) \\ (S_Q^{c_3} = 28) \\ (S_Q^{c_4} = 6) \\ (S_Q^e = 9) \end{array}$$

$(S_Q = 77)$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_4 = \varphi_1 \overline{a_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_3 = \overline{a_2} b_2 \\ \varphi_2 = \overline{a_2} t \\ \varphi_1 = b_1 b_2 \\ \varphi_0 = \overline{a_1} t (\varphi_3 \vee b_1) \\ c_3 = \overline{\varphi_1} \vee t (a_1 \vee a_2) b_1 \vee b_2 \vee a_1 t \varphi_3 \vee \overline{a_1} \vee \overline{b_1} \vee \bar{t} a_1 \vee \overline{a_2} \vee b_1 \vee \bar{t} \wedge \\ \quad \wedge \overline{\varphi_2} \vee \overline{a_1} \vee b_1 \vee \overline{b_2} \\ c_4 = \varphi_2 b_2 \vee \overline{\varphi_2} \overline{b_2} \\ e = \varphi_0 \vee \varphi_1 (\varphi_2 \vee a_1 a_2 \bar{t}) \\ \varphi_4 = \varphi_1 \overline{a_2} \\ c_1 = \varphi_0 \vee \varphi_4 a_1 \vee \varphi_1 \overline{a_1} a_2 \vee \overline{\varphi_1} a_1 \bar{t} \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_4 \vee \overline{\varphi_1} a_2 \bar{t} \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_0} = 5) \\ (S_Q^{c_3} = 28) \\ (S_Q^{c_4} = 6) \\ (S_Q^e = 9) \\ (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ (S_Q^{c_1} = 12) \\ (S_Q^{c_2} = 6) \end{array}$$

$(S_Q = 76)$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_3 = \overline{a_2} b_2 \\ \varphi_2 = \overline{a_2} t \\ \varphi_1 = b_1 b_2 \\ \varphi_0 = \overline{a_1} t (\varphi_3 \vee b_1) \\ c_3 = (\overline{\varphi_1} \vee t (a_1 \vee a_2)) (b_1 \vee (b_2 \vee a_1 t) (a_1 \vee \overline{a_2} \vee \bar{t}) (\overline{\varphi_2} \vee \overline{a_1} \vee \overline{b_2})) (\varphi_3 \vee \overline{a_1} \vee \overline{b_1} \vee \bar{t}) \\ c_4 = \varphi_2 b_2 \vee \overline{\varphi_2} \overline{b_2} \\ e = \varphi_0 \vee \varphi_1 (\varphi_2 \vee a_1 a_2 \bar{t}) \\ \varphi_4 = \varphi_1 \overline{a_2} \\ c_1 = \varphi_0 \vee a_1 (\varphi_4 \vee \overline{\varphi_1} \bar{t}) \vee \varphi_1 \overline{a_1} a_2 \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_4 \vee \overline{\varphi_1} a_2 \bar{t} \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_0} = 5) \\ (S_Q^{c_3} = 28) \\ (S_Q^{c_4} = 6) \\ (S_Q^e = 9) \\ (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ (S_Q^{c_1} = 12) \\ (S_Q^{c_2} = 6) \end{array}$$

$(S_Q = 76)$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned}
 & \varphi_5 = \overline{\varphi_1} \bar{t} \\
 & \left\{ \begin{array}{ll}
 \varphi_3 = \overline{a_2} b_2 & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\
 \varphi_2 = \overline{a_2} t & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\
 \varphi_1 = b_1 b_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\
 \varphi_0 = \overline{a_1} t (\varphi_3 \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_0} = 5) \\
 c_3 = (b_1 \vee (b_2 \vee a_1 t) (a_1 \vee \overline{a_2} \vee \bar{t}) (\overline{\varphi_2} \vee \overline{a_1} \vee \overline{b_2})) (\overline{\varphi_1} \vee t (a_1 \vee a_2)) (\varphi_3 \vee \overline{a_1} \vee \overline{b_1} \vee \bar{t}) & (S_Q^{c_3} = 28) \\
 c_4 = \varphi_2 b_2 \vee \overline{\varphi_2} \overline{b_2} & (S_Q^{c_4} = 6) \\
 e = \varphi_0 \vee \varphi_1 (\varphi_2 \vee a_1 a_2 \bar{t}) & (S_Q^e = 9) \\
 \varphi_4 = \varphi_1 \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\
 \varphi_5 = \overline{\varphi_1} \bar{t} & (S_Q^{\varphi_5} = 2) \\
 c_1 = \varphi_0 \vee a_1 (\varphi_4 \vee \varphi_5) \vee \varphi_1 \overline{a_1} a_2 & (S_Q^{c_1} = 10) \\
 c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_4 \vee \varphi_5 a_2 & (S_Q^{c_2} = 5)
 \end{array} \right. \\
 & (S_Q = 75)
 \end{aligned}$$

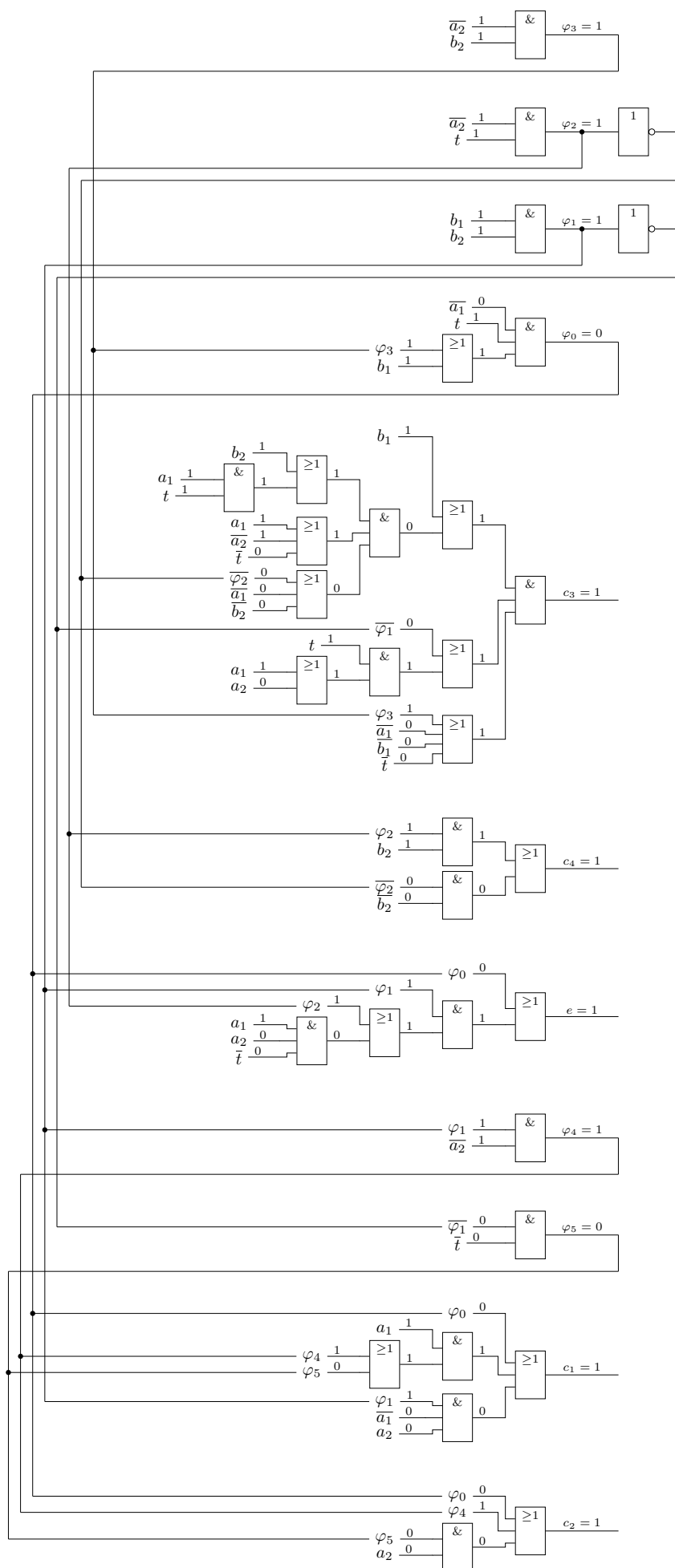
Синтез комбинационной схемы в булемов базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1, a_2 = 0, b_1 = 1, b_2 = 1, t = 1$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_1 = 1, c_2 = 1, c_3 = 1, c_4 = 1, e = 1$$



Цена схемы: $S_Q = 75$. Задержка схемы: $T = 6\tau$.