Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Национальный исследовательский

университет ИТМО”

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки: 09.03.01 - Информатика и вычислительная техника, Компьютерные системы и технологии

Дисциплина: «Дискретная математика»

**Домашнее задание №2**

Вариант №18

Выполнил:

Гаврилин Олег Сергеевич

Группа: P3130

Преподаватель:

Поляков Владимир Иванович

г. Санкт-Петербург, 2024 г.

Исходная таблица соединений:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V/V | E1 | E2 | E3 | E4 | E5 | E6 | E7 | E8 | E9 | E10 | E11 | E12 |
| E1 | 0 |  | 1 | 2 | 4 | 5 | 2 | 3 | 4 | 2 | 2 |  |
| E2 |  | 0 | 4 | 2 |  |  | 2 | 1 | 4 |  |  | 2 |
| E3 | 1 | 4 | 0 |  |  | 4 |  | 5 | 2 | 3 | 2 |  |
| E4 | 2 | 2 |  | 0 |  | 3 | 3 |  | 5 | 5 | 2 | 5 |
| E5 | 4 |  |  |  | 0 | 3 |  |  |  |  |  |  |
| E6 | 5 |  | 4 | 3 | 3 | 0 |  | 5 |  | 1 | 4 | 5 |
| E7 | 2 | 2 |  | 3 |  |  | 0 |  |  | 5 |  |  |
| E8 | 3 | 1 | 5 |  |  | 5 |  | 0 | 2 |  |  |  |
| E9 | 4 | 4 | 2 | 5 |  |  |  | 2 | 0 | 5 |  | 1 |
| E10 | 2 |  | 3 | 5 |  | 1 | 5 |  | 5 | 0 | 4 |  |
| E11 | 2 |  | 2 | 2 |  | 4 |  |  |  | 4 | 0 |  |
| E12 |  | 2 |  | 5 |  | 5 |  |  | 1 |  |  | 0 |

Найти кратчайшие пути от начальной вершины e1 ко всем остальным вершинам

Воспользуемся алгоритмом Дейкстры

1. l(e1) = 0+; l(ei) = ∞, для всех i ≠1, p = e1

Результаты итерации запишем в таблицу

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *L =* | *ei* | *1* |
| *e1* | *0+* |
| *e2* | *∞* |
| *e3* | *∞* |
| *e4* | *∞* |
| *e5* | *∞* |
| *e6* | *∞* |
| *e7* | *∞* |
| *e8* | *∞* |
| *e9* | *∞* |
| *e10* | *∞* |
| *e11* | *∞* |
| *e12* | *∞* |

2. Гe1 = {e3, e4, e5, e6,e7, e8, e9, e10, e11} - все пометки временные, уточним их:

l(e3) = min[∞, 0++1] = 1;

l(e4) = min[∞, 0++2] = 2;

l(e5) = min[∞, 0++4] = 4;

l(e6) = min[∞, 0++5] = 5;

l(e7) = min[∞, 0++2] = 2;

l(e8) = min[∞, 0++3] = 3;

l(e9) = min[∞, 0++4] = 4;

l(e10) = min[∞, 0++2] = 2;

l(e11) = min[∞, 0++2] = 2.

3. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e3) = 1;

4. Вершина e3 получает постоянную пометку l(e3) = 1+, p = e3

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
| e1 | 0+ |  |
| e2 | ∞ | ∞ |
| e3 | ∞ | 1+ |
| e4 | ∞ | 2 |
| e5 | ∞ | 4 |
| e6 | ∞ | 5 |
| e7 | ∞ | 2 |
| e8 | ∞ | 3 |
| e9 | ∞ | 4 |
| e10 | ∞ | 2 |
| e11 | ∞ | 2 |
| e12 | ∞ | ∞ |

5. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe3 = {e1, e2, e6, e8, e9, e10, e11}

Временные пометки имеют вершины e2, e6, e8, e9, e10, e11 – уточняем их:

l(e2) = min[∞, 1++4] = 5;

l(e6) = min[5,1++4] = 5;

l(e8) = min[3,1++5] = 3;

l(e9) = min[4, 1++2] = 3;

l(e10) = min[2,1++3] = 2;

l(e11) = min[2,1++2] = 2.

6. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e4) = 2;

7. Вершина e4 получает постоянную пометку l(e4) = 2+, p = e4

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| e1 | 0+ |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 5 |
| e3 | ∞ | 1+ |  |
| e4 | ∞ | 2 | 2+ |
| e5 | ∞ | 4 | 4 |
| e6 | ∞ | 5 | 5 |
| e7 | ∞ | 2 | 2 |
| e8 | ∞ | 3 | 3 |
| e9 | ∞ | 4 | 3 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 |
| e11 | ∞ | 2 | 2 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ |

8. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe4 = {e1, e2, e6, e7, e9, e10, e11, e12}

Временные пометки имеют вершины e2, e6, e7, e9, e10, e11, e12 - уточняем их:

l(e2) = min[5, 2+2] = 4;

l(e6) = min[5, 2+3] = 5;

l(e7) = min[2, 2+3] = 2;

l(e9) = min[3, 2+5] = 3;

l(e10) = min[2, 2+5] = 2;

l(e11) = min[2, 2+2] = 2;

l(e12) = min[∞, 2+5] = 7;

9. I(ei+) = min[I(ei)] = l(e7) = 2

10. Вершина e9 получает постоянную пометку l(e7) = 2+, p = e7

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| e1 | 0+ |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 5 | 4 |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |
| e4 | ∞ | 2 | 2+ |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 4 |
| e6 | ∞ | 5 | 5 | 5 |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |
| e8 | ∞ | 3 | 3 | 3 |
| e9 | ∞ | 4 | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2 |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 7 |

11. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe7 = {e1, e2, e4, e10}

Временные пометки имеют вершины e2, e10 - уточняем их:

l(e2) = min[4, 2+2] = 4;

l(e10) = min[2, 2+5] = 2;

12. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e10) = 2

13. Вершина e8 получает постоянную отметку I(e10) = 2+, p = e10

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |
| e4 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e6 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |
| e8 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e9 | ∞ | 4 | 3 | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2+ |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 |

14. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe10 = {e1, e3, e4, e6, e7, e9, e11}

Временные пометки имеют вершины e6, e9, e11 – уточняем их:

l(e6) = min[5, 2+1] = 3;

l(e9) = min[3, 2+5] = 3;

l(e11) = min[2, 2+4] = 2.

15. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e11) = 2

16. Вершина e10 получает постоянную отметку I(e11) = 2+, p = e11

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e6 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 3 |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |
| e8 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e9 | ∞ | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 |

17. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe11 = {e1, e3, e4, e6, e10}

Временные пометки имеют вершина e6– уточняем ее:

l(e6) = min[3, 2+4] = 3;

18. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e6) = 3

19. Вершина e6 получает постоянную отметку I(e6) = 3+, p = e6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e6 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 3 | 3+ |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |
| e8 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e9 | ∞ | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 |

20. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe6 = {e1, e3,e4,e5, е8, е10, е11, е12}

Временные пометки имеют вершины e5, e8, e12 – уточняем их:

l(e5) = min[4, 3+3] = 4;

l(e8) = min[3, 3+5] = 3;

l(e12) = min[7, 3+5] = 7.

21. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e8) = 3

22. Вершина e10 получает постоянную отметку I(e8) = 3+, p = e8

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e6 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 3 | 3+ |  |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |
| e9 | ∞ | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |

23. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe8 = {e1, e2,e3,e6,e9}

Временные пометки имеют вершины e2, e9 – уточняем их:

l(e2) = min[4, 3+1] = 4;

l(e9) = min[3, 3+2] = 3.

24. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e9) = 3

25. Вершина e2 получает постоянную отметку I(e9) = 3+, p = e9

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e6 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 3 | 3+ |  |  |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |
| e9 | ∞ | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |

26. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe9 = {e1, e2,e3,e4,e8,e10,e12}

Временные пометки имеют вершины e2, e12 - уточняем их:

l(e2) = min[4, 3+4] = 4;

l(e12) = min[7, 3+1] = 4.

27. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e2) = 4

28. Вершина e7 получает постоянную отметку I(e2) = 4+, p = e2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e6 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 3 | 3+ |  |  |  |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |
| e9 | ∞ | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 4 |

29. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe2 = {e3,e4,e7,e8,e9, e12}

Временные пометки имеют вершина e12– уточняем ее:

l(e12) = min[4, 4+2] = 4.

30. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e5) = 4

31. Вершина e7 получает постоянную отметку I(e5) = 4+, p = e5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |
| e6 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 3 | 3+ |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |
| e9 | ∞ | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 4 | 4 |

32. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe5 = {e1, e6}

Все смежные вершины имеют постоянные отметки, уточнение не требуется.

33. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e12) = 4

34. Вершина e4 получает постоянную отметку I(e12) = 4+, p = e12

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |
| e6 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |
| e10 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 4 | 4 | 4+ |

Все метки постоянные, конец.  
Минимальные пути к вершинам равны их постоянным меткам.

Найденные длины кратчайших путей:

*e1 → e2* = 4, *e1 → e6* = 3, *e1 → e10* = 2,

*e1 → e3* = 1, *e1 → e7* = 2, *e1 → e11* = 2,

*e1 → e4* = 2, *e1 → e8* = 3, *e1 → e12* = 4,

*e1 → e5* = 4, *e1 → e9* = 3.