Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Национальный исследовательский

университет ИТМО”

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки: 09.03.01 - Информатика и вычислительная техника, Компьютерные системы и технологии

Дисциплина: «Дискретная математика»

**Домашнее задание №4**

Вариант №18

Выполнил:

Гаврилин Олег Сергеевич

Группа: P3130

Преподаватель:

Поляков Владимир Иванович

г. Санкт-Петербург, 2024 г.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **V/V** | **e1** | **e2** | **e3** | **e4** | **e5** | **e6** | **e7** | **e8** | **e9** | **e10** | **e11** | **e12** |
| **e1** | *0* | 5 |  |  | 1 |  |  | 1 | 1 |  | 2 | 3 |
| **e2** | 5 | *0* |  |  | 5 | 2 | 4 |  | 4 |  | 5 | 1 |
| **e3** |  |  | *0* |  |  | 2 | 3 | 3 | 3 |  | 4 |  |
| **e4** |  |  |  | *0* | 4 | 2 |  |  |  | 1 | 3 | 3 |
| **e5** | 1 | 5 |  | 4 | *0* |  |  | 1 |  | 5 | 3 |  |
| **e6** |  | 2 | 2 | 2 |  | *0* |  | 3 | 1 |  |  | 1 |
| **e7** |  | 4 | 3 |  |  |  | *0* | 2 | 5 | 2 | 3 |  |
| **e8** | 1 |  | 3 |  | 1 | 3 | 2 | *0* | 5 |  | 1 | 1 |
| **e9** | 1 | 4 | 3 |  |  | 1 | 5 | 5 | *0* |  | 3 |  |
| **e10** |  |  |  | 1 | 5 |  | 2 |  |  | *0* |  | 1 |
| **e11** | 2 | 5 | 4 | 3 | 3 |  | 3 | 1 | 3 |  | *0* |  |
| **e12** | 3 | 1 |  | 3 |  | 1 |  | 1 |  | 1 |  | *0* |

**Нахождение гамильтонова цикла.**

Включаем в S вершину e1. S = {e1}.

Первая «возможная» вершина: e2. S = {e1, e2}.

Следующая «возможная» вершина: e5. S = {e1,e2,e5}.

Следующая «возможная» вершина: e4. S = {e1,e2,e5,e4}.

Следующая «возможная» вершина: e6. S = {e1,e2,e5,e4,e6}.

Следующая «возможная» вершина: e3. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3}.

Следующая «возможная» вершина: e7. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7}.

Следующая «возможная» вершина: e8. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e8}.

Следующая «возможная» вершина: e9. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e8,e9}.

Следующая «возможная» вершина: e11. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e8,e9,e11}.

У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e8,e9}

У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e8}

Следующая «возможная» вершина: e11. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e8,e11}

Следующая «возможная» вершина: e9. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e8,e11,e9}

У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e8,e11}

У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e8}

Следующая «возможная» вершина: e12. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e8,e12}

Следующая «возможная» вершина: e10. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e8,e12,e10}

У e10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e12. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e8,e12}

У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e8}

У e8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e7. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7}

Следующая «возможная» вершина: e9. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9}

Следующая «возможная» вершина: e8. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e8}

Следующая «возможная» вершина: e11. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e8,e11}

У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e8}

Следующая «возможная» вершина: e12. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e8,e12}

Следующая «возможная» вершина: e10. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e8,e12,e10}

У e10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e12. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e8,e12}

У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e8}

У e8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9}

Следующая «возможная» вершина: e11. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e11}

Следующая «возможная» вершина: e8. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e11,e8}

Следующая «возможная» вершина: e12. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e11,e8,e12}

Следующая «возможная» вершина: e10. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e11,e8,e12,e10}

Ребра (e10, e1) нет, найдена гамильтонова цепь. Прибегнем к возвращению: удалим из S вершину e10, перейдем к e12. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e11,e8,e12}.

У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e11,e8}

У e8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9,e11}

У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e9}

У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e7. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7}

Следующая «возможная» вершина: e10. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e10}

Следующая «возможная» вершина: e12. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e10,e12}

Следующая «возможная» вершина: e8. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e10,e12,e8}

Следующая «возможная» вершина: e9. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e10,e12,e8,e9}

Следующая «возможная» вершина: e11. S = {e1,e2,e5,e4,e6,e3,e7,e10,e12,e8,e9,e11}

Все вершины пройдены, между вершинами e11 и e1 существует ребро –**гамильтонов цикл найден.**

S = {e1, e2, e5, e4, e6, e3, e7, e10, e12, e8, e9, e11}.

**Построение графа пересечений G’**

Перенумеруем вершины графа таким образом, чтобы ребра гамильтонова цикла были внешними.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| до перенумерации | e1 | e2 | e5 | e4 | e6 | e3 | e7 | e10 | e12 | e8 | e9 | e11 |
| после перенумерации | e1 | e2 | e3 | e4 | e5 | e6 | e7 | e8 | e9 | e10 | e11 | e12 |

Тогда граф G(X, U) будет выглядеть так

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **V/V** | **e1** | **e2** | **e3** | **e4** | **e5** | **e6** | **e7** | **e8** | **e9** | **e10** | **e11** | **e12** |
| **e1** | 0 | x | 1 |  |  |  |  |  | 3 | 1 | 1 | 2 |
| **e2** |  | 0 | x |  | 2 |  | 4 |  | 1 |  | 4 | 5 |
| **e3** |  |  | 0 | x |  |  |  | 5 |  | 1 |  | 3 |
| **e4** |  |  |  | 0 | x |  |  | 1 | 3 |  |  | 3 |
| **e5** |  |  |  |  | 0 | x |  |  | 1 | 3 | 1 |  |
| **e6** |  |  |  |  |  | 0 | x |  |  | 3 | 3 | 4 |
| **e7** |  |  |  |  |  |  | 0 | x |  | 2 | 5 | 3 |
| **e8** |  |  |  |  |  |  |  | 0 | x |  |  |  |
| **e9** |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | x |  |  |
| **e10** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | x | 1 |
| **e11** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | x |
| **e12** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |

Определим p212, для чего в матрице R выделим подматрицу R212.

Ребро (e2e12) пересекается с (e1e3), (e1e9), (e1e10), (e1e11).

Определим p211, для чего в матрице R выделим подматрицу R211.

Ребро (e2e11) пересекается с (e1e3), (e1e9), (e1e10).

Определим p29, для чего в матрице R выделим подматрицу R29.

Ребро (e2e9) пересекается с (e1e3).

Определим p27, для чего в матрице R выделим подматрицу R27.

Ребро (e2e7) пересекается с (e1e3).

Определим p25, для чего в матрице R выделим подматрицу R25.

Ребро (e2e5) пересекается с (e1e3).

Определим p312, для чего в матрице R выделим подматрицу R312.

Ребро (e3e12) пересекается с (e1e9), (e1e10), (e1e11), (e2e5), (e2e7), (e2e9), (e2e11).

Определим p310, для чего в матрице R выделим подматрицу R310.

Ребро (e3e10) пересекается с (e1e9), (e2e5), (e2e7), (e2e9).

Определим p38, для чего в матрице R выделим подматрицу R38.

Ребро (e3e8) пересекается с (e2e5), (e2e7).

Определим p412, для чего в матрице R выделим подматрицу R412.

Ребро (e4e12) пересекается с (e1e9), (e1e10), (e1e11), (e2e5), (e2e7), (e2e9), (e2e11), (e3e8), (e3e10).

Определим p49, для чего в матрице R выделим подматрицу R49.

Ребро (e4e9) пересекается с (e2e5), (e2e7), (e3e8).

Определим p48, для чего в матрице R выделим подматрицу R48.

Ребро (e4e8) пересекается с (e2e5), (e2e7).

По разрешению преподавателя можем ограничиться 15 ребрами, закончим поиск.

Получаем следующую матрицу R(G'):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | e1e3 | e2e12 | e1e9 | e1e10 | e1e11 | e2e11 | e2e9 | e2e7 | e2e5 | e3e12 | e3e10 | e3e8 | e4e12 | e4e9 | e4e8 |
|  | V/V | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| e1e3 | 1 | 1 | 1 |  |  |  | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |
| e2e12 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e1e9 | 3 |  | 1 | 1 |  |  | 1 |  |  |  | 1 | 1 |  | 1 |  |  |
| e1e10 | 4 |  | 1 |  | 1 |  | 1 |  |  |  | 1 |  |  | 1 |  |  |
| e1e11 | 5 |  | 1 |  |  | 1 |  |  |  |  | 1 |  |  | 1 |  |  |
| e2e11 | 6 | 1 |  | 1 | 1 |  | 1 |  |  |  | 1 |  |  | 1 |  |  |
| e2e9 | 7 | 1 |  |  |  |  |  | 1 |  |  | 1 | 1 |  | 1 |  |  |
| e2e7 | 8 | 1 |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| e2e5 | 9 | 1 |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| e3e12 | 10 |  |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |
| e3e10 | 11 |  |  | 1 |  |  |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 |  | 1 |  |  |
| e3e8 | 12 |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |  | 1 | 1 | 1 |  |
| e4e12 | 13 |  |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 |  |  |
| e4e9 | 14 |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |  | 1 |  | 1 |  |
| e4e8 | 15 |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |  |  |  |  | 1 |

**Построение семейства ΨG’**

В первой строке матрицы R(G’) ищем первый нулевой элемент - r1 3.

Записываем дизъюнкцию M1 3 = r1 ∨ r3 = 110001111000000 ∨ 011001000110100 = 111001111110100

В строке M1 3 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {4,5,12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 = M1 3 ∨ r4 = 111001111110100 ∨ 010101000100100 = 111101111110100

В строке M1 3 4 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {5,12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 5 = M1 3 4 ∨ r5 = 111101111110100 ∨ 010010000100100 = 111111111110100

В строке M1 3 4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 5 12 = M1 3 4 5 ∨ r12 = 111111111110100 ∨ 000000011001110 = 111111111111110

В строке M1 3 4 5 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 5 12 15 = M1 3 4 5 12 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M1 3 4 5 12 15 все 1. Построено ψ1 = {u1 3, u1 9, u1 10, u1 11, u3 8, u4 8}

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 5 14 = M1 3 4 5 ∨ r14 = 111111111110100 ∨ 000000011001010 = 111111111111110

В строке M1 3 4 5 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 5 14 15 = M1 3 4 5 14 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M1 3 4 5 14 15 все 1. Построено ψ2 = {u1 3, u1 9, u1 10, u1 11, u4 9, u4 8}

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 5 14 15 = M1 3 4 5 ∨ r15 = 111111111110100 ∨ 000000011000001 = 111111111110101

В строке M1 3 4 5 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 12 = M1 3 4 ∨ r12 = 111101111110100 ∨ 000000011001110 = 111101111111110

В строке M1 3 4 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет ноль на 5 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 14 = M1 3 4 ∨ r14 = 111101111110100 ∨ 000000011001010 = 111101111111110

В строке M1 3 4 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет ноль на 5 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 15 = M1 3 4 ∨ r15 = 111101111110100 ∨ 000000011000001 = 111101111110101

В строке M1 3 4 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 3 5 = M1 3 ∨ r5 = 111001111110100 ∨ 010010000100100 = 111011111110100

В строке M1 3 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12,14,15}.

Строки 12, 14, 15 не закроют ноль на 4 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 3 12 = M1 3 ∨ r12 = 111001111110100 ∨ 000000011001110 = 111001111111110

В строке M1 3 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 4, 5

Записываем дизъюнкцию M1 3 14 = M1 3 ∨ r14 = 111001111110100 ∨ 000000011001010 = 111001111111110

В строке M1 3 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 4, 5

Записываем дизъюнкцию M1 3 15 = M1 3 ∨ r15 = 111001111110100 ∨ 000000011000001 = 111001111110101

В строке M1 3 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 4 = r1 ∨ r4 = 110001111000000 ∨ 010101000100100 = 110101111100100

В строке M1 4 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {5,11,12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 = M1 4 ∨ r5 = 110101111100100 ∨ 010010000100100 = 110111111100100

В строке M1 4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {11,12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 11 = M1 4 5 ∨ r11 = 110111111100100 ∨ 001000111010100 = 111111111110100

В строке M1 4 5 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 11 12 = M1 4 5 11 ∨ r12 = 111111111110100 ∨ 000000011001110 = 111111111111110

В строке M1 4 5 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 11 12 15 = M1 4 5 11 12 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M1 4 5 11 12 15 все 1. Построено ψ3 = {u1 3,u1 10,u1 11,u3 10,u3 8,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 11 14 = M1 4 5 11 ∨ r14 = 111111111110100 ∨ 000000011001010 = 111111111111110

В строке M1 4 5 11 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 11 14 15 = M1 4 5 11 14 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M1 4 5 11 14 15 все 1. Построено ψ4 = {u1 3,u1 10,u1 11,u3 10,u4 9,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 11 15 = M1 4 5 11 ∨ r15 = 111111111110100 ∨ 000000011000001 = 111111111110101

В строке M1 4 5 11 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 12 = M1 4 5 ∨ r12 = 110111111100100 ∨ 000000011001110 = 110111111101110

В строке M1 4 5 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 3, 11

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 14 = M1 4 5 ∨ r14 = 110111111100100 ∨ 000000011001010 = 110111111101110

В строке M1 4 5 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 3, 11

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 15 = M1 4 5 ∨ r15 = 110111111100100 ∨ 000000011000001 = 110111111100101

В строке M1 4 5 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 4 11 = M1 4 ∨ r11 = 110101111100100 ∨ 001000111010100 = 111101111110100

В строке M1 4 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12,14,15}.

Строки 12, 14, 15 не закроют ноль на 5 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 4 12 = M1 4 ∨ r12 = 110101111100100 ∨ 000000011001110 = 110101111101110

В строке M1 4 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 3, 5, 11

Записываем дизъюнкцию M1 4 14 = M1 4 ∨ r14 = 110101111100100 ∨ 000000011001010 = 110101111101110

В строке M1 4 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 3, 5, 11

Записываем дизъюнкцию M1 4 15 = M1 4 ∨ r15 = 110101111100100 ∨ 000000011000001 = 110101111100101

В строке M1 4 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 5 = r1 ∨ r5 = 110001111000000 ∨ 010010000100100 = 110011111100100

В строке M1 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {11,12,14,15}.

Строки 11, 12, 14, 15 не закроют ноль на 4 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 10 = r1 ∨ r10 = 110001111000000 ∨ 001111111100000 = 111111111100000

В строке M1 10 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {11,12,13,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 10 11 = M1 10 ∨ r11 = 111111111100000 ∨ 001000111010100 = 111111111110100

В строке M1 10 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 10 11 12 = M1 10 11 ∨ r12 = 111111111110100 ∨ 000000011001110 = 111111111111110

В строке M1 10 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M1 10 11 12 15 = M1 10 11 12 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M1 10 11 12 15 все 1. Построено ψ5 = {u1 3,u3 12,u3 10,u3 8,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M1 10 11 14 = M1 10 11 ∨ r14 = 111111111110100 ∨ 000000011001010 = 111111111111110

В строке M1 10 11 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M1 10 11 14 15 = M1 10 11 14 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M1 10 11 14 15 все 1. Построено ψ6 = {u1 3,u3 12,u3 10,u4 9,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M1 10 11 15 = M1 10 11 ∨ r15 = 111111111110100 ∨ 000000011000001 = 111111111110101

В строке M1 10 11 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 10 12 = M1 10 ∨ r12 = 111111111100000 ∨ 000000011001110 = 111111111101110

В строке M1 10 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет ноль на 11 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 10 13 = M1 10 ∨ r13 = 111111111100000 ∨ 001111111011100 = 111111111111100

В строке M1 10 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {14,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 10 13 14 = M1 10 13 ∨ r14 = 111111111111100 ∨ 000000011001010 = 111111111111110

В строке M1 10 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M1 10 13 14 15 = M1 10 13 14 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M1 10 13 14 15 все 1. Построено ψ7 = {u1 3,u3 12,u4 12,u4 9,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M1 10 13 15 = M1 10 13 ∨ r15 = 111111111111100 ∨ 000000011000001 = 111111111111101

В строке M1 10 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 10 14 = M1 10 ∨ r14 = 111111111100000 ∨ 000000011001010 = 111111111101010

В строке M1 10 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 11, 13

Записываем дизъюнкцию M1 10 15 = M1 10 ∨ r15 = 111111111100000 ∨ 000000011000001 = 111111111100001

В строке M1 10 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 11 = r1 ∨ r11 = 110001111000000 ∨ 001000111010100 = 111001111010100

В строке M1 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12,14,15}.

Строки 12, 14, 15 не закроют нули на позициях 4, 5, 10

Записываем дизъюнкцию M1 12 = r1 ∨ r12 = 110001111000000 ∨ 000000011001110 = 110001111001110

В строке M1 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 3, 4, 5, 10, 11

Записываем дизъюнкцию M1 13 = r1 ∨ r13 = 110001111000000 ∨ 001111111011100 = 111111111011100

В строке M1 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {14,15}.

Строки 14, 15 не закроют ноль на 10 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 14 = r1 ∨ r14 = 110001111000000 ∨ 000000011001010 = 110001111001010

В строке M1 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 3, 4, 5, 10, 11, 13

Записываем дизъюнкцию M1 15 = r1 ∨ r15 = 110001111000000 ∨ 000000011000001 = 110001111000001

В строке M1 15 остались незакрытые 0.

В 2 строке ищем первый нулевой элемент - r2 6.

Записываем дизъюнкцию M2 6 = r2 ∨ r6 = 111110000000000 ∨ 101101000100100 = 111111000100100

В строке M2 6 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {7,8,9,11,12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 = M2 6 ∨ r7 = 111111000100100 ∨ 100000100110100 = 111111100110100

В строке M2 6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {8,9,12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 8 = M2 6 7 ∨ r8 = 111111100110100 ∨ 100000010111111 = 111111110111111

В строке M2 6 7 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {9}.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 8 9 = M2 6 7 8 ∨ r9 = 111111110111111 ∨ 100000001111111 = 111111111111111

В строке M2 6 7 8 9 все 1. Построено ψ8 = {u2 12,u2 11,u2 9,u2 7,u2 5}

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 9 = M2 6 7 ∨ r9 = 111111100110100 ∨ 100000001111111 = 111111101111111

В строке M2 6 7 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 12 = M2 6 7 ∨ r12 = 111111100110100 ∨ 000000011001110 = 111111111111110

В строке M2 6 7 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 12 15 = M2 6 7 12 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M2 6 7 12 15 все 1. Построено ψ9 = {u2 12,u2 11,u2 9,u3 8,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 14 = M2 6 7 ∨ r14 = 111111100110100 ∨ 000000011001010 = 111111111111110

В строке M2 6 7 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 14 15 = M2 6 7 14 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M2 6 7 14 15 все 1. Построено ψ10 = {u2 12,u2 11,u2 9,u4 9,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 15 = M2 6 7 ∨ r15 = 111111100110100 ∨ 000000011000001 = 111111111110101

В строке M2 6 7 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 6 8 = M2 6 ∨ r8 = 111111000100100 ∨ 100000010111111 = 111111010111111

В строке M2 6 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {9}.

Строка 9 не закроет ноль на 7 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 6 9 = M2 6 ∨ r9 = 111111000100100 ∨ 100000001111111 = 111111001111111

В строке M2 6 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 6 11 = M2 6 ∨ r11 = 111111000100100 ∨ 001000111010100 = 111111111110100

В строке M2 6 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M2 6 11 12 = M2 6 11 ∨ r12 = 111111111110100 ∨ 000000011001110 = 111111111111110

В строке M2 6 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M2 6 11 12 15 = M2 6 11 12 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M2 6 11 12 15 все 1. Построено ψ11 = {u2 12,u2 11,u3 10,u3 8,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M2 6 11 14 = M2 6 11 ∨ r14 = 111111111110100 ∨ 000000011001010 = 111111111111110

В строке M2 6 11 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M2 6 11 14 15 = M2 6 11 14 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M2 6 11 14 15 все 1. Построено ψ12 = {u2 12,u2 11,u3 10,u4 9,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M2 6 11 15 = M2 6 11 ∨ r15 = 111111111110100 ∨ 000000011000001 = 111111111110101

В строке M2 6 11 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 6 12 = M2 6 ∨ r12 = 111111000100100 ∨ 000000011001110 = 111111011101110

В строке M2 6 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 7, 11

Записываем дизъюнкцию M2 6 14 = M2 6 ∨ r14 = 111111000100100 ∨ 000000011001010 = 111111011101110

В строке M2 6 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 7, 11

Записываем дизъюнкцию M2 6 15 = M2 6 ∨ r15 = 111111000100100 ∨ 000000011000001 = 111111011100101

В строке M2 6 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 7 = r2 ∨ r7 = 111110000000000 ∨ 100000100110100 = 111110100110100

В строке M2 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {8,9,12,14,15}.

Строки 8, 9, 12, 14, 15 не закроют ноль на 6 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 8 = r2 ∨ r8 = 111110000000000 ∨ 100000010111111 = 111110010111111

В строке M2 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {9}.

Строка 9 не закроет нули на позициях 6, 7

Записываем дизъюнкцию M2 9 = r2 ∨ r9 = 111110000000000 ∨ 100000001111111 = 111110001111111

В строке M2 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 10 = r2 ∨ r10 = 111110000000000 ∨ 001111111100000 = 111111111100000

В строке M2 10 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {11,12,13,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M2 10 11 = M2 10 ∨ r11 = 111111111100000 ∨ 001000111010100 = 111111111110100

В строке M2 10 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M2 10 11 12 = M2 10 11 ∨ r12 = 111111111110100 ∨ 000000011001110 = 111111111111110

В строке M2 10 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M2 10 11 12 15 = M2 10 11 12 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M2 10 11 12 15 все 1. Построено ψ13 = {u2 12,u3 12,u3 10,u3 8,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M2 10 11 14 = M2 10 11 ∨ r14 = 111111111110100 ∨ 000000011001010 = 111111111111110

В строке M2 10 11 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M2 10 11 14 15 = M2 10 11 14 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M2 10 11 14 15 все 1. Построено ψ14 = {u2 12,u3 12,u3 10,u4 9,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M2 10 11 15 = M2 10 11 ∨ r15 = 111111111110100 ∨ 000000011000001 = 111111111110101

В строке M2 10 11 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 10 12 = M2 10 ∨ r12 = 111111111100000 ∨ 000000011001110 = 111111111101110

В строке M2 10 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет ноль на 11 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 10 13 = M2 10 ∨ r13 = 111111111100000 ∨ 001111111011100 = 111111111111100

В строке M2 10 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {14,15}.

Записываем дизъюнкцию M2 10 13 14 = M2 10 13 ∨ r14 = 111111111111100 ∨ 000000011001010 = 111111111111110

В строке M2 10 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M2 10 13 14 15 = M2 10 13 14 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M2 10 13 14 15 все 1. Построено ψ15 = {u2 12,u3 12,u4 12,u4 9,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M2 10 13 15 = M2 10 13 ∨ r15 = 111111111111100 ∨ 000000011000001 = 111111111111101

В строке M2 10 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 10 14 = M2 10 ∨ r14 = 111111111100000 ∨ 000000011001010 = 111111111101010

В строке M2 10 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 11, 13

Записываем дизъюнкцию M2 10 15 = M2 10 ∨ r15 = 111111111100000 ∨ 000000011000001 = 111111111100001

В строке M2 10 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 11 = r2 ∨ r11 = 111110000000000 ∨ 001000111010100 = 111110111010100

В строке M2 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12,14,15}.

Строки 12, 14, 15 не закроют нули на позициях 6, 10

Записываем дизъюнкцию M2 12 = r2 ∨ r12 = 111110000000000 ∨ 000000011001110 = 111110011001110

В строке M2 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 6, 7, 10, 11

Записываем дизъюнкцию M2 13 = r2 ∨ r13 = 111110000000000 ∨ 001111111011100 = 111111111011100

В строке M2 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {14,15}.

Строки 14, 15 не закроют ноль на 10 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 14 = r2 ∨ r14 = 111110000000000 ∨ 000000011001010 = 111110011001010

В строке M2 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 6, 7, 10, 11, 13

Записываем дизъюнкцию M2 15 = r2 ∨ r15 = 111110000000000 ∨ 000000011000001 = 111110011000001

В строке M2 15 остались незакрытые 0.

В 3 строке ищем первый нулевой элемент - r3 4.

Записываем дизъюнкцию M3 4 = r3 ∨ r4 = 011001000110100 ∨ 010101000100100 = 011101000110100

В строке M3 4 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {5,7,8,9,12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 = M3 4 ∨ r5 = 011101000110100 ∨ 010010000100100 = 011111000110100

В строке M3 4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {7,8,9,12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 7 = M3 4 5 ∨ r7 = 011111000110100 ∨ 100000100110100 = 111111100110100

В строке M3 4 5 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {8,9,12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 7 8 = M3 4 5 7 ∨ r8 = 111111100110100 ∨ 100000010111111 = 111111110111111

В строке M3 4 5 7 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {9}.

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 7 8 9 = M3 4 5 7 8 ∨ r9 = 111111110111111 ∨ 100000001111111 = 111111111111111

В строке M3 4 5 7 8 9 все 1. Построено ψ16 = {u1 9,u1 10,u1 11,u2 9,u2 7,u2 5}

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 7 9 = M3 4 5 7 ∨ r9 = 111111100110100 ∨ 100000001111111 = 111111101111111

В строке M3 4 5 7 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 7 12 = M3 4 5 7 ∨ r12 = 111111100110100 ∨ 000000011001110 = 111111111111110

В строке M3 4 5 7 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 7 12 15 = M3 4 5 7 12 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M3 4 5 7 12 15 все 1. Построено ψ17 = {u1 9,u1 10,u1 11,u2 9,u3 8,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 7 14 = M3 4 5 7 ∨ r14 = 111111100110100 ∨ 000000011001010 = 111111111111110

В строке M3 4 5 7 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 7 14 15 = M3 4 5 7 14 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M3 4 5 7 14 15 все 1. Построено ψ18 = {u1 9,u1 10,u1 11,u2 9,u4 9,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 7 15 = M3 4 5 7 ∨ r15 = 111111100110100 ∨ 000000011000001 = 111111111110101

В строке M3 4 5 7 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 8 = M3 4 5 ∨ r8 = 011111000110100 ∨ 100000010111111 = 111111010111111

В строке M3 4 5 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {9}.

Строка 9 не закроет ноль на 7 позиции.

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 9 = M3 4 5 ∨ r9 = 011111000110100 ∨ 100000001111111 = 111111001111111

В строке M3 4 5 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 12 = M3 4 5 ∨ r12 = 011111000110100 ∨ 000000011001110 = 011111011111110

В строке M3 4 5 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 7

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 14 = M3 4 5 ∨ r14 = 011111000110100 ∨ 000000011001010 = 011111011111110

В строке M3 4 5 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 7

Записываем дизъюнкцию M3 4 5 15 = M3 4 5 ∨ r15 = 011111000110100 ∨ 000000011000001 = 011111011110101

В строке M3 4 5 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M3 4 7 = M3 4 ∨ r7 = 011101000110100 ∨ 100000100110100 = 111101100110100

В строке M3 4 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {8,9,12,14,15}.

Строки 8, 9, 12, 14, 15 не закроют ноль на 5 позиции.

Записываем дизъюнкцию M3 4 8 = M3 4 ∨ r8 = 011101000110100 ∨ 100000010111111 = 111101010111111

В строке M3 4 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {9}.

Строка 9 не закроет нули на позициях 5, 7

Записываем дизъюнкцию M3 4 9 = M3 4 ∨ r9 = 011101000110100 ∨ 100000001111111 = 111101001111111

В строке M3 4 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M3 4 12 = M3 4 ∨ r12 = 011101000110100 ∨ 000000011001110 = 011101011111110

В строке M3 4 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 5, 7

Записываем дизъюнкцию M3 4 14 = M3 4 ∨ r14 = 011101000110100 ∨ 000000011001010 = 011101011111110

В строке M3 4 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 5, 7

Записываем дизъюнкцию M3 4 15 = M3 4 ∨ r15 = 011101000110100 ∨ 000000011000001 = 011101011110101

В строке M3 4 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M3 5 = r3 ∨ r5 = 011001000110100 ∨ 010010000100100 = 011011000110100

В строке M3 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {7,8,9,12,14,15}.

Строки 7, 8, 9, 12, 14, 15 не закроют ноль на 4 позиции.

Записываем дизъюнкцию M3 7 = r3 ∨ r7 = 011001000110100 ∨ 100000100110100 = 111001100110100

В строке M3 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {8,9,12,14,15}.

Строки 8, 9, 12, 14, 15 не закроют нули на позициях 4, 5

Записываем дизъюнкцию M3 8 = r3 ∨ r8 = 011001000110100 ∨ 100000010111111 = 111001010111111

В строке M3 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {9}.

Строка 9 не закроет нули на позициях 4, 5, 7

Записываем дизъюнкцию M3 9 = r3 ∨ r9 = 011001000110100 ∨ 100000001111111 = 111001001111111

В строке M3 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M3 12 = r3 ∨ r12 = 011001000110100 ∨ 000000011001110 = 011001011111110

В строке M3 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 4, 5, 7

Записываем дизъюнкцию M3 14 = r3 ∨ r14 = 011001000110100 ∨ 000000011001010 = 011001011111110

В строке M3 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 4, 5, 7

Записываем дизъюнкцию M3 15 = r3 ∨ r15 = 011001000110100 ∨ 000000011000001 = 011001011110101

В строке M3 15 остались незакрытые 0.

В 4 строке ищем первый нулевой элемент - r4 5.

Записываем дизъюнкцию M4 5 = r4 ∨ r5 = 010101000100100 ∨ 010010000100100 = 010111000100100

В строке M4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {7,8,9,11,12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M4 5 7 = M4 5 ∨ r7 = 010111000100100 ∨ 100000100110100 = 110111100110100

В строке M4 5 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {8,9,12,14,15}.

Строки 8, 9, 12, 14, 15 не закроют ноль на 3 позиции.

Записываем дизъюнкцию M4 5 8 = M4 5 ∨ r8 = 010111000100100 ∨ 100000010111111 = 110111010111111

В строке M4 5 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {9}.

Строка 9 не закроет нули на позициях 3, 7

Записываем дизъюнкцию M4 5 9 = M4 5 ∨ r9 = 010111000100100 ∨ 100000001111111 = 110111001111111

В строке M4 5 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M4 5 11 = M4 5 ∨ r11 = 010111000100100 ∨ 001000111010100 = 011111111110100

В строке M4 5 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12,14,15}.

Строки 12, 14, 15 не закроют ноль на 1 позиции.

Записываем дизъюнкцию M4 5 12 = M4 5 ∨ r12 = 010111000100100 ∨ 000000011001110 = 010111011101110

В строке M4 5 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 3, 7, 11

Записываем дизъюнкцию M4 5 14 = M4 5 ∨ r14 = 010111000100100 ∨ 000000011001010 = 010111011101110

В строке M4 5 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 3, 7, 11

Записываем дизъюнкцию M4 5 15 = M4 5 ∨ r15 = 010111000100100 ∨ 000000011000001 = 010111011100101

В строке M4 5 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M4 7 = r4 ∨ r7 = 010101000100100 ∨ 100000100110100 = 110101100110100

В строке M4 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {8,9,12,14,15}.

Строки 8, 9, 12, 14, 15 не закроют нули на позициях 3, 5

Записываем дизъюнкцию M4 8 = r4 ∨ r8 = 010101000100100 ∨ 100000010111111 = 110101010111111

В строке M4 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {9}.

Строка 9 не закроет нули на позициях 3, 5, 7

Записываем дизъюнкцию M4 9 = r4 ∨ r9 = 010101000100100 ∨ 100000001111111 = 110101001111111

В строке M4 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M4 11 = r4 ∨ r11 = 010101000100100 ∨ 001000111010100 = 011101111110100

В строке M4 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12,14,15}.

Строки 12, 14, 15 не закроют нули на позициях 1, 5

Записываем дизъюнкцию M4 12 = r4 ∨ r12 = 010101000100100 ∨ 000000011001110 = 010101011101110

В строке M4 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 3, 5, 7, 11

Записываем дизъюнкцию M4 14 = r4 ∨ r14 = 010101000100100 ∨ 000000011001010 = 010101011101110

В строке M4 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 3, 5, 7, 11

Записываем дизъюнкцию M4 15 = r4 ∨ r15 = 010101000100100 ∨ 000000011000001 = 010101011100101

В строке M4 15 остались незакрытые 0.

В 5 строке ищем первый нулевой элемент - r5 6.

Записываем дизъюнкцию M5 6 = r5 ∨ r6 = 010010000100100 ∨ 101101000100100 = 111111000100100

В строке M5 6 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {7,8,9,11,12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 = M5 6 ∨ r7 = 111111000100100 ∨ 100000100110100 = 111111100110100

В строке M5 6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {8,9,12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 8 = M5 6 7 ∨ r8 = 111111100110100 ∨ 100000010111111 = 111111110111111

В строке M5 6 7 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {9}.

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 8 9 = M5 6 7 8 ∨ r9 = 111111110111111 ∨ 100000001111111 = 111111111111111

В строке M5 6 7 8 9 все 1. Построено ψ19 = {u1 11,u2 11,u2 9,u2 7,u2 5}

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 9 = M5 6 7 ∨ r9 = 111111100110100 ∨ 100000001111111 = 111111101111111

В строке M5 6 7 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 12 = M5 6 7 ∨ r12 = 111111100110100 ∨ 000000011001110 = 111111111111110

В строке M5 6 7 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 12 15 = M5 6 7 12 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M5 6 7 12 15 все 1. Построено ψ20 = {u1 11,u2 11,u2 9,u3 8,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 14 = M5 6 7 ∨ r14 = 111111100110100 ∨ 000000011001010 = 111111111111110

В строке M5 6 7 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 14 15 = M5 6 7 14 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M5 6 7 14 15 все 1. Построено ψ21 = {u1 11,u2 11,u2 9,u4 9,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 15 = M5 6 7 ∨ r15 = 111111100110100 ∨ 000000011000001 = 111111111110101

В строке M5 6 7 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M5 6 8 = M5 6 ∨ r8 = 111111000100100 ∨ 100000010111111 = 111111010111111

В строке M5 6 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {9}.

Строка 9 не закроет ноль на 7 позиции.

Записываем дизъюнкцию M5 6 9 = M5 6 ∨ r9 = 111111000100100 ∨ 100000001111111 = 111111001111111

В строке M5 6 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M5 6 11 = M5 6 ∨ r11 = 111111000100100 ∨ 001000111010100 = 111111111110100

В строке M5 6 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M5 6 11 12 = M5 6 11 ∨ r12 = 111111111110100 ∨ 000000011001110 = 111111111111110

В строке M5 6 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M5 6 11 12 15 = M5 6 11 12 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M5 6 11 12 15 все 1. Построено ψ22 = {u1 11,u2 11,u3 10,u3 8,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M5 6 11 14 = M5 6 11 ∨ r14 = 111111111110100 ∨ 000000011001010 = 111111111111110

В строке M5 6 11 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Записываем дизъюнкцию M5 6 11 14 15 = M5 6 11 14 ∨ r15 = 111111111111110 ∨ 000000011000001 = 111111111111111

В строке M5 6 11 14 15 все 1. Построено ψ23 = {u1 11,u2 11,u3 10,u4 9,u4 8}

Записываем дизъюнкцию M5 6 11 15 = M5 6 11 ∨ r15 = 111111111110100 ∨ 000000011000001 = 111111111110101

В строке M5 6 11 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M5 6 12 = M5 6 ∨ r12 = 111111000100100 ∨ 000000011001110 = 111111011101110

В строке M5 6 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 7, 11

Записываем дизъюнкцию M5 6 14 = M5 6 ∨ r14 = 111111000100100 ∨ 000000011001010 = 111111011101110

В строке M5 6 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 7, 11

Записываем дизъюнкцию M5 6 15 = M5 6 ∨ r15 = 111111000100100 ∨ 000000011000001 = 111111011100101

В строке M5 6 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M5 7 = r5 ∨ r7 = 010010000100100 ∨ 100000100110100 = 110010100110100

В строке M5 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {8,9,12,14,15}.

Строки 8, 9, 12, 14, 15 не закроют нули на позициях 3, 4, 6

Записываем дизъюнкцию M5 8 = r5 ∨ r8 = 010010000100100 ∨ 100000010111111 = 110010010111111

В строке M5 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {9}.

Строка 9 не закроет нули на позициях 3, 4, 6, 7

Записываем дизъюнкцию M5 9 = r5 ∨ r9 = 010010000100100 ∨ 100000001111111 = 110010001111111

В строке M5 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M5 11 = r5 ∨ r11 = 010010000100100 ∨ 001000111010100 = 011010111110100

В строке M5 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12,14,15}.

Строки 12, 14, 15 не закроют нули на позициях 1, 4, 6

Записываем дизъюнкцию M5 12 = r5 ∨ r12 = 010010000100100 ∨ 000000011001110 = 010010011101110

В строке M5 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 3, 4, 6, 7, 11

Записываем дизъюнкцию M5 14 = r5 ∨ r14 = 010010000100100 ∨ 000000011001010 = 010010011101110

В строке M5 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {15}.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 3, 4, 6, 7, 11

Записываем дизъюнкцию M5 15 = r5 ∨ r15 = 010010000100100 ∨ 000000011000001 = 010010011100101

В строке M5 15 остались незакрытые 0.

Из матрицы R(G′) видно, что строки с номерами j > 5 не смогут закрыть ноль в позиции 2.

Семейство максимальных внутренне устойчивых множеств ΨG’ построено.

Это

ψ1 = {u1 3, u1 9, u1 10, u1 11, u3 8, u4 8}

ψ2 = {u1 3, u1 9, u1 10, u1 11, u4 9, u4 8}

ψ3 = {u1 3, u1 10, u1 11, u3 10, u3 8, u4 8}

ψ4 = {u1 3, u1 10, u1 11, u3 10, u4 9, u4 8}

ψ5 = {u1 3, u3 12, u3 10, u3 8, u4 8}

ψ6 = {u1 3, u3 12, u3 10, u4 9, u4 8}

ψ7 = {u1 3, u3 12, u4 12, u4 9, u4 8}

ψ8 = {u2 12, u2 11, u2 9, u2 7, u2 5}

ψ9 = {u2 12, u2 11, u2 9, u3 8, u4 8}

ψ10 = {u2 12, u2 11, u2 9, u4 9, u4 8}

ψ11 = {u2 12, u2 11, u3 10, u3 8, u4 8}

ψ12 = {u2 12, u2 11, u3 10, u4 9, u4 8}

ψ13 = {u2 12, u3 12, u3 10, u4 9, u4 8}

ψ14 = {u2 12, u3 12, u3 10, u4 9, u4 8}

ψ15 = {u2 12, u3 12, u4 12, u4 9, u4 8}

ψ16 = {u1 9, u1 10, u1 11, u2 9, u2 7, u2 5}

ψ17 = {u1 9, u1 10, u1 11, u2 9, u3 8, u4 8}

ψ18 = {u1 9, u1 10, u1 11, u2 9, u4 9, u4 8}

ψ19 = {u1 11, u2 11, u2 9, u2 7, u2 5}

ψ20 = {u1 11, u2 11, u2 9, u3 8, u4 8}

ψ21 = {u1 11, u2 11, u2 9, u4 9, u4 8}

ψ22 = {u1 11, u2 11, u3 10, u3 8, u4 8}

ψ23 = {u1 11, u2 11, u3 10, u4 9, u4 8}

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия αγβ = |ψγ| + |ψβ| − |ψγ∩ψβ|:

Результаты вычислений запишем в матрицу Α = ׀׀αγδ׀׀.

α12 = |ψ1| + |ψ2| − |ψ1∩ψ2| = 6+6−5 = 7

α13 = |ψ1| + |ψ3| − |ψ1∩ψ3| = 6+6−5 = 7

α14 = |ψ1| + |ψ4| − |ψ1∩ψ4| = 6+6−4 = 8

α15 = |ψ1| + |ψ5| − |ψ1∩ψ5| = 6+5−3 = 8

α16 = |ψ1| + |ψ6| − |ψ1∩ψ6| = 6+5−2 = 9

α17 = |ψ1| + |ψ7| − |ψ1∩ψ7| = 6+5−2 = 9

α18 = |ψ1| + |ψ8| − |ψ1∩ψ8| = 6+5−0 = 11

α19 = |ψ1| + |ψ9| − |ψ1∩ψ9| = 6+5−2 = 9

α110 = |ψ1| + |ψ10| − |ψ1∩ψ10| = 6+5−1 = 10

α111 = |ψ1| + |ψ11| − |ψ1∩ψ11| = 6+5−2 = 9

α112 = |ψ1| + |ψ12| − |ψ1∩ψ12| = 6+5−1 = 10

α113 = |ψ1| + |ψ13| − |ψ1∩ψ13| = 6+5−2 = 9

α114 = |ψ1| + |ψ14| − |ψ1∩ψ14| = 6+5−1 = 10

α115 = |ψ1| + |ψ15| − |ψ1∩ψ15| = 6+5−1 = 10

α116 = |ψ1| + |ψ16| − |ψ1∩ψ16| = 6+6−3 = 9

α117 = |ψ1| + |ψ17| − |ψ1∩ψ17| = 6+6−5 = 7

α118 = |ψ1| + |ψ18| − |ψ1∩ψ18| = 6+6−4 = 8

α119 = |ψ1| + |ψ19| − |ψ1∩ψ19| = 6+5−1 = 10

α120 = |ψ1| + |ψ20| − |ψ1∩ψ20| = 6+5−3 = 8

α121 = |ψ1| + |ψ21| − |ψ1∩ψ21| = 6+5−2 = 9

α122 = |ψ1| + |ψ22| − |ψ1∩ψ22| = 6+5−3 = 8

α123 = |ψ1| + |ψ23| − |ψ1∩ψ23| = 6+5−2 = 9

α23 = |ψ2| + |ψ3| − |ψ2∩ψ3| = 6+6−4 = 8

α24 = |ψ2| + |ψ4| − |ψ2∩ψ4| = 6+6−5 = 7

α25 = |ψ2| + |ψ5| − |ψ2∩ψ5| = 6+5−2 = 9

α26 = |ψ2| + |ψ6| − |ψ2∩ψ6| = 6+5−3 = 8

α27 = |ψ2| + |ψ7| − |ψ2∩ψ7| = 6+5−3 = 8

α28 = |ψ2| + |ψ8| − |ψ2∩ψ8| = 6+5−0 = 11

α29 = |ψ2| + |ψ9| − |ψ2∩ψ9| = 6+5−1 = 10

α210 = |ψ2| + |ψ10| − |ψ2∩ψ10| = 6+5−2 = 9

α211 = |ψ2| + |ψ11| − |ψ2∩ψ11| = 6+5−1 = 10

α212 = |ψ2| + |ψ12| − |ψ2∩ψ12| = 6+5−2 = 9

α213 = |ψ2| + |ψ13| − |ψ2∩ψ13| = 6+5−1 = 10

α214 = |ψ2| + |ψ14| − |ψ2∩ψ14| = 6+5−2 = 9

α215 = |ψ2| + |ψ15| − |ψ2∩ψ15| = 6+5−2 = 9

α216 = |ψ2| + |ψ16| − |ψ2∩ψ16| = 6+6−3 = 9

α217 = |ψ2| + |ψ17| − |ψ2∩ψ17| = 6+6−4 = 8

α218 = |ψ2| + |ψ18| − |ψ2∩ψ18| = 6+6−5 = 7

α219 = |ψ2| + |ψ19| − |ψ2∩ψ19| = 6+5−1 = 10

α220 = |ψ2| + |ψ20| − |ψ2∩ψ20| = 6+5−2 = 9

α221 = |ψ2| + |ψ21| − |ψ2∩ψ21| = 6+5−3 = 8

α222 = |ψ2| + |ψ22| − |ψ2∩ψ22| = 6+5−2 = 9

α223 = |ψ2| + |ψ23| − |ψ2∩ψ23| = 6+5−3 = 8

α34 = |ψ3| + |ψ4| − |ψ3∩ψ4| = 6+6−5 = 7

α35 = |ψ3| + |ψ5| − |ψ3∩ψ5| = 6+5−4 = 7

α36 = |ψ3| + |ψ6| − |ψ3∩ψ6| = 6+5−3 = 8

α37 = |ψ3| + |ψ7| − |ψ3∩ψ7| = 6+5−2 = 9

α38 = |ψ3| + |ψ8| − |ψ3∩ψ8| = 6+5−0 = 11

α39 = |ψ3| + |ψ9| − |ψ3∩ψ9| = 6+5−2 = 9

α310 = |ψ3| + |ψ10| − |ψ3∩ψ10| = 6+5−1 = 10

α311 = |ψ3| + |ψ11| − |ψ3∩ψ11| = 6+5−3 = 8

α312 = |ψ3| + |ψ12| − |ψ3∩ψ12| = 6+5−2 = 9

α313 = |ψ3| + |ψ13| − |ψ3∩ψ13| = 6+5−3 = 8

α314 = |ψ3| + |ψ14| − |ψ3∩ψ14| = 6+5−2 = 9

α315 = |ψ3| + |ψ15| − |ψ3∩ψ15| = 6+5−1 = 10

α316 = |ψ3| + |ψ16| − |ψ3∩ψ16| = 6+6−2 = 10

α317 = |ψ3| + |ψ17| − |ψ3∩ψ17| = 6+6−4 = 8

α318 = |ψ3| + |ψ18| − |ψ3∩ψ18| = 6+6−3 = 9

α319 = |ψ3| + |ψ19| − |ψ3∩ψ19| = 6+5−1 = 10

α320 = |ψ3| + |ψ20| − |ψ3∩ψ20| = 6+5−3 = 8

α321 = |ψ3| + |ψ21| − |ψ3∩ψ21| = 6+5−2 = 9

α322 = |ψ3| + |ψ22| − |ψ3∩ψ22| = 6+5−4 = 7

α323 = |ψ3| + |ψ23| − |ψ3∩ψ23| = 6+5−3 = 8

α45 = |ψ4| + |ψ5| − |ψ4∩ψ5| = 6+5−3 = 8

α46 = |ψ4| + |ψ6| − |ψ4∩ψ6| = 6+5−4 = 7

α47 = |ψ4| + |ψ7| − |ψ4∩ψ7| = 6+5−3 = 8

α48 = |ψ4| + |ψ8| − |ψ4∩ψ8| = 6+5−0 = 11

α49 = |ψ4| + |ψ9| − |ψ4∩ψ9| = 6+5−1 = 10

α410 = |ψ4| + |ψ10| − |ψ4∩ψ10| = 6+5−2 = 9

α411 = |ψ4| + |ψ11| − |ψ4∩ψ11| = 6+5−2 = 9

α412 = |ψ4| + |ψ12| − |ψ4∩ψ12| = 6+5−3 = 8

α413 = |ψ4| + |ψ13| − |ψ4∩ψ13| = 6+5−2 = 9

α414 = |ψ4| + |ψ14| − |ψ4∩ψ14| = 6+5−3 = 8

α415 = |ψ4| + |ψ15| − |ψ4∩ψ15| = 6+5−2 = 9

α416 = |ψ4| + |ψ16| − |ψ4∩ψ16| = 6+6−2 = 10

α417 = |ψ4| + |ψ17| − |ψ4∩ψ17| = 6+6−3 = 9

α418 = |ψ4| + |ψ18| − |ψ4∩ψ18| = 6+6−4 = 8

α419 = |ψ4| + |ψ19| − |ψ4∩ψ19| = 6+5−1 = 10

α420 = |ψ4| + |ψ20| − |ψ4∩ψ20| = 6+5−2 = 9

α421 = |ψ4| + |ψ21| − |ψ4∩ψ21| = 6+5−3 = 8

α422 = |ψ4| + |ψ22| − |ψ4∩ψ22| = 6+5−3 = 8

α423 = |ψ4| + |ψ23| − |ψ4∩ψ23| = 6+5−4 = 7

α56 = |ψ5| + |ψ6| − |ψ5∩ψ6| = 5+5−4 = 6

α57 = |ψ5| + |ψ7| − |ψ5∩ψ7| = 5+5−3 = 7

α58 = |ψ5| + |ψ8| − |ψ5∩ψ8| = 5+5−0 = 10

α59 = |ψ5| + |ψ9| − |ψ5∩ψ9| = 5+5−2 = 8

α510 = |ψ5| + |ψ10| − |ψ5∩ψ10| = 5+5−1 = 9

α511 = |ψ5| + |ψ11| − |ψ5∩ψ11| = 5+5−3 = 7

α512 = |ψ5| + |ψ12| − |ψ5∩ψ12| = 5+5−2 = 8

α513 = |ψ5| + |ψ13| − |ψ5∩ψ13| = 5+5−4 = 6

α514 = |ψ5| + |ψ14| − |ψ5∩ψ14| = 5+5−3 = 7

α515 = |ψ5| + |ψ15| − |ψ5∩ψ15| = 5+5−2 = 8

α516 = |ψ5| + |ψ16| − |ψ5∩ψ16| = 5+6−0 = 11

α517 = |ψ5| + |ψ17| − |ψ5∩ψ17| = 5+6−2 = 9

α518 = |ψ5| + |ψ18| − |ψ5∩ψ18| = 5+6−1 = 10

α519 = |ψ5| + |ψ19| − |ψ5∩ψ19| = 5+5−0 = 10

α520 = |ψ5| + |ψ20| − |ψ5∩ψ20| = 5+5−2 = 8

α521 = |ψ5| + |ψ21| − |ψ5∩ψ21| = 5+5−1 = 9

α522 = |ψ5| + |ψ22| − |ψ5∩ψ22| = 5+5−3 = 7

α523 = |ψ5| + |ψ23| − |ψ5∩ψ23| = 5+5−2 = 8

α67 = |ψ6| + |ψ7| − |ψ6∩ψ7| = 5+5−4 = 6

α68 = |ψ6| + |ψ8| − |ψ6∩ψ8| = 5+5−0 = 10

α69 = |ψ6| + |ψ9| − |ψ6∩ψ9| = 5+5−1 = 9

α610 = |ψ6| + |ψ10| − |ψ6∩ψ10| = 5+5−2 = 8

α611 = |ψ6| + |ψ11| − |ψ6∩ψ11| = 5+5−2 = 8

α612 = |ψ6| + |ψ12| − |ψ6∩ψ12| = 5+5−3 = 7

α613 = |ψ6| + |ψ13| − |ψ6∩ψ13| = 5+5−3 = 7

α614 = |ψ6| + |ψ14| − |ψ6∩ψ14| = 5+5−4 = 6

α615 = |ψ6| + |ψ15| − |ψ6∩ψ15| = 5+5−3 = 7

α616 = |ψ6| + |ψ16| − |ψ6∩ψ16| = 5+6−0 = 11

α617 = |ψ6| + |ψ17| − |ψ6∩ψ17| = 5+6−1 = 10

α618 = |ψ6| + |ψ18| − |ψ6∩ψ18| = 5+6−2 = 9

α619 = |ψ6| + |ψ19| − |ψ6∩ψ19| = 5+5−0 = 10

α620 = |ψ6| + |ψ20| − |ψ6∩ψ20| = 5+5−1 = 9

α621 = |ψ6| + |ψ21| − |ψ6∩ψ21| = 5+5−2 = 8

α622 = |ψ6| + |ψ22| − |ψ6∩ψ22| = 5+5−2 = 8

α623 = |ψ6| + |ψ23| − |ψ6∩ψ23| = 5+5−3 = 7

α78 = |ψ7| + |ψ8| − |ψ7∩ψ8| = 5+5−0 = 10

α79 = |ψ7| + |ψ9| − |ψ7∩ψ9| = 5+5−1 = 9

α710 = |ψ7| + |ψ10| − |ψ7∩ψ10| = 5+5−2 = 8

α711 = |ψ7| + |ψ11| − |ψ7∩ψ11| = 5+5−1 = 9

α712 = |ψ7| + |ψ12| − |ψ7∩ψ12| = 5+5−2 = 8

α713 = |ψ7| + |ψ13| − |ψ7∩ψ13| = 5+5−2 = 8

α714 = |ψ7| + |ψ14| − |ψ7∩ψ14| = 5+5−3 = 7

α715 = |ψ7| + |ψ15| − |ψ7∩ψ15| = 5+5−4 = 6

α716 = |ψ7| + |ψ16| − |ψ7∩ψ16| = 5+6−0 = 11

α717 = |ψ7| + |ψ17| − |ψ7∩ψ17| = 5+6−1 = 10

α718 = |ψ7| + |ψ18| − |ψ7∩ψ18| = 5+6−2 = 9

α719 = |ψ7| + |ψ19| − |ψ7∩ψ19| = 5+5−0 = 10

α720 = |ψ7| + |ψ20| − |ψ7∩ψ20| = 5+5−1 = 9

α721 = |ψ7| + |ψ21| − |ψ7∩ψ21| = 5+5−2 = 8

α722 = |ψ7| + |ψ22| − |ψ7∩ψ22| = 5+5−1 = 9

α723 = |ψ7| + |ψ23| − |ψ7∩ψ23| = 5+5−2 = 8

α89 = |ψ8| + |ψ9| − |ψ8∩ψ9| = 5+5−3 = 7

α810 = |ψ8| + |ψ10| − |ψ8∩ψ10| = 5+5−3 = 7

α811 = |ψ8| + |ψ11| − |ψ8∩ψ11| = 5+5−2 = 8

α812 = |ψ8| + |ψ12| − |ψ8∩ψ12| = 5+5−2 = 8

α813 = |ψ8| + |ψ13| − |ψ8∩ψ13| = 5+5−1 = 9

α814 = |ψ8| + |ψ14| − |ψ8∩ψ14| = 5+5−1 = 9

α815 = |ψ8| + |ψ15| − |ψ8∩ψ15| = 5+5−1 = 9

α816 = |ψ8| + |ψ16| − |ψ8∩ψ16| = 5+6−3 = 8

α817 = |ψ8| + |ψ17| − |ψ8∩ψ17| = 5+6−1 = 10

α818 = |ψ8| + |ψ18| − |ψ8∩ψ18| = 5+6−1 = 10

α819 = |ψ8| + |ψ19| − |ψ8∩ψ19| = 5+5−4 = 6

α820 = |ψ8| + |ψ20| − |ψ8∩ψ20| = 5+5−2 = 8

α821 = |ψ8| + |ψ21| − |ψ8∩ψ21| = 5+5−2 = 8

α822 = |ψ8| + |ψ22| − |ψ8∩ψ22| = 5+5−1 = 9

α823 = |ψ8| + |ψ23| − |ψ8∩ψ23| = 5+5−1 = 9

α910 = |ψ9| + |ψ10| − |ψ9∩ψ10| = 5+5−4 = 6

α911 = |ψ9| + |ψ11| − |ψ9∩ψ11| = 5+5−4 = 6

α912 = |ψ9| + |ψ12| − |ψ9∩ψ12| = 5+5−3 = 7

α913 = |ψ9| + |ψ13| − |ψ9∩ψ13| = 5+5−3 = 7

α914 = |ψ9| + |ψ14| − |ψ9∩ψ14| = 5+5−2 = 8

α915 = |ψ9| + |ψ15| − |ψ9∩ψ15| = 5+5−2 = 8

α916 = |ψ9| + |ψ16| − |ψ9∩ψ16| = 5+6−1 = 10

α917 = |ψ9| + |ψ17| − |ψ9∩ψ17| = 5+6−3 = 8

α918 = |ψ9| + |ψ18| − |ψ9∩ψ18| = 5+6−2 = 9

α919 = |ψ9| + |ψ19| − |ψ9∩ψ19| = 5+5−2 = 8

α920 = |ψ9| + |ψ20| − |ψ9∩ψ20| = 5+5−4 = 6

α921 = |ψ9| + |ψ21| − |ψ9∩ψ21| = 5+5−3 = 7

α922 = |ψ9| + |ψ22| − |ψ9∩ψ22| = 5+5−3 = 7

α923 = |ψ9| + |ψ23| − |ψ9∩ψ23| = 5+5−2 = 8

α1011 = |ψ10| + |ψ11| − |ψ10∩ψ11| = 5+5−3 = 7

α1012 = |ψ10| + |ψ12| − |ψ10∩ψ12| = 5+5−4 = 6

α1013 = |ψ10| + |ψ13| − |ψ10∩ψ13| = 5+5−2 = 8

α1014 = |ψ10| + |ψ14| − |ψ10∩ψ14| = 5+5−3 = 7

α1015 = |ψ10| + |ψ15| − |ψ10∩ψ15| = 5+5−3 = 7

α1016 = |ψ10| + |ψ16| − |ψ10∩ψ16| = 5+6−1 = 10

α1017 = |ψ10| + |ψ17| − |ψ10∩ψ17| = 5+6−2 = 9

α1018 = |ψ10| + |ψ18| − |ψ10∩ψ18| = 5+6−3 = 8

α1019 = |ψ10| + |ψ19| − |ψ10∩ψ19| = 5+5−2 = 8

α1020 = |ψ10| + |ψ20| − |ψ10∩ψ20| = 5+5−3 = 7

α1021 = |ψ10| + |ψ21| − |ψ10∩ψ21| = 5+5−4 = 6

α1022 = |ψ10| + |ψ22| − |ψ10∩ψ22| = 5+5−2 = 8

α1023 = |ψ10| + |ψ23| − |ψ10∩ψ23| = 5+5−3 = 7

α1112 = |ψ11| + |ψ12| − |ψ11∩ψ12| = 5+5−4 = 6

α1113 = |ψ11| + |ψ13| − |ψ11∩ψ13| = 5+5−4 = 6

α1114 = |ψ11| + |ψ14| − |ψ11∩ψ14| = 5+5−3 = 7

α1115 = |ψ11| + |ψ15| − |ψ11∩ψ15| = 5+5−2 = 8

α1116 = |ψ11| + |ψ16| − |ψ11∩ψ16| = 5+6−0 = 11

α1117 = |ψ11| + |ψ17| − |ψ11∩ψ17| = 5+6−2 = 9

α1118 = |ψ11| + |ψ18| − |ψ11∩ψ18| = 5+6−1 = 10

α1119 = |ψ11| + |ψ19| − |ψ11∩ψ19| = 5+5−1 = 9

α1120 = |ψ11| + |ψ20| − |ψ11∩ψ20| = 5+5−3 = 7

α1121 = |ψ11| + |ψ21| − |ψ11∩ψ21| = 5+5−2 = 8

α1122 = |ψ11| + |ψ22| − |ψ11∩ψ22| = 5+5−4 = 6

α1123 = |ψ11| + |ψ23| − |ψ11∩ψ23| = 5+5−3 = 7

α1213 = |ψ12| + |ψ13| − |ψ12∩ψ13| = 5+5−3 = 7

α1214 = |ψ12| + |ψ14| − |ψ12∩ψ14| = 5+5−4 = 6

α1215 = |ψ12| + |ψ15| − |ψ12∩ψ15| = 5+5−3 = 7

α1216 = |ψ12| + |ψ16| − |ψ12∩ψ16| = 5+6−0 = 11

α1217 = |ψ12| + |ψ17| − |ψ12∩ψ17| = 5+6−1 = 10

α1218 = |ψ12| + |ψ18| − |ψ12∩ψ18| = 5+6−2 = 9

α1219 = |ψ12| + |ψ19| − |ψ12∩ψ19| = 5+5−1 = 9

α1220 = |ψ12| + |ψ20| − |ψ12∩ψ20| = 5+5−2 = 8

α1221 = |ψ12| + |ψ21| − |ψ12∩ψ21| = 5+5−3 = 7

α1222 = |ψ12| + |ψ22| − |ψ12∩ψ22| = 5+5−3 = 7

α1223 = |ψ12| + |ψ23| − |ψ12∩ψ23| = 5+5−4 = 6

α1314 = |ψ13| + |ψ14| − |ψ13∩ψ14| = 5+5−4 = 6

α1315 = |ψ13| + |ψ15| − |ψ13∩ψ15| = 5+5−3 = 7

α1316 = |ψ13| + |ψ16| − |ψ13∩ψ16| = 5+6−0 = 11

α1317 = |ψ13| + |ψ17| − |ψ13∩ψ17| = 5+6−2 = 9

α1318 = |ψ13| + |ψ18| − |ψ13∩ψ18| = 5+6−1 = 10

α1319 = |ψ13| + |ψ19| − |ψ13∩ψ19| = 5+5−0 = 10

α1320 = |ψ13| + |ψ20| − |ψ13∩ψ20| = 5+5−2 = 8

α1321 = |ψ13| + |ψ21| − |ψ13∩ψ21| = 5+5−1 = 9

α1322 = |ψ13| + |ψ22| − |ψ13∩ψ22| = 5+5−3 = 7

α1323 = |ψ13| + |ψ23| − |ψ13∩ψ23| = 5+5−2 = 8

α1415 = |ψ14| + |ψ15| − |ψ14∩ψ15| = 5+5−4 = 6

α1416 = |ψ14| + |ψ16| − |ψ14∩ψ16| = 5+6−0 = 11

α1417 = |ψ14| + |ψ17| − |ψ14∩ψ17| = 5+6−1 = 10

α1418 = |ψ14| + |ψ18| − |ψ14∩ψ18| = 5+6−2 = 9

α1419 = |ψ14| + |ψ19| − |ψ14∩ψ19| = 5+5−0 = 10

α1420 = |ψ14| + |ψ20| − |ψ14∩ψ20| = 5+5−1 = 9

α1421 = |ψ14| + |ψ21| − |ψ14∩ψ21| = 5+5−2 = 8

α1422 = |ψ14| + |ψ22| − |ψ14∩ψ22| = 5+5−2 = 8

α1423 = |ψ14| + |ψ23| − |ψ14∩ψ23| = 5+5−3 = 7

α1516 = |ψ15| + |ψ16| − |ψ15∩ψ16| = 5+6−0 = 11

α1517 = |ψ15| + |ψ17| − |ψ15∩ψ17| = 5+6−1 = 10

α1518 = |ψ15| + |ψ18| − |ψ15∩ψ18| = 5+6−2 = 9

α1519 = |ψ15| + |ψ19| − |ψ15∩ψ19| = 5+5−0 = 10

α1520 = |ψ15| + |ψ20| − |ψ15∩ψ20| = 5+5−1 = 9

α1521 = |ψ15| + |ψ21| − |ψ15∩ψ21| = 5+5−2 = 8

α1522 = |ψ15| + |ψ22| − |ψ15∩ψ22| = 5+5−1 = 9

α1523 = |ψ15| + |ψ23| − |ψ15∩ψ23| = 5+5−2 = 8

α1617 = |ψ16| + |ψ17| − |ψ16∩ψ17| = 6+6−4 = 8

α1618 = |ψ16| + |ψ18| − |ψ16∩ψ18| = 6+6−4 = 8

α1619 = |ψ16| + |ψ19| − |ψ16∩ψ19| = 6+5−4 = 7

α1620 = |ψ16| + |ψ20| − |ψ16∩ψ20| = 6+5−2 = 9

α1621 = |ψ16| + |ψ21| − |ψ16∩ψ21| = 6+5−2 = 9

α1622 = |ψ16| + |ψ22| − |ψ16∩ψ22| = 6+5−1 = 10

α1623 = |ψ16| + |ψ23| − |ψ16∩ψ23| = 6+5−1 = 10

α1718 = |ψ17| + |ψ18| − |ψ17∩ψ18| = 6+6−5 = 7

α1719 = |ψ17| + |ψ19| − |ψ17∩ψ19| = 6+5−2 = 9

α1720 = |ψ17| + |ψ20| − |ψ17∩ψ20| = 6+5−4 = 7

α1721 = |ψ17| + |ψ21| − |ψ17∩ψ21| = 6+5−3 = 8

α1722 = |ψ17| + |ψ22| − |ψ17∩ψ22| = 6+5−3 = 8

α1723 = |ψ17| + |ψ23| − |ψ17∩ψ23| = 6+5−2 = 9

α1819 = |ψ18| + |ψ19| − |ψ18∩ψ19| = 6+5−2 = 9

α1820 = |ψ18| + |ψ20| − |ψ18∩ψ20| = 6+5−3 = 8

α1821 = |ψ18| + |ψ21| − |ψ18∩ψ21| = 6+5−4 = 7

α1822 = |ψ18| + |ψ22| − |ψ18∩ψ22| = 6+5−2 = 9

α1823 = |ψ18| + |ψ23| − |ψ18∩ψ23| = 6+5−3 = 8

α1920 = |ψ19| + |ψ20| − |ψ19∩ψ20| = 5+5−3 = 7

α1921 = |ψ19| + |ψ21| − |ψ19∩ψ21| = 5+5−3 = 7

α1922 = |ψ19| + |ψ22| − |ψ19∩ψ22| = 5+5−2 = 8

α1923 = |ψ19| + |ψ23| − |ψ19∩ψ23| = 5+5−2 = 8

α2021 = |ψ20| + |ψ21| − |ψ20∩ψ21| = 5+5−4 = 6

α2022 = |ψ20| + |ψ22| − |ψ20∩ψ22| = 5+5−4 = 6

α2023 = |ψ20| + |ψ23| − |ψ20∩ψ23| = 5+5−3 = 7

α2122 = |ψ21| + |ψ22| − |ψ21∩ψ22| = 5+5−3 = 7

α2123 = |ψ21| + |ψ23| − |ψ21∩ψ23| = 5+5−4 = 6

α2223 = |ψ22| + |ψ23| − |ψ22∩ψ23| = 5+5−4 = 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 1 | 0 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 | 11 | 9 | 10 | 9 | 10 | 9 | 10 | 10 | 9 | 7 | 8 | 10 | 8 | 9 | 8 | 9 |
| 2 |  | 0 | 8 | 7 | 9 | 8 | 8 | 11 | 10 | 9 | 10 | 9 | 10 | 9 | 9 | 9 | 8 | 7 | 10 | 9 | 8 | 9 | 8 |
| 3 |  |  | 0 | 7 | 7 | 8 | 9 | 11 | 9 | 10 | 8 | 9 | 8 | 9 | 10 | 10 | 8 | 9 | 10 | 8 | 9 | 7 | 8 |
| 4 |  |  |  | 0 | 8 | 7 | 8 | 11 | 10 | 9 | 9 | 8 | 9 | 8 | 9 | 10 | 9 | 8 | 10 | 9 | 8 | 8 | 7 |
| 5 |  |  |  |  | 0 | 6 | 7 | 10 | 8 | 9 | 7 | 8 | 6 | 7 | 8 | 11 | 9 | 10 | 10 | 8 | 9 | 7 | 8 |
| 6 |  |  |  |  |  | 0 | 6 | 10 | 9 | 8 | 8 | 7 | 7 | 6 | 7 | 11 | 10 | 9 | 10 | 9 | 8 | 8 | 7 |
| 7 |  |  |  |  |  |  | 0 | 10 | 9 | 8 | 9 | 8 | 8 | 7 | 6 | 11 | 10 | 9 | 10 | 9 | 8 | 9 | 8 |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 8 | 10 | 10 | 6 | 8 | 8 | 9 | 9 |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 | 10 | 8 | 9 | 8 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 7 | 6 | 8 | 7 | 7 | 10 | 9 | 8 | 8 | 7 | 6 | 8 | 7 |
| 11 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 6 | 6 | 7 | 8 | 11 | 9 | 10 | 9 | 7 | 8 | 6 | 7 |
| 12 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 7 | 6 | 7 | 11 | 10 | 9 | 9 | 8 | 7 | 7 | 6 |
| 13 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 6 | 7 | 11 | 9 | 10 | 10 | 8 | 9 | 7 | 8 |
| 14 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 6 | 11 | 10 | 9 | 10 | 9 | 8 | 8 | 7 |
| 15 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 11 | 10 | 9 | 10 | 9 | 8 | 9 | 8 |
| 16 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 8 | 8 | 7 | 9 | 9 | 10 | 10 |
| 17 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 7 | 9 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| 18 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 9 | 8 | 7 | 9 | 8 |
| 19 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 7 | 7 | 8 | 8 |
| 20 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 6 | 6 | 7 |
| 21 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 7 | 6 |
| 22 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 6 |
| 23 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |

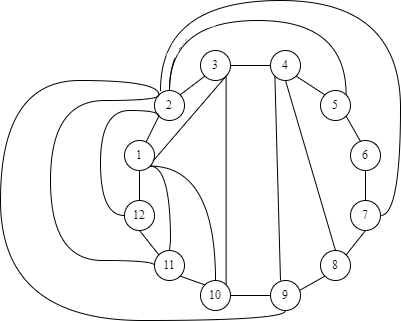
maxαγδ = 11, дают пары множеств: ψ1ψ8, ψ2ψ8, ψ3ψ8, ψ4ψ8, ψ5ψ16, ψ6ψ16, ψ7ψ16, ψ11ψ16, ψ12ψ16, ψ13ψ16, ψ14ψ16, ψ15ψ16.

Возьмем множества

ψ4 = {u1 3, u1 10, u1 11, u3 10, u4 9, u4 8}

ψ8 = {u2 12, u2 11, u2 9, u2 7, u2 5}

Проводим внутри гамильтонова цикла ребра ψ4, а вне него – ребра ψ8.



Удаляем из ΨG’ ребра, вошедшие в ψ4­, ψ8

ψ1 = {u1 9, u3 8}

ψ2 = {u1 9}

ψ3 = {u3 8}

ψ4 = {}

ψ5 = {u3 12, u3 8}

ψ6 = {u3 12}

ψ7 = {u3 12, u4 12}

ψ8 = {}

ψ9 = {u3 8}

ψ10 = {}

ψ11 = {u3 8}

ψ12 = {}

ψ13 = {u3 12}

ψ14 = {u3 12}

ψ15 = {u3 12, u4 12}

ψ16 = {u1 9}

ψ17 = {u1 9, u3 8}

ψ18 = {u1 9}

ψ19 = {}

ψ20 = {u3 8}

ψ21 = {}

ψ22 = {u3 8}

ψ23 = {}

Удаляем ψ4, ψ8, ψ10, ψ12, ψ19, ψ21, ψ23 так как они пусты и объединяем одинаковые семейства

ψ1, ψ17

ψ2, ψ16, ψ18

ψ3, ψ9, ψ11, ψ20, ψ22

ψ6, ψ13, ψ14

ψ7, ψ15

ψ1 = {u1 9, u3 8}

ψ2 = {u1 9}

ψ3 = {u3 8}

ψ5 = {u3 12, u3 8}

ψ6 = {u3 12}

ψ7 = {u3 12, u4 12}

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 0 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| 2 |  | 0 | 2 | 3 | 2 | 3 |
| 3 |  |  | 0 | 2 | 2 | 3 |
| 5 |  |  |  | 0 | 2 | 3 |
| 6 |  |  |  |  | 0 | 2 |
| 7 |  |  |  |  |  | 0 |

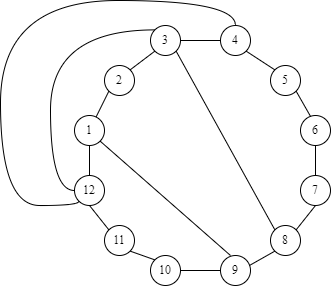
maxαγδ = 4, дает пара множеств: ψ1, ψ7.

Возьмем множества

ψ1 = {u1 9, u3 8}

ψ7 = {u3 12, u4 12}

В суграфе H, содержащем максимальное число непересекающихся ребер, ребра, вошедшие в ψ1, проводим внутри гамильтонова цикла, а в ψ7 – вне его.



Удаляем из ΨG’ ребра, вошедшие в ψ1, ψ7

ψ1 = {}

ψ2 = {}

ψ3 = {}

ψ5 = {}

ψ6 = {}

ψ7 = {}

В ΨG’ пусто – граф планаризирован.

При текущих условиях (при ограниченном количестве замененных ребер) толщина графа m = 2. Если заменить все ребра – толщина будет другой.