第十次作业

2021年11月30日 星期二　　下午8:57

7.21 由题意可知，$T=10^{-4}$，可知 $\omega_s=2\pi\times10^4$（ω_s 为采样频率）

(a). 由所给条件可知，$x(t)$ 的 Nyquist rate 是 $\omega_N=2\times5000\pi=\pi\times10^4<\omega_s$

故 $x(t)$ 可由 $x_p(t)$ 恢复

(b). $x(t)$ 的 Nyquist rate 是 $\omega_N=2\times15000\pi=3\pi\times10^4>\omega_s$.

故 $x(t)$ 无法由 $x_p(t)$ 恢复.

(c). 当 $|\omega|>5000\pi$ 时，$Re\{X(j\omega)\}=0$. 但 $|\omega|>5000$ 时 $Im\{X(j\omega)\}$ 未知。故无法得到 $x(t)$ 的 Nyquist rate，无法保证能从 $x_p(t)$ 恢复.

(d). $x(t)$ 为实信号，故 $|X(j\omega)|$ 为偶函数。即 $t>5000\pi$ 时 $X(j\omega)=0$ 可得 $t<-5000\pi$ 时 $X(j\omega)=0$

$\omega_N=2\times5000\pi=\pi\times10^4<\omega_s$，可知 $x(t)$ 可从 $x_p(t)$ 恢复。

(e). 同(d). $x(t)$ 的 $\omega_N=2\times15000\pi=3\pi\times10^4>\omega_s$，可知 $x(t)$ 不可从 $x_p(t)$ 恢复.

(f). $|\omega|>\omega_m$ 时 $|X(j\omega)|=0$，则当 $|\omega|>2\omega_m$ 时 $X(j\omega)\cdot X(j\omega)=0$

$|\omega|>7500$ 时 $X(j\omega)=0$ 可知 $\omega_N=7500\pi\times2=1.5\pi\times10^4<\omega_s$

故，$x(t)$ 可由 $x_p(t)$ 恢复.

(g). 当 $\omega>5000\pi$ 时，$|X(j\omega)|=0$，但 $\omega<-5000\pi$ 时 $|X(j\omega)|$ 不清楚。

故 $x(t)$ 不可由 $x_p(t)$ 恢复.

7.23、(a). 由 7-15 (a) 可知 $x_p(t)=x(t)p(t)$,

$\Rightarrow X_p(j\omega)=\frac{1}{2\pi}X(j\omega)*P(j\omega)$

$p(t)$ 为周期信号，$T=2\Delta$.

傅里叶系数为 $a_k=\frac{1}{T}\int_T p(t)e^{-jk\omega t}dt=\frac{1}{2\Delta}\int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{3\Delta}{2}}p(t)e^{-jk\frac{\pi}{\Delta}t}dt$

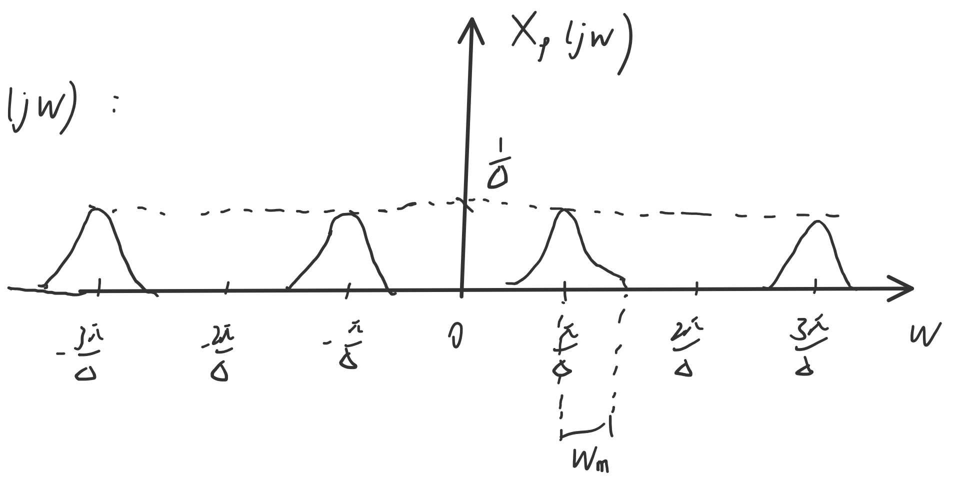
$=\frac{1}{2\Delta}(1-e^{-jk\pi})=\begin{cases}\frac{1}{\Delta} & k\ \text{odd}\\ 0 & k\ \text{even}\end{cases}$

$P(j\omega)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}2\pi a_k\delta(\omega-k\omega_0)=\sum_{k\text{为odd}}2\pi\cdot\frac{1}{\Delta}\cdot\delta(\omega-k\cdot\frac{\pi}{\Delta})$

则 $X_p(j\omega)=\frac{1}{2\pi}X(j\omega)*\sum_{k\ \text{odd}}2\pi\cdot\frac{1}{\Delta}\cdot\delta(\omega-k\frac{\pi}{\Delta})$

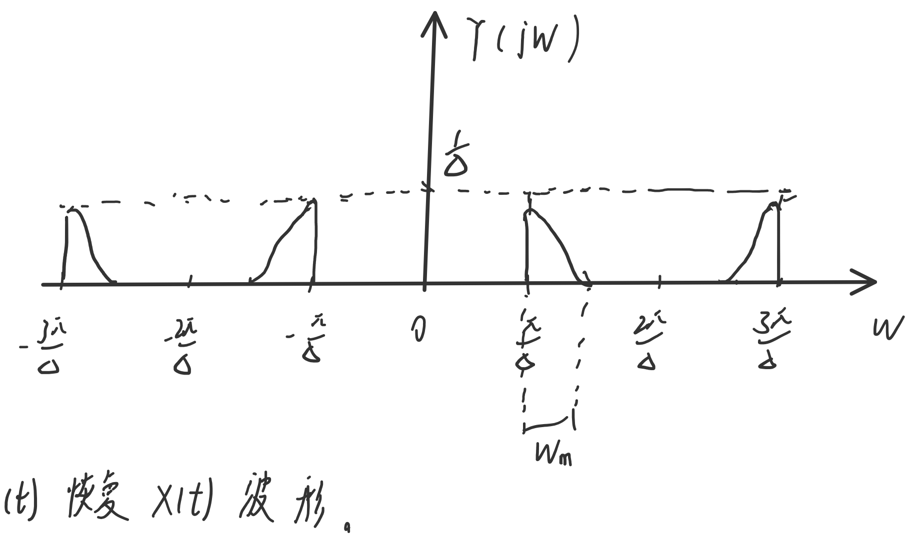
$=\frac{1}{\Delta}\sum_{k\ \text{odd}}X(j\omega-jk\frac{\pi}{\Delta})$

故 $X_p(j\omega)$：



$Y(j\omega)=X_p(j\omega)*H(j\omega)$

$H(j\omega)$ 为带通滤波器，故 $Y(j\omega)$：



(b). 可用 $x_p(t)$ 恢复 $x(t)$ 波形。

由于 $H(j\omega)=\begin{cases}\Delta, & |\omega|<\omega_m\\ 0, & |\omega|>\omega_m\end{cases}$.

说明 $x_p(t)\cos(\frac{\pi}{\Delta}t)\xleftrightarrow{FT}\frac{1}{2}X_p(j\omega+j\frac{\pi}{\Delta})+\frac{1}{2}X_p(j\omega-j\frac{\pi}{\Delta})$

可得 $X_t(j\omega)=[\frac{1}{2}X_p(j\omega+j\frac{\pi}{\Delta})+\frac{1}{2}X_p(j\omega-j\frac{\pi}{\Delta})]H_b(j\omega)=X(j\omega)$，即 $x_t(t)=x(t)$

系统：$x_p(t)\to\otimes\to\boxed{H_b(j\omega)}\to x_t(t)$

$\uparrow$

$\cos(\frac{\pi}{\Delta}t)$

(c). $y(t)\cdot\cos(\frac{\pi}{\Delta}t)\leftrightarrow\frac{1}{2}Y(j\omega+j\frac{\pi}{\Delta})+\frac{1}{2}Y(j\omega-j\frac{\pi}{\Delta})$

得 $X_t(j\omega)=[\frac{1}{2}Y(j\omega+j\frac{\pi}{\Delta})+\frac{1}{2}Y(j\omega-j\frac{\pi}{\Delta})]H_c(j\omega)=X(j\omega)$

即 $x_t(t)=x(t)$

$y(t)\to\otimes\to\boxed{H_c(j\omega)}\to x_t(t)$

$\uparrow$

$\cos(\frac{\pi}{\Delta}t)$

(d). 由(a)所示图可知，要能从 $x_p(t)$ 或 $y(t)$ 重建 $x(t)$，

则 $\frac{\pi}{\Delta}+\omega_m\le\frac{3\pi}{\Delta}-\omega_m$，即 $\omega_m\le\frac{\pi}{\Delta}\Rightarrow\Delta_m=\frac{\pi}{\omega_m}$