

# 天线编程作业

陈传升

2018 年 5 月 9 日

# 目录

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Finite Length Dipole</b>              | <b>3</b>  |
| 1.1      | 要求 . . . . .                             | 3         |
| 1.2      | 原理及推导 . . . . .                          | 3         |
| 1.2.1    | 考虑电流分布 . . . . .                         | 3         |
| 1.2.2    | 选做: 不考虑电流分布 . . . . .                    | 4         |
| 1.3      | 结果与分析 . . . . .                          | 4         |
| 1.3.1    | 方向图与 HPBW . . . . .                      | 4         |
| 1.3.2    | 选做: 不同尺寸电偶极子等效电长度 . . . . .              | 4         |
| 1.3.3    | 选做: 电流为均匀分布时的方向图 . . . . .               | 4         |
| 1.4      | 程序 . . . . .                             | 5         |
| <b>2</b> | <b>Circular Loop of Constant Current</b> | <b>10</b> |
| 2.1      | 要求 . . . . .                             | 10        |
| 2.2      | 原理及推导 . . . . .                          | 10        |
| 2.3      | 结果与分析 . . . . .                          | 10        |
| 2.3.1    | 方向图 . . . . .                            | 10        |
| 2.4      | 程序 . . . . .                             | 11        |
| <b>3</b> | <b>Two-Element Array</b>                 | <b>13</b> |
| 3.1      | 要求 . . . . .                             | 13        |
| 3.2      | 原理及推导 . . . . .                          | 13        |
| 3.3      | 结果与分析 . . . . .                          | 13        |
| 3.4      | 程序 . . . . .                             | 14        |
| <b>4</b> | <b>Nouniform Amplitude</b>               | <b>16</b> |
| 4.1      | 要求 . . . . .                             | 16        |
| 4.2      | 原理及推导 . . . . .                          | 16        |
| 4.3      | 结果与分析 . . . . .                          | 16        |
| 4.4      | 程序 . . . . .                             | 16        |

# 1 Finite Length Dipole

## 1.1 要求

画出不同长度的电偶极子方向图  $l = \frac{\lambda}{10}, \frac{\lambda}{4}, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}$

选做:

1. 计算正弦电流分布的情况下, 不同物理长度偶极子的等效长度.
2. 画出任意长度偶极子沿线电流为均匀分布的时候的方向图, 并与教材比对.

## 1.2 原理及推导

### 1.2.1 考虑电流分布

有限长度且考虑电流分布电偶极子的远场解

$$E_\theta = \int_{-l/2}^{+l/2} dE_\theta \simeq j\eta \frac{ke^{-jkr}}{4\pi r} \sin\theta \left[ \int_{-l/2}^{+l/2} I_e(x', y', z') e^{jkz' \cos\theta} dz' \right] \quad (1)$$

计算积分得到

$$E_\theta \simeq j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[ \frac{\cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta} \right]. \quad (2)$$

$$H_\phi \simeq \frac{E_\theta}{\eta} \simeq j \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[ \frac{\cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta} \right]. \quad (3)$$

由于, 最终需要得到归一化的功率方向图. 所以常数项可以直接忽略. 远场可以视为 TEM 波, 故

$$P = \frac{E^2}{\eta} \simeq \left[ \frac{\cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta} \right]^2. \quad (4)$$

编程时亦只关注这一部分.

### 1.2.2 选做: 不考虑电流分布

不考虑电流分布的时候, 电偶极子的远场解简化为

$$E_{\theta} = \int_{-l/2}^{+l/2} dE_{\theta} \simeq j\eta \frac{ke^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \left[ \int_{-l/2}^{+l/2} I_0 e^{jkz' \cos \theta} dz' \right] \quad (5)$$

计算积分得到

$$E_{\theta} \simeq \sin \theta \left[ \int_{-l/2}^{+l/2} e^{jkz' \cos \theta} dz' \right] = \frac{2 \sin \theta \sin \left( \frac{kl}{2} \cos \theta \right)}{k \cos \theta} \quad (6)$$

$$P \simeq \left[ \tan \theta \sin \left( \frac{kl}{2} \cos \theta \right) \right]^2 \quad (7)$$

## 1.3 结果与分析

### 1.3.1 方向图与 HPBW

根据图 1 分析, 随着电偶极子尺寸的增大, 方向图越来越瘦, 半功率波束宽度也逐渐减小, 其定向性越来越好. 半功率波束宽度具体见图 2.

当  $l = 1.25\lambda$  时候, 放大图片, 容易观察到, 出现了旁瓣. 且随着电偶极子长度的增加, 旁瓣越来越大, 最后甚至超过主瓣.

### 1.3.2 选做: 不同尺寸电偶极子等效电长度

结果如表 1, 图 3.

| 实际电长度 | 0.1    | 0.2    | 0.5    | 1      | 1.5    |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 等效电长度 | 0.0078 | 0.0304 | 0.1592 | 0.3183 | 0.4775 |

表 1: 等效电长度

### 1.3.3 选做: 电流为均匀分布时的方向图

结果如图 4, 同图 1 对比容易发现, 在  $L \leq \lambda$  时, 方向图相差不多, 当  $L > \lambda$  方向图出现了明显差异, 不考虑电流分布的方向图不会出现旁瓣. 结果也恰好和教材上提到的, 随着尺寸的增大.

易知, 随着电偶极子尺寸的增大, 电流分布的影响会愈发明显.

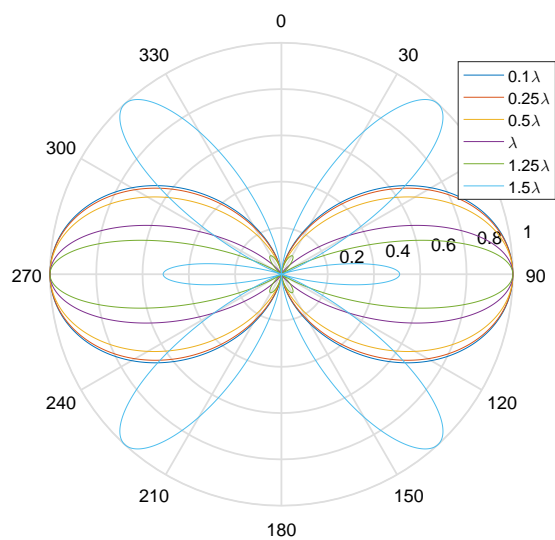


图 1: DipolePattern

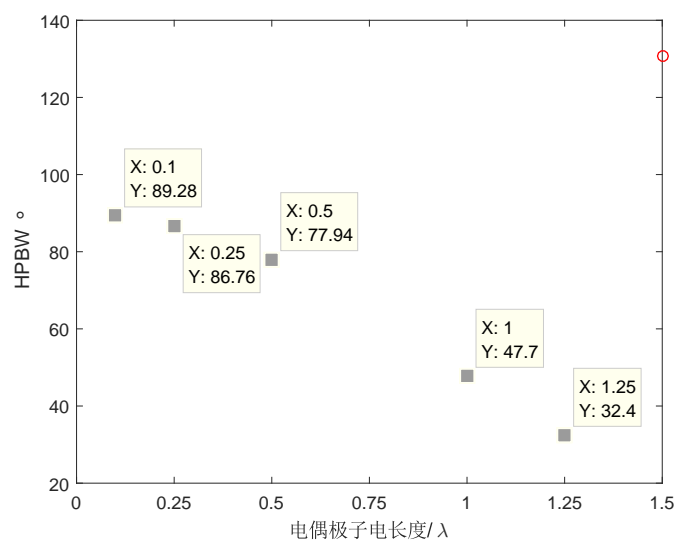


图 2: HalfPowerBeamWidth

## 1.4 程序

绘制方向图主程序

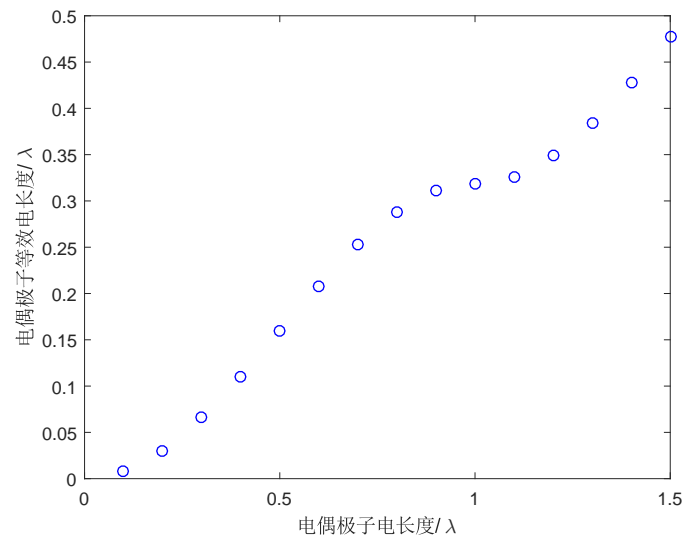


图 3: 等效电长度

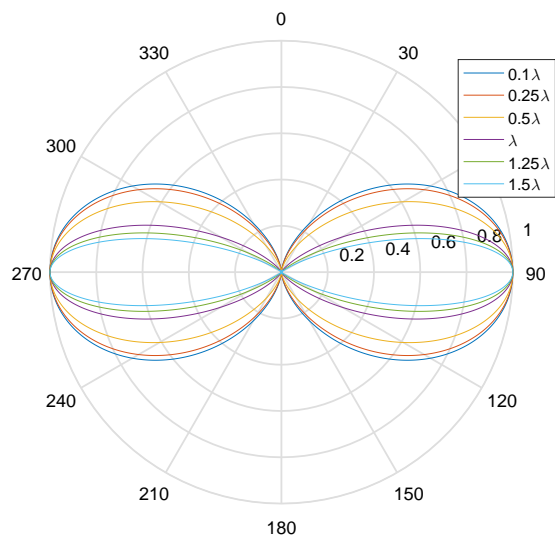


图 4: DipolePattern\_I<sub>0</sub>

clear

```

close all

L=[.1,.25,.5,1,1.25,1.5];
BeamWidth=[];
temp='';
for i=1:length(L)
    BeamWidth(i)=Fun_DipolePattern(L(i));
    temp=num2str(L(i));
    legend(temp)
    hold on
end
legend('0.1','0.25','0.5','1','1.25','1.5')
view(90,-90)
figure
%当L=1.5时候，编写的BeamWidth计算没有参考意义
BeamWidth(1,5)
plot(L,BeamWidth,'or')

```

### 子程序

```

function BeamWidth_3dB=Fun_DipolePattern(L,StepNum)
%归一化非dB的结果
%L是偶极子的电长度 略去lambda
%StepNum绘图精度，缺省时候为400
%返回值为BeamWidth_3dB
%lambda对方向图没有影响
if nargin<2
    StepNum=400;
end

theta=linspace(0,2*pi,StepNum);
fenzi=cos(pi*L*cos(theta))-cos(pi*L);
U=(fenzi./sin(theta)).^2;
U1=U/max(U);

```

```

polar(theta,U1)
%solve 3dB BandWidth
dB3=find(U1(1:StepNum/2)>=0.5);
BeamWidth_3dB=(max(dB3)-min(dB3))/StepNum*360;

end

```

#### 选做: 计算等效电长度

```

%计算电长度
clear
close all
for j=1:150
    L=1/10*j;
    syms z
    % I=I0*sin(k*L/2-k*z),
    %k l/2=pi*L
    % k z= 2*pi/lamad * lamada*L;
    I=abs(sin(pi*L-2*pi*z));
    vpa(int(I,z,0,L/2),6);
    plot(L,vpa(int(I,z,0,L/2),6),'b. ');
    hold on
end

```

#### 选做: 电流均匀分布

```

%主程序
clear
close all
L=[.1,.25,.5,1,1.25,1.5];
BeamWidth=[];
temp='';
for i=1:length(L)
    BeamWidth(i)=Fun_DipolePattern_i0(L(i));
    temp=num2str(L(i));
    legend(temp)
end

```



```

hold on
end
legend('0.1\lambda','0.25\lambda','0.5\lambda',
'\lambda','1.25\lambda','1.5\lambda')
view(90,-90)

%子函数
function BeamWidth_3dB=Fun_DipolePattern_i0(L,StepNum)
if nargin<2
StepNum=2000;
end
theta=linspace(0,2*pi,StepNum);
%sin(pi*L*cos(theta))*tan(theta);
U=(sin(pi*L*cos(theta)).*tan(theta)).^2;
U1=U/max(U);
polar(theta,U1)
end

```

## 2 Circular Loop of Constant Current

### 2.1 要求

画出不同半径均匀电流环方向图  $l = \frac{\lambda}{20}, \frac{\lambda}{6.28}, \frac{\lambda}{2}, 0.61\lambda, \lambda, 4\lambda$

### 2.2 原理及推导

均匀电流环的远场解

$$E_\phi \simeq \frac{ak\eta I_0 e^{-jkr}}{2r} J_1(ka \sin \theta) \quad (8)$$

$$H_\theta \simeq -\frac{E_\phi}{\eta} \simeq -\frac{akI_0 e^{-jkr}}{2r} J_1(ka \sin \theta) \quad (9)$$

由于, 最终需要得到归一化的功率方向图. 所以常数项可以直接忽略. 远场可以视为 TEM 波, 故

$$P = \frac{E^2}{\eta} \simeq [J_1(ka \sin \theta)]^2 \quad (10)$$

编程时亦只关注这一部分.

### 2.3 结果与分析

#### 2.3.1 方向图

根据图 5 分析, 有几个特殊的长度.

有一个长度书中没有提到,  $a \simeq 0.3\lambda$ . 一阶贝塞尔函数的第一个极大值约为 3.9, 对应  $ka \sin \theta = 3.9$  在  $\theta = 90^\circ$  时,  $a$  约为 0.3, 此时  $90^\circ$  和  $270^\circ$  (平行于环的平面) 方向第一次不再为主瓣方向.

此时随着半径的增大, 主瓣不再位于  $90^\circ$  和  $270^\circ$  (平行于环的平面) 方向, 而是向  $0^\circ$  和  $180^\circ$  移动. 当  $a = 0.61\lambda$  时,  $90^\circ$  和  $270^\circ$  方向, 恰好不再有辐射功率. 随着半径的继续增大, 旁瓣增多的同时, 其方向性也越来越好.

有一个特殊的尺寸当周长恰好为  $\lambda$ , 即  $a = \lambda/2\pi$ , 对于电流分布不均匀的环天线而言, 其主辐射方向为  $0^\circ$  和  $180^\circ$ .

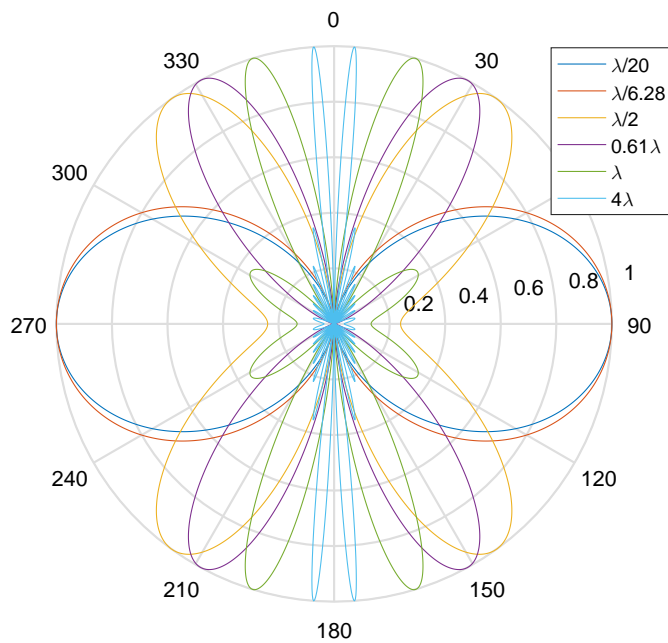


图 5: LoopPatterns

## 2.4 程序

绘制方向图主程序

```
%主程序
clear
close all
A=[0.05,1/6.28,0.5,0.61,1,4];
%A=[0.15,0.2,0.85]
for i=1:length(A)
    Fun_LoopPattern(A(i))
    hold on
end
view(90,-90)
legend('λ/20','λ/6.28','λ/2',
'0.61λ','λ','4λ')
```

## 子函数

```
%子函数
function Fun_LoopPattern(A,StepNum)
if nargin<2
StepNum=2000;
end
theta=linspace(0,2*pi,StepNum);
x=2*pi*A*sin(theta);
U=(besselj(1,x)).^2;
U1=U/max(U);
polar(theta,U1);
end
```

### 3 Two-Element Array

#### 3.1 要求

根据方向图乘积定理, 画出不同组态的电偶极子元天线二元阵的方向图

$$d = \lambda/4, \beta = 0$$

$$d = \lambda/4, \beta = \pi/2$$

$$d = \lambda/2, \beta = 0$$

$$d = \lambda/2, \beta = \pi$$

$$d = \lambda/2, \beta = \pi/2$$

#### 3.2 原理及推导

根据电偶极子的远场特性, 将其 z 向排阵

$$EF = E_\theta = j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \cos \theta \quad (11)$$

$$(AF)_n = \cos \left[ \frac{1}{2}(kd \cos \theta + \beta) \right] \quad (12)$$

$$TF = EF \times AF$$

归一化之后常数项没有任何影响, 所以

$$E_{total} \simeq \cos \theta \cos \left[ \frac{1}{2}(kd \cos \theta + \beta) \right] \quad (13)$$

#### 3.3 结果与分析

如图 6所示, 与教材上的结果相符合.

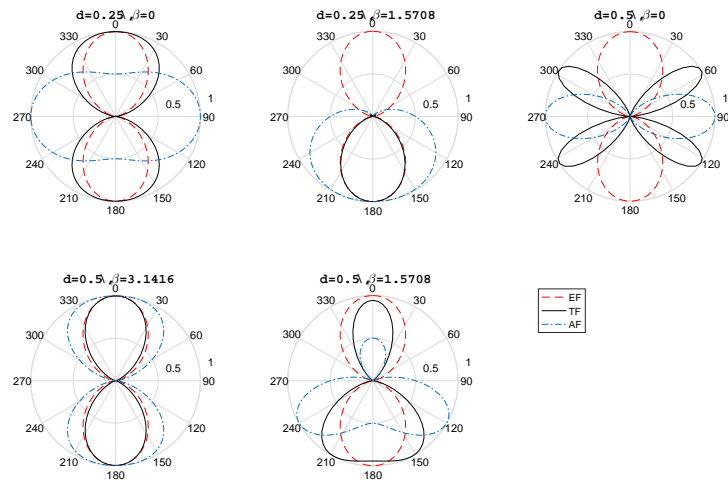


图 6:  $TF = EF \times AF$

### 3.4 程序

#### 主程序

```
clear
close all
d=[0.25 0.25 0.5 0.5 0.5];
beta=[ 0 0.5*pi 0 pi 0.5*pi];
for i=1:5
subplot(2,3,i)
Fun_2array(d(i),beta(i))
end
subplot(2,3,6)
plot(0,0,'r—');hold on
plot(0,0,'k');hold on
plot(0,0,'-.);
axis off
legend('EF','TF','AF','Location','northwest')
```

## 子函数

```
function Fun_2array(d,beta)
%d lamda
%beta rad
%phi=kdcos(theta)+beta ??
%????????????????????????????????
theta=linspace(0,2*pi,100);
phi=2*pi*d*cos(theta)+beta;
% EF=abs(cos(theta));           %only E
% AF=abs(cos(0.5*phi));         %only E
EF=cos(theta).^2;               %power
AF=cos(0.5*phi).^2;            %power
TF=AF.*EF;
TF=TF/max(TF);
polar(theta,EF,'r—');hold on
polar(theta,TF,'k');hold on
polar(theta,AF,'-');
view(90,-90)
% legend('EF','TF','AF','Location','northeastoutside')
titlename=strcat('d=',num2str(d),'\lambda',' ',' '\beta
=',num2str(beta));
title(titlename,'Fontname','TimeNewsRoman','FontSize',
12)
end
```

## 4 Nouniform Amplitude

### 4.1 要求

比较几种不同幅度激励的等间距  $(\lambda/4)10$  元边射阵方向图. 并分别计算他们的第一旁瓣电平和 HPBW.

### 4.2 原理及推导

对于  $N$  元阵, 其阵因子

### 4.3 结果与分析

### 4.4 程序

主程序

---