

# 天线编程作业

陈传升

2018 年 5 月 16 日

# 目录

<b>1</b>	<b>Finite Length Dipole</b>	<b>4</b>
1.1	要求	4
1.2	原理及推导	4
1.2.1	考虑电流分布	4
1.2.2	选做: 不考虑电流分布	5
1.3	结果与分析	5
1.3.1	方向图与 HPBW	5
1.3.2	选做: 不同尺寸电偶极子等效电长度	5
1.3.3	选做: 电流为均匀分布时的方向图	5
1.4	程序	7
<b>2</b>	<b>Circular Loop of Constant Current</b>	<b>11</b>
2.1	要求	11
2.2	原理及推导	11
2.3	结果与分析	11
2.3.1	方向图	11
2.4	程序	12
<b>3</b>	<b>Two-Element Array</b>	<b>14</b>
3.1	要求	14
3.2	原理及推导	14
3.3	结果与分析	14
3.4	程序	15
<b>4</b>	<b>Nouniform Amplitude</b>	<b>17</b>
4.1	要求	17
4.2	原理及推导	17
4.3	结果与分析	18
4.3.1	不同幅度激励的等间距 10 元边射阵	18
4.3.2	选做: 考虑单元因子的边射阵方向图	19
4.4	程序	20

<b>5 Helical Antenna</b>	<b>24</b>
5.1 要求 . . . . .	24
5.2 原理及推导 . . . . .	24
5.3 结果与分析 . . . . .	25
5.3.1 方向图及 $D_0$ . . . . .	25
5.3.2 选做: 与经验公式的对比 . . . . .	25
5.4 程序 . . . . .	25

# 1 Finite Length Dipole

## 1.1 要求

画出不同长度的电偶极子方向图  $l = \frac{\lambda}{10}, \frac{\lambda}{4}, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}$

选做:

1. 计算正弦电流分布的情况下, 不同物理长度偶极子的等效长度.
2. 画出任意长度偶极子沿线电流为均匀分布的时候的方向图, 并与教材比对.

## 1.2 原理及推导

### 1.2.1 考虑电流分布

有限长度且考虑电流分布电偶极子的远场解

$$E_\theta = \int_{-l/2}^{+l/2} dE_\theta \simeq j\eta \frac{ke^{-jkr}}{4\pi r} \sin\theta \left[ \int_{-l/2}^{+l/2} I_e(x', y', z') e^{jkz' \cos\theta} dz' \right] \quad (1)$$

计算积分得到

$$E_\theta \simeq j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[ \frac{\cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta} \right]. \quad (2)$$

$$H_\phi \simeq \frac{E_\theta}{\eta} \simeq j \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[ \frac{\cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta} \right]. \quad (3)$$

由于, 最终需要得到归一化的功率方向图. 所以常数项可以直接忽略. 远场可以视为 TEM 波, 故

$$P = \frac{E^2}{\eta} \simeq \left[ \frac{\cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta} \right]^2. \quad (4)$$

编程时亦只关注这一部分.

### 1.2.2 选做: 不考虑电流分布

不考虑电流分布的时候, 电偶极子的远场解简化为

$$E_{\theta} = \int_{-l/2}^{+l/2} dE_{\theta} \simeq j\eta \frac{ke^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \left[ \int_{-l/2}^{+l/2} I_0 e^{jkz' \cos \theta} dz' \right] \quad (5)$$

计算积分得到

$$E_{\theta} \simeq \sin \theta \left[ \int_{-l/2}^{+l/2} e^{jkz' \cos \theta} dz' \right] = \frac{2 \sin \theta \sin \left( \frac{kl}{2} \cos \theta \right)}{k \cos \theta} \quad (6)$$

$$P \simeq \left[ \tan \theta \sin \left( \frac{kl}{2} \cos \theta \right) \right]^2 \quad (7)$$

## 1.3 结果与分析

### 1.3.1 方向图与 HPBW

根据图1分析, 随着电偶极子尺寸的增大, 方向图越来越瘦, 半功率波束宽度也逐渐减小, 其定向性越来越好. 半功率波束宽度具体见图2.

当  $l = 1.25\lambda$  时候, 放大图片, 容易观察到, 出现了旁瓣. 且随着电偶极子长度的增加, 旁瓣越来越大, 最后甚至超过主瓣.

### 1.3.2 选做: 不同尺寸电偶极子等效电长度

结果如表1, 图3.

实际电长度	0.1	0.2	0.5	1	1.5
等效电长度	0.0078	0.0304	0.1592	0.3183	0.4775

表 1: 等效电长度

### 1.3.3 选做: 电流为均匀分布时的方向图

结果如图4, 同图1对比容易发现, 在  $L \leq \lambda$  时, 方向图相差不多, 当  $L > \lambda$  方向图出现了明显差异, 不考虑电流分布的方向图不会出现旁瓣. 结果也恰好和教材上提到的, 随着尺寸的增大.

易知, 随着电偶极子尺寸的增大, 电流分布的影响会愈发明显.

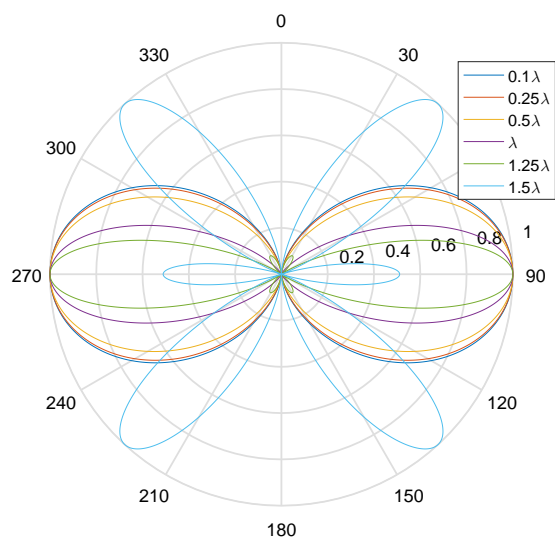


图 1: DipolePattern

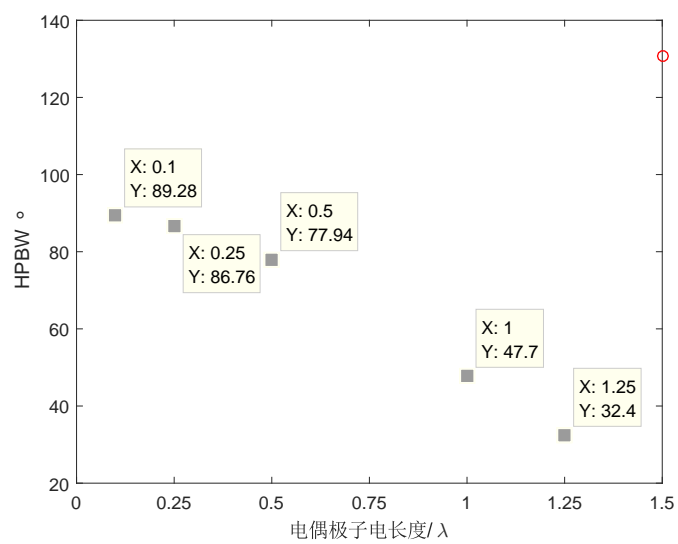


图 2: HalfPowerBeamWidth

## 1.4 程序

绘制方向图主程序

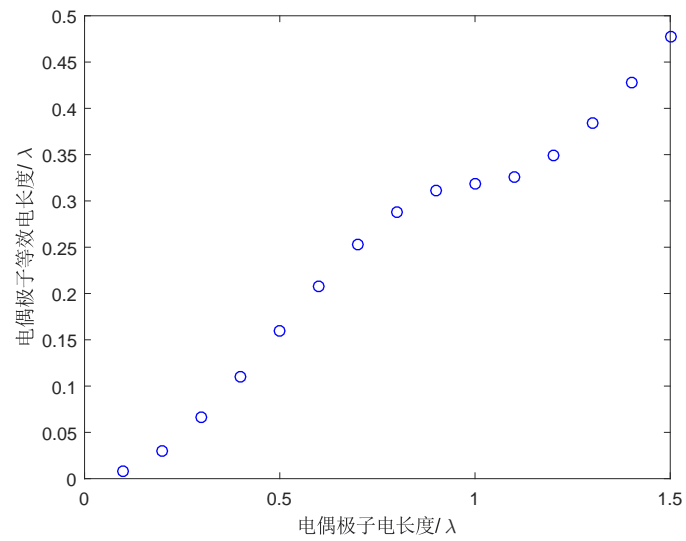


图 3: 等效电长度

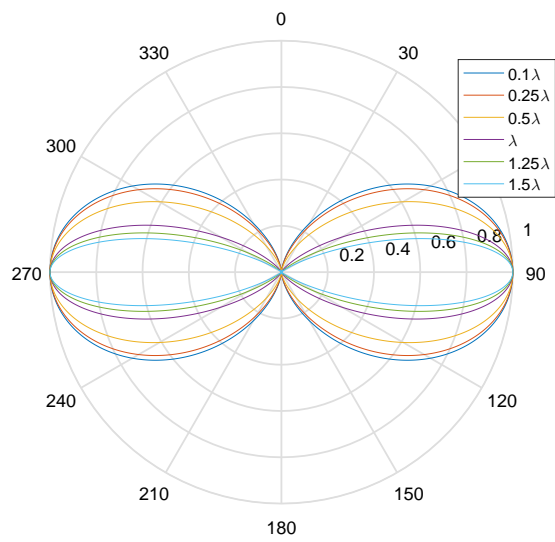


图 4: DipolePattern\_ $I_0$

clear

```

close all

L=[.1,.25,.5,1,1.25,1.5];
BeamWidth=[];
temp='';
for i=1:length(L)
    BeamWidth(i)=Fun_DipolePattern(L(i));
    temp=num2str(L(i));
    legend(temp)
    hold on
end
legend('0.1','0.25','0.5','1','1.25','1.5')
view(90,-90)
figure
%当L=1.5时候，编写的BeamWidth计算没有参考意义
BeamWidth(1,5)
plot(L,BeamWidth,'or')

```

### 子程序

```

function BeamWidth_3dB=Fun_DipolePattern(L,StepNum)
%归一化非dB的结果
%L是偶极子的电长度 略去lambda
%StepNum绘图精度，缺省时候为400
%返回值为BeamWidth_3dB
%lambda对方向图没有影响
if nargin<2
    StepNum=400;
end

theta=linspace(0,2*pi,StepNum);
fenzi=cos(pi*L*cos(theta))-cos(pi*L);
U=(fenzi./sin(theta)).^2;
U1=U/max(U);

```



```

polar(theta,U1)
%solve 3dB BandWidth
dB3=find(U1(1:StepNum/2)>=0.5);
BeamWidth_3dB=(max(dB3)-min(dB3))/StepNum*360;

end

```

#### 选做: 计算等效电长度

```

%计算电长度
clear
close all
for j=1:150
    L=1/10*j;
    syms z
    % I=I0*sin(k*L/2-k*z),
    %k l/2=pi*L
    % k z= 2*pi/lamad * lamada*L;
    I=abs(sin(pi*L-2*pi*z));
    vpa(int(I,z,0,L/2),6);
    plot(L,vpa(int(I,z,0,L/2),6),'b. ');
    hold on
end

```

#### 选做: 电流均匀分布

```

%主程序
clear
close all
L=[.1,.25,.5,1,1.25,1.5];
BeamWidth=[];
temp='';
for i=1:length(L)
    BeamWidth(i)=Fun_DipolePattern_i0(L(i));
    temp=num2str(L(i));
    legend(temp)
end

```

```

hold on
end
legend('0.1\lambda', '0.25\lambda', '0.5\lambda',
'\lambda', '1.25\lambda', '1.5\lambda')
view(90, -90)

%子函数
function BeamWidth_3dB=Fun_DipolePattern_i0(L, StepNum)
if nargin<2
StepNum=2000;
end
theta=linspace(0, 2*pi, StepNum);
%sin(pi*L*cos(theta))*tan(theta);
U=(sin(pi*L*cos(theta)).*tan(theta)).^2;
U1=U/max(U);
polar(theta, U1)
end

```

## 2 Circular Loop of Constant Current

### 2.1 要求

画出不同半径均匀电流环方向图  $l = \frac{\lambda}{20}, \frac{\lambda}{6.28}, \frac{\lambda}{2}, 0.61\lambda, \lambda, 4\lambda$

### 2.2 原理及推导

均匀电流环的远场解

$$E_\phi \simeq \frac{ak\eta I_0 e^{-jkr}}{2r} J_1(ka \sin \theta) \quad (8)$$

$$H_\theta \simeq -\frac{E_\phi}{\eta} \simeq -\frac{akI_0 e^{-jkr}}{2r} J_1(ka \sin \theta) \quad (9)$$

由于, 最终需要得到归一化的功率方向图. 所以常数项可以直接忽略. 远场可以视为 TEM 波, 故

$$P = \frac{E^2}{\eta} \simeq [J_1(ka \sin \theta)]^2 \quad (10)$$

编程时亦只关注这一部分.

### 2.3 结果与分析

#### 2.3.1 方向图

根据图5分析, 有几个特殊的长度.

有一个长度书中没有提到,  $a \simeq 0.3\lambda$ . 一阶贝塞尔函数的第一个极大值约为 3.9, 对应  $ka \sin \theta = 3.9$  在  $\theta = 90^\circ$  时,  $a$  约为 0.3, 此时  $90^\circ$  和  $270^\circ$  (平行于环的平面) 方向第一次不再为主瓣方向.

此时随着半径的增大, 主瓣不再位于  $90^\circ$  和  $270^\circ$  (平行于环的平面) 方向, 而是向  $0^\circ$  和  $180^\circ$  移动. 当  $a = 0.61\lambda$  时,  $90^\circ$  和  $270^\circ$  方向, 恰好不再有辐射功率. 随着半径的继续增大, 旁瓣增多的同时, 其方向性也越来越好.

有一个特殊的尺寸当周长恰好为  $\lambda$ , 即  $a = \lambda/2\pi$ , 对于电流分布不均匀的环天线而言, 其主辐射方向为  $0^\circ$  和  $180^\circ$ . 这里用 CST 做验证, 如图6.

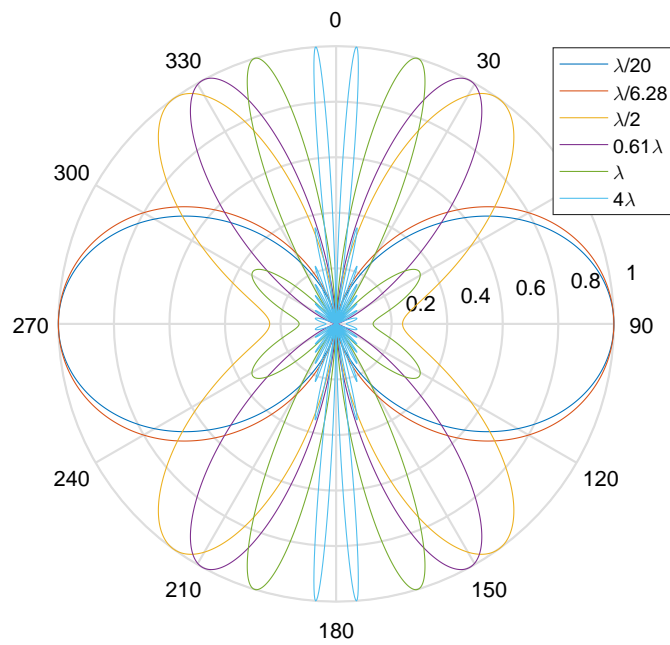


图 5: LoopPatterns

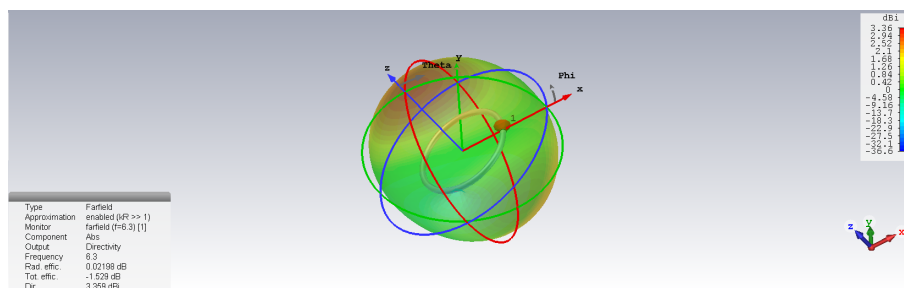


图 6: Pattern with CST

## 2.4 程序

绘制方向图主程序

```
%主程序
clear
close all
```

```

A=[0.05,1/6.28,0.5,0.61,1,4];
%A=[0.15,0.2,0.85]
for i=1:length(A)
Fun_LoopPattern(A(i))
hold on
end
view(90,-90)
legend(' \lambda/20 ', '\lambda/6.28 ', '\lambda/2 ',
' 0.61\lambda ', '\lambda ', '4\lambda ')

```

### 子函数

```

%子函数
function Fun_LoopPattern(A,StepNum)
if nargin<2
StepNum=2000;
end
theta=linspace(0,2*pi,StepNum);
x=2*pi*A*sin(theta);
U=(besselj(1,x)).^2;
U1=U/max(U);
polar(theta,U1);
end

```

### 3 Two-Element Array

#### 3.1 要求

根据方向图乘积定理, 画出不同组态的电偶极子元天线二元阵的方向图

$$d = \lambda/4, \beta = 0$$

$$d = \lambda/4, \beta = \pi/2$$

$$d = \lambda/2, \beta = 0$$

$$d = \lambda/2, \beta = \pi$$

$$d = \lambda/2, \beta = \pi/2$$

#### 3.2 原理及推导

根据电偶极子的远场特性, 将其 z 向排阵

$$EF = E_\theta = j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \cos \theta \quad (11)$$

$$(AF)_n = \cos \left[ \frac{1}{2}(kd \cos \theta + \beta) \right] \quad (12)$$

$$TF = EF \times AF$$

归一化之后常数项没有任何影响, 所以

$$E_{total} \simeq \cos \theta \cos \left[ \frac{1}{2}(kd \cos \theta + \beta) \right] \quad (13)$$

#### 3.3 结果与分析

如图7所示, 与教材上的结果相符合. 与课堂上利用图乘法绘制的方向图是一致的.

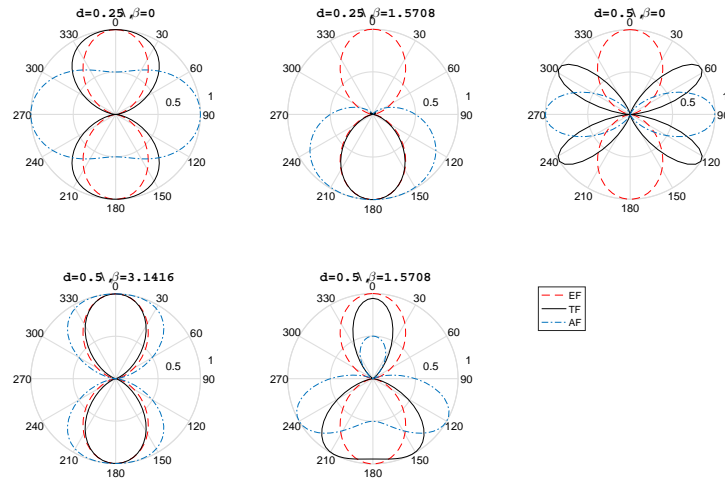


图 7:  $TF = EF \times AF$

### 3.4 程序

#### 主程序

```
clear
close all
d=[0.25 0.25 0.5 0.5 0.5];
beta=[ 0 0.5*pi 0 pi 0.5*pi];
for i=1:5
subplot(2,3,i)
Fun_2array(d(i),beta(i))
end
subplot(2,3,6)
plot(0,0,'r—');hold on
plot(0,0,'k');hold on
plot(0,0,'-.);
axis off
legend('EF','TF','AF','Location','northwest')
```

## 子函数

```
function Fun_2array(d,beta)
%d lamda
%beta rad
%phi=kdcos(theta)+beta ??
%????????????????????????????????
theta=linspace(0,2*pi,100);
phi=2*pi*d*cos(theta)+beta;
% EF=abs(cos(theta));           %only E
% AF=abs(cos(0.5*phi));         %only E
EF=cos(theta).^2;               %power
AF=cos(0.5*phi).^2;             %power
TF=AF.*EF;
TF=TF/max(TF);
polar(theta,EF,'r—');hold on
polar(theta,TF,'k');hold on
polar(theta,AF,'-');
view(90,-90)
% legend('EF','TF','AF','Location','northeastoutside')
titlename=strcat('d=',num2str(d),'\lambda',' ', '\beta
=',num2str(beta));
title(titlename,'Fontname','TimeNewsRoman','FontSize',
12)
end
```



## 4 Nouniform Amplitude

### 4.1 要求

比较几种不同幅度激励的等间距  $(\lambda/4)10$  元边射阵方向图. 并分别计算他们的第一旁瓣电平和 HPBW.

1. 均匀分布  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = 1$
2. 二项式分布  $a_1 = 126, a_2 = 84, a_3 = 36, a_4 = 9, a_5 = 1$
3. Dolph-Tschebyscheff 分布  $a_1 = 2.798, a_2 = 2.496, a_3 = 1.974, a_4 = 1.357, a_5 = 1$

选做:

1. 根据第 4 题 1 中的计算的 10 元均匀分布情形, 用编程数据计算 HPBW 和 D0, 并与 Tschebyscheff 阵的经验预估值 (6.8.3-C 部分) 比较
  2. 若选单元为沿  $z$  轴放置的元天线, 根据图乘法画出总方向图
- 提示: 电偶极子元天线方向图 (垂直于  $z$  轴放置)

$$EF = E_\theta = j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \cos \theta \quad (14)$$

### 4.2 原理及推导

对于  $N$  元阵, 其阵因子

$$AF_{2M}(\text{even}) = \sum_{n=1}^M a_n \cos [(2n-1)u]. \quad (15)$$

$$AF_{2M}(\text{odd}) = \sum_{n=1}^{M+1} a_n \cos [2(n-1)u]. \quad (16)$$

其中

$$u = \frac{\pi d}{\lambda} \cos \theta \quad (17)$$

考虑单元因子的情况下, 根据图乘法,  $TF = AF \times EF$ , 编程也很容易计算.

## 4.3 结果与分析

### 4.3.1 不同幅度激励的等间距 10 元边射阵

**HPBW** 如表2所示,发现二项式激励的 HPBW 和等幅激励相比变胖了很多,而切比雪夫激励的 HPBW 则变化很小,有良好的方向性,可以认为是最优的激励方式.

激励方式	等幅激励	二项式激励	切比雪夫激励
HPBW /°	24.3360	48.8160	29.5200

表 2: 不同激励方式的 HPBW

**第一旁瓣电平 (功率)** 如图8所示,二项式激励不存在旁瓣,而切比雪夫激励的旁瓣电平远远小于等幅激励的第一旁瓣电平.

注: 图中标注的点,并非是第一旁瓣电平,而是第一旁瓣的归一化辐射功率 (非  $dB$ ), 二者的物理本质是相同的,故不做区分.

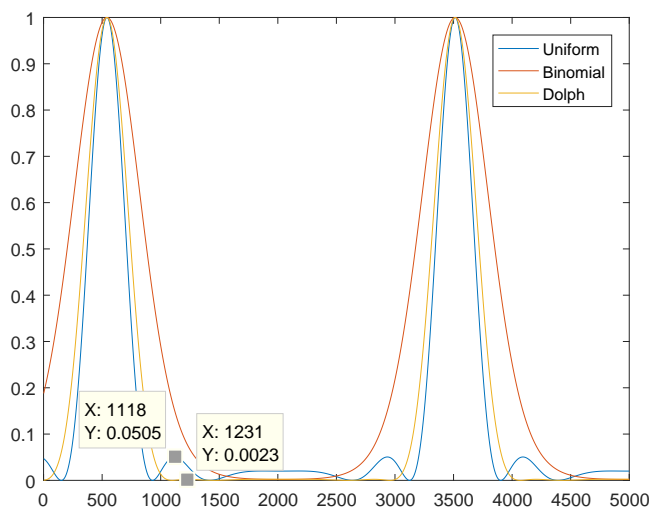


图 8: 第一旁瓣功率

方向图 根据图9所示, 放大观察如图10.

容易发现, 二项式分布的激励, 理论上没有任何旁瓣, 但是 HPBW 明显增加. 而 Dolph-Tschebyscheff 分布的激励, 其旁瓣电平很小, 而且 HPBW 也很窄, 可以认为是最优分布.

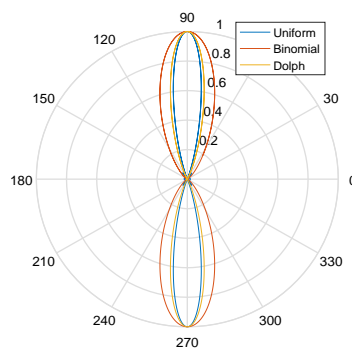


图 9: Pattern without EF

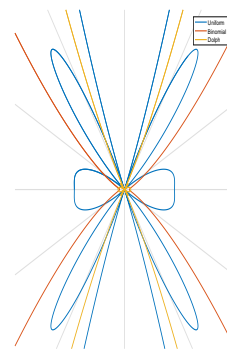


图 10: 放大图

#### 4.3.2 选做: 考虑单元因子的边射阵方向图

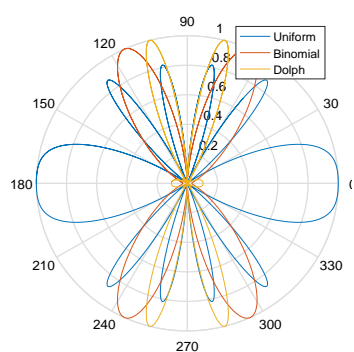


图 11: Pattern with EF

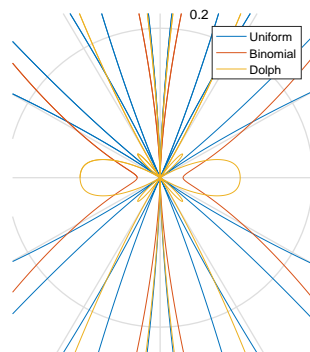


图 12: 放大图

## 4.4 程序

### 主程序

```
close all

a1=[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1];
a2=[126 84 36 9 1 0 0 0 0 0];
a3=[2.798 2.496 1.974 1.357 1 0 0 0 0 0];
theta=linspace(1,2*pi,5000);

d=0.25;
[AF1,HPBW1]=Fun_TenElement_array(a1,d);
[AF2,HPBW2]=Fun_TenElement_array(a2,d);
[AF3,HPBW3]=Fun_TenElement_array(a3,d);

polar(theta, AF1/max(AF1)); hold on
polar(theta, AF2/max(AF2)); hold on
polar(theta, AF3/max(AF3)); hold on
legend('Uniform','Binomial','Dolph')
[HPBW1,HPBW2,HPBW3]
figure
x=1:5000;
plot(x,AF1/max(AF1)); hold on
plot(x,AF2/max(AF2)); hold on
plot(x,AF3/max(AF3)); hold on
legend('Uniform','Binomial','Dolph')
%Solve 3dB BandWidth

figure
Fun_TenElement_array_with_EF(a1,d)
hold on
Fun_TenElement_array_with_EF(a2,d)
hold on
```

```

Fun_TenElement_array_with_EF(a3,d)
hold on
legend('Uniform','Binomial','Dolph')
%legend('1','2','che')

```

子函数不考虑 EF

```

function [AF,BeamWidth_3dB]=Fun_TenElement_array(a,d)
%Output_1 is AF array,stepnum is 5000,form 0 to 2pi
%Output_2 is BeamWidth_3dB,

n=length(a);
flag=(mod(n,2)==1); % 1 is odd, 0 is even
AF=0;
theta=linspace(1,2*pi,5000);
u=pi*d*cos(theta);
if flag==0

for i=1:n/2
AF=AF+a(i)*cos((2*i-1)*u);
end

else %odd

for i=1:fix(n/2)
AF=AF+cos(2*(i-1)*u);
end

end
AF=AF.^2; %POWER

%solve 3dB BandWidth
AF_1=AF/max(AF);
dB3=find(AF_1(1:2000)>=0.5);

```

```
BeamWidth_3dB=(max(dB3)-min(dB3))/5000*360;

end
```

子函数考虑 EF

```
function Fun_TenElement_array_with_EF(a,d)

n=length(a);
flag=(mod(n,2)==1); % 1 is odd, 0 is even
AF=0;
theta=linspace(1,2*pi,5000);

u=pi*d*cos(theta);
if flag==0

for i=1:n/2
AF=AF+a(i)*cos((2*i-1)*u);
end

else %odd

for i=1:fix(n/2)
AF=AF+cos(2*(i-1)*u);
end

end

AF=AF.^2;
TF=cos(theta).^2.*AF;
polar(theta, TF/max(TF));
hold on
```

end

## 5 Helical Antenna

### 5.1 要求

根据轴向模螺旋天线驻波（普通端射模式）的方向图计算公式

$$E = \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \cos\theta \frac{\sin[(N/2)\psi]}{\sin[\psi/2]}. \quad (18)$$

其中

$$\psi = k_0 \left( S \cos\theta - \frac{L_0}{p} \right), p = \frac{L_0/\lambda_0}{S/\lambda_0 + 1}. \quad (19)$$

画出一个沿  $z$  轴放置、 $N = 8$  圈、螺距  $S = \lambda/4$ 、单圈线长  $L_0 = \lambda$  的轴向模螺旋天线的竖直平面 ( $x=0$ ) 方向图。

选做:

1. 根据天线的对称性，利用编程数据计算  $D_0$ ，并与经验公式  $D_0 \simeq 15n \frac{c^2 S}{\lambda_0^3}$  的结果进行比较

### 5.2 原理及推导

分析方向图计算公式发现  $E \sim (N, S, L, \theta)$ 。在编程的时候输入参量  $S, L$  均是以  $\lambda$  为单位，所以  $\psi$  可以化简如下

$$\psi = 2\pi \left( S \cos\theta - \frac{L}{p} \right), p = \frac{L}{S + 1}. \quad (20)$$

故编程时写作

```
p=L/(S+1);  
psi=2*pi*(S*cos(theta)-L/p);  
A=sin(pi/2/N);  
B=cos(theta);  
C=sin(N/2*psi)./sin(psi/2);  
E=A.*B.*C;  
Power=E.^2;
```

计算方向性的经验公式，约去  $\lambda_0$  后，得到

$$D = 15Nc^2S \quad (21)$$



## 5.3 结果与分析

### 5.3.1 方向图及 $D_0$

归一化, 非 dB 的辐射功率方向图如图13所示, 为了观察后瓣情况, 放大图如图14.

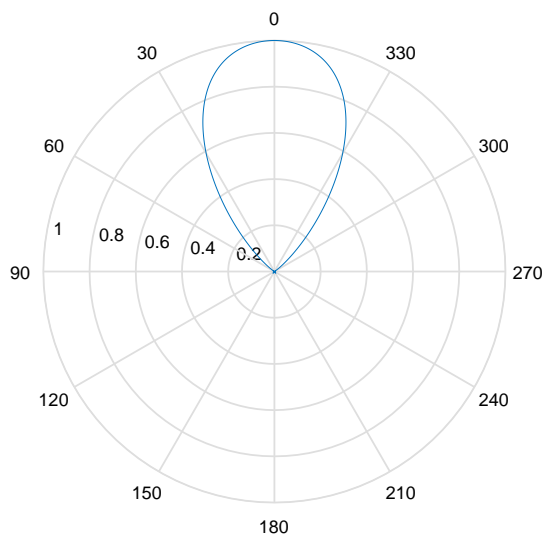


图 13: Helical Antenna Pattern

### 5.3.2 选做: 与经验公式的对比

经验公式计算结果为:

$$D = 15Nc^2S = 15N(L^2 - S^2)S = 28.125. \quad (22)$$

所以  $D(\text{dB}) = 14.49$ .

编程计算的结果为  $D_0 = 12.40$

## 5.4 程序

主程序

```
clear
```

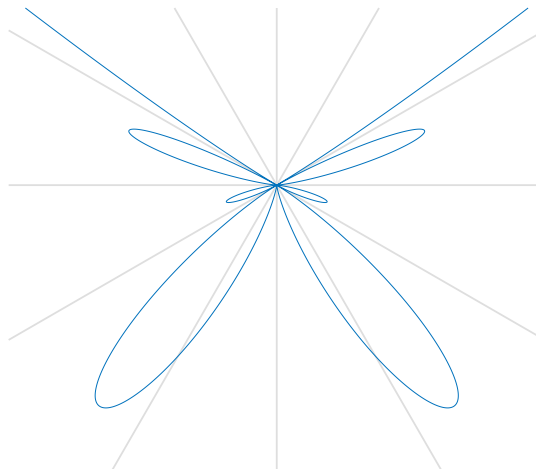


图 14: 放大图

```

close all
N=8;S=0.25;L=1;
Fun_Helix(N,S,L)
%Compare equation
clear
syms theta
N=8;S=0.25;L=1;
p=L/(S+1);
psi=2*pi*(S*cos(theta)-L/p);
A=sin(pi/2/N);
B=cos(theta);
C=sin(N/2*psi)/sin(psi/2);
E=A*B*C;
Power=E^2;
PP=cos(theta)*sin(8*pi*(0.25*cos(theta)-1.25))/sin(pi*(0.25*cos(theta)-1.25))
a=vpa(int(2*pi*Power,theta,[0,2*pi]),6)
D=10*log10(a)

```

```
% b=int (PP, theta ,[0 ,2* pi ])
% vpa(b,6)
% D=4*pi*2.4359/a;

D_exp=10*log10 (15*N*(L^2-S^2)*S)
```

### 子函数

```
function Fun_Helix(N,S,L)
%Polar Pattern
%Input N,S/Lambda,L0/lambda
%Output D is directivity
theta=linspace (0,2*pi,5000);
p=L/(S+1);
psi=2*pi*(S*cos(theta)-L/p);
A=sin(pi/2/N);
B=cos(theta);
C=sin(N/2*psi)./sin(psi/2);

E=A.*B.*C;
Power=E.^2;
polar(theta,Power/max(Power));
view(-90,90)
% max(E.^2)
% D=max(Power)/mean(Power);
end
```