

$$V(k_0) = \sum_{t=0}^{\infty} [\beta^t \ln(1 - \alpha\beta) + \beta^t \alpha \ln k_t]$$

$$= \ln(1 - \alpha\beta) \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t + \alpha \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln k_t$$

$$= \ln(1 - \alpha\beta) \frac{1}{1 - \beta} + \alpha \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln k_t$$

$$= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k_0 + \frac{\ln(1 - \alpha\beta)}{1 - \beta} + \frac{\alpha\beta}{(1 - \beta)(1 - \alpha\beta)} \ln(\alpha\beta)$$

$$\begin{aligned} \text{左边} = V(k) &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + \frac{\ln(1 - \alpha\beta)}{1 - \beta} + \frac{\alpha\beta}{(1 - \beta)(1 - \alpha\beta)} \ln(\alpha\beta) \\ &\triangleq \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + A \end{aligned}$$

$$\text{右边} = \max \{u(f(k) - y) + \beta V(y)\}$$

利用 FOC 和包络条件求解得到  $y = \beta k^\alpha$ ，代入求右边。

$$\text{右边} = \max \{u(f(k) - y) + \beta V(y)\}$$

$$= u(f(k) - g(k)) + \beta \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln g(k) + A \right]$$

$$= \ln(1 - \alpha\beta) + \alpha \ln k + \beta \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln \alpha\beta + A \right]$$

$$= \ln(1 - \alpha\beta) + \alpha \ln k + \beta \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} [\ln \alpha\beta + \alpha \ln k] + A \right]$$

$$= \alpha \ln k + \frac{\alpha\beta}{1 - \alpha\beta} \alpha \ln k + \ln(1 - \alpha\beta) + \frac{\alpha\beta}{1 - \alpha\beta} \ln \alpha\beta + \beta A$$

$$= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + \ln(1 - \alpha\beta) + \frac{\alpha\beta}{1 - \alpha\beta} \ln \alpha\beta + \beta A$$

$$= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + (1 - \beta)A + \beta A$$

$$= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + A$$

整理：陈传升

整理时间：December 17, 2018

Email: sheng\_ccs@163.com

所以，左边 = 右边，证毕。

# 目 录



1	矢量分析	3
1.1	标量函数和矢量函数 . . . . .	3

# 第 1 章

## 矢量分析



### 1.1 标量函数和矢量函数

对于标量函数，标量  $u$  随着参量  $t$  的变化而变化，即

$$u = u(t)$$

对于矢量  $\vec{A}$  随参数  $t$  变化，即

$$\vec{A} = \vec{A}(t)$$

则称  $\vec{A}$  为矢量函数。分量形式的表示为

$$\vec{A}(t) = A_x(t)\hat{i} + A_y(t)\hat{j} + A_z(t)\hat{k}$$

#### Property 1.1

一个矢量函数  $\vec{A}(t)$  实际上是由三个独立有序的数量函数  $A_x(t)$ ,  $A_y(t)$  和  $A_z(t)$  结合而成的。

这一点和复解析函数不同，复解析函数  $w = u + iv$  也是由两个二元实函数结合而成，但  $u$ ,  $v$  之间并不独立，收到 *Cauchy-Riemann* 条件约束。



### 1.2 矢量函数的导数和微分