陈传升

# 写在前面

一直以来都想要好好的完善一下自己的数理知识，同时也愉快的使用一次LaTeX，经过了之前写matlab的使用熟悉了GitHub。终于下定决心LaTeX和GitHub结合一下，用这种方式记录下自己的第一个电子版的读书笔记。（嗯。其实手写的读书笔记也没有）

LaTeX的模板取自于Elegant Note模板，得到的作者的唯一联系方式是他的邮箱 [ddswhu@gmail.com](ddswhu@gmail.com ) 特此感谢。

《矢算场论札记》梁昌洪著，书和“大佬”借的。选择这本书作为自己的一个开始，一个原因是学科需要，另一也是对梁老师有特殊的好感。有好感的原因呢，一是因为我女朋友也在西电，另一个则是因为梁昌洪老师的《简明微波》一书。

2018年12月09日下载模板，2018年12月10日，正式开始这个笔记的记录，不知道多年之后的自己看见了，会是什么感觉。

# 矢量

凡是与三个独立因素有关的物理量均可以采用三维矢量表示。由此物理楼可以分为标量，矢量，二阶张量等。在三维空间中，一个二阶张量则有9个分量，可以表示为一个有序9元数组或3×3阶的矩阵

## 矢量与矩阵

矢量

对应矩阵

## 矢量混合积

表征平行六面体有向体积

三个非零矢量混合积为0的充要条件是三个矢量共面，对应有向体积为0。

## 矢量二重叉积

三个非零矢量混合积为0的充要条件是三个矢量共面，对应有向体积为0。

## Laplace公式

## Lagrange公式

## 矢量的除法

矢量的叉乘无法唯一性定义矢量的除法运算。只有利用“”和“”同时定义才可以。如下，已知,和标量，求解

构造

易得

从矢量除法的定义不难看出，矢量的“”和“”是相互关联且互为补充的。 这里退化到平面矢量（ 可作复数的对应），做出讨论。有

于是有

其中表示的共轭复数;符号表示不计算方向，只计算正负的叉积运算。

易得

书中后面讨论的Hamilton算子、散度和旋度也正好是一对运算。

# 矢量分析

## 标量函数和矢量函数

对于标量函数，标量*u*随着参量*t*的变化而变化,即

对于矢量随参数t变化，即

则称为矢量函数。分量形式的表示为

一个矢量函数实际上是由三个**独立**有序的数量函数,和结合而成的。

这一点和复解析函数不同，复解析函数也是由两个二元实函数结合而成，但*u，v*之间并不独立，收到Cauchy-Riemann条件约束。

## 矢量函数的导数和微分

矢量函数的倒数是一个矢量，它是矢端曲线的切线，并**始终**指向对应*t*增大的方向。

## 矢量导数的应用

## 矢量函数的积分

对于一个矢量表示成下面的形式

则矢量函数的不定积分有

矢量函数的积分实质上是三个**独立有序**的数量函数的不定积分。

矢量函数的基本性质

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

# 场

场是物理量的**空间函数**，**时间函数**。根据物理量的性质，场可以分为数量场，矢量场，张量场。

场有两个显著的特点：

场是物理的客观存在，不以坐标系选取而变化。

场随时间空间联合变化，本章讨论的是不随时间变化的稳定场论。

## 数量场

数量函数*u*是点*M*的函数。进一步写成

重要的宏观特征：**等值面**。

## 矢量场

如果空间中任意点*M*对应一矢量函数

则称是此空间的一个矢量场，对于一个直角坐标系，有

重要的宏观特征：**矢量线**，简称矢线。例如Faraday磁力线。

## Hamilton算子

场的空间变化确定其细微的特征。它的研究方法是考虑场的空间微分和导数，并给出相应分析。为此在三维情况引入

表示场与空间相互作用的Hamilton矢量算子。

表示一个运算符号，本身缺乏独立的意义。和场结合才有作用。

算子具有矢量和运算的双重特性，这是认识算子的一个极为重要的概念。

，和表示独立的正交坐标，，和则表示其相应的单位切向矢。广义正交曲线坐标的算子的一般形式为，

式中，，和为Lam 系数。

2.5

description

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 坐标系 |  |  |  |
| 直角坐标系 | *x y z* | 1 1 1 | 2 |
| 圆柱坐标系 |  | 1  1 | 1 |
| 球坐标系 |  | 1 | 17 |

## 坐标单位矢

同一矢量场在不同的坐标系下有不同的表象和形式。

必须强调指出，三种坐标系中，只有直角坐标系的，，和圆柱坐标系的是不变单位矢，其他的各种单位矢，例如 ,;，,均为**变单位矢**。换句话说，方向是时刻在变化的。**因此必须参与微分和积分**。

# 梯度

如果说**等值面**是数量场的宏观特征，那么场的空间变化就是其**微观特征**。

## 的 方向余弦

数量场的变化空间取一点，对应,研究此时场朝方向的变化规律。

任取一段,写出

式中，，表示在，，轴的投影,则可知这一方向的单位矢是

则矢量的长度（或模），具体有，

定义

分别表示单位矢在，，轴的方向余弦，最后得到

且满足等式

## 方向导数

数量场在处可微，则在处沿的方向导数必定存在，且有

## 梯度

重新观察上式，且将他写成两个矢量函数的**点积形式**，即

上式清楚的表明：数量场的方向导数由两部分组成：一个是方向单位矢，一个是数量场的导数矢如果考虑[3.3](#chapter3_3)所引入的Hamilton矢量算子,

即可写出

于是有

定义数量场在点处的梯度为

梯度是一个矢量，且是数量场在处的**固有属性**，与方向无关。

# 常见矢量公式

矢量混合积

矢量二重叉积