Нижегородский Государственный Технический Университет им. Р. Е. Алексеева

Кафедра «Вычислительные системы и технологии»

Дисциплина «ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ»

Пояснительная записка

к курсовому проекту.

Вариант№64

Выполнили: Зуенков А.Е.,

Виноградова А.А.

студенты группы 12 -В-1

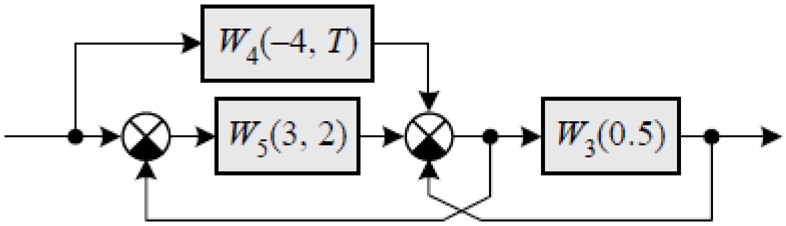
Проверил: Никулин Е. А.

Нижний Новгород

2015г.

Оглавление

Вариант 64, T=2



1. **Исследование всех свойств типовых звеньев структурной схемы и построение их принципиальных схем на операционных усилителях.**

<u>I.</u>

$W_3(0.5) = \frac{0.5}{s}$ – интегрирующее звено

Вывод функционального уравнения взаимосвязи выходного сигнала y(t) с входным x(t)

$W(s) = \frac{y}{x}$ - передаточная функция, где x –выходной сигнал регулятора, y –выходной сигнал измерительного устройства.

$W_3(K) = \frac{K}{s}$ – интегрирующее звено.

$\frac{K}{s} = \frac{Y(s)}{X(s)}$ sy(s)=kx(s) $y(s) = \frac{kx(s)}{s}$ $s = \frac{d}{dt}$

$y'(t) = Kx(t)$ $K = 0.5$ $\boldsymbol{y'(t) = 0.5x(t)}$

$y(t) = 0.5\int_0^t x(t)dt$ – алгебраическое уравнение.

Синтез принципиальной схемы на операционном усилителе:

Вычислим суммы коэффициентов усиления по прямому и инверсному входам:

$S_1(s) = \frac{0.5}{s}$

$S_2(s) = 0$

Условие баланса:

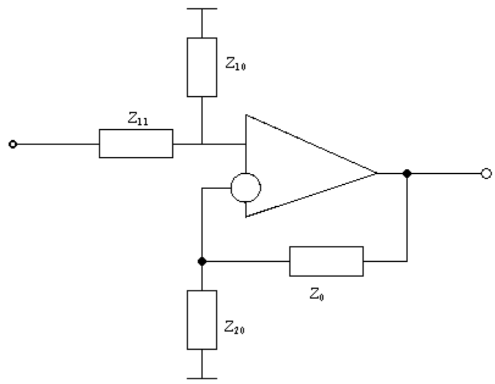
$S_1 = S_2 + 1$

Проверим, выполняется ли баланс:

$\frac{0.5}{s} \neq 0 + 1$

Условие баланса не выполняется, поэтому необходимо подобрать передаточные функции $W_{10}(s)$ и $W_{20}(s)$, удовлетворяющие условию

$S_1(s) + W_{10}(s) = S_2(s) + 1 + W_{20}(s)$



Подставим значения S_1 и S_2:

$\frac{0.5}{s} + w_{10}(s) = 0 + 1 + w_{20}(s)$

Отсюда получаем, что:

$W_{10} = 1$; $W_{20} = \frac{0.5}{s}$

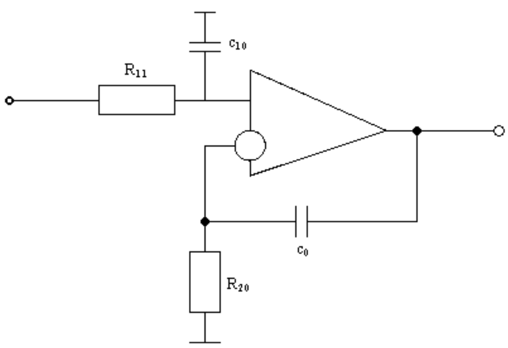
Для прямого входа:

$$Z_{11} * S_1 = W_{10} * Z_{10}$$

$Z_{11} = \frac{s}{0.5} Z_{10}$

Из полученного соотношения возьмем:

$Z_{10} = \frac{1}{c_{10}s}$; $Z_{11} = R_{11}$



После подстановки получаем:

$R_{11} = \frac{s}{0.5} \cdot \frac{1}{c_{10}s} = \frac{1}{0.5c_{10}}$

Для инвертирующего входа :

$Z_{20} * W_{20} = Z_0$

Подставим в полученное соотношение $W_{20} = \frac{0.5}{s}$, тогда возьмем:

$Z_0 = \dfrac{1}{c_0 s}$; $Z_{20} = R_{20}$

т.к. в этом случае s в уравнении сократится. После подстановки получаем:

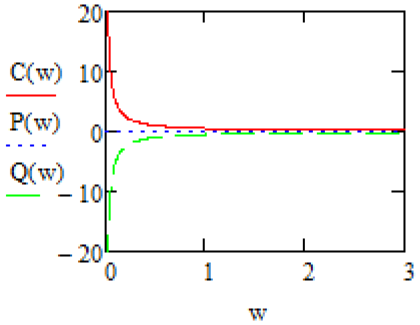
$R_{20} = \dfrac{s}{0.5 c_0\, s} = \dfrac{1}{0.5 c_0}$

Таким образом, получили два уравнения:

$R_{11} = \dfrac{1}{0.5\, c_{10}}$ $\qquad$ $R_{20} = \dfrac{1}{0.5 c_0}$

Выберем номиналы для конденсаторов: $C_{10} = 1$ мкФ, $C_0 = 1$ мкФ . Подставим их в полученные формулы и вычислим номиналы резисторов $R_{11} = 2$ МОм

Частотные характеристики:



КЧХ $\quad C(\omega) = W3(j\omega) = \frac{0.5}{j\omega}$

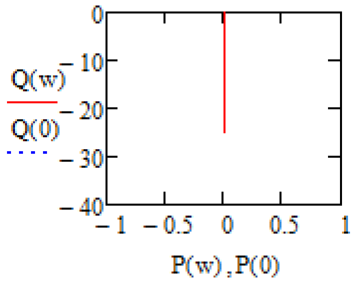
ВЧХ $\quad P(\omega) = \mathrm{Re}\{W(j\omega)\} = 0$

МЧХ $\quad Q(\omega) = \mathrm{Im}\{W(j\omega)\} = -\frac{0.5}{\omega}$

АЧХ $\quad A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \frac{0.5}{\omega}$

ФЧХ $\quad \Phi(\omega) = arctg\, \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = arctg\,(-\infty) = -90^0$

В MatCAD

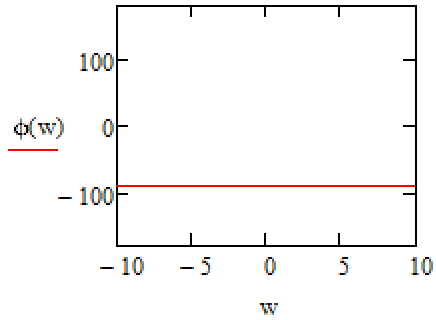


ВЧХ нулевой из-за отсутствия вещественной части передаточной функции.

График АЧХ сдвигается выше и правее при увеличении коэффициента К и ниже и левее при уменьшении. Знак коэффициента на АЧХ не влияет.

График МЧХ сдвигается ниже и правее при увеличении коэффициента К и выше и левее при его уменьшении.

$$\varphi(\omega) := \arg(C(\omega)) \cdot \deg^{-1}$$

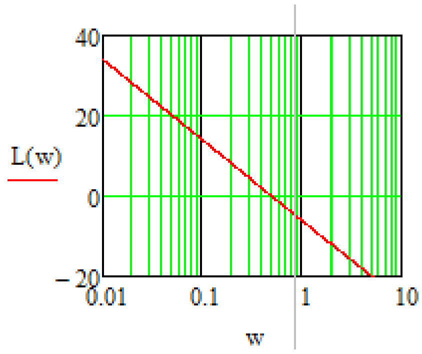


ФЧХ При изменении знака параметра К значение изменяется на 180^0. Значение фазы не зависит от частоты.

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

$L(\omega) = 20\lg(A(\omega)) = 20\lg(\frac{0.5}{\omega})$

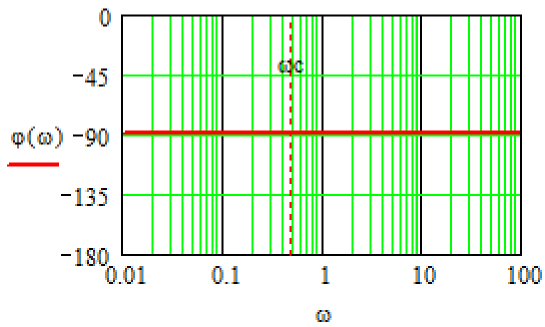
$$L(\omega) := 20 \cdot \log(|C(\omega)|)$$



ЛАЧХ не зависит от знака параметра К.

Логарифмическая фазо-частотная характеристика

$\Phi(\omega) = \varphi(\omega) = -90$



Временные характеристики:

Импульсная характеристика:

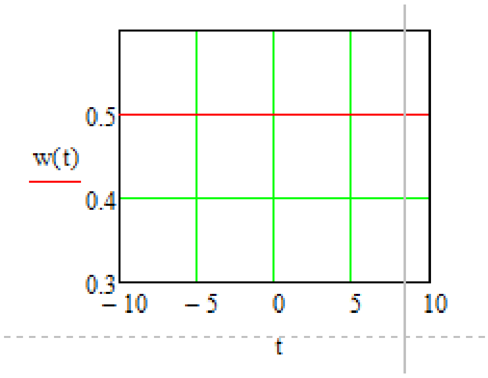
$x(t) = \delta(t)$

$X(s) = L\{x(t)\} = 1$

$Y(s) = X(s)W3(s) = \frac{0.5}{s}$

$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = 0.5(t)$

$w(t) := W(s) \Big| \begin{matrix} invlaplace, s \\ float, 3 \end{matrix} \rightarrow 0.5$



Переходная характеристика:

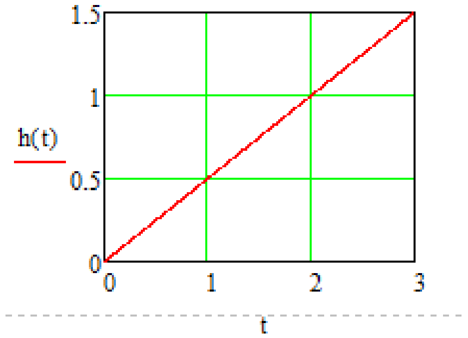
$x(t) = 1(t)$

$X(s) = L\{x(t)\} = \frac{1}{s}$

$Y(s) = X(s)W3(s) = \frac{0.5}{s^2}$

$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = t$

$h(t) := \frac{W(s)}{s} \Big| \begin{matrix} invlaplace, s \\ float, 3 \end{matrix} \rightarrow 0.5 \cdot t$



II.

$W_5(3,2)=3(1+2s)$ – форсирующее звено первого порядка

Вывод функционального уравнения.

$W(s) = \frac{y}{x}$

$W(K,T) = K(1+Ts)$ - форсирующее звено.

$K(1+Ts) = \frac{y}{x}$

$y = Kx(1+Ts)$ $\qquad s = \frac{d}{dt}$

$y = Kx + KT\frac{dy}{dt}$ $\qquad K = 3, T = 2 \quad y = Kx + KTx' \qquad y = 3x + 2x'$

― алгебраическое уравнение, описывает безынерционное движение.

Вычислим суммы коэффициентов усиления по прямому и инверсному входам

$S_1(s) = 3(1+2s)$

$S_2(s) = 0$

Условие баланса:

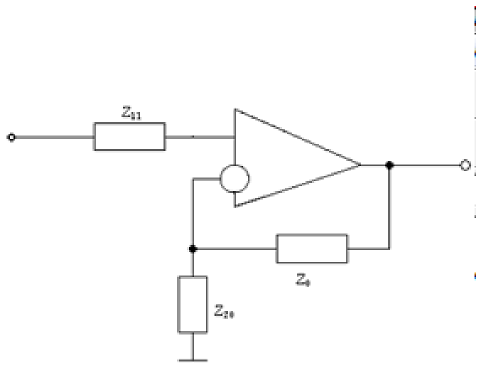
$S_1 = S_2 + 1$

Проверим, выполняется ли баланс:

$3(1+2s) \neq 0 + 1$

Условие баланса не выполняется, поэтому необходимо подобрать передаточные функции $W_{10}(s)$ и $W_{20}(s)$, удовлетворяющие условию

$S_1(s) + W_{10}(s) = S_2(s) + 1 + W_{20}(s)$



Подставим значения S_1 и S_2:

$3(1+2s)+w_{10}(s)=0+1+w_{20}(s)$

$3+6s+w_{10}(s)=1+w_{20}(s)$

Отсюда получаем, что:

$W_{10}=0\,;\;\; W_{20}=2+6s$

Для прямого входа:

Из уравнения баланса получаем:

$Z_{11}*S_1=const$

Для экономии деталей выберем константу, равную 0 (провод). С физической точки зрения это можно объяснить тем, что входной ток операционного усилителя равен 0.

Для инвертирующего входа :

$Z_{20}*W_{20}=Z_0$

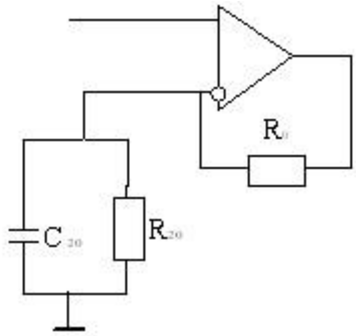
Подставим в полученное соотношение $W_{20}=2+6s$, тогда:

$Z_{20}*(2+6s)=Z_0$

$Z_{20}*2(1+3s)=Z_0$

Из полученного соотношения видно, что удобно взять:

$Z_0=2*R_0\,;\; Z_{20}=\dfrac{R_{20}}{1+R_{20}C_{20}s}$



Таким образом, получаем, что Z_{20} – это параллельное соединение конденсатора и резистора.

Выберем номиналы для конденсатора и резисторов : $C_{20}=6$ мкФ, $R_{20}=0.5$ МОм, $R_0=1$ МОм.

Частотные характеристики.

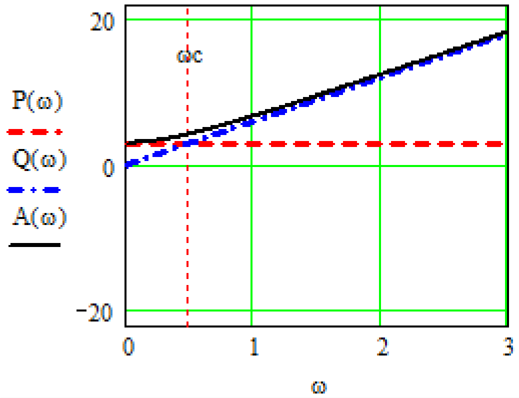
КЧХ W5(j ω)=3(1+2j ω)=3+6j ω

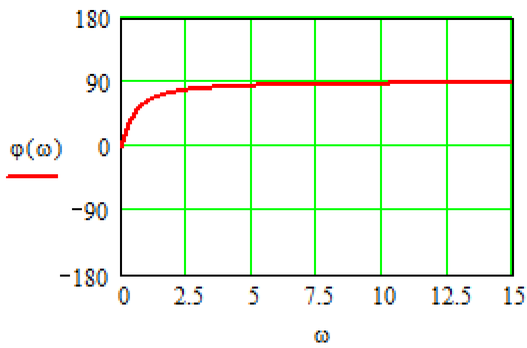
ВЧХ P(ω)=3

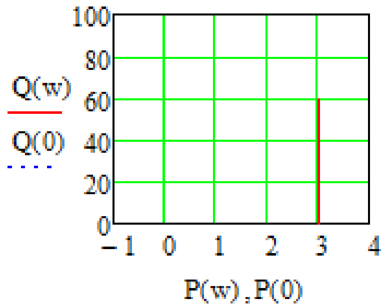
МЧХ Q(ω)=6 ω

АЧХ A(ω)= $\sqrt{P^2(\omega)+Q^2(\omega)}$=$\sqrt{9+36\omega^2}$

ФЧХ φ (ω)=$arctg\,\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$=$arctg(2\,\omega)$

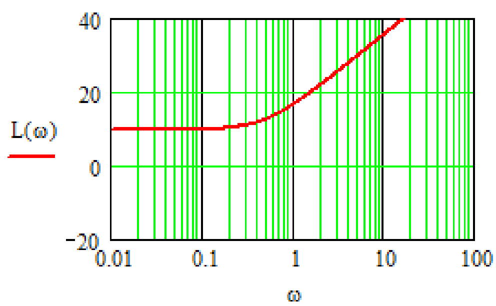






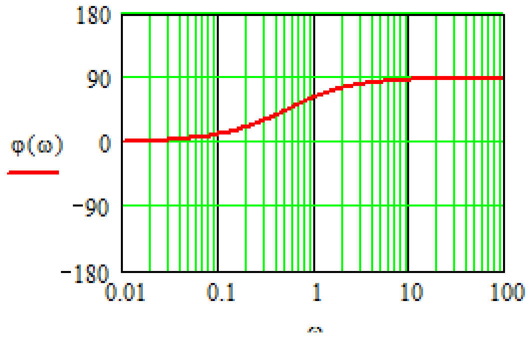
Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

$L(\omega)=20\lg\big(A(\omega)\big)=20\lg\big(\sqrt{9+36\omega^2}\big)=10\lg(9+36\omega^2)=10\lg(3)+10\lg\,(3+12\omega^2)$



Логарифмическая фазо-частотная характеристика

$\Phi(\omega) = \varphi(\omega) = \mathrm{arctg}(2\omega)$



Временные характеристики

Импульсная характеристика:

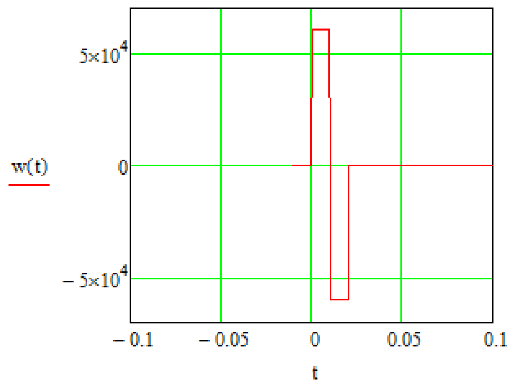
$x(t) = \delta(t)$

$X(s) = L\{x(t)\} = 1$

$Y(s) = X(s)W4(s) = 3(1 + 2s)$

$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = 3\big(\delta(t) + 2\delta'(t)\big)$

$w(t) := 3\left[\Delta(t) + 2\left(\left(\frac{\Delta(t) - \Delta(t-\varepsilon)}{\varepsilon}\right)\right)\right]$



Переходная характеристика:

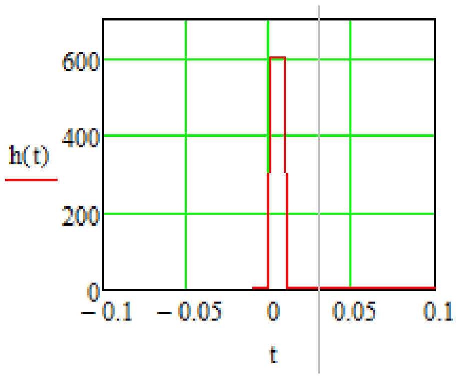
$X(s) = L\{x(t)\} = \frac{1}{s}$

$Y(s) = X(s)W4(s) = \frac{3(1+2s)}{s}$

$x(t) = 1(t)$

$\boldsymbol{y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = 6\delta(t) + 3}$

$h(t) := \frac{W(s)}{s}\ \mathrm{invlaplace}, s \ \rightarrow 6 \cdot \Delta(t) + 3$



III. 1)

$W_4(-4, \mathrm{T}) = \frac{-4}{1+\mathrm{T}s}$ – апериодическое звено

Вывод функционального уравнения.

$\mathrm{W}(s) = \frac{y}{x}$ - передаточная функция, где x – управление или выходной сигнал регулятора, y – измерение или выходной сигнал измерительного устройства.

$W(K,T) = \frac{K}{1+Ts}$ - апериодическое звено.

$\frac{K}{1+Ts} = \frac{y}{x}$

$y(1 + Ts) = Kx \qquad s = \frac{d}{dt}$

$y + T\frac{dy}{dt} = Kx \qquad K = -4\,, T = 2$

$y + 2y' = -4x$ – дифференциальное уравнение первого порядка.

Вычислим суммы коэффициентов усиления по прямому и инверсному входам

$S_1(s) = 0$

$S_2(s) = \frac{4}{1+2s}$

Условие баланса:

$S_1 = \ \ S_2 + 1$

Проверим, выполняется ли баланс:

$$0 \neq \ \frac{4}{1 + 2s} + 1$$

Условие баланса не выполняется, поэтому необходимо подобрать передаточные функции $W_{10}(s)$ и $W_{20}(s)$, удовлетворяющие условию

$$S_1(s) + W_{10}(s) = S_2(s) + 1 + W_{20}(s)$$

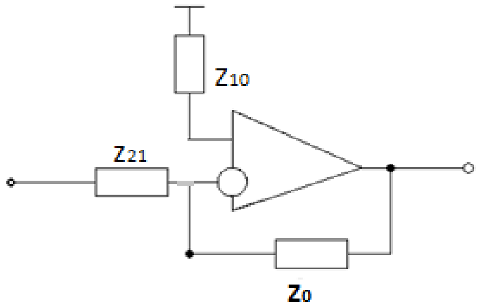
Подставим значения S_1 и S_2:

$$0 + w_{10}(s) = \frac{4}{1 + 2s} + 1 + w_{20}(s)$$

Отсюда получаем, что:

$$W_{10} = \frac{4}{1 + 2s} + 1;\ \ W_{20} = 0$$

Схема:



Для прямого входа:

Из уравнения баланса получаем, что $W_{10} * Z_{10} = const.$

Для экономии деталей выберем константу, равную 0 (сопротивление равно 0 – провод). С физической точки зрения это можно объяснить тем, что входной ток операционного усилителя равен 0.

Для инвертирующего входа :

$Z_{21} * S_2 = Z_0$

Подставим в полученное соотношение $S_2 = \frac{4}{1+5s}$,

$$Z_{21} * \frac{4}{1 + 2s} = Z_0$$

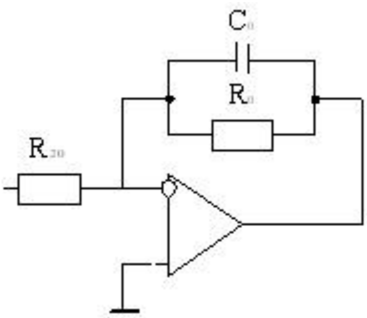
тогда возьмем:

$$Z_0 = \frac{R_0}{1 + R_0 C_0 s}\ \ ; Z_{21} = R_{21}$$

Таким образом, получаем, что Z_0 – это параллельное соединение конденсатора и резистора.

Выберем номиналы для конденсатора и резисторов : $C_0 = 1$ мкФ, $R_0 = 2$ МОм, $R_{21} = 500$ КОм.

Итоговая схема:



Частотные характеристики

<u>T=2</u>

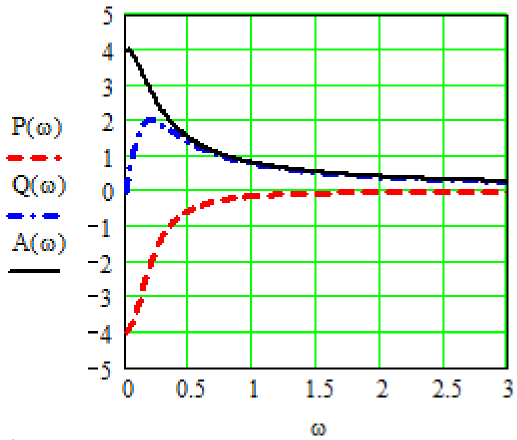
W4(j ω)=$\frac{-4}{1+2j\omega} = \frac{-4(1-2j\omega)}{1+4\omega^2} = \frac{-4}{1+4\omega^2} + \frac{8j\omega}{1+4\omega^2}$

ВЧХ $\quad$ $\mathrm{P}(\omega) = \frac{-4}{1+4\omega^2}$

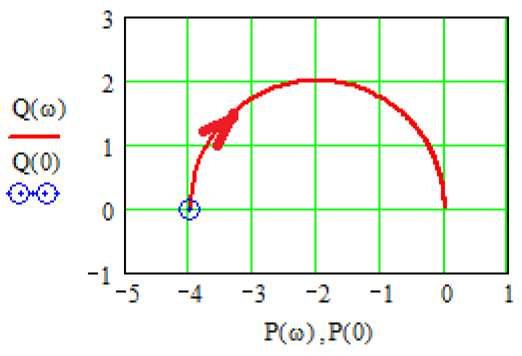
МЧХ $\quad$ $\mathrm{Q}(\omega) = \frac{8\omega}{1+4\omega^2}$

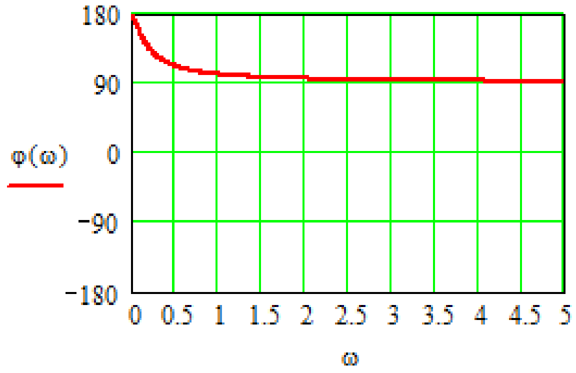
АЧХ $\quad$ $\mathrm{A}(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$

ФЧХ $\quad$ $\varphi(\omega) = \mathrm{atan}\,(\frac{Q(\omega)}{P(\omega)})$



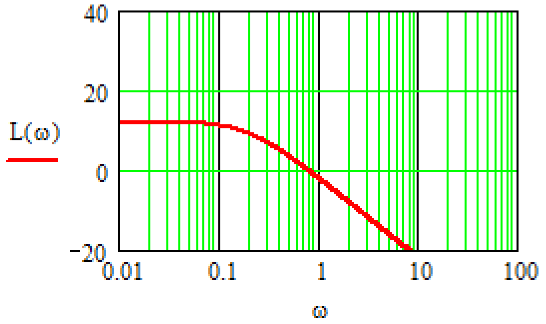
Годограф





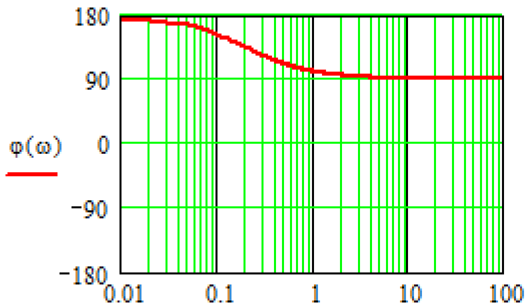
Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

$$L(\omega) = 20\log(A(\omega))$$



Логарифмическая фазо-частотная характеристика

$$\varphi(\omega) = arctg(-2\omega)$$



Импульсная характеристика:

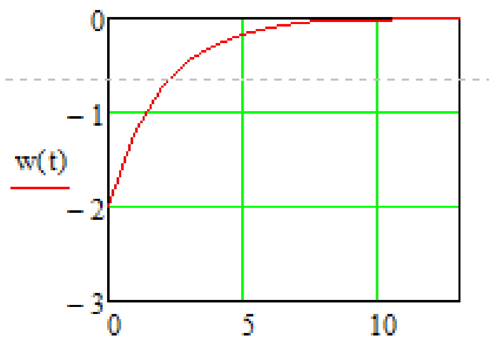
$$x(t) = \delta(t)$$

$$X(s) = L\{x(t)\} = 1$$

$$Y(s) = X(s)W4(s) = \frac{-4}{1+2s}$$

$$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = -0.8e^{-0.2t}$$

$$w(t) := W(s) \text{ invlaplace}, s \ \rightarrow -2 \cdot e^{-\frac{t}{2}}$$



Переходная характеристика:

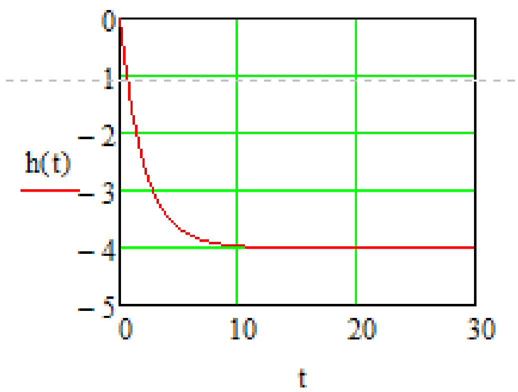
$$x(t) = 1(t)$$

$$X(s) = L\{x(t)\} = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = X(s)W4(s) = \frac{-4}{s(1+2s)}$$

$$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = -4(1 - e^{-0.2t})$$

$$h(t) := \frac{W(s)}{s} \text{ invlaplace}, s \ \rightarrow 4 \cdot e^{-\frac{t}{2}} - 4$$



2) T=0.2

Вычислим суммы коэффициентов усиления по прямому и инверсному входам

$S_1(s) = 0$

$S_2(s) = \frac{-4}{1+0.2s}$

Условие баланса:

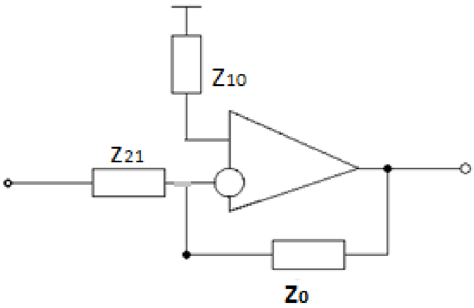
$S_1 = \; S_2 + 1$

Проверим, выполняется ли баланс:

$$0 \neq \frac{-4}{1 + 0.2s} + 1$$

Условие баланса не выполняется, поэтому необходимо подобрать передаточные функции $W_{10}(s)$ и $W_{20}(s)$, удовлетворяющие условию

$S_1(s) + W_{10}(s) = S_2(s) + 1 + W_{20}(s)$



Подставим значения S_1 и S_2:

$$0 + w_{10}(s) = \frac{4}{1 + 0.2s} + 1 + w_{20}(s)$$

Отсюда получаем, что:

$$W_{10} = \frac{4}{1 + 0.2s} + 1\,; \;\; W_{20} = 0$$

Для прямого входа:

Из уравнения баланса получаем, что $W_{10} * Z_{10} = const.$

Для экономии деталей выберем константу, равную 0 (сопротивление равно 0 – провод). С физической точки зрения это можно объяснить тем, что входной ток операционного усилителя равен 0. Для инвертирующего входа :

$Z_{21} * S_2 = Z_0$

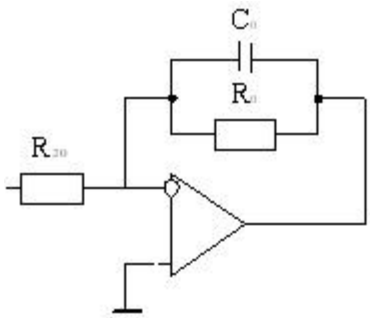
Подставим в полученное соотношение $S_2 = \frac{4}{1+0.2s}$, тогда возьмем:

$$Z_0 = \frac{R_0}{1 + R_0 c_0 s} \;\; ; \; Z_{21} = R_{21}$$

Таким образом, получаем, что Z_0 – это параллельное соединение конденсатора и резистора.

Выберем номиналы для конденсатора и резисторов : $C_0 = 1$ мкФ, $R_0 = 0.2$ МОм, $R_{21} = 0.5\ k$Ом.

Итоговая схема:



Частотные характеристики

T=0.2

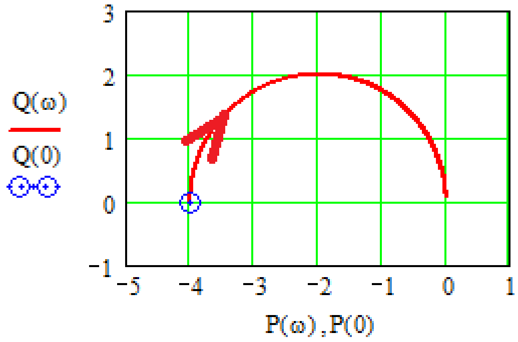
W4(j ω)=$\frac{-4}{1+0.2j\omega} = \frac{-4(1-0.2j\omega)}{1+0.04\omega^2} = \frac{-4}{1+0.04\omega^2} + \frac{0.8j\omega}{1+0.04\omega^2}$

ВЧХ $\;\; \mathrm{P}(\omega) = \frac{-4}{1+0.04\omega^2}$

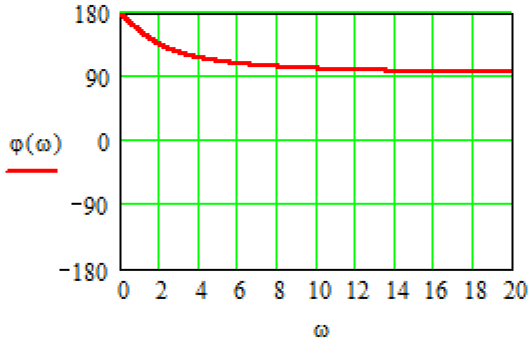
МЧХ $\;\; \mathrm{Q}(\omega) = \frac{0,8\omega}{1+0.04\omega^2}$

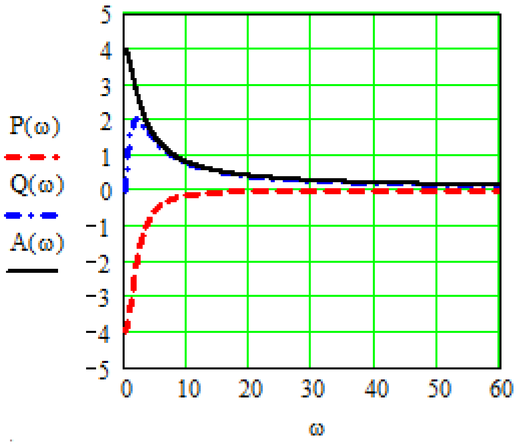
АЧХ $\;\; \mathrm{A}(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$

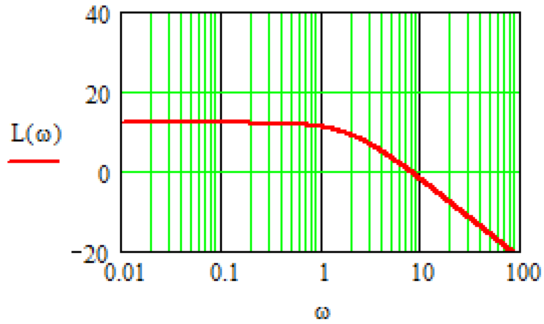
ФЧХ $\;\; \varphi(\omega) = arctg\,\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$



Годограф







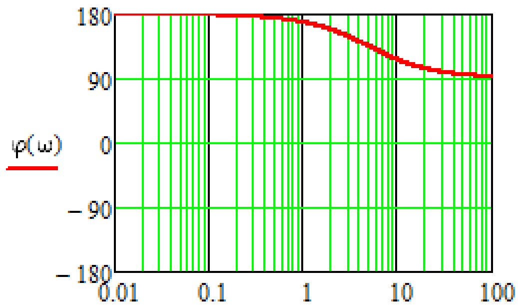
Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

$\mathrm{L}(\omega) = 20\lg(A(\omega)) = 20\lg\left(\frac{\sqrt{16+0,64\omega^2}}{1+0.0016\omega^2}\right) =$

$20\lg\left(\sqrt{16+0,64\omega^2}\right) - 20\lg\left(1+0.0016\omega^2\right)$

Логарифмическая фазо-частотная характеристика

$\Phi(\omega) = \varphi(\omega) = arctg(-0.2\omega)$



Временные характеристики

Импульсная характеристика:

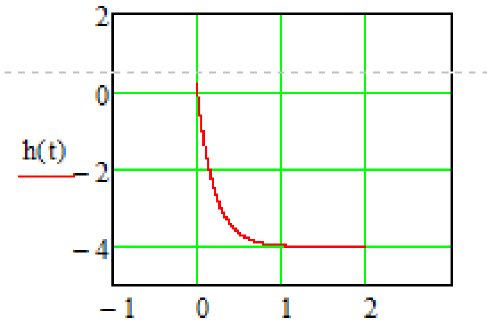
$x(t) = \delta(t)$

$X(s) = L\{x(t)\} = 1$

$Y(s) = X(s)W4(s) = \frac{-4}{1+0.2s}$

$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = -8e^{-0.2t}$

$h(t) := \frac{W(s)}{s}$ invlaplace, s $\rightarrow 4.0 \cdot e^{-5.0 \cdot t} - 4.0$



Переходная характеристика:

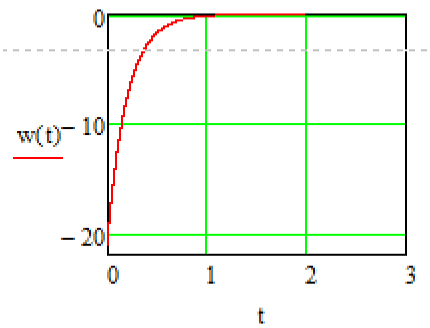
$x(t) = 1(t)$

$X(s) = L\{x(t)\} = \frac{1}{s}$

$Y(s) = X(s)W4(s) = \frac{-4}{s(1+0.2s)}$

$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = -8(1-e^{-0.2t})$

$w(t) := W(s)$ invlaplace, s $\rightarrow -20.0 \cdot e^{-5.0 \cdot t}$



3) T=-2

W(s)=$\frac{-4}{1-2s}$

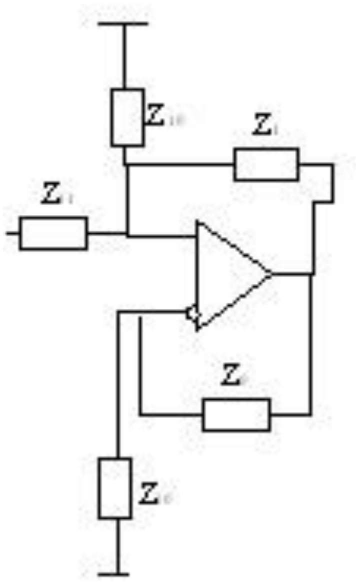
Запишем дифференциальное уравнение элемента, выраженное относительно старшей производной:

$y - 2y' = -4x \Rightarrow y' = \frac{1}{2}y + \frac{4}{2}x.$

Запишем операторное уравнение:

$Y(s) = W_1(s)V(s) - W_2(s)X(s)$

$Y(s) = \frac{1}{2s}V(s) + \frac{4}{2s}X(s)$



Вычислим суммы коэффициентов усиления по прямому и инверсному входам

$$S_1(s) = \frac{5}{2s}$$

$$S_2(s) = 0$$

Условие баланса:

$$S_1 = \ S_2 + 1$$

Проверим, выполняется ли баланс:

$$\frac{5}{2s} \neq \ 1$$

Условие баланса не выполняется, поэтому необходимо подобрать передаточные функции $W_{10}(s)$ и $W_{20}(s)$, удовлетворяющие условию

$$S_1(s) + W_{10}(s) = S_2(s) + 1 + W_{20}(s)$$

Подставим значения S_1 и S_2:

$$\frac{5}{2s} + w_{10}(s) = 0 + 1 + w_{20}(s)$$

Отсюда получаем, что:

$$W_{10} = 1\ ;\ \ W_{20} = \frac{5}{2s}$$

Для прямого входа:

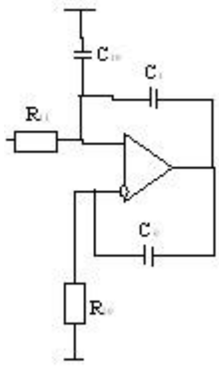
$$Z_{11} * S_1 = W_{10} * Z_{10} = Z_1$$

$$Z_{11} * \frac{5}{2s} = 1 * Z_{10} = Z_1$$

Получаем, что $Z_{10} = Z_{11} * \frac{5}{2s} = Z_1$

Тогда возьмем, что

$$Z_1 = Z_{10} = \frac{1}{C_{10}s} \quad ; \quad Z_{11} = R_{11}$$



Для инвертирующего входа :

$$Z_{20} * W_{20} = Z_0$$

$$Z_{20} * \frac{5}{2s} = Z_0$$

Тогда возьмем:

$$Z_0 = \frac{1}{C_0 s} \quad ; \quad Z_{20} = R_{20}$$

Выберем номиналы для конденсатора и резисторов : $C_{10} = 1$ мкФ, $R_{11} = 1$ МОм, $R_{20} = 1$ МОм, $C_0 = 0.4$ мкФ, $C_1 = 1$ мкФ

Частотные характеристики

$$W4(j\,\omega)=\frac{-4}{1-2j\omega} = \frac{-4(1+2j\omega)}{1+4\omega^2} = \frac{-4}{1+4\omega^2} - \frac{8j\omega}{1+4\omega^2}$$

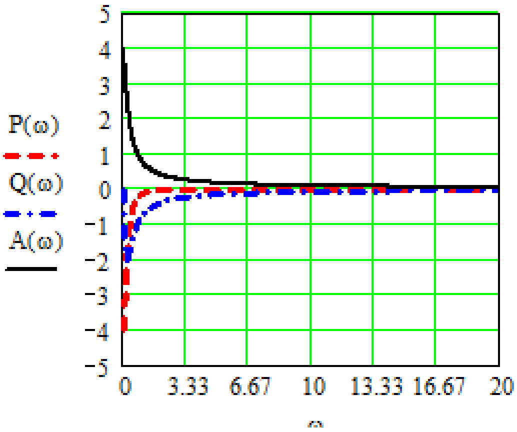
Вещественная, мнимая и амплитудная характеристики:

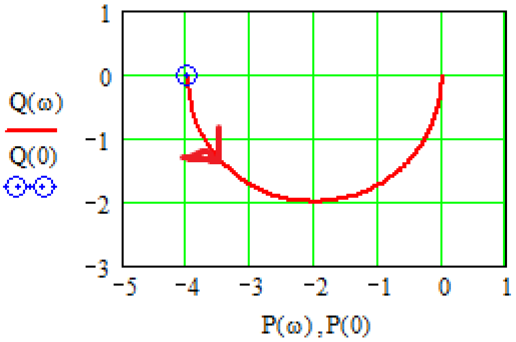
ВЧХ $\quad P(\omega) = \frac{-4}{1+4\omega^2}$

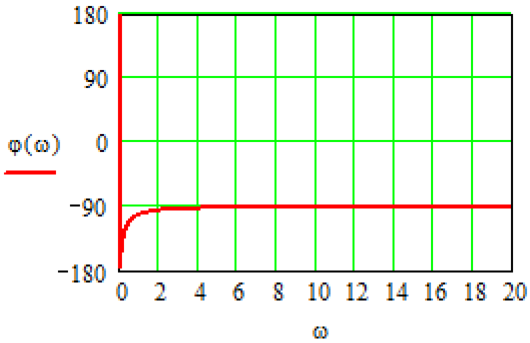
МЧХ $\quad Q(\omega) = \frac{-8\omega}{1+4\omega^2}$

АЧХ $\quad A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \frac{\sqrt{16+64\omega^2}}{1+4\omega^2}$

ФЧХ $\quad \varphi(\omega) = arctg\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = arctg(2\omega)$





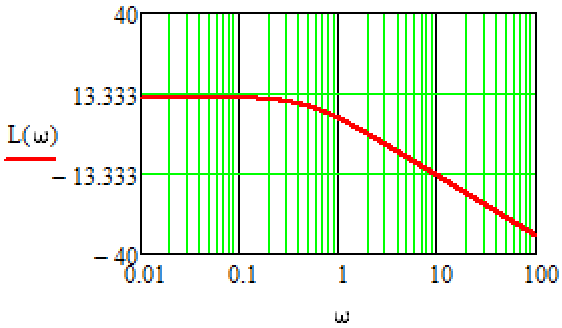


Годограф

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

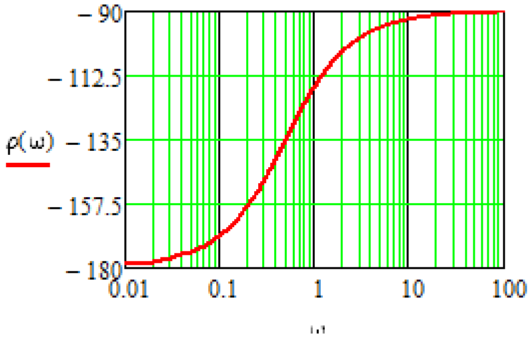
$$L(\omega) = 20\lg\big(A(\omega)\big) = 20\lg\left(\frac{\sqrt{16+64\omega^2}}{1+4\omega^2}\right) =$$

$$20\lg\left(\sqrt{16+64\omega^2}\right) - 20\lg\left(1+4\omega^2\right)$$



Логарифмическая фазо-частотная характеристика

$$\Phi(\omega) = \varphi(\omega) = arctg(2\omega)$$



Временные характеристики

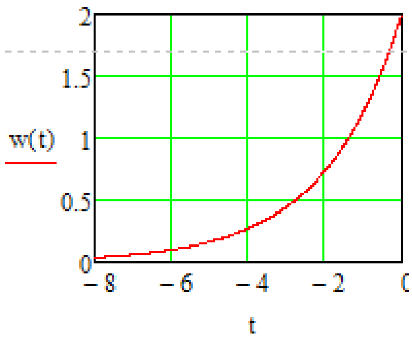
Импульсная характеристика:

$$x(t) = \delta(t)$$

$$X(s) = L\{x(t)\} = 1$$

$$Y(s) = X(s)W4(s) = \frac{-4}{1-5s}$$

$$(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = 0.8e^{0.2t}$$



Переходная характеристика:

$$x(t) = 1(t)$$

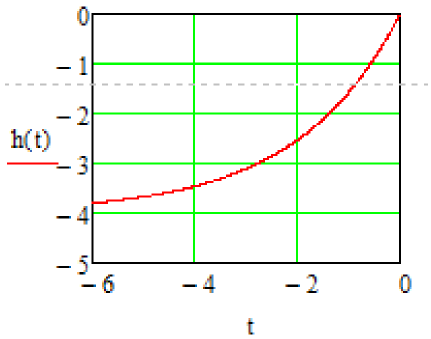
$$X(s) = L\{x(t)\} = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = X(s)W4(s) = \frac{-4}{s(1-5s)}$$

$$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = -4 + 4e^{0.2t}$$

$h0 := \lim_{t \to 0} h(t) \to 0$ $\qquad$ $hy := \lim_{t \to \infty} h(t) \to \infty$

$\Delta := |hy - h0| \cdot 5\%$ float, 3 $\to \infty$ $\qquad$ $ty = -150$



2. Вывод передаточной функции разомкнутой системы Wp (s) .

Исходная схема передаточной функции представлена на рис.1.

Для упрощения воспользуемся методом структурных преобразований.

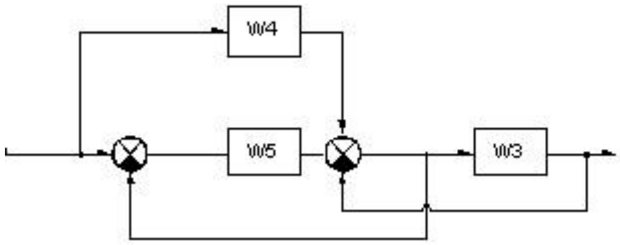


Рис.1.Исходная схема.

Выполним перенос точки через звено W3(рис.2)

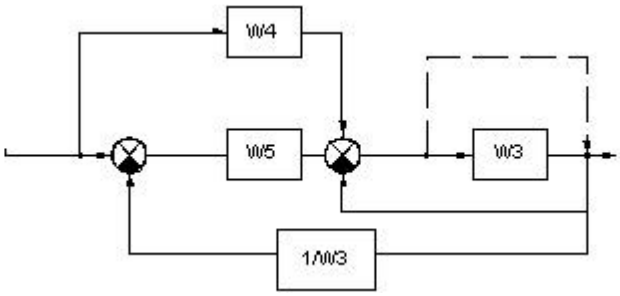


Рис.2.Перенос точки через звено.

Перенесем сумматор через звено W5. После этого перемножим функции W3 и W5, так как после преобразования они будут соединены последовательно(Рис.3).

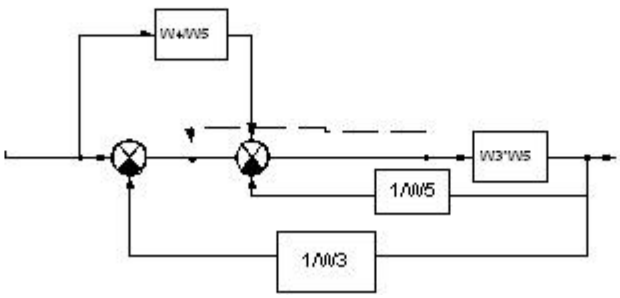


Рис.3 Перенос сумматора через звено.

Поменяем сумматоры местами и упростим получившуюся передаточную функцию обратного соединения $\frac{1}{1+\frac{W4}{W5}}$.(Рис.4)

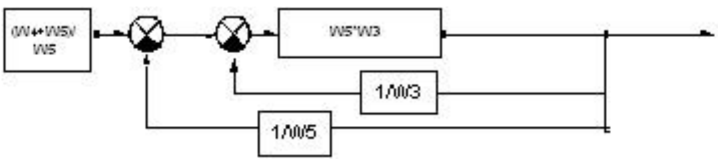


Рис.4 Перенос сумматоров.

Преобразуем получившуюся структуры с обратной отрицательной связью и в результате избавимся от сумматоров.(Рис.5)

Рис.5 Преобразование структур с обратной связью.

Перемножим оставшиеся блоки между собой и получим итоговую передаточную функцию(Рис.6).

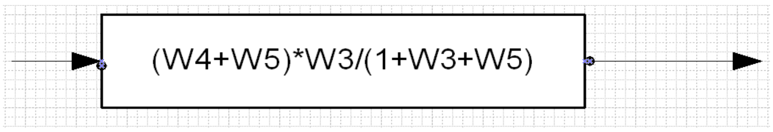


Рис.6 Передаточная функция.

Подставим в передаточную функцию соответствующие выражения для типовых звеньев.

$$W3(s) := \frac{1}{2s} \quad W4(s,T) := \frac{-4}{1 + T \cdot s} \quad W5(s) := 3 \cdot (1 + 2 \cdot s)$$

Получим передаточную функцию разомкнутой системы.

$$W(s) := \frac{-1 + 12s + 12s^2}{1 + 10s + 28s^2 + 24^3}$$

Проверим правильность передаточной функции с помощью программы MathCAD.
Запишем систему уравнений, полученных из заданной схемы(Рис.7).

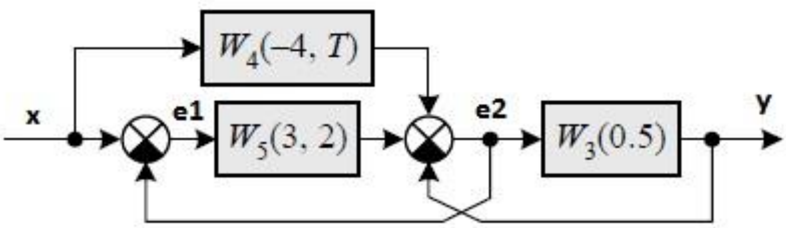


Рис.7 Заданная схема для получения уравнений.

$$e1 = x - e2$$

$$e2 = e1 \cdot W5 + x \cdot W4 - y$$

$$y = e2 \cdot W3$$

$e1 = x - e2 \qquad e2 = e1 \cdot W5 + x \cdot W4 - y \qquad y = e2 \cdot W3$

$$F(W3, W4, W5) := \frac{Find(y, e1, e2)_0}{x} \rightarrow \frac{(W5 + W4)}{(1 + W5 + W3)} \cdot W3$$

$$W3(s) := \frac{1}{2s}$$

$$W4(s, T) := \frac{-4}{1 + T \cdot s} \qquad W(s) := \frac{-1 + 12s + 12s^2}{1 + 10s + 28s^2 + 24^3}$$

$$W5(s) := 3 \cdot (1 + 2 \cdot s)$$

Запишем полученную систему уравнений в Mathcad и найдем ее решение.

Вместо переменных W3,W4,W5 подставим функции соответствующих типовых звеньев. В результате получим передаточную функцию разомкнутой системы. Она совпадает с выведенной структурным методом.

3. Исследовать устойчивость разомкнутой системы от буквенного параметра методами Гурвица и Михайлова.

Метод Гурвица.

Запишем передаточную функцию

$$W_p(s,T) = \frac{6Ts^2 + (3T + 6)s - 1}{12Ts^3 + (8T + 12)s^2 + (8 + T)s + 1}.$$

Составим характеристический полином:

$$C_p(s,T) = 12Ts^3 + (8T + 12)s^2 + (8 + T)s + 1$$

Для характеристического полинома третьей степени необходимые и достаточные условия устойчивости имеют вид:

$\{(\mathrm{sign}\ c_3)c_2 > 0\} \cap \{M_2 = c_2c_1 - c_3c_0 > 0\} \cap \{(\mathrm{sign}\ c_3)M_2c_0 > 0\}$,

т.е. c_0, c_2, c_3 должны быть одного знака и $M_2 > 0$.

Выпишем коэффициенты:

$c_0=1 \qquad c_1=8+T \qquad c_2=12+8T \qquad c_3=12T$

Из коэффициентов полинома видно, что $c_0>0$. Следовательно, c_2 и c_3 также больше 0.

$$c_0>0 \Rightarrow \begin{cases} c_2 > 0 \\ c_3 > 0 \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} 12 + 8T > 0 \\ 12T > 0 \end{cases} \begin{cases} 8T > -12 \\ T > 0 \end{cases} \begin{cases} T > -1.5 \\ T > 0 \end{cases}$$

Матрица Гурвица:

Из коэффициентов c_0, c_1, c_2, c_3 составим матрицу Гурвица.

$$\Gamma := \begin{pmatrix} c_2 & c_0 & 0 \\ c_3 & c_1 & 0 \\ 0 & c_2 & c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12T + 8 & 1 & 0 \\ 12T & T + 8 & 0 \\ 0 & 12T + 8 & 1 \end{pmatrix}$$

Рассчитаем 2-й главный минор матрицы Гурвица.

$$M_2 = \begin{pmatrix} c_2 & c_0 \\ c_3 & c_1 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 12 + 8T & 1 \\ 12 & T + 8 \end{vmatrix} = 8T^2 + 64T + 96$$

Исходя из требования $M_2>0$, найдем решение неравенства:

$8T^2+64T+96>0 \qquad |:8$

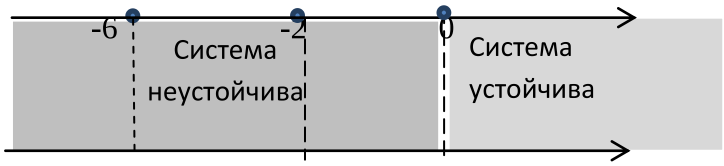
$T^2+8T+12>0$

$D=16>0 \Rightarrow T_1=-6 \quad T_2=-2$

Решением неравенства является: $T<-6$ или $T>-2$

Общим итогом является система неравенств:

$$\begin{cases} T > 0 \\ \text{T} < -6 \text{ или } \text{T} > -2 \end{cases}$$



Решением этой системы является $T > 0$.
T=0 – апериодическая граница устойчивости.
Система устойчива при T>0 и неустойчива при T<0

Метод Михайлова.

Характеристический полином имеет вид

$$\text{C}_p(s,T) = 12Ts^3 + (8T+12)s^2 + (8+T)s + 1$$

$$\text{C}_p(j\omega,T) = -12T\omega^3 j - (8T+12)\omega^2 + (8+T)j\omega + 1 = -(12+8T)\omega^2 + 1 + \left((8+T)\omega - 12T\omega^3\right)j$$

Определим квадраты корней вещественной и мнимой частотных функций полинома:

$$P(\omega) = -(12+8T)\omega^2 + 1 = 0 \text{ при } \omega_1^2 = \frac{1}{12+8T}$$

$$\text{Q}(\omega) = (8+\text{T})\omega - 12\text{T}\omega^3 = 0 \text{ при } \omega_0^2 = 0, \omega_2^2 = \frac{8+\text{T}}{12\text{T}}$$

В соответствии с критерием Михайлова должны выполняться условия:

1) Коэффициенты c_1,c_0 должны быть ненулевыми и быть одного знака.

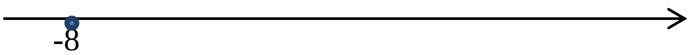
Выполним проверку:

c_0=1 c_1=8+T

Коэффициент c_0 больше 0. Найдем значение параметра T, при котором коэффициент c_1 тоже будет больше 0.

8+T>0 → T> -8

Обозначим его на оси.



2) Корни ω_i уравнений Re{C(jω)} = 0 и Im{C(jω)} = 0 соответствовали неравенству $\omega_0^2 < \omega_1^2 < \omega_2^2$

Выполним проверку

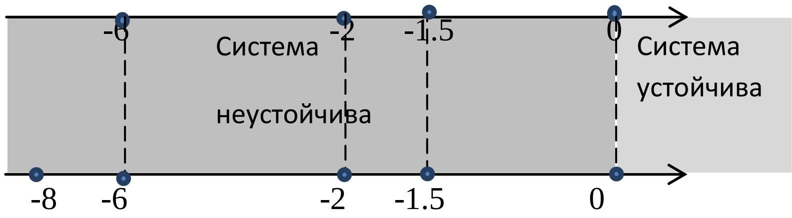
$$0 < \frac{1}{12+8T} < \frac{8+T}{12T}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{12+8T} > 0 \\ \dfrac{1}{12+8T} < \dfrac{8+T}{12T} \end{cases} \qquad \begin{cases} 12+8T > 0 \\ \dfrac{1}{12+8T} - \dfrac{8+T}{12T} < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} T > -1.5 \\ \dfrac{12T - (12+8T)(8+T)}{12T(12+8T)} < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T > -1.5 \\ \dfrac{-64T - 96 - 8T^2}{12T(12+8T)} < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} T > -1.5 \\ \dfrac{-(T+6)(T+2)}{12T(12+8T)} < 0 \end{cases}$$

Для неравенства $\text{T} > -1.5$ обозначим решение

Интервалами, удовлетворяющими решению неравенства $\frac{-(\text{T}+6)(\text{T}+2)}{12\text{T}(12+8\text{T})} < 0$, будут T<-6 или -2<T<-1.5 или T>0.



Общим решением системы неравенств является T>0

Проведём анализ устойчивости системы при значении параметра $\boldsymbol{T = -3.5}$.

$C_p(s,T) = -42s^3 - 16s^2 + 4.5s + 1$

$C_p(j\omega,T) = 42\omega^3 j + 16\omega^2 + 4.5j\omega + 1$

$P(\omega) = 16\omega^2 + 1 = 0 \qquad \omega_1^2 = \dfrac{1}{12+8T} = -0.063$

$Q(\omega) = (8+T)\omega - 12T\omega^3$

$\omega_0^2 = 0, \omega_2^2 = \dfrac{8+T}{12T} = -0.107$

1) c_0=1 c_1=4.5

Коэффициенты c_0 и c_1 являются коэффициентами одного знака, первое условие устойчивости выполняется.

2) $\omega_0^2 < \omega_1^2 < \omega_2^2$

Подставим соответствующие значения и расставим знаки: $0 > -0.063 > -0.107$

Условие устойчивости $\omega_0^2 < \omega_1^2 < \omega_2^2$ не выполняется. Полином неустойчив при данном параметре.

Проведём анализ устойчивости системы при значении параметра $\boldsymbol{T = 2}$

$C_p(s,T) = 24s^3 + 28s^2 + 10s + 1$

$C_p(j\omega,T) = -24\omega^3 j - 28\omega^2 + 10j\omega + 1$

$P(\omega) = -28\omega^2 + 1 = 0$

$\omega_1^2 = \dfrac{1}{12+8T} = 0.0357$

$Q(\omega) = 10\omega - 24\omega^3 = 0$

$\omega_0^2 = 0, \omega_2^2 = \dfrac{8+T}{12T} = 0.416$

1) c_0=1 c_1=10

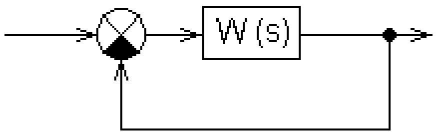
Коэффициенты c_0 и c_1 являются коэффициентами одного знака, первое условие устойчивости выполняется.

2) $\omega_0^2 < \omega_1^2 < \omega_2^2$

Подставим соответствующие значения и расставим знаки: $0 < 0.0357 < 0.416$

Условие устойчивости $\omega_0^2 < \omega_1^2 < \omega_2^2$ выполняется. Полином устойчив при данном параметре.

4.Получить передаточную функцию $W_з(s)$ системы, замкнутой единичной отрицательной обратной связью.



Передаточная функция замкнутой системы с единичной отрицательной обратной связью имеет вид:

$$W_z(s,T)=\frac{W_r(s,T)}{1+W_r(s,T)}=\frac{B(s)}{A(s)+B(s)}=\frac{6Ts^2+(3T+6)s-1}{6Ts^2+(3T+6)s-1+12Ts^3+(12+8T)s^2+(8+T)s+1}=\frac{6Ts^2+(3T+6)s-1}{12Ts^3+(12+14T)s^2+(14+4T)s}$$

Получим характеристический полином замкнутой системы.

$$C(s,T)=12Ts^3+(12+14T)s^2+(14+4T)s$$

Коэффициенты: $c_0=0$ $c_1=14+4T$ $c_2=12+14T$ $c_3=12T$

При $c0 = 0$ и $c1 \neq 0$ система имеет астатизм первого порядка и находится на апериодической границе устойчивости.

Из коэффициентов c_0,c_1,c_2,c_3 составим матрицу Гурвица.

$$\Gamma(T) := \begin{pmatrix} C2(T) & C0(T) & 0 \\ C3(T) & C1(T) & 0 \\ 0 & C2(T) & C0(T) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 14\cdot T+12 & 0 & 0 \\ 12\cdot T & 4\cdot T+14 & 0 \\ 0 & 14\cdot T+12 & 0 \end{pmatrix}$$

Рассчитаем миноры матрицы Гурвица.

$M_1 = 14T + 12$ $M_2 = 56T^2 + 244T + 168$ $M_3 = 0$

Рассчитаем 2-й главный минор матрицы Гурвица.

Исходя из требования $M_2>0$, найдем решение неравенства:

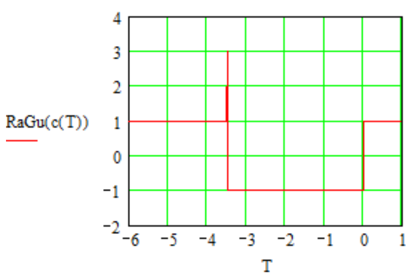
$$56T^2 + 244T + 168 > 0$$

$$56T^2 + 244T + 168 \text{ solve}, T \rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{7}{2} \\ -\frac{6}{7} \end{pmatrix}$$

Решением неравенства являются интервалы T<-7/2 или T>-6/7.

Используя программу Mathcad, определим интервалы устойчивости и неустойчивости системы, а так же апериодические и колебательные границы.

$$c(T) := (0 \;\; 4T+14 \;\; 14T+12 \;\; 12T)^T$$



Из графика видно, что при -3.5<T<-6/7 функция принимает значение -1, то есть система неустойчива. При T<-3.5 или T≥-6/7 функция принимает значение 1, то есть – апериодическая граница.

Точка T=-3.5 является апериодической и колебательной границей устойчивости.

5. По согласованию с преподавателем составить список параметров из всех граничных значений и по одному из каждой области устойчивости и неустойчивости замкнутой системы. Для каждого параметра построить годограф Михайлова разомкнутой системы и найти число n+ правых корней ее характеристического полинома (ХП).

Напишем границы устойчивости замкнутой системы, полученные ранее.

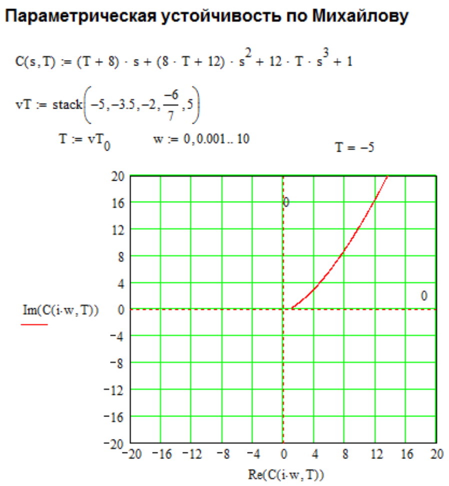
Разомкнутая система устойчива при T>0, неустойчива при T<0

Так как c_0=0 в замкнутой системе, то один из полюсов будет нулевым. Тогда система не будет устойчивой. Апериодическая граница при T<-3.5 или при T≥-0.86. Система неустойчива при -3.5<T<-0.86

Сформируем набор параметров:

T=(-5, -3.5, -2, -0.86, 2)

Построим годографы Михайлова разомкнутой системы для выбранных параметров.

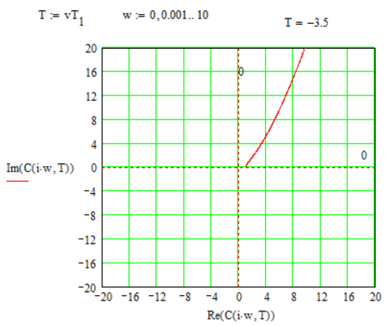


T=-5

Суммарные изменения аргумента комплексной функции в квадратах

$\Delta k = 1, n = 3$

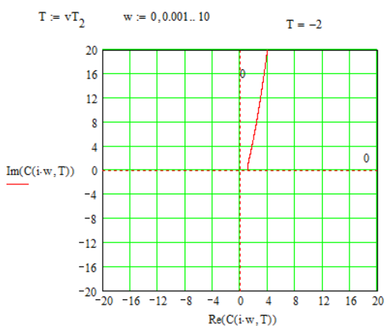
$n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 1$, существует правый корень, система неустойчива.



T=-3.5

$\Delta k = 1, n = 3$

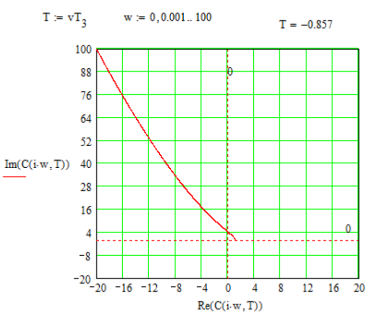
$n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 1$, существует правый корень, система неустойчива.



T=-2

$\Delta k = 1, n = 3$

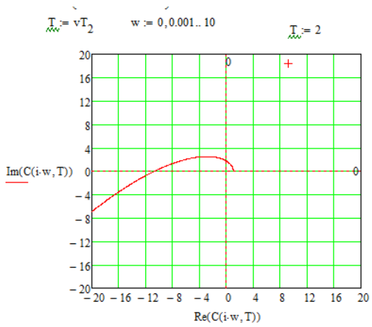
$n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 1$, существует правый корень, система неустойчива.



T=-0.86

$\Delta k = 1, n = 3$

$n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 1$, существует правый корень, Система неустойчива.



T=2

$\Delta k = 3, n = 3$

$n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 0$,правых корней не существует. Система устойчива.

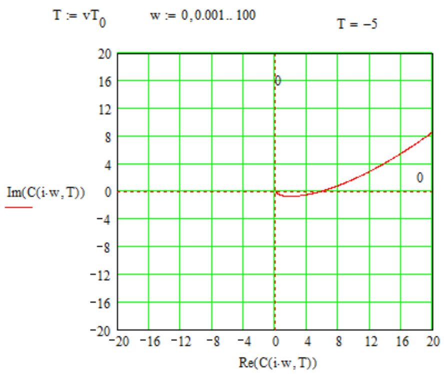
6. Для каждого значения параметра построить все необходимые частотные характеристики и исследовать устойчивость замкнутой системы по критериям Найквиста и Михайлова.

Критерий Михайлова.

Построим годографы Михайлова для заданных ранее параметров для замкнутой системы.

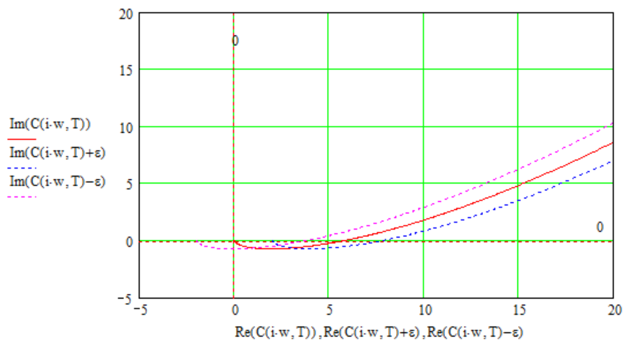
$C(s,T)= 12Ts^3 + (12 + 14T)s^2 + (14 + 4T)s$

T=-5



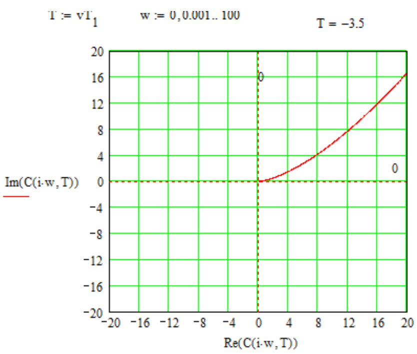
Из-за того, что годограф выходит из начала системы координат, невозможно определить устойчивость системы. Поэтому построим тот же годограф со смещением ±ε, где ε=2.

$C(s)\ \text{collect}, s \rightarrow -60 \cdot s^3 - 22 \cdot s^2 - 6 \cdot s$



Для годографа C(s,T)+ ε определим Δk=1, n=3, $n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 1$. Система неустойчива.

Для годографа C(s,T)- ε определим $\Delta k = 3, n = 3, n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 0$. Система устойчива. Следовательно, в исходной системе T=-5 –граница.

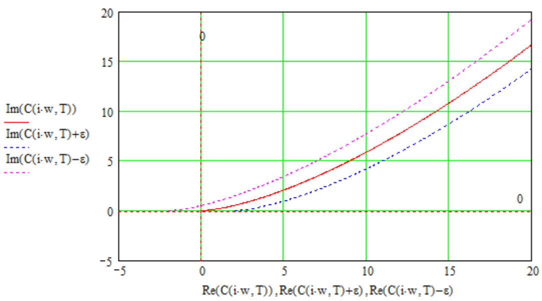


T=-3.5

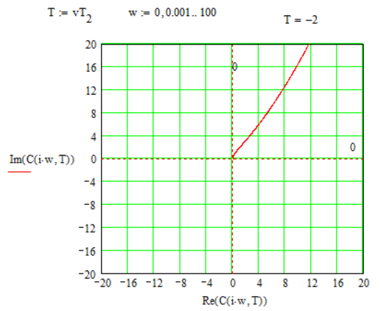
Из-за того, что годограф выходит из начала системы координат, невозможно определить устойчивость системы. Поэтому построим тот же годограф со смещением ±ε, где ε=2.

$C(s)\ \text{collect}, s \rightarrow -42.0 \cdot s^3 - 10.0 \cdot s^2$

Для годографа C(s,T)+ ε определим Δk=1, n=3, $n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 1$. Система неустойчива.



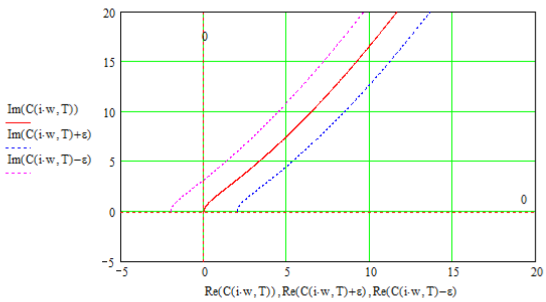
Для годографа C(s,T)- ε определим $\Delta k = -1, n = 3, n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 2$. Система неустойчива. Следовательно, исходная система неустойчива при T=-3.5.(Хотя должна быть апериодическая и колебательная граница)



T=-2

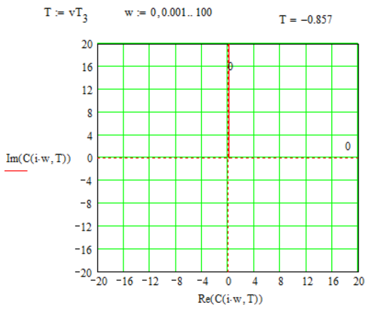
Из-за того, что годограф выходит из начала системы координат, невозможно определить устойчивость системы. Поэтому построим тот же годограф со смещением ±ε, где ε=2.

$$C(s)\ \text{collect}, s \rightarrow 2 \cdot s^2 - 24 \cdot s^3 + 6 \cdot s$$



Для годографа C(s,T)+ ε определим Δk=1, n=3, $n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 1$. Система является неустойчивой.

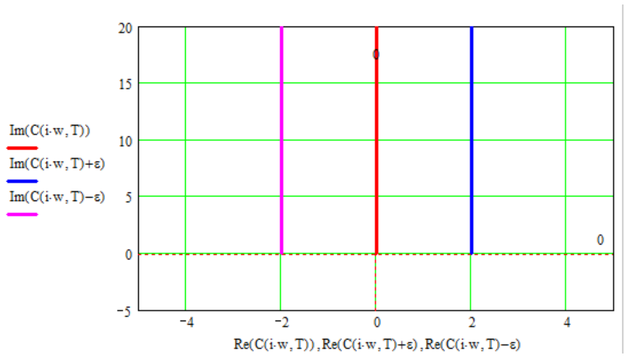
Для годографа C(s,T)- ε определим $\Delta k = -1, n = 3, n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 2$. Система неустойчива. Следовательно, исходная система неустойчива при T=-2.



T=-0.86

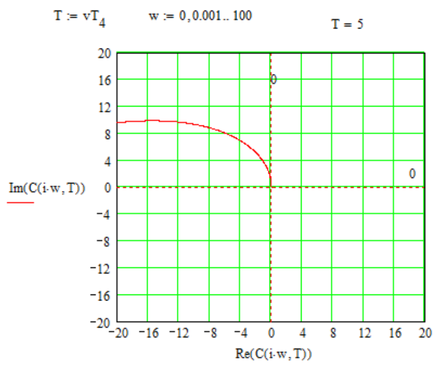
Из-за того, что годограф выходит из начала системы координат, невозможно определить устойчивость системы. Поэтому построим тот же годограф со смещением ±ε, где ε=2.

$$C(s)\ \text{collect}, s \rightarrow 11.12 \cdot s^2 - 10.32 \cdot s^3 + 10.56 \cdot s$$



Для годографа C(s,T)+ ε определим Δk=1, n=3, $n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 1$. Система является неустойчивой.

Для годографа C(s,T)- ε определим $\Delta k = -1, n = 3, n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 2$. Система неустойчива Следовательно, исходная система неустойчива при T=-0.86.

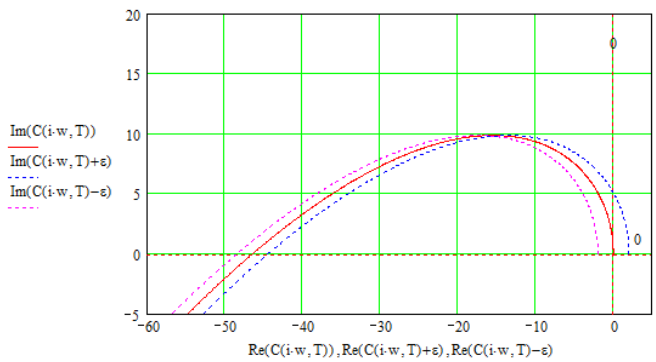


T=2

Из-за того, что годограф выходит из начала системы координат, невозможно определить устойчивость системы. Поэтому построим тот же годограф со смещением ±ε, где ε=2.

$$C(s)\ \text{collect}, s \rightarrow 24 \cdot s^3 + 34 \cdot s^2 + 22 \cdot s$$

Для годографа C(s,T)+ ε определим Δk=3, n=3, $n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 0$. Система является устойчивой.



Для годографа C(s,T)+ ε определим $\Delta k = 1, n = 3, n_+ = \frac{n-\Delta k}{2} = 1$. Система неустойчива. Следовательно, в исходной системе при T=2 – граница.

Критерий Найквиста:

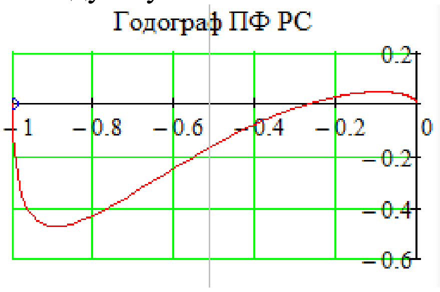
Система будет устойчива, если количество переходов левее точки Найквиста $(-1, j0)$ в сумме равно $\frac{n_+}{2}$.

Так как в замкнутой системе присутствует единичная отрицательная обратная связь, то передаточные функции разомкнутой системы и разомкнутого контура равны:

$$W_p(s) = W_к(s) = \frac{6Ts^2 + (3T+6)s - 1}{12Ts^3 + (8T+12)s^2 + (8+T)s + 1}.$$

$$W_K(s) = W(s)\cdot 1 = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{B(s)}{C_K(s)}$$

Исследуем устойчивость ЗС по Найквисту для каждого значения параметра, заданных ранее.



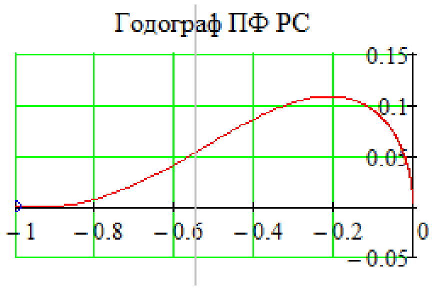
При T=-5

$B(s) := -1 + (3T + 6)\cdot s + 6\cdot s^2$

$A(s) := 12T\cdot s^3 + (12 + 8T)\cdot s^2 + (8 + T)\cdot s + 1$

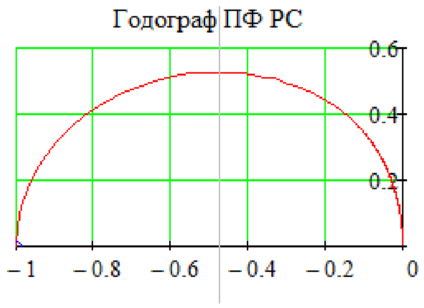
$W(s) := \frac{B(s)}{A(s)}$ $\quad C(s) := A(s) + B(s)$ $\quad Wz(s) := \frac{B(s)}{C(s)}$ $\quad C(s)\ \text{collect}, s \rightarrow -60\cdot s^3 - 22\cdot s^2 - 6\cdot s$

Количество переходов левее точки (-1,0) равно 0. Следовательно, система устойчива.



При T=-3.5 $\quad C(s)\ \text{collect}, s \rightarrow -42.0\cdot s^3 + 10.0\cdot s^2$

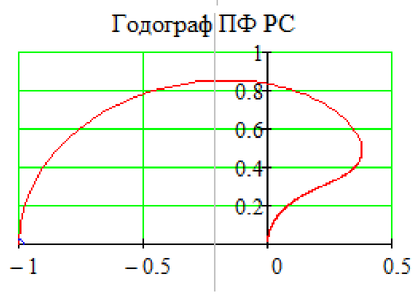
Количество переходов левее точки Найквиста равно 0.Система устойчива.



T=-2

$C(s)\ \text{collect}, s \rightarrow 2\cdot s^2 - 24\cdot s^3 + 6\cdot s$

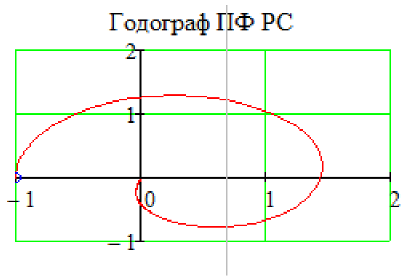
Количество переходов левее точки Найквиста равно 0. Система устойчива.



T=-0.86

$C(s)\ \text{collect}, s \rightarrow 11.12\cdot s^2 + 10.32\cdot s^3 + 10.56\cdot s$

Количество переходов левее точки Найквиста равно 0. Система устойчива.



T=2

$C(s)\ \text{collect}, s \rightarrow 24\cdot s^3 + 34\cdot s^2 + 22\cdot s$

Количество переходов левее точки Найквиста равно 0. Система устойчива.

$T := -5$

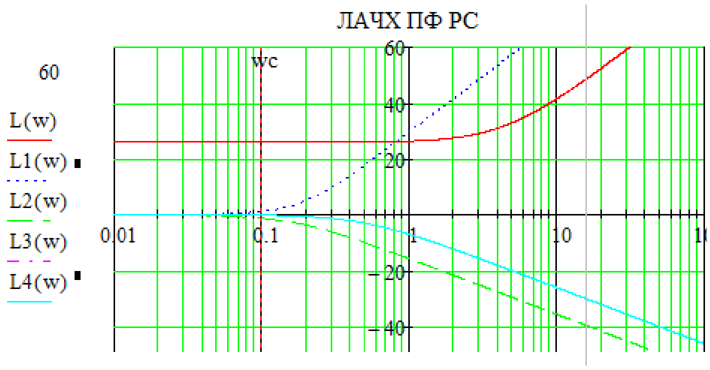
$$W(s,T) := \frac{6T \cdot s^2 + (3T+6)s - 1}{12T \cdot s^3 + (8T+12)s^2 + (8+T)s + 1}$$

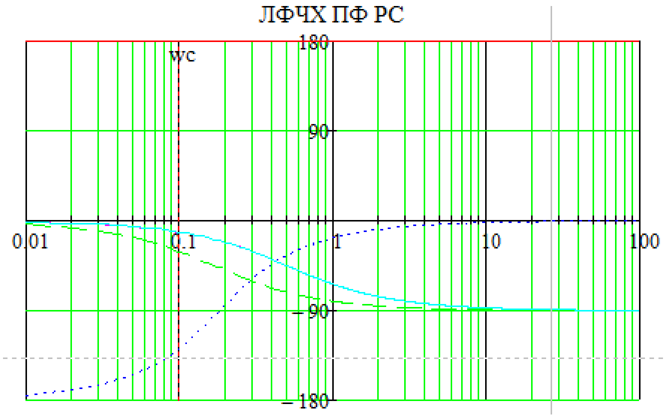
$$W(s,T) \text{ factor } \rightarrow \frac{30 \cdot s^2 + 9 \cdot s + 1}{(6 \cdot s + 1) \cdot (2 \cdot s + 1) \cdot (5 \cdot s - 1}$$

$$W1(s) := 6 \cdot s + 6 \cdot T \cdot s^2 + 3 \cdot T \cdot s - 1 \qquad W2(s) := \frac{1}{6s+1}$$

$$W3(s) := \frac{1}{2s+1} \qquad W4(s) := \frac{1}{2s+1}$$

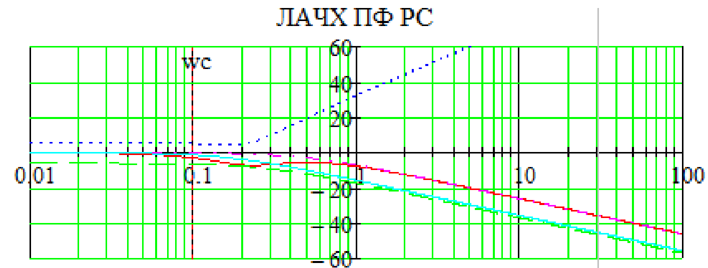
$$W(s) := W1(s) \cdot W2(s) \cdot W3(s) \cdot W4(s)$$

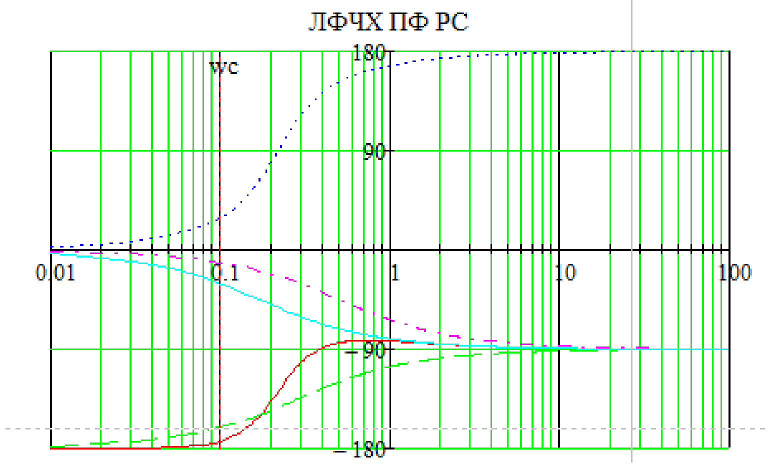




Количество переходов – 0, так как не переходит через граничную частоту -180 в положительной области ЛАЧХ, число правых корней =1, система неустойчива

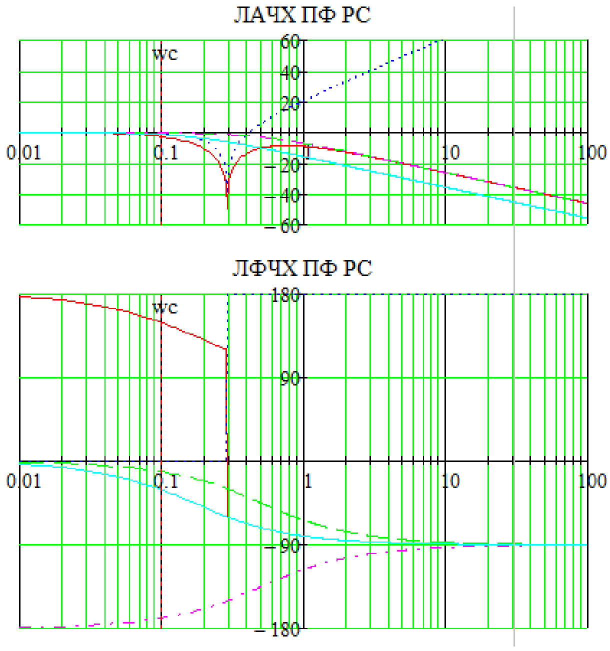
T=-3.5



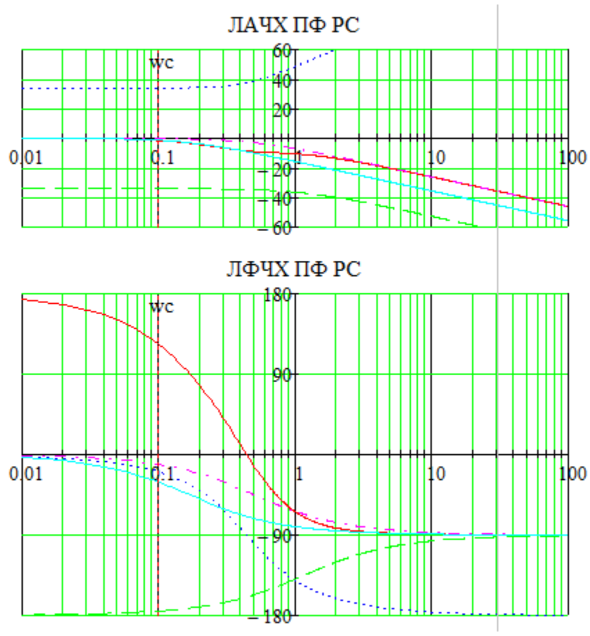


Количество переходов равно 0, так как переход через границу -180^0 происходит в отрицательной области, правых корней 1, система неустойчива.

T=-2

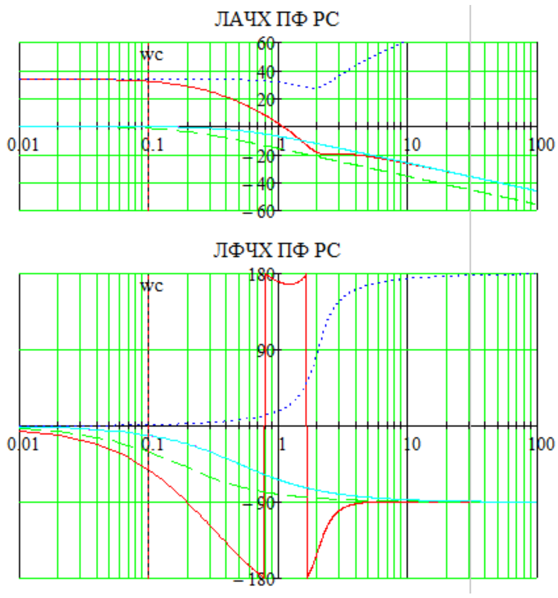


T=-0.86



Количество переходов – 0, так как не переходит через граничную частоту -180 в положительной области ЛАЧХ, правых корней 1, система неустойчива (для обоих параметров)

T=2



ЛФЧХ пересекает граничный уровень фазы, равный $-180°$ на интервалах частот, где $L_к(\omega) > 0$. Поэтому сумма фазовых переходов равна 0, правых корней нет – система устойчива

7. Для данного преподавателем параметра построить и исследовать каноническую схему моделирования системы на ОУ в программах Electronics Workbench (EWB).

Проведём синтез канонической схемы моделирования РС на операционных усилителях с использованием инвертирующих интеграторов:

$W(s) := \dfrac{-1 + 12s + 12s^2}{1 + 10s + 28s^2 + 24^3}$ $\qquad$ $W_v(s)=\frac{1}{A(s)} = \frac{1}{24s^3+28s^2+10s+1}$

$$x = 24v''' + 28v'' + 10v' + v$$

$v''' = 1/24x + 28/24(-v'') - 10/24v' + 1/24(-v)$

Произведем синтез. Проверим условие баланса

$S_1 = S_2 + 1$

$\boldsymbol{S_1}$***=28/24+1/24+1/24=30/24***

$\boldsymbol{S_2}$***=10/24+1=34/24***

Условие баланса не выполняется, поэтому необходимо подобрать k_{10} и k_{20}, удовлетворяющие условию

$S_1 + k_{10} = S_2 + 1 + k_{20}$

Подставим значения S_1 и S_2:

$30/24 + k_{10} = 34/24 + k_{20}$

Отсюда получаем, что:

$k_{10} = \dfrac{34}{24} - \dfrac{30}{24} = \dfrac{4}{24}$

$k_{20} = 0$

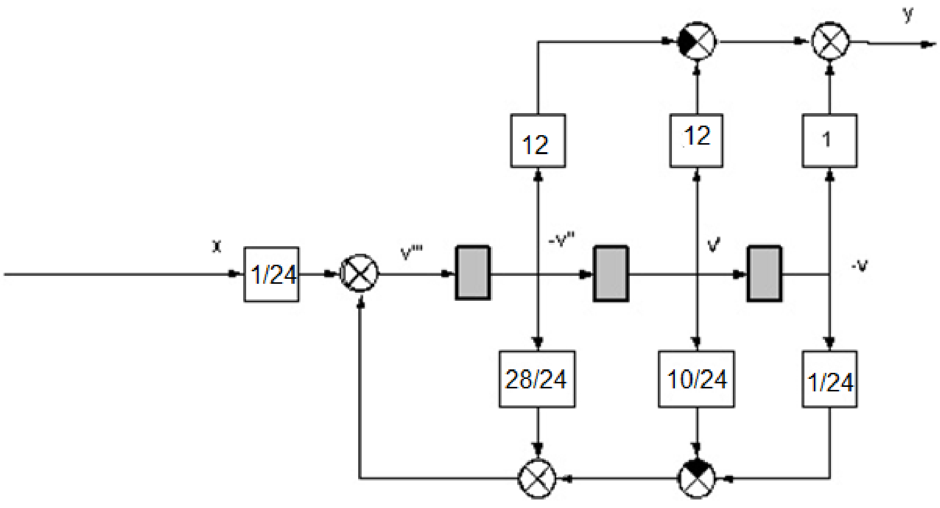
Произведем расчет номиналов.

$1/24\mathbf{R_x} = 28/24\mathbf{R_{v''}} = 1/24\mathbf{R_v} = 4/24\mathbf{R_{10}}$

R_x=1 MOm $\quad$ R_v=1 MOm $\quad$ $R_{v''}$=36 kOm $\quad$ R_{10}=250 kOm

R_0=10/24$R_{v'}$

R_0=1 MOm $\quad$ $R_{v'}$=2.4 MOm



$W_y(s)=\frac{B(s)}{1}$

Y=-12(-v'')+12v'+(-v)

Произведем синтез.

Проверим условие баланса

$s_1 = s_2 + 1$

s_1*=13*

s_2*=12*

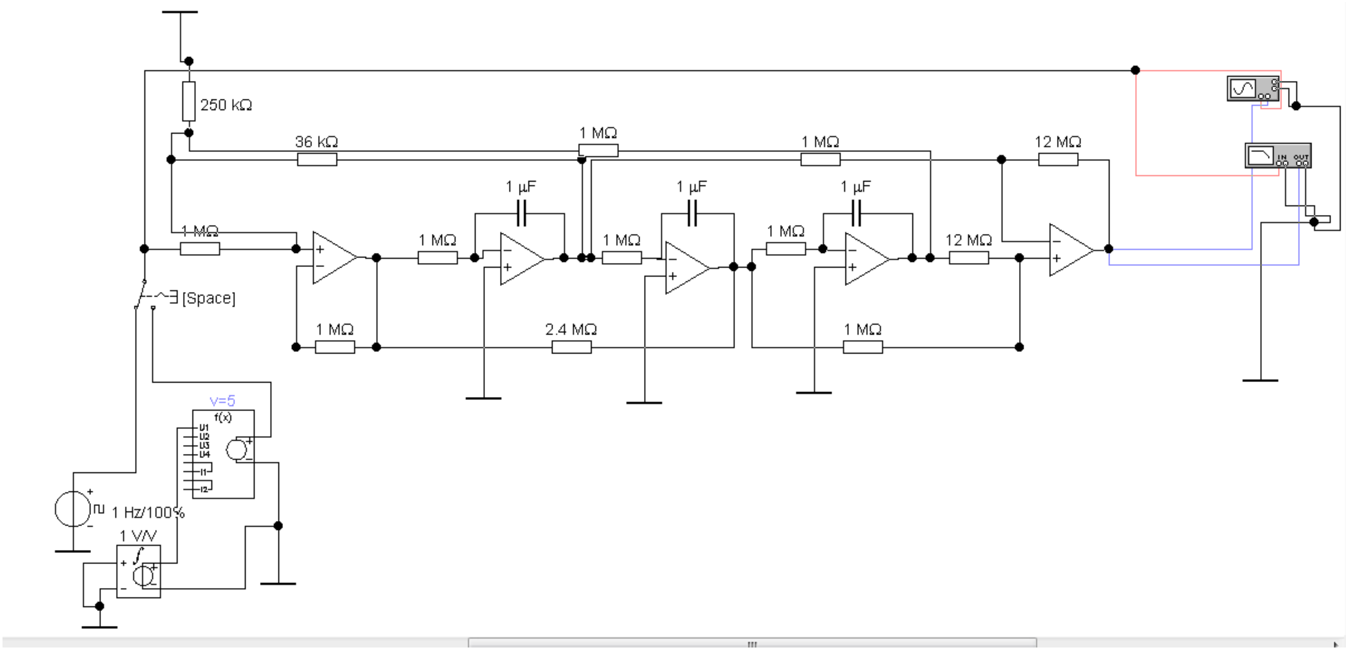
Условие баланса выполняется

Произведем расчет номиналов.

12 $R_{v'}$=R_v $\qquad$ 12$R_{v''}$=R_0

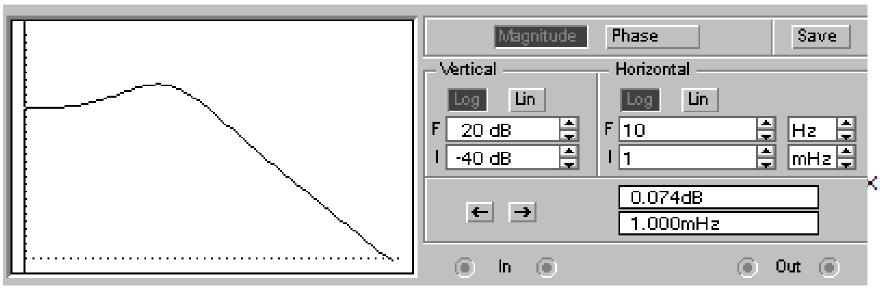
$R_{v'}$=1 MOm $\quad$ R_v=12 MOm $\quad$ $R_{v''}$=1MOm $\quad$ R_0=12 MOm

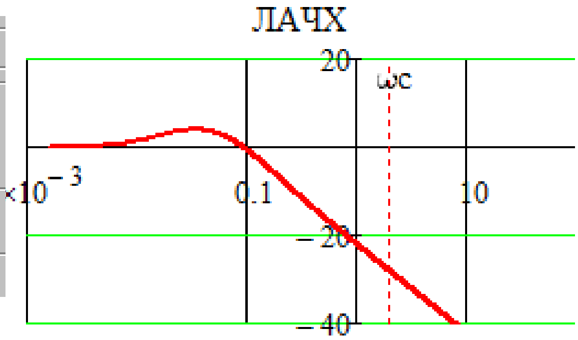
Принципиальная схема моделирования



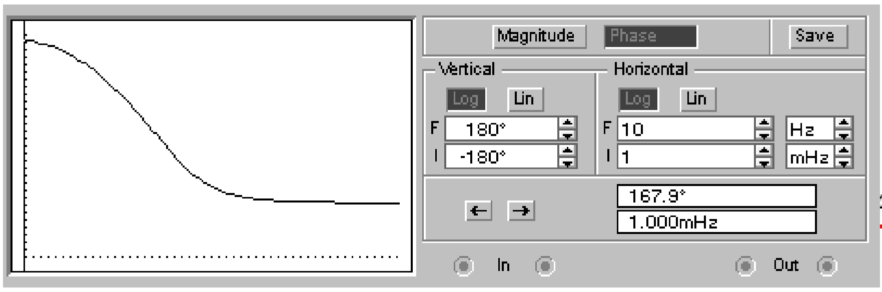
При моделировании получили логарифмические частотные характеристики схемы.

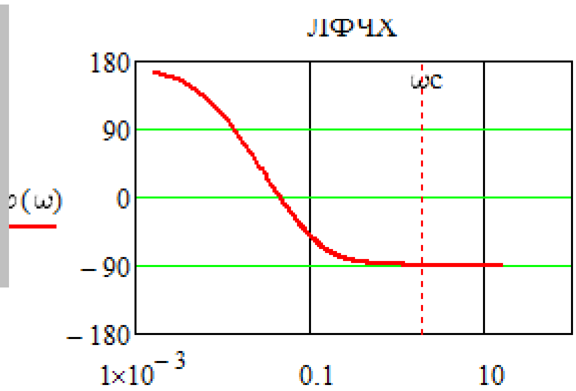
Сравним их с полученными в п. 6.2 графиками в Mathcad. Изменим шкалу частот на $\frac{\omega}{2\pi}$, чтобы получить необходимую шкалу в герцах:



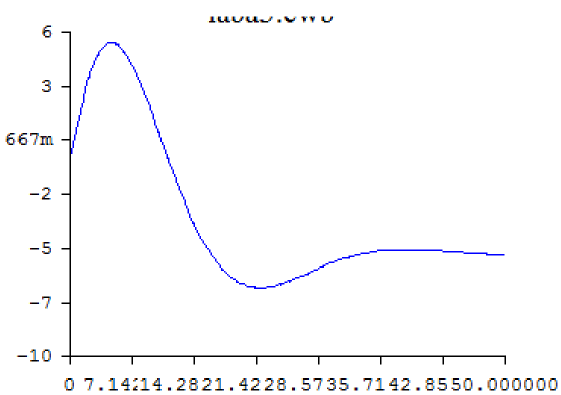


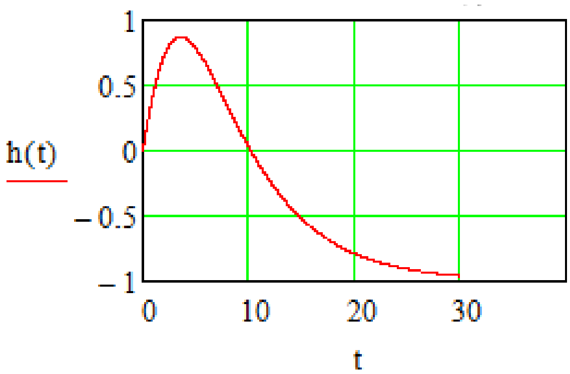
Видим, что графики полностью совпадают.





Переходная характеристика в oscilloscope и MathCad:





8. Спектральные оценки качества

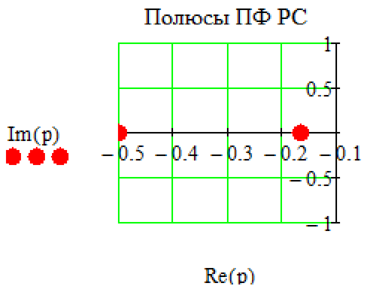
Запишем характеристический полином разомкнутой системы

A(s) = $24s^3+28s^2+10s+1$

$$W(s) := \frac{-1 + 12s + 12s^2}{1 + 10s + 28s^2 + 24^3}$$

Найдем полюса:

$$p := A(s) \left|\begin{matrix} \text{solve}, s \\ \text{float}, 3 \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.5 \\ -0.167 \end{pmatrix}$$



Так как передаточная функция не имеет чисто мнимых полюсов, делаем вывод, что переходная характеристика сойдётся к конечному значению $h(\infty) = W(0) = -1$

Основные спектральные параметры:

Степень устойчивости:

$$\eta = -\max_i \{\mathrm{Re}(s_i)\} = -\max_i \{-0.5; -0.5; -0.167\} = 0.167$$

Степень быстродействия:

$$\gamma = -\min_i \{\mathrm{Re}(s_i)\} = -\min_i \{-0.5; -0.5; -0.167\} = 0.5$$

Степень жёсткости:

$$r = \frac{\gamma}{\eta} = \frac{0.5}{0.167} = 2.99$$

Степень колебательности:

$$\mu = tg(\psi) = \frac{\omega_k}{\eta} = \frac{\infty}{0.05} = \infty$$

<u>Основные спектральные оценки качества устойчивой переходной характеристики:</u>

Оценка времени установления:

$$\frac{3}{\gamma} \le t_y \le \frac{3}{\eta} \qquad \frac{3}{0.5} \le t_y \le \frac{3}{0.167}$$

$$6 \le t_y \le 17.96$$

Оценка перерегулирования, определяется степенью колебательности:

$$\sigma \le e^{\frac{-\pi}{\mu}} *100\%$$

$$e^{\frac{-\pi}{\mu}} *100\% = e^{\frac{-\pi}{\infty}} *100\% = e^0 *100\% = 100\%$$

$$\sigma \le 100\%$$

Оценка степени затухания:

$$\xi = \left(1 - e^{\frac{-2\pi}{\mu}}\right) *100\% = \left(1 - e^{\frac{-2\pi}{\infty}}\right) *100\% \approx 0\%$$

Оценка числа колебаний в переходном процессе:

$$N_k = \frac{\mu}{2} = \frac{\infty}{2} = \infty$$

Оценка частоты колебаний:

$$f_k = \frac{\omega_k}{2\pi} = \frac{\infty}{2\pi} = \infty$$

Оценка периода колебаний:

$$T_k = \frac{1}{f_k} = \frac{1}{\infty} = 0c$$

<u>Оценка, частотными методами:</u>

$$W(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{-1 + 12s + 12s^2}{1 + 10s + 28s^2 + 24s^3}$$

Оценка начального значения h_0:

$$h_0 = \lim_{s\to\infty} W(s) = \frac{b_n}{a_n} = \frac{0}{24} = 0$$

Оценка установившегося значения h_∞:

$$h_\infty = \lim_{s\to 0} W(s) = \frac{b_0}{a_0} = \frac{-1}{1} = -1$$

Оценка частоты колебаний:

$f_k \approx 0.21$ Гц

Оценка циклической частоты колебаний:

$\omega_k = 2\pi\pi_k = 2\pi * 0.21 \approx 1.31 rad/c$

Оценка периода колебаний:

$T_k = \frac{1}{f_k} = \frac{2\pi}{\omega_k} = \frac{2\pi}{1.31} \approx 4.79c$ $\qquad$ $T = T_k/2\pi = 0.76c$

Оценка степени затухания:

$\xi = 0.005$

Оценка числа колебаний:

$$N_k = \frac{1}{2\xi} = \frac{1}{2 * 0.005} = 100$$

Оценка времени установления:

Время установления $t_y = \frac{3T}{\xi} = \frac{3 * 0.76}{0.005} = 456$ с

Сведем в одну таблицу спектральные и частотные характеристики.

Таблица оценки:

Параметр качества	Спектральная оценка	Оценка по ПФ и ЛАЧХ	Фактические показатели (из пункта 9)
Степень устойчивости	$\eta = 0.167$	–	–
Степень быстродействия	$\gamma = 0.5$	–	–
Степень жёсткости	$r = 2.99$	–	–
Степень колебаний	$\mu = \infty$	–	–
Начальное значение	–	$h_0 = 0$	$h_0=0$
Установившееся значение	–	$h_\infty = -1$	$h_0= - 1$
Время установления	$6 \le t_y \le 17.96$	$t_y = 456$	$t_y=10$
Перерегулирование	$\sigma \le 100\%$	–	
Степень затухания	$\xi = 0$	$\xi = 0.005$	$\xi = 0,577$
Число колебаний	$N_k = \infty$	$N_k = 100$	$N_k=1$
Частота колебаний	$f_k = \infty$	$f_k \approx 0.21 Гц$	$f_k \approx 0,23$
Циклическая частота колебаний	$\omega_k = \infty рад/c$	$\omega_k = 1.31 рад/c$	–
Период колебаний	$T_k = 0c$	$T_k = 4,79c$	–

9. Рассчитать частотными методами временные характеристики РС w(t) и h(t), построить их графики, измерить фактические показатели качества и сравнить их с ранее полученными оценками.

Расчет с помощью табличного метода преобразования Лапласа.

Для расчета ПХ h(t) на вход РС необходимо подать сигнал X(t), имеющий вид функции Хевисайда.

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ 1, & x \geqslant 0. \end{cases}$$

Операторный вид которой X(s)=1/s. Уравнение выходного сигнала вычисляется по формуле h(s)=W(s)*X(s), где W(s)= $\frac{-1+12s+12s^2}{1+10s+28s^2+24s^3}$, тогда h(s)= $\frac{-1+12s+12s^2}{s(1+10s+28s^2+24s^3)}$

Чтобы получить уравнение ПХ необходимо преобразовать Y(s) с помощью обратного преобразования Лапласа. Разложим знаменатель на множители и сделаем так, чтобы свободные коэффициенты равнялись 1.

$$W(s) := \frac{12s^2 + 12s - 1}{s\cdot\left(12\cdot s^2 + 8s + 1\right)\cdot(1 + 2s)}$$

Подберем оригинал функции из таблицы Лапласа, приняв h(s) за изображение:

99	$\frac{1+\tau s+gs^2}{s\left(1+2\xi Ts+T^2s^2\right)}\times$ $\times\frac{1}{1+T_1 s}$	$1-Ce^{-\beta t}\sin(\omega t-\varphi)-C_1e^{-\alpha_1 t}$: $C=\frac{1}{\omega T}\sqrt{\frac{\left(\beta\left(T^2+g\right)-\tau\right)^2+\omega^2\left(T^2-g\right)^2}{(1-2\beta T_1)T^2+T_1^2}}$, $C_1=\frac{(T_1-\tau)T_1+g}{(1-2\beta T_1)T^2+T_1^2}$, $\varphi=\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega T_1}{1-\beta T_1}\right)-\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega\left(T^2-g\right)}{\beta\left(T^2+g\right)-\tau}\right)$

Рассчитаем окончательную h(t) и построим график:

$T1 := 2 \quad T := \sqrt{12} = 3.464 \quad \tau := 12 \quad g := 12 \quad \xi := \frac{4}{2\cdot T} = 0.577$

$\alpha := \frac{1}{T1} = 0.5 \quad \beta := \frac{\xi}{T} = 0.167$

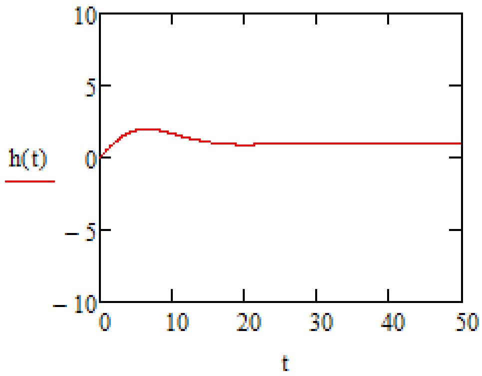
$\left(\beta^2 + \omega^2\right)T^2 = 1 \quad \omega := \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} = 0.236$

$$C := \frac{1}{\omega\cdot T}\sqrt{\frac{\left[\beta\cdot\left(T^2+g\right)-\tau\right]^2+\omega^2\left(T^2-g\right)^2}{(1-2\beta\cdot T1)\cdot T^2+T1^2}} = 3.464$$

$$C1 := \frac{(T1-\tau)\cdot T1+g}{(1-2\beta\cdot T1)\cdot T^2+T1^2} = -1$$

$$\varphi := \mathrm{atan2}(1-\beta\cdot T1, \omega\cdot T1) - \mathrm{atan2}\left[\beta\cdot\left(T^2+g\right)-\tau, \omega\cdot\left(T^2-g\right)\right] = 3.757$$

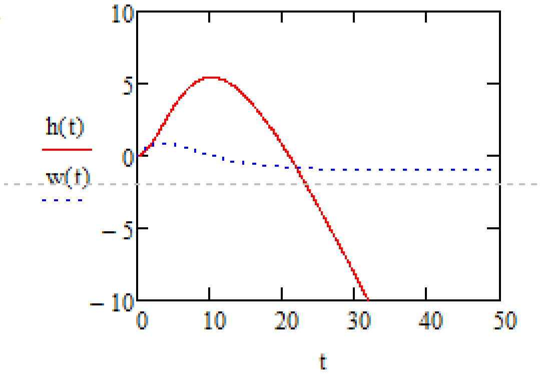
$$h(t) := \left(1 - C\cdot 2.7^{-\beta\cdot t}\cdot\sin(\omega\cdot t-\varphi) - C1\cdot 2.7^{-\alpha\cdot t}\right)$$



Расчет ВХ с помощью Mathcad:

$$h(t) := \frac{W(s)}{s} \left|\begin{array}{l}\text{invlaplace}, s\\ \text{float}, 4\end{array}\right. \rightarrow -1.0\cdot t + -36.0\cdot e^{-0.1667\cdot t} + 14.0\cdot e^{-0.5\cdot t} + 2.0\cdot t\cdot e^{-0.5\cdot t} + 22.0$$

$$w(t) := W(s) \left|\begin{array}{l}\text{invlaplace}, s\\ \text{float}, 4\end{array}\right. \rightarrow 6.0\cdot e^{-0.1667\cdot t} + -5.0\cdot e^{-0.5\cdot t} + -1.0\cdot t\cdot e^{-0.5}$$

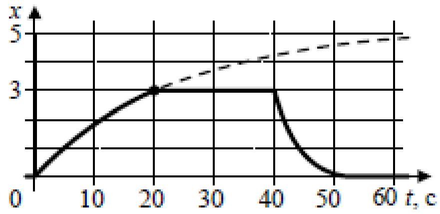


Начальное значение совпадает с полученным в предыдущем пункте, частота колебаний тоже, время установления полученное спектральной оценкой тоже совпадает. Период полученный по ПФ и ЛАЧХ близко к значению при расчетах по таблице Лапласа.

Число колебаний не верное – нет ни одного полного колебания.

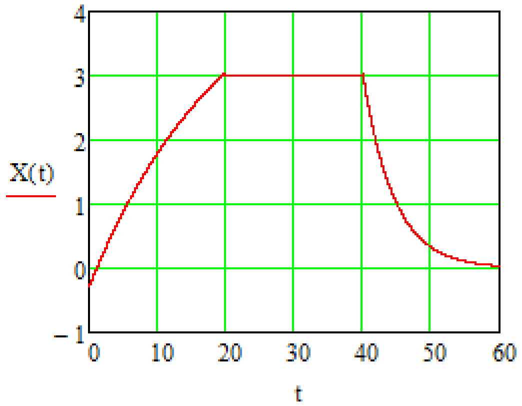
10. Программным методом рассчитать реакцию разомкнутой системы на заданное в табл. 3 входное воздействие x(t) при нулевых начальных условиях. Проанализировать графики входного и выходного сигналов.

Для нашего варианта(64) график входного воздействия:



Кусочно-заданная функция для него:

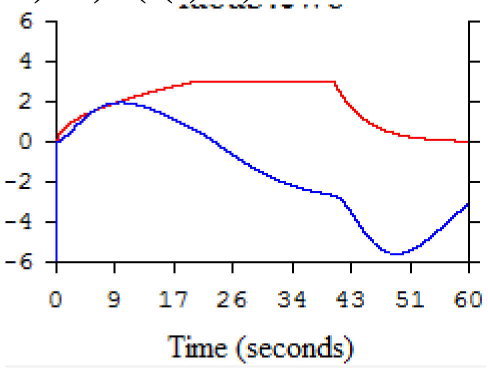
$$X(t) := \begin{vmatrix} \text{return } \exp\left(\frac{-t+45}{4.5}\right) \text{ if } t > 40 \\ \text{return } 3 \text{ if } 20 < t \le 40 \\ \text{return } 5 - 1 \cdot \exp\left[\frac{(-1.5t+50)}{30}\right] \text{ if } 0 < t < 20 \end{vmatrix}$$



Как мы видим, графики полностью совпадают, следовательно, функция входного сигнала найдена верно.

Рассчитаем выходной сигнал с учетом заданного входного и построим график:

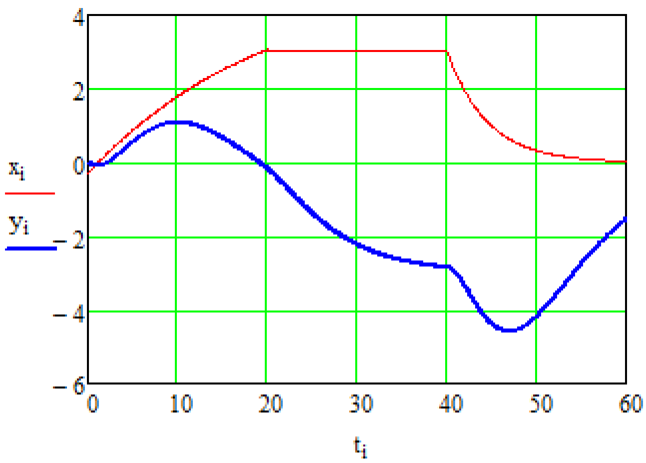
v=5-1*exp(-(1.5*v(1)-50)/30)*u(20-v(1))+3*u(v(1)-20)*u(40-v(1))+exp(-(v(1)-45)/4.5)*u(v(1)-40)



$dt := 0.1 \qquad N := 1000$

$i := 0..N \qquad t_i := dt \cdot i \qquad x_i := X(t_i) \qquad h_i := H(t_i)$

$$y_i := x_0 \cdot h_i + \text{if}\left[i, \sum_{k=1}^{i} \left[(x_k - x_{k-1}) \cdot h_{i-k}\right], 0\right]$$



По входному сигналу X(t) строим выходной сигнал, при этом применим в Mathcad следующие формулы.

Переходная характеристика умножается на функцию Хевисайда, чтобы убрать «хвост» в отрицательном времени.

Сравним с тем, что мы получили, моделируя схему в EWB (графики визуально совпадают)

11. Расчёт передаточной функции последовательного регулятора, доставляющего замкнутой системе желаемые показатели качества.

Для начала перечислим желаемые показатели качества:

- Астатизм первого порядка с коэффициентом статической ошибки c_1, не менее чем в 10 раз меньшим, чем коэффициент c_1 в разомкнутой системе
- Время установления t_y в ≥ 10 раз меньше, чем в разомкнутой системе
- Перерегулирование $\sigma \leq 20\%$
- Запасы устойчивости $L_з \geq 6$дБ и $\varphi_з \geq 30^o$

Исходная передаточная функция разомкнутой системы W(s)= $\frac{-1+12s+12s^2}{1+10s+28s^2+24s^3}$,

Построим желаемую передаточную функцию.

$$W_p(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3}$$

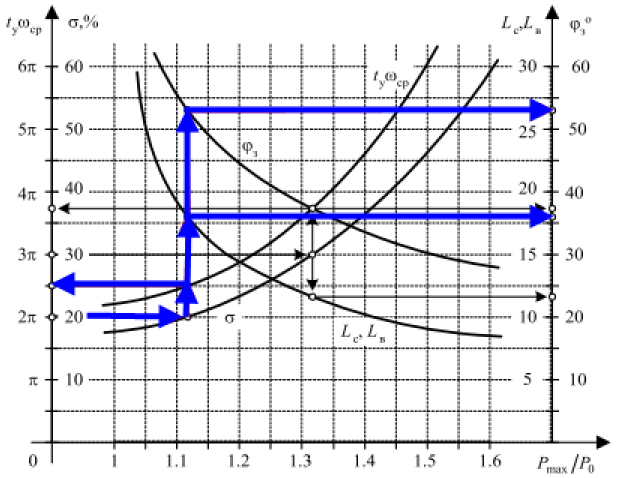
$$c_0 = \frac{a_0}{a_0 + b_0} = \frac{1}{1-1} = 0$$

$$c_1 = \frac{a_1 b_0 - a_0 b_1}{(a_0 + b_0)^2} = \frac{10*(-1) + 1*12}{(1-1)^2} = \frac{2}{0}$$

Получаем желаемые коэффициенты статических ошибок

У нашей системы с регулятором время установления должно быть $t_y \leq 0.17c$

Для перерегулирования $\sigma = 20\%$ по номограммам, изображённым на следующем рисунке, определяем произведение времени установления и частоты среза равное $t_y \omega_{cp} = 2.5\pi$:



Из этого произведения найдём частоту среза: $\omega_{cp} = \frac{2.5\pi}{t_y} = \frac{2.5\pi}{0.17} \approx 46.19$ рад/с

Далее по номограммам находим значения L_c и $L_в$, примерно равные 18дБ

Определяем границы среднечастотного диапазона:

$$\omega_c \leq 10^{-\frac{L_c}{20 v_c}} \omega_{cp} \qquad \omega_в \geq 10^{\frac{L_в}{20 v_c}} \omega_{cp}$$

$$\omega_c \leq 10^{-\frac{18}{20}} * 46.19 \qquad \omega_в \geq 10^{\frac{18}{20}} * 11.22$$

$$\omega_c \leq 5{,}81 \qquad \omega_в \geq 104$$