

TUẦN 2: BÀI TOÁN SẮP XẾP VÀ LỰA CHỌN ĐƠN GIẢN

Bài 1. Có bao nhiêu chuỗi nhị phân chiều dài 8? Trong số các chuỗi nhị phân chiều dài 8 này, có bao nhiêu chuỗi chứa đúng 3 bit 0?

Lời giải. Mỗi vị trí trong chuỗi nhị phân có 2 cách chọn (hoặc 0 hoặc 1). Vì vậy, số chuỗi nhị phân chiều dài 8 là:

$$2^8 = 256.$$

Để có đúng 3 bit 0, ta chọn 3 vị trí trong 8 vị trí để đặt số 0, các vị trí còn lại sẽ là 1. Số cách chọn là:

$$\binom{8}{3} = 56.$$

Vậy có 256 chuỗi nhị phân độ dài 8, trong đó có 56 chuỗi chứa đúng 3 bit 0. ■

Bài 2. Có bao nhiêu chuỗi có chiều dài 5 lấy từ các ký tự của $U = \{a, b, c, d\}$? Có bao nhiêu chuỗi có mặt đúng 1 ký tự a ? Có bao nhiêu chuỗi có mặt ít nhất 1 ký tự a ?

Lời giải. Lời giải các ý trong bài lần lượt như sau:

- Mỗi vị trí có 4 cách chọn ký tự, nên số chuỗi chiều dài 5 là

$$4^5 = 1024.$$

- Chuỗi có đúng 1 ký tự a : ta chọn 1 vị trí trong 5 để đặt chữ a (có $\binom{5}{1}$ cách), các vị trí còn lại chọn từ $\{b, c, d\}$ (có 3 cách cho mỗi vị trí). Do đó số chuỗi là:

$$\binom{5}{1} \cdot 3^4 = 5 \cdot 81 = 405.$$

- Chuỗi có ít nhất 1 ký tự a : lấy tổng số chuỗi trừ đi số chuỗi không có chữ a . Số chuỗi không có chữ a : mỗi vị trí chọn từ $\{b, c, d\}$, nên có $3^5 = 243$ chuỗi. Vậy số chuỗi có ít nhất 1 ký tự a là:

$$4^5 - 3^5 = 1024 - 243 = 781.$$

■

Bài 3. 4 người khách được chủ nhà mời ngồi vào một bộ salon có 6 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn chỗ ngồi của 4 người khách này?

Lời giải. Ta có 6 chỗ ngồi phân biệt, cần chọn 4 chỗ để 4 người khách ngồi. Vì 4 người khách là khác nhau và chỗ ngồi cũng khác nhau nên đây là bài toán hoán vị chập 4 của 6.

Số cách là:

$$P(6, 4) = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360.$$

Vậy có 360 cách chọn chỗ ngồi cho 4 người khách. ■