

Phần I: Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy viết chữ cái đứng trước phương án trả lời đúng vào bài làm

Câu 1. Cặp số $(x; y)$ nào dưới đây là một nghiệm của phương trình $2x - 3y = 5$?

- A. $(4; -1)$ B. $(1; -1)$
C. $(1; 1)$ D. $(-1; 1)$

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^2$ và $y = 2x + 3$ là

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

Câu 3. Hàm số $y = (m - 1)x^2$ nghịch biến với $x > 0$ khi và chỉ khi

- A. $m < 1$ B. $m > 1$
C. $m < 0$ D. $m > 0$

Câu 4. Phương trình nào sau đây có nghiệm kép?

- A. $x^2 - 1 = 0$ B. $x^2 + 2x = 0$
C. $x^2 - 2x + 1 = 0$ D. $x^2 - 3x + 2 = 0$

Câu 5. Phương trình $mx^2 - 2x + 1 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

- A. $m < 1$ B. $m < 1$ và $m \neq 0$
C. $m > 1$ D. $m \neq 0$

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông cân tại A nội tiếp đường tròn (O). Số đo cung nhỏ AC bằng

- A. 45° B. 270°
C. 120° D. 90°

Câu 7. Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn tiếp xúc ngoài là

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

Câu 8. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp một đường tròn tâm O và $\angle BCD = 100^\circ$. Số đo $\angle DOB$ bằng

- A. 100° B. 80°
C. 160° D. 40°

Phần II: Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm):

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.
- Trên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ lấy điểm A có hoành độ bằng 2 và điểm B có tung độ bằng 2 (điểm B khác điểm A). Hãy viết phương trình đường thẳng AB và chứng minh $\triangle OAB$ cân.

Câu 2 (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x(x - 3y) + y(y + x) = 0 \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y - 2} = 1 \end{cases}$$

2) Một hình chữ nhật có chu vi bằng $28m$, diện tích bằng $48m^2$. Tìm các kích thước của hình chữ nhật đó.

Câu 3 (3,5 điểm): Cho hình chữ nhật $ABCD$ ($AB > AD$) nội tiếp đường tròn tâm O . Tia phân giác $\angle ACD$ cắt cung nhỏ AD của đường tròn (O) tại điểm H .

1) Chứng minh: Ba điểm A, O, C thẳng hàng và $HA = HD$

2) Dây HC của (O) cắt BD tại M , dây HB của (O) cắt AC tại N . Chứng minh: Tứ giác $MNBC$ nội tiếp và $MN \perp OH$.

3) Dây HB của (O) cắt AD tại I . Chứng minh $IA < ID$ và $AB \cdot AC = BH \cdot BI$.

Câu 4 (1,0 điểm): Cho phương trình: $(x - 1)(x^2 + 5mx + 4m^2) = 0$ (1) (với m là tham số)

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt.

Đề bài

Câu 1 (2,0 điểm): Cho biểu thức $A = \frac{x-3\sqrt{x}+16}{\sqrt{x}-3}$

và $B = \frac{2x-4\sqrt{x}+6}{x-2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0$, $x \neq 4$, $x \neq 9$

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 36$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Cho $P = A \cdot B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

Câu 2 (2,0 điểm): Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai công nhân làm chung trong 12 ngày thì hoàn thành công việc đã định. Họ làm chung với nhau 4 ngày thì người thứ nhất được điều đi làm việc khác, người thứ hai làm công việc còn lại trong 10 ngày. Hỏi người thứ nhất làm một mình thì sau bao lâu thì hoàn thành công việc?

Câu 3 (2,0 điểm):

- 1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{3}{x-4} + 2\sqrt{y+1} = \frac{15}{2} \\ \frac{2}{x-4} - \sqrt{y+1} = -2 \end{cases}.$$

- 2) Cho hàm số $y = x^2$ (P) và $y = 3x - 2$ (d); (d) cắt (P) tại hai điểm A, B với A là điểm có hoành độ nhỏ hơn.

- a) Tìm tọa độ điểm A và B .
- b) Tính diện tích ΔOAB với O là gốc tọa độ.

Câu 4 (3,5 điểm): Cho đường thẳng d và đường tròn $(O; R)$ không có điểm chung. Kẻ $OH \perp d$ tại H . Điểm A thuộc d và không trùng với điểm H . Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới (O) (B và C là tiếp điểm). BC cắt OA, OH lần lượt tại M và N . Đoạn thẳng OA cắt (O) tại I .

- 1) Chứng minh bốn điểm O, B, A, C thuộc cùng một đường tròn.
- 2) Chứng minh $OM \cdot OA = ON \cdot OH$.
- 3) Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC .
- 4) Chứng minh rằng khi điểm A di động trên đường thẳng d thì đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5 (0,5 điểm): Cho $x > 0$, $y > 0$ và $x + y \leq 1$.

Tính giá trị nhỏ nhất của $T = \frac{1}{x^2+xy} + \frac{1}{y^2+xy}$.