主观题

已知连续时间信号 $x(t)$ 的傅里叶变换为 $X(j\omega)$，且连续时间信号 $f(t)=x(3t-2)e^{-j2t}$。试求 $f(t)$ 的连续时间傅里叶变换 $F(j\omega)$。

一个LTI系统由下列微分方程给出，且已知系统最初是松弛的。

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+5\frac{dy(t)}{dt}+4y(t)=\frac{dx(t)}{dt}-x(t)$$

求系统的单位冲激响应

①

$$f(t) = x(3t-2)e^{-j2t}$$

$$x(t) \xrightarrow{F} X(jw)$$

$$\therefore x(3t-2) \xrightarrow{F} \frac{1}{3}X\left(\frac{jw}{3}\right)e^{-\frac{2}{3}jw}$$

$$\therefore F(jw) = \frac{1}{3}X\left(\frac{j(w+2)}{3}\right)e^{-\frac{2}{3}j(w+2)}$$

②

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+5\frac{dy(t)}{dt}+4y(t)=\frac{dx(t)}{dt}-x(t)$$

$$\therefore H(jw)=\frac{jw-1}{(jw+1)(jw+4)}=\frac{-\frac{2}{3}}{jw+1}+\frac{\frac{5}{3}}{jw+4}$$

$$\therefore h(t)=\left(-\frac{2}{3}e^{-t}+\frac{5}{3}e^{-4t}\right)u(t)$$

主观题

某连续时间 LTI 系统的单位冲激响应为 $h(t)=\dfrac{\sin 2\pi t \sin 3\pi t}{\pi t^2}$，求系统对下列输入信号的响应 $y(t)$。

1. $x(t)=\cos \pi t+2\sin\frac{1}{2}\pi t$
2. $x(t)=\cos \pi t\cdot\cos 5\pi t$
3. $x(t)=\sum\limits_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-k)$

③ $h(t)=\dfrac{\sin 2\pi t\cdot\sin 3\pi t}{\pi t^2}$

令 $h_1(t)=\dfrac{\sin 2\pi t}{\pi t}$，$h_2(t)=\dfrac{\sin 3\pi t}{\pi t}$

$\therefore H_1(jw)=\begin{cases}1 & |w|<2\pi\\ 0 & 其它\end{cases}$

$H_2(jw)=\begin{cases}1 & |w|<3\pi\\ 0 & 其它\end{cases}$

$H(jw)=\frac{1}{2}H_1(jw)*H_2(jw)$

$=\frac{1}{2}\begin{cases}4\pi, & |w|<\pi\\ 4\pi(\frac{5}{4}-\frac{w}{4}), & \pi\le|w|<5\pi\\ 0, & 其它\end{cases}$

$\because x_1(t)=\cos\pi t+2\sin\frac{\pi}{2}t$

$w_1=\pi$. $w_2=\frac{\pi}{2}$, $H(j\pi)=2\pi$, $H(j\frac{\pi}{2})=2\pi$

$\therefore y_1(t)=2\pi(\cos\pi t+2\sin\frac{\pi}{2}t)$

$x_2(t)=\cos\pi t\cdot\cos 5\pi t$

$=\frac{1}{2}\cos 6\pi t+\frac{1}{2}\cos(4\pi t)$

$H(\pm 6j\pi)=0$. $H(\pm 4j\pi)=\frac{\pi}{2}$

$\therefore y_2(t)=\frac{\pi}{4}\cos(4\pi t)$

$x_3(t)=\sum\limits_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-k)$

$X_3(jw)=2\pi\sum\limits_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(w-2k\pi)$

$\therefore Y_3(jw)=2\pi\sum\limits_{k=-2}^{2}\delta(w-2k\pi)\cdot H(j2k)$

$y_3(t)=2\pi+3\cos 2\pi t+\cos 4\pi t$

主观题

现对一信号 $x(t)$ 给出如下信息：

（1）. $x(t)$ 是实、奇信号；

（2）. $x(t)$ 是周期的，周期 T=2，傅立叶系数为 a_k；

（3） $|k|>1,\ a_k=0;$ （4） $\frac{1}{2}\int_0^2 |x(t)|^2 dt = 1;$

试确定满足上述条件的连续时间信号。

④ ∵ $|k|>1$. $a_k=0$

$$\frac{1}{2}\int_0^2 |x(t)|^2 dt = 1$$

∴ $a_0^2 + a_1^2 + a_{-1}^2 = 1$

∵ $x(t)$ 为实奇信号

∴ $a_0=0$，$-a_1=a_{-1}$

∴ $\begin{cases} a_1=\frac{1}{\sqrt{2}} \\ a_{-1}=-\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_1=-\frac{1}{\sqrt{2}} \\ a_{-1}=\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$

∴ $x(t)=\sqrt{2}\sin \pi t$

或 $x(t)=-\sqrt{2}\sin \pi t$

主观题

某连续时间 LTI 系统的单位冲激响应为 $h(t)=\dfrac{\sin 2\pi t}{\pi t}$，当系统的输入为 $x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-\frac{10}{3}k)$ 时，求系统的输出响应 $y(t)$。

⑤ $h(t)=\dfrac{\sin 2\pi t}{\pi t}$

$$\therefore H(jw)=\begin{cases}1 & |w|<2\pi \\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(t-\frac{10}{3}k\right)$$

$$\therefore X(jw)=\frac{3}{10}\cdot 2\pi\cdot\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta\left(w-\frac{3}{10}2k\pi\right)$$

$$\therefore Y(jw)=\frac{3}{10}\cdot 2\pi\sum_{k=-3}^{3}\delta\left(w-\frac{3}{10}2k\pi\right)$$

$$y(t)=\frac{3}{10}\left(1+2\cos\frac{3}{5}\pi t+2\cos\frac{6}{5}\pi t+2\cos\frac{9}{5}\pi t\right)$$

主观题

设置

一个离散时间周期信号 $x[n]=1+\cos\left(\frac{2\pi}{7}n\right)+\sin\left(\frac{4\pi}{5}n\right)$。

(1) 求 $x[n]$ 的傅里叶级数系数 a_k。

(2) 某离散时间 LTI 系统的单位脉冲响应 $h[n]=\dfrac{\sin\frac{3\pi}{4}n}{n\pi}$，求第 1 问中的 $x[n]$ 通过该系统后的响应 $y[n]$。

⑥ $x[n]=1+\cos\frac{2\pi}{7}n+\sin\frac{4\pi}{5}n$

(1) $\therefore N_1=7.\quad N_2=5.\quad N=35,\ w_0=\frac{2\pi}{35}$

$\therefore a_0=1.\quad a_5=a_{-5}=\frac{1}{2}$

$a_{14}=-a_{-14}=\frac{1}{2}$

(2) $h[n]=\dfrac{\sin\frac{3\pi}{4}n}{n\pi}$

$$\therefore H(e^{jw})=\begin{cases}1, & |w|<\frac{3\pi}{4}\\ 0 & \frac{3\pi}{4}\le|w|<\pi\end{cases}$$

$|kw_0|<\frac{3\pi}{4}$ 时通过

$\pi>|kw_0|\ge\frac{3\pi}{4}$ 被滤波

$\therefore y[n]=1+\cos\frac{2\pi}{7}n.$