概率统计与随机过程

复习随记

计算机 74 班 任隽阳

所用教材版本为《概率统计与随机过程》（主编 王宁 副主编 王峰，施雨）2018 年 2 月第 1 版，2018 年 7 月第 2 次印刷，西安交通大学出版社出版。

使用建议：对照书本与本复习随记进行复习，可对部分内容进行部分增删以更好符合自身需求。本复习随记前 8 章内容也适用于概率论与数理统计课程的复习。

【目 录】

第一章　随机事件与概率 1
第二章　随机变量及概率分布 2
第三章　随机变量的数字特征 4
第四章　大数定律与中心极限定理 5
第五章　数理统计的基本概念 6
第六章　参数估计 8
第七章　假设检验 9
第八章　回归分析 9
第九章　*方差分析 10
第十章　随机过程的基本概念 10
第十一章　平稳过程 12
第十二章　*Matlab 软件在概率统计中的应用 13
其他相关注意事项 13
附表 1：正态分布参数的置信区间 15
附表 2：正态分布参数的单侧置信上、下限 16
附表 3：正态分布参数的检验法 17
附 4：一则概率统计与随机过程上机实验报告示例 20

第一章 随机事件与概率

必然现象
随机现象 ←观察："试验"（E） 可重复、不确定、不可预见

↓

样本空间：所有可能结果

↓

随机事件$\subseteq \Omega=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,\cdots\}$ ω：样本点

事件的关系与运算

1. 包含&相等
2. 和
3. 积
4. 互斥：$AB=\emptyset$；对立：$\bar{A}: A\cup\bar{A}=\Omega$
5. 差：$A-B=A-AB=A\bar{B}$

运算顺序：补→积→和、差

$A_1, A_2, \ldots, A_n$两两互斥→$P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)$

古典概型：

① 有限个实验结果
② 每个结果等可能

概率的公理化定义

① 非负性
② 规范性
③ 可列加性

概率的性质（部分）：

$A\subset B, P(B-A)=P(B)-P(A)$
$\forall A,B\ P(B-A)=P(B)-P(AB)$
$\forall A,B\ \ P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$（容斥原理）

条件概率：

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$$

乘法公式：

$P(AB)=P(B)P(A|B)=P(A)P(B|A)$
$P(ABC)=P(AB)P(C|AB)=P(A)P(B|A)\,P(C|ABC)$

互斥完备事件群（组）：

① $B_iB_j=\emptyset$
② $B_1\cup B_2\cup\cdots\cup B_n\cup\cdots=\Omega$

全概率公式：

$$P(B_i) > 0, P(A) = \sum_j P(B_i)P\left(A|B_j\right)$$

独立事件：

$P(AB) = P(A)P(B)$

以下四组事件中只要有 1 组为独立事件，其他 3 组也为独立事件：

$$\{A,B\} \Leftrightarrow \{\bar{A},B\} \Leftrightarrow \{A,\bar{B}\} \Leftrightarrow \{\bar{A},\bar{B}\}$$

注意区分互斥与独立

第二章 随机变量及概率分布

分布函数：

$F(x) = P\{X \le x\}$

性质：

① 非降

② $\forall x \epsilon R, 0 \le F(x) \le 1$且$F(-\infty) = \lim_{x\to-\infty} F(x) = 0, F(+\infty) = \lim_{x\to+\infty} F(x) = 1$

③ 右连续：$F(x+0) = F(x)$

几种一维分布：

① 单点分布

② 两点分布$B(1,p)$

③ 二项分布$B(n,p)$

泊松定理：$\lim_{n\to\infty} C_n^k p_n^k (1-p_n)^{n-k} = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, k = 0,1,\cdots,n \quad \lim_{n\to\infty} np_n = \lambda$

④ 泊松分布

$$P\{X = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, k = 0,1,2,\cdots$$

⑤ 正态分布$N(\mu,\sigma^2)$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

引理：对$N(0,1)$，$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$

$$X \sim N(\mu,\sigma^2), \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

⑥ 均匀分布$U[a,b]$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, a \le x \le b \\ 0,\text{其他} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0, x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, a \le x < b \\ 1, x > b \end{cases}$$

⑦ 指数分布$exp(\lambda)$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, x > 0 \\ 0,\text{其他} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, x > 0 \\ 0,\text{其他} \end{cases}$$

联合分布函数：

$F(x,y) = P\{X \le x, Y \le y\}$

性质：

① 对每个变元非降、右连续

② $0 \le F(x,y) \le 1, F(-\infty,y)=F(x,-\infty)=F(-\infty,-\infty)=0; F(+\infty,+\infty)=0$
③ $\forall$两点$(x_1,y_1),(x_2,y_2),x_1 \le x_2, y_1 \le y_2$，$F(x_2,y_2)+F(x_1,y_1)-F(x_1,y_2)-F(x_2,y_1) \ge 0$

几种二维分布：

① 二维正态分布$(X,Y)\sim N(\mu_1,\mu_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2,\rho)$
② 二维均匀分布

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{A},(x,y)\in G\\ 0,(x,y)\notin G\end{cases}$$

条件分布：

$$P\{X=x_i|Y=y_j\}=\frac{P_{ij}}{P_{\cdot j}}$$

$$f_{X|Y}(x|y)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)} \quad f_{Y|X}(y|x)=\frac{f(x,y)}{f_X(x)}$$

随机变量的相互独立性：

二维随机变量(X,Y)，X与Y独立$\Leftrightarrow F(x,y)=F_X(x)F_Y(y)\Leftrightarrow p_{ij}=p_{i\cdot}\cdot p_{\cdot j}\Leftrightarrow f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$几乎处处成立
$(X_1,X_2,\cdots,X_m)$与$(Y_1,Y_2,\cdots,Y_m)$独立$\Rightarrow$
① $h(X_1,X_2,\cdots,X_m)$与$g(Y_1,Y_2,\cdots,Y_m)$独立
② 分为互不相交的k组，各组间仍独立。

随机变量函数分布：

若$y=g(x)$严格单调且可导

$$f_{Y(y)}=\begin{cases}f_X\left(g^{-1}(y)\right)\left|\frac{\mathrm{d}g^{-1}(y)}{\mathrm{d}y}\right|, \min\limits_{-\infty<x<+\infty}g(x)<y<\max\limits_{-\infty<x<+\infty}g(x)\\ 0,其他\end{cases}$$

二项分布具有可加性。
n个独立的正态随机变量的线性组合仍为正态随机变量。

二维连续型随机变量函数的分布：

① 一般方法:

$$F_Z(z)=P\{Z\le z\}=P\{g(x,y)\le z\}=\iint\limits_{g(x,y)\le z}f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

然后对$F_Z(z)$求导得到概率密度。
② 瑞利分布

$$f_Z(z)=\begin{cases}\frac{z}{\sigma^2}e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}},z>0\\ 0,其他\end{cases}$$

③ 随机变量和的概率密度 $Z=X+Y$

$$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,z-x)\,\mathrm{d}x=\int_{-\infty}^{+\infty}f(z-y,y)\,\mathrm{d}y$$

若X、Y独立$=\int_{-\infty}^{+\infty}f_X(x)f_Y(z-x)\,\mathrm{d}x=\int_{-\infty}^{+\infty}f_X(z-y)f_Y(y)\,\mathrm{d}y$（卷积公式）

$\boxed{\text{法一}}$: $t=z-x$换元积分，注意积分上下限对应换成含z的式子
$\boxed{\text{法二}}$: 一般法

④ 随机变量商的概率密度 $Z=\frac{X}{Y}$

$$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}|y|f(yz,y)\,\mathrm{d}y=(\textbf{若 X、Y 独立})\int_{-\infty}^{+\infty}|y|f_X(yz)f_Y(y)\,\mathrm{d}y$$

⑤ 随机变量取最大值与最小值的概率密度 $M=\max(X,Y)$ $N=\min(X,Y)$

$$F_M(z)=F(z,z)=(\textbf{若X、Y独立})F_X(z)F_Y(z)$$

$$F_N(z)=1-P\{X>z,Y>z\}=F_X(z)+F_Y(z)-F_Y(z)=(\textbf{若 X、Y 独立})1-[1-F_X(z)][1-F_Y(z)]$$

推广到n个相互独立的随机变量:

$$F_M(z)=\prod_{i=1}^{n}F_{X_i}(z),F_N(z)=1-\prod_{i=1}^{n}(1-F_{X_i}(z))$$

推广到n个独立同分布随机变量:

$$f_M(z)=n\left[F_{X_1}(z)\right]^{n-1}f_{X_1}(z)$$

$$f_N(z)=n\left[1-F_{X_1}(z)\right]^{n-1}f_{X_1}(z)$$

第三章 随机变量的数字特征

几种常见分布的期望与方差		
分布	**期望**	**方差**
$\boldsymbol{B(n,p)}$	np	$np(1-p)$
$\boldsymbol{P(\lambda)}$	λ	λ
$\boldsymbol{N(\mu,\sigma^2)}$	μ	σ^2
$\boldsymbol{exp(\lambda)}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
$\boldsymbol{U[a,b]}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$

数学期望:

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)\,\mathrm{d}x$$

$z=g(x,y)$级数/反常积分收敛⇒期望存在

X、Y独立⇒ $E(XY)=E(X)E(Y)$

方差:

$D(X)=E[X-E(X)]^2=E(X^2)-[E(X)]^2$

$D(X\pm Y)=D(X)+D(Y)\pm 2E\{[X-E(X)][Y-E(Y)]\}=D(X)+D(Y)\pm 2Cov(X,Y)$

马尔可夫不等式:

若$E(|X|^r)<\infty,r>0$, 对$\forall\varepsilon>0,P\{|X|\geq\varepsilon\}\leq\frac{E(|X|^r)}{\varepsilon^r}$

协方差:

$Cov(X,Y)=E\{[X-E(X)][Y-E(Y)]\}=E(XY)-E(X)E(Y)$

性质:

① $Cov(aX,bY)=abCov(X,Y)$

② $Cov(X_1+X_2,Y)=Cov(X_1,Y)+Cov(X_2,Y)$

柯西施瓦茨不等式:

$[E(XY)]^2\leq E(X^2)E(Y^2)$

$[Cov(X,Y)]^2\leq D(X)D(Y)$

相关系数：

$$\rho_{XY}=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}$$

X、Y独立，$\rho_{XY}=0$，X、Y有线性关系，$\rho_{XY}=1$

不相关$\underset{\nRightarrow}{\Leftarrow}$独立（详见书本例题）

矩：

原点矩：$\alpha_n=E(X^n)$

中心矩：$\mu_n=E[(X-EX)^n]$

$$\mu_n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k\alpha_k(-\alpha_1)^{n-k}$$

第四章 大数定律与中心极限定理

切比雪夫不等式：

$$P\{|X-E(X)|\geq\varepsilon\}\leq\frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

$$P\{|X-E(X)|<\varepsilon\}\leq 1-\frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

伯努利大数定律：

$$\forall\varepsilon>0,\lim_{n\to\infty}P\left\{\left|\frac{\eta_n}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}=1$$

切比雪夫大数定律：

$$\forall\varepsilon>0,\lim_{n\to\infty}P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E(X_i)\right|\geq\varepsilon\right\}=0$$

独立同分布随机变量大数定律：

$$\forall\varepsilon>0,\lim_{n\to\infty}P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\mu\right|\geq\varepsilon\right\}=0$$

独立同分布中心极限定理：

$$\lim_{n\to\infty}P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}\leq x\right\}=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}\,\mathrm{d}t=\Phi(x)$$

注意：由于实际问题中n的规模无法达到∞，解题中须使用≈符号！

第五章 数理统计的基本概念

独立样本联合分布函数：

$$P\{X_1 \le x_1, X_2 \le x_2, \cdots, X_n \le x_n\} = \prod_{i=1}^{n} F(x_i)$$

$$f(x_1, x_2, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i)$$

经验分布函数：

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, x < x_{(1)} \\ \dfrac{k}{n}, x_{(k)} \le x < x_{(k+1)}, k = 1,2,\cdots,n-1 \\ 1, x > x_{(n)} \end{cases}$$

统计量：

样本均值	$\bar{X} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
样本方差	$S^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X - \bar{X})^2$
样本标准差	$S = \sqrt{\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X - \bar{X})^2}$
样本*k*阶原点矩	$A_k = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^k (k = 1,2,\cdots)$
样本*k*阶中心矩	$B_k = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^k (k = 1,2,\cdots)$
样本极差	$R = X(n) - X(1)$

小写字母表示：统计量的观测值

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\bar{X}^2 \Rightarrow S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\bar{X}^2\right]$$

样本均值、样本方差、样本矩的性质：

样本$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$，X有二阶矩，$E(X) = \mu$，$D(X) = \sigma^2$，则

$$\begin{cases} E(\bar{X}) = \mu, D(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}, \bar{X} \xrightarrow{P} \mu \\ E(S^2) = \sigma^2 \\ E(X^4)\text{存在，} S^2 \xrightarrow{P} \sigma^2 \end{cases}$$

三个重要分布：

① χ^2分布

$\chi^2(2)\sim \exp\left(\frac{1}{2}\right)$

性质:

1) $Z\sim\chi^2(n), E(Z)=n, D(Z)=2n$

2) $Z_1\sim\chi^2(n_1) \xleftrightarrow{\text{相互独立}} Z_2\sim\chi^2(n_2), Z_1+Z_2\sim\chi^2(n_1+n_2)$

3) $X_1, X_2, \cdots, X_n$独立且$\sim$N(0,1), $\chi^2=\sum_{i=1}^{n} X_i^2 \sim\chi^2(n)$

② t分布

$T\sim t(n)$

$n\to\infty, t(n)\to N(0,1)$

性质: $X\sim N(0,1) \xleftrightarrow{\text{相互独立}} Y\sim\chi^2(n) \Rightarrow T=\frac{X}{\sqrt{\frac{Y}{n}}}\sim t(n)$

③ F分布

$F\sim F(n_1,n_2)$

性质:

1) $X\sim\chi^2(n_1) \xleftrightarrow{\text{相互独立}} Y\sim\chi^2(n_2), F=\frac{\frac{X}{n_1}}{\frac{Y}{n_2}}\sim F(n_1,n_2)$

2) $F\sim F(n_1,n_2)\Rightarrow \frac{1}{F}\sim F(n_2,n_1)$

上侧分位数：

$P\{X>x_\alpha\}=1-F(x_\alpha)=\alpha$

$N(0,1): u_{1-\alpha}=-u_\alpha$

$t(n): t_{1-\alpha}(n)=-t_\alpha(n)$

$F(n_1,n_2): F_\alpha(n_1,n_2)=\dfrac{1}{F_{1-\alpha}(n_2,n_1)}$

正态总体的抽样分布：

正态总体$N(\mu,\sigma^2)$，样本均值$\bar{X}$，样本方差S^2

① $\bar{X}\sim N\left(\mu,\frac{\sigma^2}{n}\right)$

② $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}=\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2\sim\chi^2(n-1)$

③ $\bar{X} \xleftrightarrow{\text{相互独立}} S^2$

④ $T=\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S}\sim t(n-1)$

⑤ $(X_1,X_2,\cdots,X_{n_1})$来自$N(\mu_1,\sigma_1^2), \bar{X}=\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}X_i, S_{1n_1}^2=\frac{1}{n_1-1}\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\bar{X})^2$

$(Y_1,Y_2,\cdots,Y_{n_2})$来自$N(\mu_2,\sigma_2^2), \bar{Y}=\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}Y_i, S_{2n_2}^2=\frac{1}{n_2-1}\sum_{i=1}^{n_2}(Y_i-\bar{Y})^2$

$$S_W^2=\frac{(n_1-1)S_{1n_1}^2+(n_2-1)S_{2n_2}^2}{n_1+n_2-2}$$

$$T=\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S_W\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\sim t(n_1+n_2-2)$$

⑥ $F=\frac{\sigma_2^2S_{1n_1}^2}{\sigma_1^2S_{2n_2}^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$

几种常见分布的估计量		
分布	**矩估计**	**极大似然估计**
$\boldsymbol{P(\lambda)}$	$\hat{\lambda}=\bar{X}$	$\hat{\lambda}=\bar{X}$
$\boldsymbol{exp(\lambda)}$	$\hat{\lambda}=\frac{1}{\bar{X}}$	$\hat{\lambda}=\frac{1}{\bar{X}}$
$\boldsymbol{U[0,\theta]}$	$\hat{\theta}=2\bar{X}$	$\hat{\theta}=X_{(n)}$
$\boldsymbol{N(\mu,\sigma^2)}$	$\begin{cases}\hat{\mu}=\bar{X}\\ \hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2-X^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2=B_2\end{cases}$	同矩估计量

第六章 参数估计

点估计：

估计量$\hat{\theta}_{i=1\sim l}(X_1,X_2,\cdots,X_n)$

估计值$\theta_{i=1\sim l}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$

矩估计法：

$Step$ 1.求出总体X的k阶原点矩$\alpha_k=E(X^k)$及对应样本的k阶原点矩$A_k=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^k\ (k=1,2,\cdots,l)$

$Step$ 2.列出矩法方程组$\alpha_k(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_l)=A_k$

$Step$ 3.解得$(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2,\cdots,\hat{\theta}_l)=(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_l)$

$Step$ 4.用观测值$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$代入，得到估计值

若样本的二阶矩存在：

$$\begin{cases}\mu=\bar{X}=A_1\\ \sigma^2+\mu^2=A_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\hat{\mu}=\bar{X}\\ \hat{\sigma}^2=A_2-\bar{X}^2=B_2\end{cases}$$

极大似然估计法：

似然函数：

$$L(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_l)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i;\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_l)\xRightarrow{\text{离散型}}\prod_{i=1}^{n}P(X=x_i)$$

若$\hat{\theta}_j(x_1,x_2,\cdots,x_n),j=1,2,3,\cdots,l$满足$L(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2,\cdots,\hat{\theta}_l)=max\,L(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_l)$，则$\hat{\theta}_j(x_1,x_2,\cdots,x_n)$是极大似然估计值，$\hat{\theta}_j(X_1,X_2,\cdots,X_n)$是极大似然估计量。

法一：直接求导

$$\begin{cases}\frac{\partial L}{\partial\theta_j}=0\end{cases}$$

求得极值点，然后验证为极大值。

法二：先两边取对数再求导

$$ln\,L(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_l)=max\,ln\,L(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_l)\Rightarrow\begin{cases}\frac{\partial\,ln\,L}{\partial\theta_j}\end{cases}$$

求得极值点，然后验证为极大值。

不变性：$\hat{\theta}$为极大似然估计量，$u=u(\theta)$有单值反函数$\theta=\theta(u)$，则$\hat{u}=u(\hat{\theta})$是$u(\theta)$的极大似然估计量。

估计量的评选标准：

① 无偏性

估计量$\hat{\theta}(X_1,X_2,\cdots,X_n),E(\hat{\theta})=\theta$，$\hat{\theta}$为无偏估计量。

估计量的偏差$b_n=E(\hat{\theta})-\theta$

渐近无偏估计量：$\lim_{n\to\infty}b_n=0$

计算中可能会用到的几个公式：$D(\bar{X})=\frac{\sigma^2}{n},B_2=\frac{n-1}{n}S^2$

$\boxed{\text{无偏性没有传递性}}$（见书本例题）

② 有效性

$\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$都无偏，$D(\hat{\theta}_1)\le D(\hat{\theta}_2)$，$\hat{\theta}_1$比$\hat{\theta}_2$有效。

$\bar{X}$是μ的最小方差线性无偏估计量。

③ 相合性

$$\forall\varepsilon>0,\lim_{n\to\infty}P\{|\hat{\theta}-\theta|<\varepsilon\}=1$$

均方相合估计量：$\hat{\theta}\xrightarrow{L^2}\theta(n\to\infty),\lim_{n\to\infty}E(\hat{\theta}-\theta)^2=0$

性质：

1) $\hat{\theta}$是θ的相合估计量，$g(t)$连续，$g(\hat{\theta})$是$g(\theta)$的相合估计量
2) 数列$C_n\to 1(n\to\infty)$，$C_n\theta$是θ的相合估计量

区间估计：

置信度：$1-\alpha$

大样本情况下，$B(1,p)\to N\left(p,\frac{p(1-p)}{n}\right)$，均值$\mu$的置信区间为$\left(\bar{X}-u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{n}},\bar{X}+u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{n}}\right)$

正态分布参数的置信区间见$\boxed{\text{附表 1}}$

正态分布参数的单侧置信上、下限见$\boxed{\text{附表 2}}$

第七章 假设检验

第 I 类错误（拒真错误）：

$$\alpha(\mu)=P\{拒绝H_0|H_0为真\}$$

第 II 类错误（存伪错误）：

$$\beta(\mu)=P\{接受H_0|H_0不真\}$$

正态分布参数的检验法见$\boxed{\text{附表 3}}$

第八章 回归分析

线性回归：

$$Y=a+bX+\varepsilon$$

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_iY_i-n\bar{X}\bar{Y}}{\sum_{i=1}^{n}X_i^2-n\bar{X}^2}$$

$$\hat{a}=\bar{Y}-\hat{b}\bar{X}$$

显著性检验：

$$H_0:b=0(不显著)\Leftrightarrow H_1:b\neq 0$$

拒绝域为：

$$T=\frac{|\hat{b}|}{\hat{\sigma}\sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}}}\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)$$

给定x_0，代入$y_0=a+bx_0$，Y的置信度为$1-\alpha$的置信区间为：

$$\left(\hat{y}_0-t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)\hat{\sigma}\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{(x_0-\bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}},\hat{y}_0+t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)\hat{\sigma}\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{(x_0-\bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}}\right)$$

第九章 *方差分析

本章未作讲授

第十章 随机过程的基本概念

随机过程的概念：

样本空间Ω，给定集合$T\subset\mathbb{R}$，随机变量$X(t,\omega)$定义在Ω上，则有随机过程$\{X(t,\omega),t\in T\}$，简记为$X(t)$

本质上是二元映射：$X(t,\omega):T\times\Omega\to\mathbb{R}$

$X(t,\cdot)$：随机变量

$X(\cdot,\omega)$：样本函数

一维分布函数：

$F_X(x;t)=P\{X(t)\leq x\}$

有限维分布族：

① 对称性

② 相容性

随机过程的数字特征：

<u>单个随机过程$X(t)$</u>：

均值函数：$m_X(t)=E[X(t)]$

自相关函数：$R_X(t_1,t_2)=E[X(t_1)X(t_2)]$

方差函数：$D_X(t)=E\{[X(t)-m_X(t)]^2\}=R_X(t,t)-m_X^2(t)$

自协方差函数：$C_X(t_1,t_2)=Cov[X(t_1),X(t_2)]=R_X(t_1,t_2)-m_X(t_1)m_X(t_2)$

<u>两个随机过程$X(t),Y(t)$</u>：

互相关函数：$R_{XY}(t_1,t_2)=E[X(t_1)Y(t_2)]$

互协方差函数：$C_{XY}(t_1,t_2)=Cov[X(t_1),Y(t_2)]=R_{XY}(t_1,t_2)-m_X(t_1)m_Y(t_2)$

若$R_{XY}(t_1,t_2)=E[X(t_1)]E[Y(t_2)]$，$X$与$Y$不相关。

随机过程的分类

$$\begin{cases}\text{可列参数/不可列参数}\\\text{连续状态/不连续状态}\end{cases}$$

二阶矩过程:

$\forall t, X(t)$的均值和方差都存在。

正交增量过程:

$X_T = \{X(t), t \geq 0\}, \forall 0 \leq t_1 < t_2 \leq t_3 < t_4, E\{[X(t_2) - X(t_1)][X(t_3) - X(t_4)]\} = 0$

独立增量过程:

$0 \leq t_1 < t_2 < \cdots < t_n$,增量$X(t_2) - X(t_1), X(t_3) - X(t_2), \cdots, X(t_n) - X(t_{n-1})$相互独立。

马尔可夫过程:

无后效性（详见书本）

泊松过程:

① 计数过程$N(t)$

$[0, t)$时间段内事件A发生的次数

$\boxed{\text{性质}}$:

1） $N(t) \geq 0$

2） $\forall 0 < s < t, N(s) \leq N(t)$

3） $\forall 0 < s < t, N(t) - N(s)$表示时间间隔$[s, t)$内事件$A$发生的次数

② 泊松过程$N(t)$（是计数过程的子类）

强度为λ的泊松过程$\boxed{\text{定义}}$:

1） $N(0) = 0$

2） 独立增量过程

3） 增量平稳性:

$\forall s, t > 0, k \geq 0, P\{N(t+s) - N(s) = k\} = P\{N(t) = k\}$

4） $\forall t > 0$,充分小$\Delta t > 0$,有:

$$\begin{cases} P\{N(t+\Delta t) - N(t) = 1\} = \lambda \Delta t + o(\Delta t) \\ P\{N(t+\Delta t) - N(t) \geq 2\} = o(\Delta t) \end{cases}$$

$\boxed{\text{性质}}$:

1） $P\{N(t+s) - N(s) = k\} = P\{N(t) = k\} = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}, k = 0,1,2,\cdots$

2） $0 < s < t$,

$m(t) = E\big(N(t)\big) = \lambda t$（$\lambda$代表单位时间内事件$A$的出现次数，因此被称为“强度”）

$D(t) = D\big(N(t)\big) = \lambda t$

$C(s,t) = Cov[N(s), N(t)] = \lambda \min(s,t)$

$R(s,t) = \lambda \min(s,t) + \lambda^2 st$

3） $\{N(t), t \geq 0\}$是强度为 λ 的泊松过程 ⇔ 时间间隔序列$\{T_n, n \geq 1\}$是相互独立且参数同为 λ 的指数分布。

布朗运动$\{W(t), t \geq 0\}$（维纳过程）:

定义:

① $W(0) = 0$

② 是独立增量过程

③ 增量$W(t) - W(s) \sim N(0, \sigma^2|t-s|), \sigma > 0$

性质:

① 是平稳独立增量过程

② 是正态过程

③ $m_W(t) = 0 (t \geq 0)$; $C_W(s,t) = R_W(s,t)\sigma^2 = \min\{s,t\} (s,t > 0)$

第十一章　平稳过程

严平稳过程：

过程的任何有限维概率分布都与参数t的原点选取无关。

严平稳随机过程X的一维分布与t无关，均值函数为一常数。二维分布函数仅与时间差t_2-t_1有关，若其二阶矩存在，R_X仅与t_2-t_1有关。

宽平稳过程：

二阶矩随机过程$X(t)$的均值函数是常数，自相关函数只是时间差$\tau=t_2-t_1$的函数。

严平稳过程不一定是宽平稳过程，存在二阶矩的严平稳过程一定是宽平稳过程。

宽平稳过程也不一定是严平稳过程。

对正态随机过程：严平稳过程⇔宽平稳过程

平稳过程的相关函数：

① $R_X(\tau)=R_x(-\tau)\left(\text{偶函数}\right)$

② $|R_X(\tau)|\le R_X(0);|C_X(\tau)|\le C_X(0)$

③ $R_{XY}(-\tau)=R_{YX}(\tau);|R_{XY}(\tau)|\le\sqrt{R_X(0)}\sqrt{R_Y(0)}$

平稳过程的谱分析：

功率谱密度$S_X(\omega)=E\left(Q_X(\omega,\xi)\right)=\lim\limits_{T\to+\infty}\frac{1}{2T}E(|F_T(\omega,\xi)|^2)$

平均功率$Q=\lim\limits_{T\to+\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}E[X^2(t)]\,\mathrm{d}t=\lim\limits_{T\to+\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}R_X(t,t)\,\mathrm{d}t=\left(\text{若}X\text{为平稳过程}\right)R_X(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}S_X(\omega)\,\mathrm{d}\omega$

谱密度性质：

$S_X(\omega)\ge 0,S_X(\omega)=S_X(-\omega)$,平稳过程谱密度可积：$\int_{-\infty}^{+\infty}S_x(\omega)\,\mathrm{d}\omega<+\infty$

对平稳过程：

$$S_X(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}R_X(\tau)e^{-i\omega\tau}\,\mathrm{d}\tau$$

$$R_X(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}S_X(\omega)e^{i\omega\tau}\,\mathrm{d}\omega$$

推论：

① $R_X(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}S_X(\omega)\,\mathrm{d}\omega$

② $S_X(\omega)=2\int_0^{+\infty}R_X(\tau)\cos\omega\tau\,\mathrm{d}\tau$

③ $R_X(\tau)=\frac{1}{\pi}\int_0^{+\infty}S_X(\omega)\cos\omega\tau\,\mathrm{d}\omega$

$R_X(\tau)$与$S_X(\omega)$的对应关系

	$R_X(\tau)$	$S_X(\omega)$
1	$Ae^{-\beta\|\tau\|}$	$\dfrac{2A\beta}{\beta^2+\omega^2}$
2	$\begin{cases}1-\dfrac{\|\tau\|}{T},\|\tau\|<T\\0,\|\tau\|\ge T\end{cases}$	$\dfrac{4\sin^2\frac{\omega T}{2}}{T\omega^2}$
3	$e^{-\alpha\|\tau\|}\cos\omega_0\tau$	$\dfrac{\alpha}{\alpha^2+(\omega-\omega_0)^2}+\dfrac{\alpha}{\alpha^2+(\omega+\omega_0)^2}$
4	$\dfrac{\sin\omega_0\tau}{\pi\tau}$	$\begin{cases}1,\|\omega\|<\omega_0\\0,\|\omega\|\ge\omega_0\end{cases}$
5	1	$2\pi\delta(w)$
6	$\delta(\tau)$	1
7	$\cos\omega_0\tau$	$\pi[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]$

互相关函数与互谱密度：

① $|R_{XY}(\tau)|^2\le R_X(0)R_Y(0)$
$C_{XY}^2(\tau)\le C_X(0)C_Y(0)$

② 互谱密度$S_{XY}(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}R_{XY}(\tau)e^{-i\omega\tau}\,\mathrm{d}\tau$

③ 互相关函数$R_{XY}(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}S_{XY}(\omega)e^{i\omega\tau}\,\mathrm{d}\omega$

④ $|S_{XY}(\omega)|^2 \le S_X(\omega)S_Y(\omega)$

平稳过程的各态历经性：

随机过程的时间平均$\overline{X(t)} = \lim\limits_{T\to+\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} X(t)\,\mathrm{d}t$

随机过程的时间相关函数：$\overline{X(t)X(t+\tau)} = \lim\limits_{T\to+\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} X(t)X(t+\tau)\,\mathrm{d}t$

对平稳随机过程$X(t), t\in\mathbb{R}$

1) $E\left(\overline{X(t)}\right) = m_X = E\left(X(t)\right)$
2) $D\left(\overline{X(t)}\right) = \lim\limits_{T\to+\infty} \frac{1}{T}\int_0^{2T}\left(1-\frac{\tau}{2T}\right)\left(R_X(\tau)-m_X^2\right)\mathrm{d}\tau$
3) 若$P\left\{\overline{X(t)} = E\left(X(t)\right) = m_X\right\} = 1$，称随机过程的均值有各态历经性
4) 若$P\left\{\overline{X(t)X(t+\tau)} = E\left(X(t)X(t+\tau)\right) = R_X(\tau)\right\} = 1$，称随机过程的自相关函数有各态历经性
5) 遍历过程：均值和自相关函数均具有各态历经性的平稳过程

<u>均值的各态历经性定理</u>：

平稳过程均值有各态历经性（t ∈ ℝ）

$$\Leftrightarrow \lim_{T\to+\infty}\frac{1}{T}\int_0^{2T}\left(1-\frac{\tau}{2T}\right)\left(R_X(\tau)-m_X^2\right)\mathrm{d}\tau = 0 \Leftarrow \lim_{\tau\to\infty}R_X(\tau) = m_X^2\text{即}\lim_{\tau\to\infty}C_X(\tau) = 0$$

<u>相关函数的各态历经性定理</u>：

平稳过程的相关函数有各态历经性（t ∈ ℝ）

$$\Leftrightarrow \lim_{T\to+\infty}\frac{1}{T}\int_0^{2T}\left(1-\frac{\tau_1}{2T}\right)\left(R_\tau(\tau_1)-R_X^2(\tau)\right)\mathrm{d}\tau_1 = 0\text{，其中}R_\tau(\tau_1) = E\left(X(t)X(t+\tau)X(t+\tau_1)X(t+\tau_1+\tau)\right)$$

平稳过程的相关函数有各态历经性$t\in[0,+\infty)$

$$\Leftrightarrow \lim_{T\to+\infty}\frac{1}{T}\int_0^{T}\left(1-\frac{\tau}{T}\right)\left(R_X(\tau)-m_X^2\right)\mathrm{d}\tau = 0$$

第十二章　*Matlab 软件在概率统计中的应用

详见附 4：<u>一则概率统计与随机过程上机实验报告示例</u>

其他相关注意事项

平稳过程谱分析可能用到的积化和差公式：

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$$

$$\sin\alpha\sin\beta = -\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)]$$

解题过程中可能用到的分部积分法：

$$\int xe^x\,\mathrm{d}x = \int x\,\mathrm{d}e^x$$

$$\int x\cos x\,\mathrm{d}x = \int x\,\mathrm{d}\sin x$$

解题过程中注意规范：

① 要设事件。

② 运用相关公式如贝叶斯公式、全概率公式等计算时须写明公式过程。

③ 运用独立同分布中心极限定理解题时须用≈号。

关于正态总体参数估计和假设检验的记忆：

对于相同条件下的要估计的参数或要检验的假设，他们都属于同一分布，如方差σ^2已知条件下均值μ的估计和$\mu=\mu_0$假设的检验，他们都服从$U=\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{\sigma}\sim N(0,1)$的分布，进行假设检验时，令$\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{\sigma}=\pm u_{\frac{\alpha}{2}}$，对该式子变形即可得到$\mu=\bar{X}\pm\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}}$即获得了对应的置信区间上下限；进行单侧置信上下限估计时，将对应双侧估计时的上下限式子中$\frac{\alpha}{2}$换为α即可。对其他的参数估计和假设检验也是使用类似方法，读者可自行比照附表 1、附表 2、附表 3，观察其规律和异同以期获得更好的理解、记忆和掌握。

写在最后：

本复习随记是我在 2018~2019 第一学期期末复习时进行整理的。这也是我第一次尝试将理科类的知识点整理为电子版分享。因感到参数估计和假设检验部分记忆内容多，书上表格归类不完整，遂萌生了将正态分布参数的置信区间、假设检验法重新整理成表的想法（本随记后附的正态分布参数估计假设检验表补充了一些教材提及但未整理在表中的内容）。后也将其他章节的重要知识点归纳加入其中，并附一份我与计算机 74 班温中镇、史镇光合作完成的数学实验报告，供大家参考。若在期末复习使用，强烈建议大家对照书本进行复习，体会各部分书本例题的解题方法，并对本复习随记进行增删，以更好符合每个人不同的复习需求。

因为能力一般，水平有限，整理过程中难免会出现一些错误，若本资料中的相关内容与书本有出入，请以书本或老师所讲授的内容为准。读者发现相关问题也可以向我反馈。

一学期的学习已经告一段落。感谢这一学期王宁老师的悉心教导、梁成扬助教的批改答疑以及其他同教学班计算机、自动化等专业同学的帮助，感谢团队“双一流重点建设编辑部（群号：689822823，若有兴趣，欢迎加入）”里同学为我校对、提供建议，也感谢现在正在阅读这段文字的读者的信任和支持，祝大家学习进步、学业有成、学富五车。

西安交通大學

电子与信息工程学部 · 计算机学院

计算机 74 班任隽阳

2019 年 1 月 17 日

获取其他资料，请扫描右侧小程序码：

1. 《概率统计与随机过程习题解集》机械工业出版社（若涉及版权问题，请及时联系我进行删除）
2. 《军事理论教程（第 4 版）》书本知识要点及笔记整理（附十九大报告军事国防有关内容、MOOC 测试题参考答案及南卷汇 2016 年版军理复习小贴士）
3. 《思想道德修养与法律基础（2015 年修订版）》考点整理（附 PPT 法律部分文字及十九大报告）
4. 学术英语听说课程考察词汇及表达
5. ……

附表 1：正态分布参数的置信区间

待估参数	条件	所用函数及分布	置信区间
均值μ	方差σ^2已知	$U=\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{\sigma}\sim N(0,1)$	$\left(\bar{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}},\bar{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}}\right)$
	方差σ^2未知	$T=\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S}\sim t(n-1)$	$\left(\bar{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1),\bar{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right)$
方差σ^2	均值μ已知	$\chi^2=\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2\sim\chi^2(n)$	$\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)},\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right)$
	均值μ未知	$\chi^2=\frac{(n-1)}{\sigma^2}S^2\sim\chi^2(n-1)$	$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)},\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}\right)$
均值差$\mu_1-\mu_2$	方差σ_1^2,σ_2^2已知	$U=\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}\sim N(0,1)$	$\left((\bar{X}-\bar{Y})-u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}},(\bar{X}-\bar{Y})+u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$
	方差σ_1^2,σ_2^2未知，但$\sigma_1^2=\sigma_2^2$	$T=\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S_W\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\sim t(n_1+n_2-2)$	$\left((\bar{X}-\bar{Y})-t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)S_W\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}},(\bar{X}-\bar{Y})+t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)S_W\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right)$
	方差σ_1^2,σ_2^2未知，且$\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$，大样本	$U=\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{S_{1n_1}^2}{n_1}+\frac{S_{2n_2}^2}{n_2}}}$近似$\sim N(0,1)$	$\left((\bar{X}-\bar{Y})-u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_{1n_1}^2}{n_1}+\frac{S_{2n_2}^2}{n_2}},(\bar{X}-\bar{Y})+u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_{1n_1}^2}{n_1}+\frac{S_{2n_2}^2}{n_2}}\right)$
方差比$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$	均值μ_1,μ_2未知	$F=\frac{\sigma_2^2S_{1n_1}^2}{\sigma_1^2S_{2n_2}^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$	$\left(\frac{S_{1n_1}^2}{S_{2n_2}^2F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)},\frac{S_{1n_1}^2}{S_{2n_2}^2F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)}\right)$

其中，$S_W^2=\frac{(n_1-1)S_{1n_1}^2+(n_2-1)S_{2n_2}^2}{n_1+n_2-2}$

附表 2：正态分布参数的单侧置信上、下限

待估参数	条件	所用函数及分布	单侧置信上限	单侧置信下限
均值μ	方差σ^2已知	$U=\dfrac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{\sigma}\sim N(0,1)$	$\bar{X}+\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_\alpha$	$\bar{X}-\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_\alpha$
	方差σ^2未知	$T=\dfrac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S}\sim t(n-1)$	$\bar{X}+\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_\alpha(n-1)$	$\bar{X}-\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_\alpha(n-1)$
方差σ^2	均值μ已知	$\chi^2=\dfrac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2\sim\chi^2(n)$	$\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{1-\alpha}(n)}$	$\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{\alpha}(n)}$
	均值μ未知	$\chi^2=\dfrac{(n-1)}{\sigma^2}S^2\sim\chi^2(n-1)$	$\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha}(n-1)}$	$\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha}(n-1)}$
均值差 $\mu_1-\mu_2$	方差σ_1^2,σ_2^2已知	$U=\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}\sim N(0,1)$	$(\bar{X}-\bar{Y})+u_\alpha\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}$	$(\bar{X}-\bar{Y})-u_\alpha\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}$
	方差σ_1^2,σ_2^2未知，但$\sigma_1^2=\sigma_2^2$	$T=\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S_W\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}}\sim t(n_1+n_2-2)$	$(\bar{X}-\bar{Y})+t_\alpha(n_1+n_2-2)S_W\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}$	$(\bar{X}-\bar{Y})-t_\alpha(n_1+n_2-2)S_W\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}$
	方差σ_1^2,σ_2^2未知，且$\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$，大样本	$U=\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_{1n_1}^2}{n_1}+\dfrac{S_{2n_2}^2}{n_2}}}$近似$\sim N(0,1)$	$(\bar{X}-\bar{Y})+u_\alpha\sqrt{\dfrac{S_{1n_1}^2}{n_1}+\dfrac{S_{2n_2}^2}{n_2}}$	$(\bar{X}-\bar{Y})-u_\alpha\sqrt{\dfrac{S_{1n_1}^2}{n_1}+\dfrac{S_{2n_2}^2}{n_2}}$
方差比$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$	均值μ_1,μ_2未知	$F=\dfrac{\sigma_2^2S_{1n_1}^2}{\sigma_1^2S_{2n_2}^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$	$\dfrac{S_{1n_1}^2}{S_{2n_2}^2F_{1-\alpha}(n_1-1,n_2-1)}$	$\dfrac{S_{1n_1}^2}{S_{2n_2}^2F_{\alpha}(n_1-1,n_2-1)}$

附表 3：正态分布参数的检验法

H_0	H_1	条件	检验统计量及分布	拒绝域
$\mu=\mu_0$	$\mu\neq\mu_0$	方差σ_0^2已知	$U=\dfrac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{\sigma_0}\sim N(0,1)$	$\left\lvert\dfrac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu_0)}{\sigma_0}\right\rvert\geq u_{\frac{\alpha}{2}}$
$\mu\leq\mu_0$（或$\mu=\mu_0$）	$\mu>\mu_0$			$\dfrac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu_0)}{\sigma_0}\geq u_{\alpha}$
$\mu\geq\mu_0$（或$\mu=\mu_0$）	$\mu<\mu_0$			$\dfrac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu_0)}{\sigma_0}\leq -u_{\alpha}$
$\mu=\mu_0$	$\mu\neq\mu_0$	方差σ^2未知	$T=\dfrac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{S}\sim t(n-1)$	$\left\lvert\dfrac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu_0)}{s}\right\rvert\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$
$\mu\leq\mu_0$（或$\mu=\mu_0$）	$\mu>\mu_0$			$\dfrac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu_0)}{s}\geq t_{\alpha}(n-1)$
$\mu\geq\mu_0$（或$\mu=\mu_0$）	$\mu<\mu_0$			$\dfrac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu_0)}{s}\leq -t_{\alpha}(n-1)$
$\sigma^2=\sigma_0^2$	$\sigma^2\neq\sigma_0^2$	均值μ_0已知	$\chi^2=\dfrac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_0)^2\sim\chi^2(n)$	$\dfrac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_0)^2\leq\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)$或$\dfrac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_0)^2\geq\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)$
$\sigma^2\leq\sigma_0^2$（或$\sigma^2=\sigma_0^2$）	$\sigma^2>\sigma_0^2$			$\dfrac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_0)^2\geq\chi^2_{\alpha}(n)$
$\sigma^2\geq\sigma_0^2$（或$\sigma^2=\sigma_0^2$）	$\sigma^2<\sigma_0^2$			$\dfrac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_0)^2\leq\chi^2_{1-\alpha}(n)$
$\sigma^2=\sigma_0^2$	$\sigma^2\neq\sigma_0^2$	均值μ未知	$\chi^2=\dfrac{(n-1)}{\sigma_0^2}S^2\sim\chi^2(n-1)$	$\dfrac{(n-1)}{\sigma_0^2}s^2\leq\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$或$\dfrac{(n-1)}{\sigma_0^2}s^2\geq\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$
$\sigma^2\leq\sigma_0^2$（或$\sigma^2=\sigma_0^2$）	$\sigma^2>\sigma_0^2$			$\dfrac{(n-1)}{\sigma_0^2}s^2\geq\chi^2_{\alpha}(n-1)$
$\sigma^2\geq\sigma_0^2$（或$\sigma^2=\sigma_0^2$）	$\sigma^2<\sigma_0^2$			$\dfrac{(n-1)}{\sigma_0^2}s^2\leq\chi^2_{1-\alpha}(n-1)$

（续表）

$\mu_1-\mu_2=c$	$\mu_1-\mu_2\neq c$	方差σ_1^2,σ_2^2已知	$U=\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-c}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}\sim N(0,1)$	$\dfrac{\lvert(\bar{x}-\bar{y})-c\rvert}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}\geq u_{\frac{\alpha}{2}}$
$\mu_1-\mu_2\leq c$ （或$\mu_1-\mu_2=c$）	$\mu_1-\mu_2>c$			$\dfrac{(\bar{x}-\bar{y})-c}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}\geq u_{\alpha}$
$\mu_1-\mu_2\geq c$ （或$\mu_1-\mu_2=c$）	$\mu_1-\mu_2<c$			$\dfrac{(\bar{x}-\bar{y})-c}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}\leq -u_{\alpha}$
$\mu_1-\mu_2=c$	$\mu_1-\mu_2\neq c$	方差σ_1^2,σ_2^2未知，但$\sigma_1^2=\sigma_2^2$	$T=\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-c}{S_W\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}}\sim t(n_1+n_2-2)$ 其中， $S_W^2=\dfrac{(n_1-1)S_{1n_1}^2+(n_2-1)S_{2n_2}^2}{n_1+n_2-2}$	$\left\lvert\dfrac{(\bar{x}-\bar{y})-c}{s_W\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}}\right\rvert\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)$
$\mu_1-\mu_2\leq c$ （或$\mu_1-\mu_2=c$）	$\mu_1-\mu_2>c$			$\dfrac{(\bar{x}-\bar{y})-c}{s_W\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}}\geq t_{\alpha}(n_1+n_2-2)$
$\mu_1-\mu_2\geq c$ （或$\mu_1-\mu_2=c$）	$\mu_1-\mu_2<c$			$\dfrac{(\bar{x}-\bar{y})-c}{s_W\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}}\leq -t_{\alpha}(n_1+n_2-2)$
$\mu_1-\mu_2=c$	$\mu_1-\mu_2\neq c$	方差σ_1^2,σ_2^2未知，且$\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$，大样本	$U=\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-c}{\sqrt{\dfrac{S_{1n_1}^2}{n_1}+\dfrac{S_{2n_2}^2}{n_2}}}$近似$\sim N(0,1)$	$\dfrac{\lvert(\bar{x}-\bar{y})-c\rvert}{\sqrt{\dfrac{1}{n_1}s_{1n_1}^2+\dfrac{1}{n_2}s_{2n_2}^2}}\geq u_{\frac{\alpha}{2}}$
$\mu_1-\mu_2\leq c$ （或$\mu_1-\mu_2=c$）	$\mu_1-\mu_2>c$			$\dfrac{(\bar{x}-\bar{y})-c}{\sqrt{\dfrac{1}{n_1}s_{1n_1}^2+\dfrac{1}{n_2}s_{2n_2}^2}}\geq u_{\alpha}$
$\mu_1-\mu_2\geq c$ （或$\mu_1-\mu_2=c$）	$\mu_1-\mu_2<c$			$\dfrac{(\bar{x}-\bar{y})-c}{\sqrt{\dfrac{1}{n_1}s_{1n_1}^2+\dfrac{1}{n_2}s_{2n_2}^2}}\leq -u_{\alpha}$

（续表）

$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}=c$	$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\neq c$			$\dfrac{S_{1n_1}^2}{cS_{2n_2}^2}\leq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$或$\dfrac{S_{1n_1}^2}{cS_{2n_2}^2}\geq F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$
$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\leq c$ $\left(或\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}=c\right)$	$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}>c$	均值μ_1,μ_2均未知	$F=\dfrac{S_{1n_1}^2}{cS_{2n_2}^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$	$\dfrac{S_{1n_1}^2}{cS_{2n_2}^2}\geq F_{\alpha}(n_1-1,n_2-1)$
$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\geq c$ $\left(或\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}=c\right)$	$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}<c$			$\dfrac{S_{1n_1}^2}{cS_{2n_2}^2}\leq F_{1-\alpha}(n_1-1,n_2-1)$

附 4：一则概率统计与随机过程上机实验报告示例：

概率统计与随机过程

上机实验

实验报告

班级:	计算机 74 班	
组员:	温中镇	217XXXXXXX
	史镇光	217XXXXXXX
	任隽阳	217XXXXXXX

2018 年 12 月

【目 录】

习题 12. 1. 1
习题 12. 2. 1
习题 12. 3. 2
习题 12. 4. 3
习题 12. 5. 3
习题 12. 6. 4
习题 12. 10. 5
习题 12. 13. 6
习题 12. 14. 6
习题 12. 15. 7
习题 12. 16. 8
心得体会......9

习题 12. 1.

【问题描述】

考虑通过某交叉路口的汽车流，假设在 1min 之内通过路口的汽车数服从泊松分布，且在 1min 之内没有汽车通过的概率为 0.2，求在 1min 至少有 3 辆汽车通过的概率。

【题目分析】

先利用已知条件计算出泊松分布参数，利用 poisscdf 函数即可求解。

【代码呈现】

```
la=-log(0.2);
p=1-poisscdf(2,la);
fprintf('p=%.6f\n',p)
```

【运行结果】

```
p=0.219083
```

【结果说明】

1min 之内至少 3 辆汽车通过的概率为 0.219083

【本题小结与体会】

本题考查概率中常见分布在 matlab 中的运用，在这里要熟练运用 poisscdf 等函数。

习题 12. 2.

【问题描述】

设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，

(1) 当 $\mu=1.5$，$\sigma=0.5$时，求$P\{1.8<X<2.9\}$，$P\{-2.5<X\}$，$P\{|X-1.7|>1.6\}$；

(2) 当 $\mu=1.5$，$\sigma=0.5$时，若$P\{X<x\}=0.95$，求x；

(3) 分别绘制 $\mu=1,2,3$，$\sigma=0.5$时的概率密度函数图形。

【题目分析】

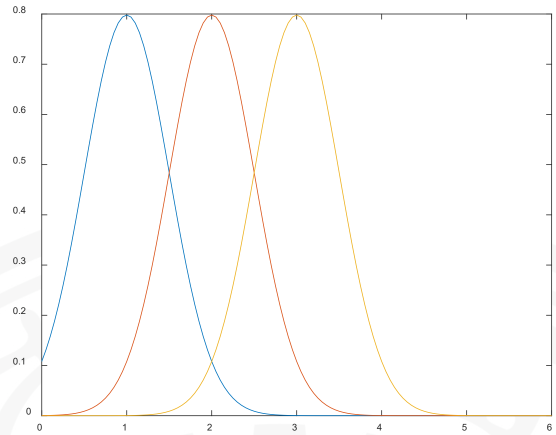
（1）（2）题直接调用相应函数即可，（3）题需要调用绘图的相关函数。

【代码呈现】

```
p1=normcdf(2.9,1.5,0.5)-normcdf(1.8,1.5,0.5);
p2=1-normcdf(-2.5,1.5,0.5);
p3=1+normcdf(0.1,1.5,0.5)-normcdf(3.3,1.5,0.5);
px=0.95;
x0=norminv(px,1.5,0.5);
fprintf('p1=%.4f,p2=%.4f,p3=%.4f,x0=%.4f\n',p1,p2,p3,x0)
x1=0:0.05:6;
y1=normpdf(x1,1,0.5);
y2=normpdf(x1,2,0.5);
y3=normpdf(x1,3,0.5);
plot(x1,y1,x1,y2,x1,y3)
```

【运行结果】

p1=0.2717,p2=1.0000,p3=0.0027,x0=2.3224



【结果说明】

对(1)题，$P\{1.8 < X < 2.9\} = 0.2717$，$P\{-2.5 < X\} = 1$，$P\{|X-1.7| > 1.6\} = 0.0027$；

对(2)题，$x = 2.3224$；

对(3)题，概率密度函数图形如图所示。

习题 12. 3.

【问题描述】

已知每百份报纸全部卖出可获利 14 元，卖不出去将赔 8 元，设报纸的需求量 X 的分布律为

X	0	1	2	3	4	5
P	0.05	0.10	0.25	0.35	0.15	0.10

试确定报纸的最佳购进量n. (要求使用计算机模拟)

【题目分析】

先用命令 unifrnd(0,1)，表示产生[0,1]区间上的随机数，按照概率分成 6 段，分别代表 X 的 6 个可能的值，然后利用循环统计出每种购进量的平均利润即可。

【代码呈现】

```
EE=[];
for n=0:5
    sum=0;
    for i=1:10000
    x=unifrnd(0,1);
    if x<=0.05
        X=0;
    elseif x<=0.15
        X=1;
    elseif x<=0.4
        X=2;
    elseif x<=0.75
        X=3;
    elseif x<=0.9
        X=4;
    else
        X=5;
    end
    if n>X
        w=14*X-8*(n-X);
    else
        w=14*n;
```

```
        end
        sum=sum+w;
        end
        E=sum/10000;
        EE=[EE,E];
    end
    EE
```

【运行结果】

```
EE =
         0   12.8582   23.5296   29.0838   25.9656   20.4362
```

【结果说明】

购进量为 300 份时期望利润最大,为最佳购进量

【本题小结与体会】

本题考查随机数的产生与计算机模拟技术，这种模拟思想是十分重要的。

习题 12. 4.

【问题描述】

请编程产生区间$[-10,30]$上的两千个随机数，赋给行向量x。

【题目分析】

直接调用相应函数即可。

【代码呈现】

```
x=40*rand(1,2000)-10
```

【运行结果】

（由于结果数量过大，仅展示部分结果）

```
x =
  1 至 11 列
   -6.4553    9.3104   26.0618   13.1121   28.7726    8.2897   22.0583    3.3545
-4.9160   12.1420   16.3951
  12 至 22 列
   -0.4289   -9.2833   -2.5299   -7.3237   14.5597   10.4791    9.5150    2.4088
9.3744   -6.2300   26.9568
  23 至 33 列
   -8.6709   19.2757   -1.4524    2.6948   24.8755   -1.0074   23.3270   25.6753
0.9913   24.1515    1.2149
  34 至 44 列
   26.1501   -8.8585    5.3602   -6.8205    8.5310   -7.7296   29.3144    5.5951
19.5353   11.0464   12.8819
  45 至 55 列
   18.5200   11.3710   11.5453   20.3351   21.2090   -7.1158    1.6946   -6.3243
1.0837   -8.1064    2.7346
……
1992 至 2000 列
   18.6051   19.7826   25.6547   27.6617   20.5495   11.1090   16.0720   14.8369
21.2864
```

【结果说明】

成功产生 2000 个随机数并赋值给行向量 x

【本题小结与体会】

本题目较为简单，只要清楚 rand 函数的用法即可做出。

习题 12. 5.

【问题描述】

编写程序在区域$D=\{(x,y)|0<x<3,-2<y<5\}$内随机投点，并绘出投点效果图。要求投点个数不低于 10000 个

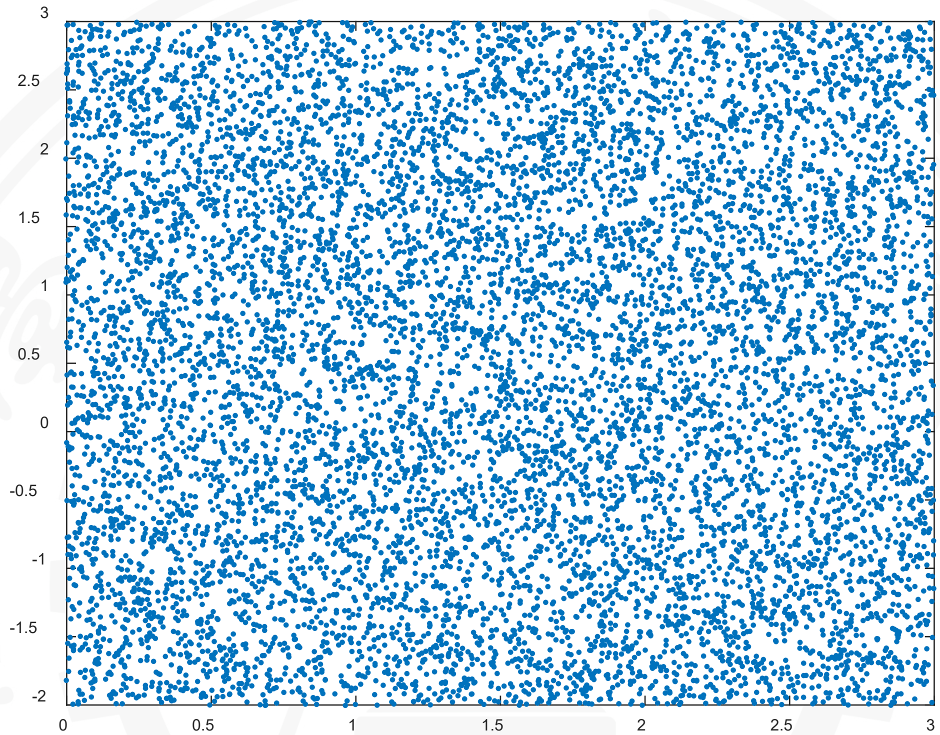
【题目分析】

由于 rand 函数产生的随机数在 0 到 1 之间，故产生所需随机数需要进行一定调整（具体见代码），对 x，y 坐标分别复赋值后绘图即可。

【代码呈现】

```
N=10000;
x=3*rand(1,N);
y=-2+5*rand(1,N);
plot(x,y,'.')
```

【运行结果】



【结果说明】

产生了给定范围的随机点。

习题 12. 6.

【问题描述】

请用蒙特卡洛积分法估算定积分$\int_0^1 \sqrt{x}e^{x^2}\,dx$

【题目分析】

蒙特卡洛法利用随机数统计规律来进行计算和模拟。以下代码通过 n 的增大来使答案更好地趋于实际值。

【代码呈现】

```
for n=1000:1000:10000
    r=rand(1,n);
    f=exp(r.^2).*(sqrt(r));
    I=(1/n)*sum(f);
    fprintf('n=%.0f,I=%.6f\n',n,I)
end
```

【运行结果】

```
n=1000,I=1.039078
n=2000,I=1.094559
n=3000,I=1.068219
n=4000,I=1.062266
```

```
n=5000,I=1.063116
n=6000,I=1.075677
n=7000,I=1.065361
n=8000,I=1.076497
n=9000,I=1.064551
n=10000,I=1.068564
```

【结果说明】

在区间内随机取数量为 n 的点时，用蒙特卡洛法计算得到的积分值 I 如上所示。

习题 12.10.

【问题描述】

就不同自由度画出χ^2分布或t分布的概率密度曲线。

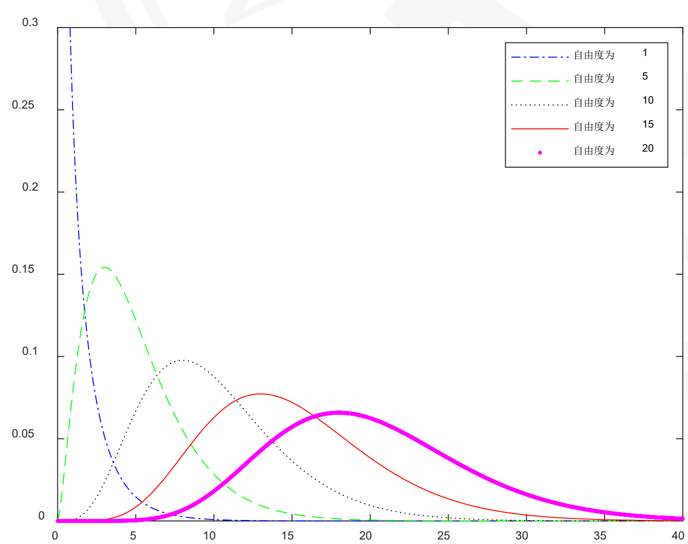
【题目分析】

去某一合适的区间，利用相应的函数(chi2pdf/tpdf)并画出图像即可。

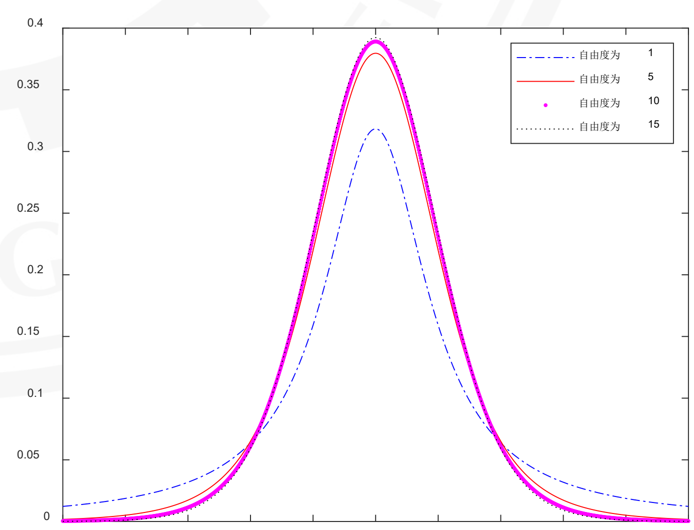
【代码呈现】

```
x1=0:0.01:40;
y1=chi2pdf(x1,1);
y2=chi2pdf(x1,5);
y3=chi2pdf(x1,10);
y4=chi2pdf(x1,15);
y5=chi2pdf(x1,20);
figure(1)
plot(x1,y1,'-.b',x1,y2,'--g',x1,y3,':k',x1,y4,'-r',x1,y5,'.m');
legend('自由度为1','自由度为5','自由度为10','自由度为15','自由度为20');
axis([0,40,0,0.3]);
x2=-5:0.01:5;
h1=tpdf(x2,1);
h2=tpdf(x2,5);
h3=tpdf(x2,10);
h4=tpdf(x2,15);
figure(2)
plot(x2,h1,'-.b',x2,h2,'-r',x2,h3,'.m',x2,h4,':k');
legend('自由度为1','自由度为5','自由度为10','自由度为15');
axis([-5,5,0,0.4]);
```

【运行结果】



χ^2分布的概率密度曲线



t分布的概率密度曲线

【结果说明】

各分布的概率密度曲线如上图所示。

【本题小结与体会】

如果了解 chi2pdf 和 tpdf 两个函数的使用方法，此题就可以很容易地解决了。

习题 12. 13.

【问题描述】

假定新生男婴的体重服从正态分布，随机抽取 12 名男婴,测得体重(单位:g)分别是:

3100,2520,3000,3600,3160,3320,2880,2660,3400,2540,

试求新生男婴平均体重与体重方差的置信度为 0.95 的置信区间.

【题目分析】

由于新生男婴的体重服从正态分布，可直接利用函数 normfit 求得对应置信区间。

【代码呈现】

```
weight = [3100 2520 3000 3600 3160 3320 2880 2660 3400 2540];
[muhat,sigmahat,muci,sigmaci]=normfit(weight,0.05)
```

【运行结果】

```
muhat =
        3018
sigmahat =
  369.1973
muci =
   1.0e+03 *
    2.7539
    3.2821
sigmaci =
  253.9469
  674.0104
```

【结果说明】

置信度为0.95时，平均体重的置信区间为(2753.9,3282.1)，体重方差的置信区间为(253.9469,674.0104)

习题 12. 14.

【问题描述】

从甲乙两个生产蓄电池的工厂的产品中，分别抽取一些样品，测得蓄电池的电容量如下:

甲厂：144,141,138,142,141,143,138,137;

乙厂：142,143,139,140,138,141,140,138,142,136.

设两个工厂生产的蓄电池的容量分别服从正态分布,

(1) 如果假定两个正态总体的方差相同，求两个工厂生产的蓄电池的平均电容量之差的置信度为 95%的置信区间;

(2) 如果两个正态总体的方差不相同，求两总体方差之比的置信度 95%的置信区间。

【题目分析】

采用相应的函数即可，但发现使用函数得到的结果与书后答案所给值有偏差，故选择自己实现置信区间。

【代码呈现】

```
x=[144,141,138,142,141,143,138,137];
y=[142,143,139,140,138,141,140,138,142,136];
a=mean(x);b=mean(y);
S1=var(x);S2=var(y);
Sw=sqrt((7*S1+9*S2)/16);
a1=(a-b)-abs(tinv(0.025,16))*Sw*sqrt((1/8)+(1/10));
a2=(a-b)+abs(tinv(0.025,16))*Sw*sqrt((1/8)+(1/10));
fprintf('平均电容量之差的置信区间:(%.6f,%.6f)\n',a1,a2);
a4=(S1)/((S2)*(finv(0.025,7,9)));
a3=((S1)*(finv(0.025,9,7)))/(S2);
fprintf('两总体方差之比的置信区间:(%.6f,%.6f)\n',a3,a4);
```

【运行结果】

平均电容量之差的置信区间:(-1.770274,2.970274)
两总体方差之比的置信区间:(0.328474,6.649390)

【结果说明】

置信区间如输出结果所示。

【本题小结与体会】

使用函数解决本题比较简单，但与书后答案不符（不知道为什么），于是选择自己构建区间，与答案所给值比较符合。

习题 12.15.

【问题描述】

设某产品的装配时间服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$,现随机抽查 20 件该产品,测得它们装配时间(单位:min)为:

9.8,10.4,10.6,9.6,9.7,9.9,10.9,11.1,9.6,10.2,
10.3,9.6,9.9,11.2,10.6,9.8,10.5,10.1,10.5,9.7

(1) 是否可以认为该产品的装配时间的平均值为 10($\alpha = 0.05$)?

(2) 是否可以认为该产品的装配时间的平均值小于10($\alpha = 0.05$)?

【题目分析】

正态分布总体方差未知时，可采用 ttest 函数进行假设检验，也可采用第七章表格中给出的计算方法进行检验，即:

H_0	H_1	条件	检验统计量及分布	拒绝域
$\mu=\mu_0$	$\mu\neq\mu_0$	均值μ未知	$T=\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{S}\sim t(n-1)$	$\left\lvert\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu_0)}{s}\right\rvert\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$
$\mu\leq\mu_0$(或$\mu=\mu_0$)	$\mu>\mu_0$			$\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu_0)}{s}\geq t_\alpha(n-1)$
$\mu\geq\mu_0$(或$\mu=\mu_0$)	$\mu<\mu_0$			$\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu_0)}{s}\leq -t_\alpha(n-1)$

以下代码采用表格的方法进行假设检验。

【代码呈现】

```
x=[9.8,10.4,10.6,9.6,9.7,9.9,10.9,11.1,9.6,10.2,10.3,9.6,9.9,11.2,10.6,9.8,10.5
,10.1,10.5,9.7];
n=20;
a=0.05;
u0=10;
aver=mean(x);
s=std(x);
jyz=abs(sqrt(n)*(aver-u0)/s);

tt=tinv(1-a/2,n-1);
if jyz>=tinv(1-a/2,n-1) refuse1=1;
else refuse1=0;
end
refuse1

jyz=sqrt(n)*(aver-u0)/s;
if jyz>=tinv(1-a,n-1) refuse2=1;
else refuse2=0;
end
refuse2
```

【运行结果】

```
refuse1 =
     0
refuse2 =
     1
```

【结果说明】

接受平均值为 10 的假设，拒绝平均值小于 10 的假设。

习题 12. 16.

【问题描述】

现测得某高校 100 名男生的身高（单位：cm）为：

182,183,168,176,166,174,172,174,167,169,168,171,171,181,175170,172,178,181,164,173,184,171,180,170,183,168,181,178,171,176,178,178,175,171,184,169,171,174,178,173,175,182,168,169,172,179,172,171,187,173,177,168,176,185,172,182,175,185,191,169,175,174,175,182,183,169,182,170,180,178,172,169,185,171,176,169,172,184,183,174,178,179,172,172,172,166,175,165,182,173,174,159,176,182,179,183,167,180,166.

假设成年男子的身高服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，在$\alpha = 0.05$时,检验如下假设：

(1) 是否可以认为该校男生的身高为 175cm?

(2) 是否可以认为该校男生的身高大于 175cm?

(3) 是否可以认为该校男生的身高小于 175cm?

就上述检验结果进行讨论.进一步，如果检验的假设改为

(4) 是否可以认为该校男生的身高为 173cm?

(5) 是否可以认为该校男生的身高大于 173cm?

(6) 是否可以认为该校男生的身高小于 173cm?

检验的结果又如何呢?

【题目分析】

采用 15 题相同的思路解题。

【代码呈现】

```
x=[182,183,168,176,166,174,172,174,167,169,168,171,171,181,175,170,172,178,181,
164,173,184,171,180,170,183,168,181,178,171,176,178,178,175,171,184,169,171,174
,178,173,175,182,168,169,172,179,172,171,187,173,177,168,176,185,172,182,175,18
5,191,169,175,174,175,182,183,169,182,170,180,178,172,169,185,171,176,169,172,1
84,183,174,178,179,172,172,172,166,175,165,182,173,174,159,176,182,179,183,167,
180,166];
n=100;
a=0.05;
u0=175;
aver=mean(x);
s=std(x);
jyz=abs(sqrt(n)*(aver-u0)/s);
if jyz>=tinv(1-a/2,n-1) refuse1=1;
else refuse1=0;
end
refuse1

jyz=sqrt(n)*(aver-u0)/s;
if jyz<=-tinv(1-a,n-1) refuse2=1;
else refuse2=0;
end
refuse2

jyz=sqrt(n)*(aver-u0)/s;
if jyz>=tinv(1-a,n-1) refuse3=1;
else refuse3=0;
end
refuse3

u0=173;
jyz=abs(sqrt(n)*(aver-u0)/s);
if jyz>=tinv(1-a/2,n-1) refuse4=1;
else refuse4=0;
```

```
end
refuse4

jyz=sqrt(n)*(aver-u0)/s;
if jyz<=-tinv(1-a,n-1) refuse5=1;
else refuse5=0;
end
refuse5

jyz=sqrt(n)*(aver-u0)/s;
if jyz>=tinv(1-a,n-1) refuse6=1;
else refuse6=0;
end
refuse6
```

【运行结果】

```
refuse1 = 0
refuse2 = 0
refuse3 = 0
refuse4 = 1
refuse5 = 0
refuse6 = 1
```

【结果说明】

接受该校男生的身高为175cm、大于175cm、小于175cm、大于173cm的假设，拒绝该校男生的身高为173cm、小于173cm的假设。

心得体会

通过本次实验，我们更加深刻地体会到了 MATLAB 的强大功能，利用 MATLAB 软件可以大幅提高运算效率，节省运算时间，直观方便地呈现函数图像，将人们从冗杂重复的运算中解脱出来，投入更有意义的研究当中。

本次实验中，我们通过实践操作掌握了 MATLAB 中一些关于概率统计的命令、函数和操作。同时，我们也通过蒙特卡洛法等方法更好地理解了概率统计中的理论知识。

实验操作中，我们发现部分命令与之前所教授的方法结果有出入（如 15、16 题），我们便通过计算机一步步模拟计算，得到了更为准确、可信的结果。

实践是检验认识真理性的唯一标准。但同时我们也应也应夯实概率统计的基础知识、明确基本概念，掌握基本方法，更好地让理论指导实践、利用 MATLAB 等工具为我们的学习研究服务。