五．数据准备

在我们的模型中，由于是较为简单的单腿模型，所以需要的乘客模型就只需要三个：乘客的编号t（即买票的顺序），乘客的买票数量，乘客买票的优先级（即买票的等级）。乘客的买票数量以及买票的优先级在数量较多情况下可以相当于随机产生，所以我们采用产生随机数的方式产生了一定数量的乘客。其中，即一名乘客只能购买0-5张票，，即票的等级有三种，最高级为3，最低级为1，并且与均为整数，随机数产生方式为均匀分布。

六．算法

1）动态规划

我们以客户买票的需求和购买这样一个过程去看待这个问题。令T表示样本路径（如果{是一个随机的过程,过程的样本路径为每一个t对应的,其中w是过程域中先前给定的固定点）上的客户数量，且对某个有限常数τ有P（T≤τ）= 1。需求表征为一系列客户请求。索引t在时间上向前移动（即t = 1代表第一个客户，t = 2第二个客户，t = T最后一个）。序列中的每个元素是一个数对，其中为随机变量，代表客户t所请求的产品类型，而也为随机变量，表示所请求的数量。

用户的需求用序列表示，其中t表示第t个用户，第t个用户的需求包括产品的种类和数量，即，为行程-票价组合的种类，为该产品的数量。一个用户的需求的某类产品被接受的订单数量用表示，则

该需求被接受当且仅当该航班剩余容量大于此产品所在类的前一类保护级别。

航班的剩余容量在每有一个乘客的需求来临时，都会更新，剩余容量的递推公式为：

航班的收益可用被接受的需求和产品的价格计算，表示第t个乘客的预订的产品价格，则总收益、收益的递推公式及边界条件为：

所以在计算每一位乘客需求的时候，都是一个动态规划的过程，剩余容量随着上一个状态在更改，而收益的递推公式表明其为一个动态规划的计算，最终的收益为最后一个乘客处理完成后的收益。

2）非线性规划

由于价格为一个非线性规划函数，所以可以采用计算非线性规划的一些算法去计算这个问题的最优解。在虚拟嵌套问题中，Stochastic Gradient Algorithm（随机梯度下降法）较为简单实用，我们决定使用这种方法。算法的计算过程如下：

Step1.计算或者输入一组初始的保护等级。

Step2.输入一个迭代次数，对k:=1 to N有

1. 计算上一次迭代得到的价格函数的梯度
2. 计算新步长。
3. 为下一次迭代更新保护等级

是投影到可行集上的正交投影。

Step3.返回,结束计算。

其中关于Step2(b)中的一个投影形式为,这个投影是由一个带有线性约束的二次规划给出的，并且可以使用标准的方法来有效地解决。我们采用MATLAB中提供的二次规划工具包，将计算变换为二次型进行运算。此处注意到，由于我们在将变换为二次型的时候势必要将变量进行代换，所以在代换完成并且计算同样完成的时候再将变量代换回原来的形式。

3）梯度计算

关于随机梯度下降法，由于其必须得到梯度的计算结果，但又由于价格的梯度函数很难计算，所以我们通过查找文献得到了计算虚拟嵌套问题中价格函数梯度计算的方法。

在前面模型的结果中，我们可以经过数学推导得到的关于x与y的梯度表示：

Step1.计算的关于x的梯度表示

Step2.依赖前一步结果对的关于y的梯度表示进行计算，使用EMSR-b启发式算法通过关于的关于x的梯度表示计算下一步的嵌套结果表示。

七．模型结果

我们通过随机数产生100名乘客，50名乘客与30名乘客，将其导入到MATLAB中进行算法分析并迭代出优化结果，输出嵌套计算得到的结果，并与将全部情况遍历一遍后找到的结果进行对比分析，发现优化结果较为理想，价格设定在当前的客户需求下较为合适。

T=100时，即有100个客户需求，我们假定每一个客户只能买同一种价位的票，初始的价位设定为500元，900元以及1490元（对比北京到上海情况设定），总座位数为177，乘客需求如need3.xlsx中所示，计算座位在这种情况下的分配。

程序计算得座位的分配为一等舱159，二等舱14，三等舱4（与实际情况偏差较大是因为我们的数据产生是随机产生的，所以一等舱和三等舱购买意愿是相同的，在这种情况下系统偏向于将座位分配给一等舱，所以与实际有一定偏差）。在这种情况下，我们可以计算得收益为166550元，而将系统遍历一遍之后，我们发现最多的收益也为166550元。

T=50时，即有50个客户需求，我们假定每一个客户只能买同一种价位的票，初始的价位设定为500元，900元以及1490元（对比北京到上海情况设定），总座位数为177，乘客需求如need2.xlsx中所示，计算座位在这种情况下的分配。

程序计算得座位的分配为一等舱112，二等舱33，三等舱32。在这种情况下，我们可以计算得收益为137540元，而将系统遍历一遍之后，我们发现最多的收益也为137540元。

T=30时，即有30个客户需求，我们假定每一个客户只能买同一种价位的票，初始的价位设定为500元，900元以及1490元（对比北京到上海情况设定），总座位数为177，乘客需求如need.xlsx中所示，计算座位在这种情况下的分配。

程序计算得座位的分配为一等舱4，二等舱87，三等舱86。在这种情况下，我们可以计算得收益为72120元，而将系统遍历一遍之后，我们发现最多的收益也为72120元。

在计算分析之后，我们发现通过输入我们预先产生的乘客数据，我们可以模拟出一个较佳的座位分配情况，并且实际上价格分配与座位分配互为对偶问题，我们也可以通过解出这个问题的对偶问题来确定价格的定价问题。并且如果数据量足够大并且接近客户需求的实际分布情况，我们可以通过这个模型来解出一个相对较佳的座位分配结果。