

E.A.6.4 (n -Queens)

1.1 Modellazione

1.1.1 Variabili

Dato $n \geq 1$ siano

- $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ l'insieme dei numeri da 1 a n
- $Q = \{Q_{i,j} \mid i \in \mathcal{N} \wedge j \in \mathcal{N}\}$ l'insieme delle variabili t.c.
 - $Q_{i,j}$ è vera se all' i -esima riga e j -esima colonna è presente una regina

1.1.2 Vincoli

- c'è almeno una regina per colonna

$$\bigwedge_{c \in \mathcal{N}} \left(\bigvee_{r \in \mathcal{N}} Q_{r,c} \right) \quad (1)$$

- c'è esattamente una regina per colonna

$$\forall j \in \mathcal{N} \bigwedge_{c \in \mathcal{N}} \left(\left(\bigwedge_{r \in \mathcal{N} \wedge c \neq j} \neg Q_{r,c} \right) \wedge Q_{j,c} \right) \quad (2)$$

- c'è esattamente una regina per riga

$$\forall j \in \mathcal{N} \bigwedge_{r \in \mathcal{N}} \left(\left(\bigwedge_{c \in \mathcal{N} \wedge c \neq j} \neg Q_{r,c} \right) \wedge Q_{r,j} \right) \quad (3)$$

- c'è esattamente una regina per diagonale NW \rightarrow SE
nella i -esima diagonale devo selezionare

$$\forall d \in \mathcal{N}, d' \in \{1, \dots, n - d + 1\} \quad (4)$$

- c'è esattamente una regina per diagonale NE \rightarrow SW

1.2 Istanza $n = 4$

$$\begin{aligned} Q = \{ \\ & Q_{1,1}, Q_{1,2}, Q_{1,3}, Q_{1,4}, \\ & Q_{2,1}, Q_{2,2}, Q_{2,3}, Q_{2,4}, \\ & Q_{3,1}, Q_{3,2}, Q_{3,3}, Q_{3,4}, \\ & Q_{4,1}, Q_{4,2}, Q_{4,3}, Q_{4,4} \\ & \} \end{aligned} \tag{5}$$

- c'è almeno una regina per colonna

$$\begin{aligned} & (Q_{1,1} \vee Q_{2,1} \vee Q_{3,1} \vee Q_{4,1}) \wedge \\ & (Q_{1,2} \vee Q_{2,2} \vee Q_{3,2} \vee Q_{4,2}) \wedge \\ & (Q_{1,3} \vee Q_{2,3} \vee Q_{3,3} \vee Q_{4,3}) \wedge \\ & (Q_{1,4} \vee Q_{2,4} \vee Q_{3,4} \vee Q_{4,4}) \end{aligned} \tag{6}$$

- c'è esattamente una regina per colonna

$$\begin{aligned}
& (\\
& \quad (Q_{1,1} \wedge \neg Q_{2,1} \wedge \neg Q_{3,1} \wedge \neg Q_{4,1}) \vee \\
& \quad (\neg Q_{1,1} \wedge Q_{2,1} \wedge \neg Q_{3,1} \wedge \neg Q_{4,1}) \vee \\
& \quad (\neg Q_{1,1} \wedge \neg Q_{2,1} \wedge Q_{3,1} \wedge \neg Q_{4,1}) \vee \\
& \quad (\neg Q_{1,1} \wedge \neg Q_{2,1} \wedge \neg Q_{3,1} \wedge Q_{4,1}) \\
&) \wedge (\\
& \quad (Q_{1,2} \wedge \neg Q_{2,2} \wedge \neg Q_{3,2} \wedge \neg Q_{4,2}) \vee \\
& \quad (\neg Q_{1,2} \wedge Q_{2,2} \wedge \neg Q_{3,2} \wedge \neg Q_{4,2}) \vee \\
& \quad (\neg Q_{1,2} \wedge \neg Q_{2,2} \wedge Q_{3,2} \wedge \neg Q_{4,2}) \vee \\
& \quad (\neg Q_{1,2} \wedge \neg Q_{2,2} \wedge \neg Q_{3,2} \wedge Q_{4,2}) \\
&) \wedge (\\
& \quad (Q_{1,3} \wedge \neg Q_{2,3} \wedge \neg Q_{3,3} \wedge \neg Q_{4,3}) \vee \\
& \quad (\neg Q_{1,3} \wedge Q_{2,3} \wedge \neg Q_{3,3} \wedge \neg Q_{4,3}) \vee \\
& \quad (\neg Q_{1,3} \wedge \neg Q_{2,3} \wedge Q_{3,3} \wedge \neg Q_{4,3}) \vee \\
& \quad (\neg Q_{1,3} \wedge \neg Q_{2,3} \wedge \neg Q_{3,3} \wedge Q_{4,3}) \\
&) \wedge (\\
& \quad (Q_{1,4} \wedge \neg Q_{2,4} \wedge \neg Q_{3,4} \wedge \neg Q_{4,4}) \vee \\
& \quad (\neg Q_{1,4} \wedge Q_{2,4} \wedge \neg Q_{3,4} \wedge \neg Q_{4,4}) \vee \\
& \quad (\neg Q_{1,4} \wedge \neg Q_{2,4} \wedge Q_{3,4} \wedge \neg Q_{4,4}) \vee \\
& \quad (\neg Q_{1,4} \wedge \neg Q_{2,4} \wedge \neg Q_{3,4} \wedge Q_{4,4}) \\
&)
\end{aligned} \tag{7}$$