E.A.6.10 (Cards, 2)

1.1 Modellazione

Dati i paramentri $Cards, N, M, D$ siano
- $\mathcal{I} = \{1, ..., N\}$ è l'insieme di *identificatori* per cui esiste una funzione π t.c.

$$\begin{aligned} \pi : \mathcal{I} &\to \{1, ..., D\} \\ \pi(i) &\mapsto \text{valore dell' } i\text{-esima carta} \end{aligned} \tag{1}$$

- $\mathcal{P} = \{1, ..., N\}$ è l'insieme di posizioni possibili per una carta
- $\text{LP} = \left\{X_p^i \mid i \in \mathcal{I} \land p \in \mathcal{P}\right\} \cup \left\{S_p^j \mid j \in \{1, 2, 3\} \land p \in \mathcal{P}\right\}$ l'insieme di lettere proposizionali t.c.
  - X_p^i è vera se la carta con id i è in posizione p
  - S_p^j è vera se il punto stazionario j è in posizione p

Il problema si può modellare con una serie di vincoli

$$\begin{aligned} \phi = {} & \phi_{\text{ALO\_pos}} \land \phi_{\text{AMO\_pos}} \land \phi_{\text{alldiff}} \land \\ & \phi_{\text{ALO\_staz}} \land \phi_{\text{AMO\_staz}} \land \phi_{\text{staz}} \land \phi_{\text{dist}} \land \\ & \phi_{\text{ord\_1}} \land \phi_{\text{ord\_2}} \land \phi_{\text{ord\_3}} \land \phi_{\text{ord\_4}} \end{aligned}$$

(ALO) Ogni carta ha almeno una posizione.

$$\phi_{\text{ALO\_pos}} = \bigwedge_{i \in \mathcal{I}} \bigvee_{p \in \mathcal{P}} X_p^i \tag{2}$$

(AMO) Ogni carta ha al più una posizione.

$$\phi_{\text{AMO\_pos}} = \bigwedge_{\substack{i \in \mathcal{I} \\ p_1, p_2 \in \mathcal{P} \\ p_1 < p_2}} X_{p_1}^i \to \neg X_{p_2}^i \tag{3}$$

(alldiff) Non ci sono due carte nella stessa posizione

$$\phi_{\text{alldiff}} = \bigwedge_{\substack{p \in \mathcal{P} \\ i_1, i_2 \in \mathcal{I} \\ i_1 < i_2}} X_p^{i_1} \to \neg X_p^{i_2} \tag{4}$$

(ALO) Ogni punto stazionario ha almeno una posizione.

$$\phi_{\text{ALO\_staz}} = \bigwedge_{j \in \{1,2,3\}} \bigvee_{p \in \mathcal{P}} S_p^j \tag{5}$$

(AMO) Ogni punto stazionario ha al più una posizione.

$$\phi_{\text{AMO\_staz}} = \bigwedge_{\substack{j \in \{1,2,3\} \\ p_1, p_2 \in \mathcal{P} \\ p_1 < p_2}} S_{p_1}^j \to \neg S_{p_2}^j \tag{6}$$

I punti stazionari sono posizionati in ordine. Quindi se il punto S^1 è in posizione p allora i punti successivi *non* possono essere posizionati in p o in una posizione precedente a p

$$\phi_{\text{staz}} = \bigwedge_{\substack{j_1, j_2 \in \{1,2,3\} \\ p_1, p_2 \in \mathcal{P} \\ j_1 < j_2 \\ p_1 \geq p_2}} S_{p_1}^{j_1} \to \neg S_{p_2}^{j_2} \tag{7}$$

La distanza fra i due *punti di massimo* è esattamente D

$$\phi_{\text{dist}} = \bigwedge_{p \in \mathcal{P}} S_p^1 \to S_{p+D}^3 \tag{8}$$

Se il punto stazionario S^1 è in posizione p, e l'i-esima carta è in posizione q t.c. $q < p$, allora in posizione $q+1$ non ci può essere una carta di valore inferiore o uguale a $\pi(i)$

$$\phi_{\text{ord\_1}} = \bigwedge_{\substack{p, q \in \mathcal{P} \\ i, j \in \mathcal{J} \\ q < p \\ \pi(j) \leq \pi(i)}} S_p^1 \wedge X_q^i \to \neg X_{q+1}^j \tag{9}$$

Simile all'Equazione 9, ma per le posizioni tra S^1 e S^2

$$\phi_{\text{ord\_2}} = \bigwedge \tag{10}$$

Simile all'Equazione 9, ma per le posizioni tra S^2 e S^3

$$\phi_{\text{ord\_3}} = \bigwedge \tag{11}$$

Simile all'Equazione 9, ma per le posizioni da S^3 in poi

$$\phi_{\text{ord\_4}} = \bigwedge \tag{12}$$

1.2 Istanziazione

1.2.1 Parametri e variabili

1.2.2 Vincoli

1.3 Codifica