

# 自动驾驶汽车运动规划技术回顾\*

原作: David González, Joshué Pérez, Vicente Milanés, Fawzi Nashashibi

译作: 罗辉武†

版本: 0.01

日期: 2019 年 12 月 21 日

## 摘要

智能汽车已经提高在受控环境下实现高度甚至完全自动化驾驶的能力。智能汽车使用车载传感器和通信网络系统(包括基础交通设施和其他车辆)接收环境信息。借助这些环境信息,采用不同的运动规划和控制技术可实现复杂环境下的自动驾驶。当前运动规划的研究重心在于提升车辆的安全性、舒适性与经济性。然而,动态环境下的避障(例如,弱势道路用户(Vulnerable Road Users,VRU))、自动与半自动驾驶车辆的协作等在现实环境中的实现仍是挑战,需进一步研究。本文对智能车辆文献中的运动规划技术进行了综述。同时对各研究团队所采取的运动规划方法与所做的贡献进行了说明,并对这些方法进行了对比分析。本文还介绍了超车和避障相关的工作,以明确未来几年需要解决的技术差距(gaps)和应对的挑战。最后,本文对未来的研究方向和应用场景进行了展望。

## 目录

1	引言	2	2.3.1 直线和圆弧法	6
2	运动规划的最新技术	3	2.3.2 回旋曲线法	7
2.1	基于图搜索的规划方法	4	2.3.3 多项式曲线法	7
2.1.1	Dijkstra 算法	5	2.3.4 贝塞尔曲线	7
2.1.2	A-star(A*) 算法	5	2.3.5 样条曲线	7
2.1.3	状态晶格算法	5	2.4 数值优化	8
2.2	基于采样的规划方法	6	2.5 函数最优化	8
2.2.1	快速扩展随机树(RRT)	6		
2.3	基于曲线插值的规划方法	6	3 全球 ITS 团队的运动规划技术	9

\*本文为以下文献的中文翻译

González D, Pérez J, Milanés V, et al. A Review of Motion Planning Techniques for Automated Vehicles[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2015, 17(4): 1135-1145.

†Email: huiwu.luo@aliyun.com

注: 由于时间仓促和非科班出身, 对内容不熟悉, 难免存在错误, 请在 [GitHub Issues](#) 中提交您的宝贵修改建议。

注: 翻译过程中参考了智车科技翻译的版本, 在此一并致谢。

## 1 引言 (Introduction)

智能交通系统的应用极大地帮助驾驶员减少一些与驾驶相关的繁琐工作。具体来说, 得益于定速巡航 (Cruise Control, CC), 自适应定速巡航 (Adaptive CC, ACC) 和协作自适应定速巡航 (Cooperative ACC, CACC) 技术的发展, 使得在高速公路驾驶变得更加安全, 其中, 纵向执行器 (longitudinal actuators)、油门 (throttle) 和制动踏板 (brake pedals) 都可以通过前述车辆定义的分歧器 (gap) 进行控制 [1]。在城市环境中, 借助诸如主动悬架 (active suspension)[2] 进行紧急制动、自动停车系统 [3] 或盲角车辆检测系统 [4] 之类的系统也有助于在人口稠密的区域实现安全驾驶。

这些系统提高了安全性、舒适性, 并减少了运输时间和能耗。这种系统称为高级驾驶辅助系统 (advanced driving assistance system, ADAS)。全自动驾驶功能, 即无需人工干预即可自行驾驶的车辆, 目前属于部分自动 ADAS 的扩展功能。事实上, 最近关于自动驾驶的演示面临着复杂的实际情况。Google (在不同环境下的自动驾驶时间超过 70 万小时)、Daimler 和卡尔斯鲁厄理工学院 (Karlsruhe Institute of Technology, KIT) 以自主的方式再现了历史上第一次越野汽车之旅, Vislab 和帕尔马大学 (University of Parma) 在 2013 年的 PROUD 项目演示中展示了自动驾驶功能 [6]。这是最近的一些演示活动, 在自动驾驶技术方面取得了可喜的成果。尽管迄今为止取得了一些显著成果, 但要在公共道路上使用全自动驾驶车辆还有很长的路要走, 包括技术和法律方面的尚未解决的挑战 [7]。

目前政府与制造商之间发起的一些举措正在为自动驾驶的新标准和法规建立框架。事实上, 欧洲一些正在推进进程中的倡议解决了法律问题, 同时促进了这些技术的标准化, 例如 Citymobil2 项目 [8]。他们获得了地方当局的车辆示范许可, 并制定了一些认证程序。在美国, 已经有四个州 (内华达州, 佛罗里达州, 加利福尼亚州和密歇根州) 和哥伦比亚特区认识到这些技术对于未来可持续交通出行的重要性, 并颁布了允许在公共交通中自动驾驶的具体法律 [9]。

在开发自动驾驶汽车时, 文献综述了不同控制架构的差别。斯坦福大学 (Stanford) 和卡内基梅隆大学 (Carnegie Mellon University, CMU)[10] 率先在 DARPA 挑战赛和 Urban DARPA 挑战赛中实现了全自动驾驶车辆。在欧洲, VIAC 项目 [11]、戴姆勒 (Daimler) 和 KIT [5] 描述了自动驾驶车辆控制架构所需的不同处理阶段, 其中感知、决策和控制是最重要的。图 1 为从早期开发项目中提炼的关于自动驾驶的通用架构, 该图包括真实自动驾驶车辆所实现的连接关系。

本项工作尤其关注自动驾驶车辆的决策层次, 展示了各种 state-of-the-art 运动规划技术的策略。从移动机器人应用的最初发展开始, 该主题已在文献中获得广泛研究 [12]。由于它提出了采用全局和局部轨迹规划描述机器人的行为, 因此被认为是机器人导航的关键所在。运动规划过程中考虑机器人的动力学模型和运动学模型, 使机器人从起始位置到达最终位置。对车辆和机器人进行运动规划的主要区别在于, 在抵达终点的过程中, 前者面向的是必须遵守交通规则的道路网络; 后者则主要为开放环境, 而无需遵循很多具体的规则。

本文综述了用于自动驾驶的运动规划技术的最新发展现状。在第二部分, 我们对路径规划技术进行深入的回顾。第三节介绍的是全球研究小组在自动驾驶方面的发展, 重点介绍了在实

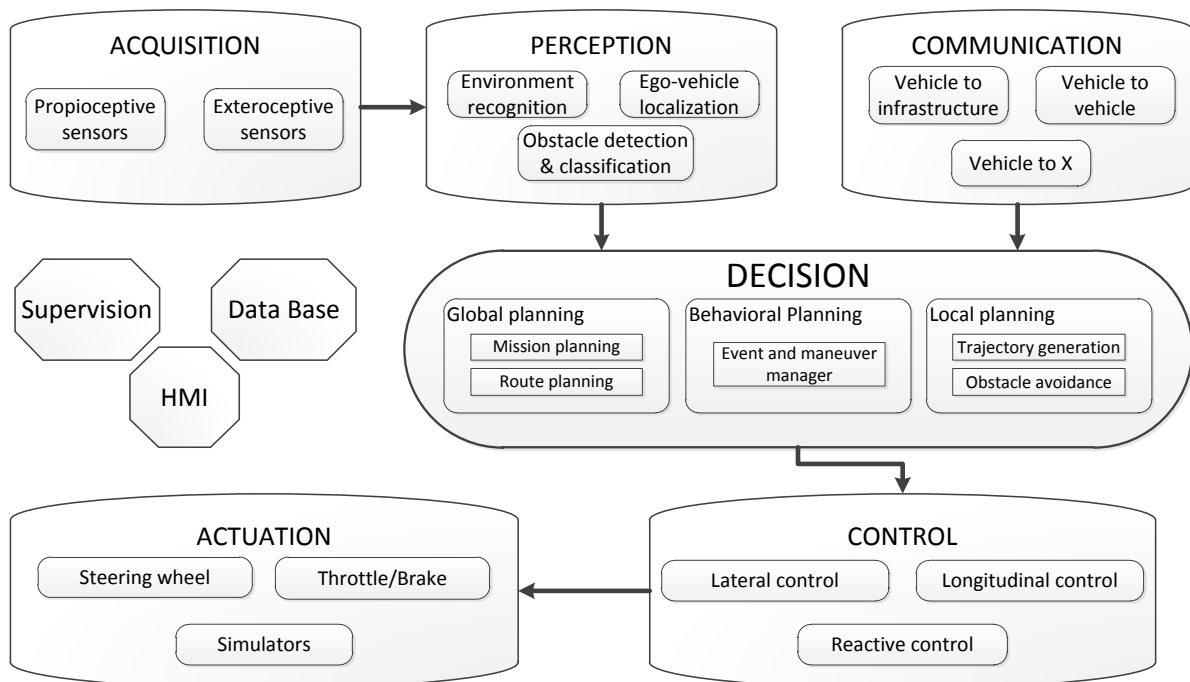


图 1: 自动驾驶车辆的自动控制体系结构。这是一个基于文献 [5], [6], [10], [15], [16], [17] 和 [18] 提取的通用抽象架构。

际演示中应用的规划技术，包括各研究中心和工业发展情况的最新发展趋势和研究方向的概述。最后，在第四部分提出了尚待解决的挑战，指明了重要研究人员和制造商的当前研究方向，包括在未来发展运动规划技术的阶段步骤。

## 2 运动规划的最新技术 (Motion Planning State-of-the-art)

90 年代以前，由于该领域的投资的减少，智能汽车的发展非常有限 [13]。得益于车辆自动化的信息技术的发展，智能交通系统 (Intelligent Transportation Systems, ITS) 概念应运而生。为此，世界范围内的诸多研究中心（例如，California PATH(California Partners for Advanced Transportation Technology)，帕尔马大学 (Parma University)，等等）都在致力于改进智能车辆系统。第三节概述了自动导航系统中的一些重要发展事件。

文献 [13] 和 [14] 对 80 年代末 90 年代初的第一辆自动驾驶车辆进行了报道（另见图 3）。Shladover 等人 [13] 提出了车辆的纵向控制系统（包括车辆跟随控制、车间通信、以及与其他技术的比较）和车辆横向控制系统（将车辆横向动力学和磁力传感器视为参考引导路径，不涉及路径规划），以改善高级公路系统 (Advance Highway Systems, AHS)。Behringer 等人 [14] 描述了普罗米修斯项目 (PROMETHEUS) 中名为 VaMoRs-L 的汽车架构。借助视觉和路径生成算法，该车辆能够执行自动驾驶任务。

在这些前人的第一次实现方式基础之后，人们提出了不同的控制结构来实现自动驾驶。在图 1 中，感知、决策和控制是软件配置的三个主要组成部分。这项工作的主要重点是与架构有关的决策组件，尤其是自动车辆中的路径规划技术。移动机器人技术中的路径规划技术是近几十年一直在研究的课题。大多数作者把运动规划问题分为全局规划和局部规划。在文献 [19]、[20]

和 [21] 可以找到对不同的方法和概念定义（如全局规划、局部规划或反应式运动规划）的技术综述。

为应对道路网络和驾驶规则的挑战，大量导航技术从移动机器人学中迁移到自动驾驶车辆领域，并根据所面临的道路网络与驾驶规则要求得以改进。这些规划技术根据其在自动驾驶中的实现方式可划分为四类：图搜索 (graph search)、采样 (sampling)、插值 (interpolating) 和数值优化（参见表1）。下面介绍自动驾驶的运动规划中最相关的路径规划算法。

算法组	技术	技术描述	实现
图搜索	Dijkstra	带联合权重的已知节点或单元的搜索	[27, 51~53]
		根据环境计算节点或单元的权重	[26, 28]
	A*	Voronoi 代价函数的 Anytime D*	[10, 16, 30]
		Hybrid-Heuristics A*	[36, 54]
		Voronoi/状态晶格的环境地图的 A*	[35, 37, 51]
		PAO*	[55, 56]
	状态晶格	环境分解为局部变网格，主要是操作的复杂程度	[16, 30, 46, 57]
		时空状态晶格	[39, 47, 50, 58~60]
采样法	RRT	物理和逻辑的偏值用以生成随机树	[61~63]
		实时 RRT*	[40, 53, 64, 65]
		RRT 轨迹协调	[66]
插值法	直线段和圆弧段	已知点的道路拟合和插值	[41, 67]
	回旋曲线	直线、回旋曲线、圆弧生成的轨迹片段	[42, 68~72]
		离线确定的回旋曲线参数应用在在线规划	[14, 73, 74]
	多项式曲线	三阶多项式曲线	[50, 75]
		高阶多项式曲线	[76~80]
	贝塞尔曲线	选取最佳控制点	[44, 79, 81~84]
		非严格实现	[85, 86]
	样条曲线	多项式片段实现	[15, 28, 76]
		基本样条曲线 (B-样条)	[87~89]
数值优化	优化函数	优化速度、加速度、转向等等参数	[5, 38, 54, 90~92]

表 1: 自动驾驶不同场景下应用的运动规划技术分类。

## 2.1 基于图搜索的规划方法 (Graph Search Based Planners)

对自动驾驶而言，其基本思想是从 A 点到 B 点遍历一个状态空间。状态空间通常用占据网格 (occupancy grid) 或晶格 (lattice) 表示，以描述对象在环境中的位置。从规划的角度来看，可以设置路径来实现图搜索算法，该算法可以访问网格中的不同状态，从而为路径规划问题提供一个解（不一定是最优解）或没有解（不存在解）。其中一些算法已经被应用开发自动驾驶车辆。



### 2.1.1 Dijkstra 算法

它是一种在图中寻找单源最短路径的图搜索算法。配置空间 (configuration space) 被近似为离散单元网格 (discrete cell-grid space)、晶格 (lattices) 等 (例如 [22], [23])。

该算法的具体描述和实现见 [24] 和 [25]。在自动驾驶方面, 该算法已在文献 [26] 实现多车仿真, Little Ben 汽车 (Ben Franklin 赛车队进入“达帕城市挑战赛” (Darpa Urban Challenge) [27]) 和 VictorTango 车队 [28] 上都有该算法实现。图 2a [29] 实现了该算法在城市工况下的应用。

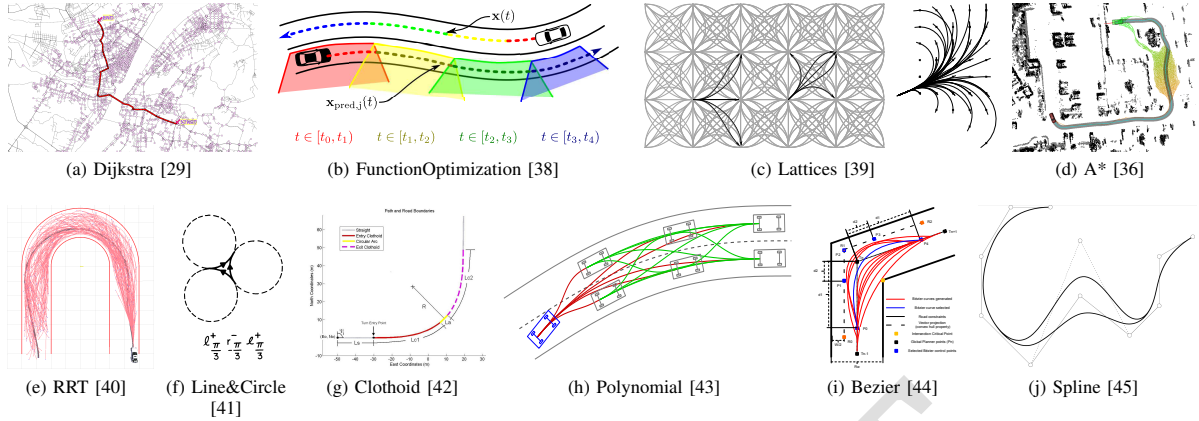


图 2: 文献中的运动规划方法。

### 2.1.2 A-star(A\*) 算法

这是一种图搜索算法, 由于它的启发式实现, 可以实现快速的节点搜索 (它是 Dijkstra 图搜索算法的扩展)。其核心在于节点权重该如何确定。它适合具有先验知识的车辆进行空间搜索, 但在存储效率和速度方面消耗很大 [30]。

在移动机器人技术中, 有一些应用将 A\* 用作改进的基础, 例如动态 A\* (dynamic A\*, D\*) [31], Field D\*[32], Theta\* [33], 随时修复 A\* (Anytime repairing A\*, ARA\*) 和随时 D\* (Anytime D\*, AD\*) [34] 等等。Ziegler 等人 [35] 实现了 A\* 算法和 Voronoi 代价函数, 以在非结构化空间和停车场中进行规划。在文献 [36] (混合 A\*, hybrid A\*) 和 [37] (A\*) 中, 它分别作为 DARPA 少年挑战赛 (斯坦福大学自动驾驶汽车, 见图 2d) 和 AnnieWAY (KIT) 的一部分。在文献 [16] 中, DARPA Urban Challenge 的获胜车辆 Boss 自动驾驶车采用 AD\* 算法。

### 2.1.3 状态晶格算法 (State Lattice algorithm)

采用由状态网格 (状态通常为超维) 组成离散的规划空间。该网格称为状态晶格 (state lattice), 运动规划搜索在其上进行 [46]。基于该算法中的路径搜索是基于一组包含所有可行特征的晶格 (lattices) 或基元 (primitives) 的局部查询, 从而驱使车辆从初始状态转称到其他多个状态。代价函数确定了状态晶格地图的最佳路径。节点搜索算法采用不同的实现方式 (例如 [47] 中的 A\* 或 [48] 中的 D\*)。

Howard 和 Kelly 将状态晶格应用到了轮式移动机器人在崎岖路面的运动规划当中 [49], 仿真表明该方法具有全局和局部比较好的结果。表 1 显示了作者在状态格和时空格中实现自动驾驶

的参考结果。文献 [39] 和文献 [50] 采用了时间维度和速度维度的状态晶格。文献 [39] 的图 2c 给出了一个很好的例子，其中非时间晶格显示在左侧，而更精细的离散化显示在右侧，另外还包括曲率。

## 2.2 基于采样的规划方法 (Sampling Based Planners)

此类规划方法主要解决时间约束问题，即在确定性方法无法满足的高维空间中进行规划。这一过程包含在特征空间或状态空间的随机采样，并寻找采样点在这个空间里面的连接 [21]。缺点在于结果的次优性。机器人学中使用最为广泛的是概率路线图法 (Probabilistic Roadmap Method, PRM)[93] 和快速探索随机树 (Rapidly-exploring Random Tree, RRT)[94]。后者已在自动车辆上进行了广泛测试。

### 2.2.1 快速扩展随机树 (RRT)

RRT 适用于在线的路径规划，通过在导航区域执行随机搜索，可以在半结构化空间实现快速搜索 [94]。它还可以考虑非完整性约束，例如最大转弯半径和车辆动量 (momentum)。

文献 [21] 和 [95] 回顾了 RRT 类算法的应用和改进点。在自动驾驶方面，RRT 类算法已被麻省理工学院 (MIT) 应用于 DARPA 城市挑战赛 [61]。然而，RRT 所得到的路径并不是最优的，算法不稳定，而且曲率不连续。Karaman 等人 [96] 提出了一种新的算法，称为 RRT\* (参见 [40] 中的图 2e)。这种新的实现方式可以得到最优路径，但存在同样的弊端。文献 [64] 也对其有描述。它在自动车辆的发展和实现方式见表 1。

## 2.3 基于曲线插值的规划方法 (Interpolating Curve Planners)

对于给定一系列路点 (way-points)，计算机辅助几何技术 (Computer Aided Geometric Design, CAGD) 在路径平滑方面有很广泛的应用 [73]。它可以考虑诸如可执行性 (feasibility)、舒适性 (comfort)、车辆动力学 (vehicle dynamics) 以及其他参数的约束来规划轨迹。

插值是在预先给定一系列点的情况下构造和插入一系列新的数据点的过程。这表明算法需要预先给定一系列节点，然后生成一系列有助于轨迹连续、满足车辆约束和动态环境的导航轨迹 [97]。在面对障碍物时，它能够产生避障的新路径（局部路径），并重新回到先前规划的路径（全局路径）。曲线插值规划方法实现了各种路径平滑和曲线生成的技术，而这些又是自动驾驶领域中最常见的技术，如表 1 和表 2 所示（另参见图 2f-j）。

### 2.3.1 直线和圆弧法 (Lines and circles)

已知路网可以进行分段，在已知路径点插入直线或圆弧节点，使整段路径用直线段和圆弧代替。这是一种用简单的数学方法来解决轮式 (car-like) 车辆的规划问题 [41][98]。图 2f 中给出了一个示例，该示例展示了一条使车辆转弯以前进和后退的最短路径。

### 2.3.2 回旋曲线法 (Clothoid Curves)

这一类曲线是定义在 Fresnel 坐标下（菲涅耳积分 (Fresnel integrals)）[73]。由于该方法的曲率对应于弧长变化，所以回旋曲线可以定义轨迹按曲率线性变化；可以实现直线段和曲线段在曲率上平滑过渡，反之亦然（见图2g）[42]。回旋曲线在高速公路和轨道交通的运动规划中同样适用，当然它也适用于类车机器人 [99]。

VIAC 项目对回旋曲线的实现进行了测试。文献 [69] 中，当前曲率从转向轮的位置上获取，其他参数则根据动力学约束（比如摆尾）或者物理约束（比如转向轮转角）获得。

### 2.3.3 多项式曲线法 (Polynomial Curves)

这一类曲线通常用来满足插入点的所需求的约束，在位置拟合、转角和曲率约束等方面比较适用。起点和终点的期望值以及约束决定了曲线的系数。为了计算多项式曲线的系数，可以参考文献 [76,77,79]。

研究车辆-基础设施-驾驶员之间交互的实验室（The Laboratory on Interactions between Vehicles, Infrastructure and Drivers, LIVIC）在换道场景中实现了这类算法 [77]。四次多项式曲线用以满足纵向的约束，五次多项式曲线用以满足侧向的约束，以满足不同情况下所需的参数。文献 [75] 使用三次多项式曲线生成超车所需的安全轨迹 (绿线标示)。文献 [43] 在状态晶格中实现三次多项式曲线和四次多项式曲线的规划 (见图2h)。

### 2.3.4 贝塞尔曲线 (Bezier Curves)

Bezier 曲线是一种通过控制点来定义曲线的形状的参数曲线。Bezier 曲线的核心是伯恩斯坦多项式 (Bernstein polynomials)。这些曲线在计算机辅助几何设计 (CAGD)、技术绘图、航空和汽车设计中得到了广泛应用。

这种曲线的优点是计算量小，因为曲线的行为可以通过控制点进行定义。通过正确的放置控制点，起始点和终点的曲线约束可以得到满足 [81,100]。

文献 [100] 展示了 Bezier 曲线的一个很好的模块化和可扩展的例子，文献 [102] 设计了一个满足曲率连续的圆形和 Bezier 曲线相连接曲线轨迹。这些曲线常用以近似回旋曲线 [103,104]，或者是快速规划时替代严格的 Bezier 曲线 [85,86]。文献 [81,83,44] 在自动驾驶上实现了三阶和四阶 Bezier 曲线（见图2i），并评估了不同场景（转向、迂回、换道、避障等等）的最佳操作曲线。

### 2.3.5 样条曲线 (Spline Curves)

样条曲线是分段的多项式参数曲线，分为多个子区间，可以定义为多项式曲线 [76, 28]、B 样条曲线 [88, 89]（也可以用 Bezier 曲线表示）[105] 或回旋曲线 [99]。分段曲线之间的接合点称为结点 (knot)，它们通常在样条线段之间的连接处具有高度的平滑度约束。图2j 示例了一条具有变化结点的 B 样条曲线。

## 2.4 数值优化 (Numerical Optimization)

这些方法的目的在于最小化或最大化不同约束变量的函数。在路径规划中，通常使用数值优化来平滑先前计算的运动轨迹，如 [54] 所示；同时也根据运动学约束使用数值优化来计算运动轨迹 [5]。

## 2.5 函数最优化 (Function optimization)

此技术可找到目标函数的实根（最小化的解）。文献 [106] 利用改进势场法 (Potential Field method, PFM) 实现了移动机器人在狭窄空间避障的 C1 连续曲线规划。文献 [5][38] 通过最小化一个以位置、速度、加速度和加加速度率 (jerk, 或称为“加加速度”) 为规划变量的目标函数，寻找保持 C2 连续性的运动轨迹。

表1给出了自动驾驶汽车的运动规划技术分类。该表根据前面描述的算法将规划技术按其贡献点分类。表2是表1的补充，对每种规划技术的利弊进行了全面回顾。

技术	优点	缺陷
Dijkstra	适于结构化和非结构化环境下找到最短路径	不满足实时性要求，结果不连续，计算量大
A*系列	启发式搜索降低计算时间	结果不连续，启发规则不容易直接获得
状态晶格	处理多维能力强，适于动态环境和局部规划	计算非常耗时，仅在结果完备性
RRT 系列	高维系统下快速求解，求解收敛且完备	结果不连续
插值曲线	适于结构化环境下有安全性、舒适性要求场合	结果取决于路点，有障碍物的情况下计算耗时
直线段和圆弧段	低计算量，实现简单，能保证路径最短	曲率不连续，片段连接不舒适，依赖于路点
回旋曲线	适于局部规划，高速和结构化道路实现容易	积分导致耗时，曲率连续但不平顺，依赖路点
多项式曲线	低计算量，曲率连续	曲率连续需要四阶以上，关键参数不易获得
贝塞尔曲线	低计算量，曲率连续	增加曲线阶数时低延展性，计算量增大
样条曲线	低计算量，曲率连续	结果可能非最优
优化函数	容易考虑各种约束	计算量大，耗时，严重依赖于路点

表 2: 运动规划技术的优劣对比。

这些实现算法表明已经实现了自动驾驶的第一步。为遵循一条安全且连续的路径，不同的体系结构需要实现运动规划器的设计。如何降低或消除危险情况（例如动态避障、紧急情况、交叉路口和合并交涉 (merging negotiation) 等）是文献研究的重点内容。考虑感知的有限性（测量的不确定性）、以及对安全性和舒适性的控制需求是未来步骤的关键方面。一些工作已经通过生成可以由人机界面 (HMI) 传达给驾驶员的驾驶概貌 (driving corridors) 和建议轨迹 (trajectory proposals) 来考虑这些因素 [77][107]。其他人则考虑了数据采集 [108]、通信 [109] 甚至是未来行为预测 [110] 中的不确定性，以避免诸如 MIT-Cornell 在“Darpa Urban Challenge”发生碰撞之类的情况 [111]。



### 3 全球智能交通系统研究团队所推动的运动规划技术 (Motion Planning Developments by Its Groups Worldwide)

图3以时间轴的形式展示了自动驾驶汽车的重要发展节点。自 1987 年到 1994 年间，欧洲的尤里卡普罗米修斯项目 (EUREKA-PROMETHEUS) 是智能车研究的先锋，这其中，来自戴姆勒 (Daimler) 和沃尔沃 (Volvo) 等工业合作伙伴的不同汽车都是自动驾驶。弯曲部分路径用螺旋线实现以辅助控制系统实现循迹 [14]。

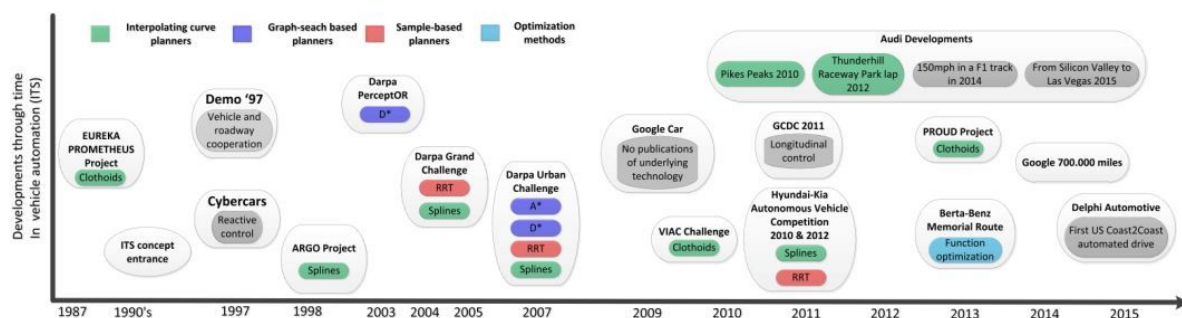


图 3: 重要无人驾驶车辆及其运动规划技术随时间的发展。

在与通用汽车的合作下，PATH 项目在加州圣地亚哥 (San Diego CA) 展示了其作为 Demo' 97 部分内容的队列驾驶 (platooning demonstration)。队列由 8 辆行驶在专用车道上的汽车组成，车间间距 6 米。卡内基梅隆大学也参与其中，并演示了 Navlab 车辆 [113]。同年，一份来自荷兰的报告介绍了首次应用于史基浦机场 (Schiphol) 的 CTS 服务 [114]，所解决的是最后一英里问题——提供上门服务以及按需服务 [115]。在上述系统中，环境反应控制和车路协同要优于路径规划技术进行考虑。

首次尝试路径规划技术的项目中，VisLab 的 ARGO 算是其中一个 [76]。基于视觉系统，规划将五次多项式样条曲线调整到前视相机检测标定到的车道当中。之后，DARPA PerceptOR 项目进行了越野车的自动导航仿真 [116][117]，它是由 DARPA 挑战赛 (Grand and Urban challenge) 所完成的，这促进了自动化导航系统的研究，推动了路径规划技术发展（如图3所示）。

自 2009 年谷歌车辆进入市场，谷歌在诸多场合展示其自动驾驶能力，获得了超过了 700000 英里无事故的行驶里程。谷歌也在推动这项技术的立法，并于 2012 年 5 月获得自动驾驶车辆的首个许可（两个月后，内达华州颁布了首个自动驾驶汽车的法令）[118]。然而，并没有谷歌自动驾驶中运动规划和控制方面的技术公布。

2010 年举行的视觉实验室国际自动驾驶挑战赛 (The VisLab International Autonomous Challenge, VIAC), 车辆以自动模式从意大利（帕尔马）到中国（上海）行驶 13000 公里，规划当中主要考虑的是螺旋线生成的代价函数。同年及 2012 年，现代汽车在韩国本土举办了自动驾驶汽车挑战赛。2010 年的挑战赛任务集中在循迹和避障。2012 年的挑战赛任务集中在城市驾驶场景的理解与信号灯的检测 [17]。涉及的运动规划技术包括螺旋线 [18]，[119]，RRT[120] 及其他技术。

2011 年，欧洲举办的协同驾驶挑战赛 (The European Grand Cooperative Driving Challenge, GCDC) 以纵向控制 (longitudinal vehicle control) 开发为主 [143]。然而，一些团队也开发了路径规划策略（例如 AnnieWAY 的状态格子 [131]）。接下来的 2016 GCDC 挑战赛，队列的横向控制，

拥挤道路条件下的并道和城市道路环境也将考虑进去。

最近, 奥迪 (Audi) 联合斯坦福 [42][144] 开发了高性能的车辆控制, 实现了螺旋曲线的规划。参与的演示包括: 2010 年的派克峰攀登 (Pikes Peak), 2012 年的雷山赛马场 (Thunderhill Raceway Park) 的一圈跑圈, 2014 年在 F1 赛车速达 150 英里/小时, 2015 年从硅谷到拉斯维加斯真实场景下自动驾驶。也就是在 2015 年, 德尔福自动驾驶 (Delphi Automotive) 首次实现了从美国东海岸到西海岸, 历时 9 天, 从旧金山到纽约。表3列举了国际研究团队的情况。

团队/项目	聚焦的规划方法	相关工作
卡内基梅隆	类似 D*和状态格子的图表搜索算法	[10], [16], [31], [46], [50], [57], [58], [92], [108], [113], [116], [121-123]
谷歌	依赖于庞大的车道地图用于规划	[118]
汉阳大学	样条曲线插值	[17], [18], [119], [120]
法国国家信息与自动化研究所	多项式曲线, 贝塞尔曲线, 螺旋线以及 RRT	[44], [68], [75], [115], [124-126], [128]
卡尔斯鲁尔大学	A*, 时空状态格子, 数值最优方法	[5], [35], [37], [39], [59], [129-131]
MIT	RRT	[53], [65], [61], [132]
帕尔马大学/VisLab	RRT	[6], [11], [51], [69], [76], [133], [135], [136]
加利福尼亚 path 项目	依赖于基础设施	[112], [113], [137]
斯坦福大学	A*系列, 共轭梯度的最优化以及螺旋线插值	[15], [36], [42], [54], [130], [138-140]
OEMs	贝塞尔曲线, 螺旋线, 状态格子, A*系列与数值优化	[5],[10], [15], [36], [42], [51], [59], [60], [62], [70], [78], [80], [112], [113], [119], [141], [142]

表 3: 国际智能交通系统研究团队。

## 4 总结 (Discussion)

智能规划算法的开发是机器人研究领域的一大关键技术 [20][21]。延伸到自动驾驶汽车, 相关的约束包括交通规则, 车速, 道路条件, 以及时间限制 (复杂条件下规划到指定区域) 等。本文从以下两方面对自动驾驶车辆运动规划技术进行了综述: 1) 对比分析了四大类运动规划技术 (如表1所列), 包括图搜索、采样法、插值法和数值优化的方法; 2) 调研了世界范围内主要智能交通系统研究单位所实现的运动规划算法 (如表3所列)。

近年来研究团队实车实现的两大主要算法分别是:

- **插值法。**近年来, 自动驾驶车辆所采用的规划算法有螺旋线 (奥迪 Audi、帕尔马 Parma/Vis-Lab, 斯坦福 Stanford), Bezier 曲线 (INRIA) 和多项式曲线 (戴姆勒 Daimler, INRIA)。这是基于结构化道路环境下对地图信息的丰富——可以提供所需的加州道路交通路点的数据。此外, 出于舒适性、安全性、车辆几何与动力学约束考虑, 轨迹生成还需经过曲线优化这一步。
- **图搜索。**状态格子 (state lattices) 是应用最广泛的方法之一, 例如 CMU、KIT、GMC 等研究单位都有实现。在考虑到舒适性、安全性、车辆几何与动力学约束时, 该算法可以快速搜索到最优路径, 尽管该算法只具备解析完备性 (取决于基础网格/网格的分辨率)。

运动规划现在所面临的挑战是动态环境下的实时规划问题。城市道路场景下, 存在众多的

交通参与者（比如，行人，骑自行车的人，其他车辆等），这要求对所规划出来的轨迹进行不断的评估。如何在有限的时间内实现多动态障碍无环境下的无碰撞轨迹生成是一个尚未解决的难题。难点主要在于耗时的环境感知 [145] 大大降低了运动规划的决策时间窗。目前所实现的算法还不足以克服这个限制。

由于规划是感知和控制之间的纽带，当前的新规划算法开发多考虑感知的不确定性以及控制的约束。在动态环境数据采集过程中，路径规划的最新发展目标是正确处理数据采集过程中的不确定性。这在实时的情况下会有更好的环境感知效果，并指导规划过程。通过考虑感知阶段的不确定性来提高防止危险情况的能力。从控制的角度来看，需考虑多目标，包括车辆的运动学约束和乘客的舒适性等。近年来，研究通过轨迹的平滑和可执行性来考虑这些控制约束。接下来的研究将可能是考虑控制约束的同时，融合感知的不确定性。KIT 和 CMU 在这一方面已开始研究。

另一个趋势是增加驾驶员的大控制环，类似于 ADAS 的功能，通过人机界面 (HMI) 实现轨迹与驾驶员的交互。在确保轨迹安全、平滑与可执行的条件下，感知不确定性、控制约束、驾驶员知识的多融合将是一个新的极具挑战性的研究。

## 致谢

作者诚挚感谢 ARTEMIS 项目的 DESERVE 和 FP7 CityMobil2 对这项工作的支持。

## 【参考文献】

- [1] V. Milanés et al., "Cooperative adaptive cruise control in real traffic situations", IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., vol. 15, no. 1, pp. 296-305, Feb. 2014.
- [2] J.-S. Lin, W.-E. Ting, "Nonlinear control design of anti-lock braking systems with assistance of active suspension", IET Control Theory Appl., vol. 1, no. 1, pp. 343-348, Jan. 2007.
- [3] T. H. Hsu, J.-F. Liu, P.-N. Yu, W.-S. Lee, J.-S. Hsu, "Development of an automatic parking system for vehicle", Proc. IEEE VPPC, pp. 1-6, 2008.
- [4] R. O'Malley, M. Glavin, E. Jones, "Vision-based detection and tracking of vehicles to the rear with perspective correction in low-light conditions", IET Intell. Transp. Syst., vol. 5, no. 1, pp. 1-10, Mar. 2011.
- [5] J. Ziegler et al., "Making berth drive—An autonomous journey on a historic route", IEEE Intell. Transp. Syst. Mag., vol. 6, no. 2, pp. 8-20, 2014.
- [6] A. Broggi et al., "Extensive tests of autonomous driving technologies", IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., vol. 14, no. 3, pp. 1403-1415, Sep. 2013.
- [7] M. Van Schijndel-de Nooij et al., "Definition of necessary vehicle and infrastructure systems for automated driving", 2011.
- [8] J. van Dijke, M. van Schijndel, "Citymobil advanced transport for the urban environment: Update", Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board, no. 2324, pp. 29-36, 2012.
- [9] B. Walker Smith, Automated driving: Legislative and regulatory action, 2013.
- [10] C. Urmson et al., "Autonomous driving in urban environments: Boss and the urban challenge", J. Field Robot., vol. 25, no. 8, pp. 425-466, Aug. 2008.
- [11] M. Bertozzi et al., "Viac: An out of ordinary experiment", Proc. IV Symp., pp. 175-180, 2011.

- [12] S. Han, B. Choi, J. Lee, "A precise curved motion planning for a differential driving mobile robot", *Mechatronics*, vol. 18, no. 9, pp. 486-494, Nov. 2008.
- [13] S. E. Shladover et al., "Automated vehicle control developments in the path program", *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 40, no. 1, pp. 114-130, Feb. 1991.
- [14] R. Behringer, N. Muller, "Autonomous road vehicle guidance from autobahnen to narrow curves", *IEEE Trans. Robot. Autom.*, vol. 14, no. 5, pp. 810-815, Oct. 1998.
- [15] S. Thrun et al., "Stanley: The robot that won the darpa grand challenge", *J. Field Robot.*, vol. 23, no. 9, pp. 661-692, Sep. 2006.
- [16] D. Ferguson, T. M. Howard, M. Likhachev, "Motion planning in urban environments", *J. Field Robot.*, vol. 25, no. 11/12, pp. 939-960, Nov./Dec. 2008.
- [17] K. Jo, J. Kim, D. Kim, C. Jang, M. Sunwoo, "Development of autonomous car—Part i: Distributed system architecture and development process", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 61, no. 12, pp. 7131-7140, Dec. 2014.
- [18] K. Jo, J. Kim, D. Kim, C. Jang, M. Sunwoo, "Development of autonomous car—Part ii: A case study on the implementation of an autonomous driving system based on distributed architecture", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 62, no. 8, pp. 5119-5132, Aug. 2015.
- [19] V. Kunchev, L. Jain, V. Ivancevic, A. Finn, "Path Planning and Obstacle Avoidance for Autonomous Mobile Robots: A Review" in *Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems*, Berlin, Germany:Springer-Verlag, pp. 537-544, 2006.
- [20] Y. K. Hwang, N. Ahuja, "Gross motion planning—A survey", *ACM Comput. Surveys*, vol. 24, no. 3, pp. 219-291, Sep. 1992.
- [21] M. Elbanhawi, M. Simic, "Sampling-based robot motion planning: A review", *IEEE Access*, vol. 2, pp. 56-77, 2014.
- [22] F. Marchese, "Multiple mobile robots path-planning with mca", *Proc. ICAS*, Jul. 2006.
- [23] S. LaValle, S. Hutchinson, "Optimal motion planning for multiple robots having independent goals", *IEEE Trans. Robot. Autom.*, vol. 14, no. 6, pp. 912-925, Dec. 1998.
- [24] S. M. LaValle, *Planning Algorithms*, New York, NY, USA:Cambridge Univ. Press, 2006.
- [25] J. Y. Hwang, J. S. Kim, S. S. Lim, K. H. Park, "A fast path planning by path graph optimization", *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Part A Syst. Humans*, vol. 33, no. 1, pp. 121-129, Jan. 2003.
- [26] R. Kala, K. Warwick, "Multi-level planning for semi-autonomous vehicles in traffic scenarios based on separation maximization", *J. Intell. Robot. Syst.*, vol. 72, no. 3/4, pp. 559-590, Dec. 2013.
- [27] J. Bohren et al., "Little Ben: The Ben Franklin racing team's entry in the 2007 darpa urban challenge", *J. Field Robot.*, vol. 25, no. 9, pp. 598-614, Sep. 2008.
- [28] A. Bacha et al., "Odin: Team victortango's entry in the darpa urban challenge", *J. Field Robot.*, vol. 25, no. 8, pp. 467-492, Aug. 2008.
- [29] Q. Li, Z. Zeng, B. Yang, T. Zhang, "Hierarchical route planning based on taxi gps-trajectories", *Proc. 17th Int. Cong. Geoinformat.*, pp. 1-5, Aug. 2009.
- [30] M. Likhachev, D. Ferguson, "Planning long dynamically feasible maneuvers for autonomous vehicles", *Int. J. Robot. Res.*, vol. 28, no. 8, pp. 933-945, Aug. 2009.
- [31] A. Stentz, "Optimal and efficient path planning for partially-known environments", *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, pp. 3310-3317, 1994.
- [32] D. Ferguson, A. Stentz, "Using interpolation to improve path planning: The field d\* algorithm", *J. Field Robot.*, vol. 23, no. 2, pp. 79-101, Feb. 2006.



- [33] A. Nash, K. Daniel, S. Koenig, A. Felner, "Theta \* : Any-angle path planning on grids ", Proc. Nat. Conf. Artif. Intell., pp. 1177-1183, 2007.
- [34] M. Likhachev, D. Ferguson, G. Gordon, A. Stentz, S. Thrun, "Anytime search in dynamic graphs", Artif. Intell., vol. 172, no. 14, pp. 1613-1643, Sep. 2008.
- [35] J. Ziegler, M. Werling, J. Schroder, "Navigating car-like robots in unstructured environments using an obstacle sensitive cost function", Proc. Intell. Veh. Symp., pp. 787-791, 2008.
- [36] M. Montemerlo et al., "Junior: The stanford entry in the urban challenge", J. Field Robot., vol. 25, no. 9, pp. 569-597, Sep. 2008.
- [37] S. Kammel et al., "Team annieway's autonomous system for the 2007 darpa urban challenge", J. Field Robot., vol. 25, no. 9, pp. 615-639, Sep. 2008.
- [38] J. Ziegler, P. Bender, T. Dang, C. Stiller, "Trajectory planning for bertha—A local continuous method", Proc. IEEE Intell. Veh. Symp., pp. 450-457, 2014.
- [39] J. Ziegler, C. Stiller, "Spatiotemporal state lattices for fast trajectory planning in dynamic on-road driving scenarios", Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. IROS, pp. 1879-1884, 2009.
- [40] J. H. Jeon et al., "Optimal motion planning with the half-car dynamical model for autonomous high-speed driving", Proc. ACC, pp. 188-193, Jun. 2013.
- [41] J. Reeds, L. Shepp, "Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards", Pacific J. Math., vol. 145, no. 2, pp. 367-393, 1990.
- [42] J. Funke et al., "Up to the limits: Autonomous audi TTS", Proc. IV Symp., pp. 541-547, Jun. 2012.
- [43] W. Xu, J. Wei, J. Dolan, H. Zhao, H. Zha, "A real-time motion planner with trajectory optimization for autonomous vehicles", Proc. IEEE ICRA, pp. 2061-2067, May 2012.
- [44] D. Gonzalez, J. Perez, R. Lattarulo, V. Milanese, F. Nashashibi, "Continuous curvature planning with obstacle avoidance capabilities in urban scenarios", Proc. IEEE 7th Int. ITSC, pp. 1430-1435, Oct. 2014.
- [45] R. T. Farouki, Pythagorean—Hodograph Curves, Berlin, Germany:Springer-Verlag, 2008.
- [46] M. Pivtoraiko, A. Kelly, "Efficient constrained path planning via search in state lattices", Proc. Int. Symp. Artif. Intell. Robot. Autom. Space, pp. 1-7, 2005.
- [47] A. Kushleyev, M. Likhachev, "Time-bounded lattice for efficient planning in dynamic environments", Proc. IEEE ICRA, pp. 1662-1668, 2009.
- [48] M. Ruffli, R. Y. Siegwart, " On the application of the d \* search algorithm to time-based planning on lattice graphs ", Proc. ECMR, vol. 9, pp. 105-110, 2009.
- [49] T. M. Howard, A. Kelly, "Optimal rough terrain trajectory generation for wheeled mobile robots", Int. J. Robot. Res., vol. 26, no. 2, pp. 141-166, Feb. 2007.
- [50] M. McNaughton, C. Urmson, J. Dolan, J.-W. Lee, "Motion planning for autonomous driving with a conformal spatiotemporal lattice", Proc. IEEE ICRA, pp. 4889-4895, May 2011.
- [51] Y.-L. Chen et al., "Terramax: Team oshkosh urban robot", J. Field Robot., vol. 25, no. 10, pp. 841-860, Oct. 2008.
- [52] B. J. Patz, Y. Papelis, R. Pillat, G. Stein, D. Harper, "A practical approach to robotic design for the darpa urban challenge", J. Field Robot., vol. 25, no. 8, pp. 528-566, Aug. 2008.
- [53] S. J. Anderson, S. B. Karumanchi, K. Iagnemma, "Constraint-based planning and control for safe semi-autonomous operation of vehicles", Proc. IV Symp., pp. 383-388, 2012.
- [54] D. Dolgov, S. Thrun, M. Montemerlo, J. Diebel, "Path planning for autonomous vehicles in unknown semi-structured environments", Int. J. Robot. Res., vol. 29, no. 5, pp. 485-501, Apr. 2010.
- [55] D. Ferguson, A. Stentz, S. Thrun, "Pao for planning with hidden state", Proc. IEEE ICRA, vol. 3, pp.



2840-2847, Apr. 2004.

- [56] I. Miller et al., "Team cornell's skynet: Robust perception and planning in an urban environment", *J. Field Robot.*, vol. 25, no. 8, pp. 493-527, Aug. 2008.
- [57] T. M. Howard, C. J. Green, A. Kelly, D. Ferguson, "State space sampling of feasible motions for high-performance mobile robot navigation in complex environments", *J. Field Robot.*, vol. 25, no. 6/7, pp. 325-345, Jun. 2008.
- [58] T. Gu, J. Snider, J. Dolan, J. Woo Lee, "Focused trajectory planning for autonomous on-road driving", *Proc. IEEE IV Symp.*, pp. 547-552, Jun. 2013.
- [59] M. Werling, S. Kammel, J. Ziegler, L. Gröll, "Optimal trajectories for time-critical street scenarios using discretized terminal manifolds", *Int. J. Robot. Res.*, vol. 31, no. 3, pp. 346-359, Mar. 2012.
- [60] P. Furgale et al., "Toward automated driving in cities using close-to-market sensors: An overview of the v-charger project", *Proc. IEEE IV Symp.*, pp. 809-816, Jun. 2013.
- [61] Y. Kuwata et al., "Real-time motion planning with applications to autonomous urban driving", *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 17, no. 5, pp. 1105-1118, Sep. 2009.
- [62] D. Braid, A. Broggi, G. Schmiedel, "The terramax autonomous vehicle", *J. Field Robot.*, vol. 23, no. 9, pp. 693-708, Sep. 2006.
- [63] J.-H. Ryu, D. Ogay, S. Bulavintsev, H. Kim, J.-S. Park, "Development and Experiences of an Autonomous Vehicle for High-Speed Navigation and Obstacle Avoidance" in *Frontiers of Intelligent Autonomous Systems*, Berlin, Germany: Springer-Verlag, pp. 105-116, 2013.
- [64] S. Karaman, M. R. Walter, A. Perez, E. Frazzoli, S. Teller, "Anytime motion planning using the rrt\*", *Proc. IEEE ICRA*, pp. 1478-1483, 2011.
- [65] G. S. Aoude, B. D. Luders, D. S. Levine, J. P. How, "Threat-aware path planning in uncertain urban environments", *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. IROS*, pp. 6058-6063, 2010.
- [66] R. Kala, K. Warwick, "Planning of multiple autonomous vehicles using rrt", *Proc. IEEE 10th Int. Conf. CIS*, pp. 20-25, Sep. 2011.
- [67] M. F. Hsieh, U. Ozguner, "A parking algorithm for an autonomous vehicle", *Proc. IEEE Intell. Veh. Symp.*, pp. 1155-1160, Jun. 2008.
- [68] T. Fraichard, A. Scheuer, "From reeds and shepp's to continuous-curvature paths", *IEEE Trans. Robot.*, vol. 20, no. 6, pp. 1025-1035, Dec. 2004.
- [69] A. Broggi, P. Medici, P. Zani, A. Coati, M. Panciroli, "Autonomous vehicles control in the vislab intercontinental autonomous challenge", *Annu. Rev. Control*, vol. 36, no. 1, pp. 161-171, Apr. 2012.
- [70] H. Vorobieva, N. Minoiu-Enache, S. Glaser, S. Mammar, "Geometric continuous-curvature path planning for automatic parallel parking", *Proc. IEEE 10th ICNSC*, pp. 418-423, Apr. 2013.
- [71] H. Vorobieva, S. Glaser, N. Minoiu-Enache, S. Mammar, "Automatic parallel parking with geometric continuous-curvature path planning", *Proc. IEEE Intell. Veh. Symp.*, pp. 465-471, Jun. 2014.
- [72] H. Fuji, J. Xiang, Y. Tazaki, B. Levedahl, T. Suzuki, "Trajectory planning for automated parking using multi-resolution state roadmap considering non-holonomic constraints", *Proc. IEEE Intell. Veh. Symp.*, pp. 407-413, Jun. 2014.
- [73] M. Brezak, I. Petrovic, "Real-time approximation of clothoids with bounded error for path planning applications", *IEEE Trans. Robot.*, vol. 30, no. 2, pp. 507-515, Apr. 2014.
- [74] D. Coombs, K. Murphy, A. Lacaze, S. Legowik, "Driving autonomously off-road up to 35 km/h", *Proc. IEEE IV Symp.*, pp. 186-191, 2000.
- [75] P. Petrov, F. Nashashibi, "Modeling and nonlinear adaptive control for autonomous vehicle overtaking",

- IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., vol. 15, no. 4, pp. 1643-1656, Aug. 2014.
- [76] A. Piazzzi, C. G. Lo Bianco, M. Bertozzi, A. Fascioli, A. Broggi, "Quintic g2-splines for the iterative steering of vision-based autonomous vehicles", IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., vol. 3, no. 1, pp. 27-36, Mar. 2002.
  - [77] S. Glaser, B. Vanholme, S. Mammar, D. Gruyer, L. Nouveliere, "Maneuver-based trajectory planning for highly autonomous vehicles on real road with traffic and driver interaction", IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., vol. 11, no. 3, pp. 589-606, Sep. 2010.
  - [78] J. W. Lee, B. Litkouhi, "A unified framework of the automated lane centering/changing control for motion smoothness adaptation", Proc. 15th IEEE Int. ITSC, pp. 282-287, Sep. 2012.
  - [79] A. Simon, J. Becker, "Vehicle guidance for an autonomous vehicle", Proc. IEEE/IEEE/JSAI Int. Conf. Intell. Transp. Syst., pp. 429-434, 1999.
  - [80] C. G. Keller et al., "Active pedestrian safety by automatic braking and evasive steering", IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., vol. 12, no. 4, pp. 1292-1304, Dec. 2011.
  - [81] J. Perez, R. Lattarulo, F. Nashashibi, "Dynamic trajectory generation using continuous-curvature algorithms for door to door assistance vehicles", Proc. IEEE Intell. Veh. Symp., pp. 510-515, 2014.
  - [82] J. Pérez, J. Godoy, J. Villagra, E. Onieva, "Trajectory generator for autonomous vehicles in urban environments", Proc. IEEE ICRA, pp. 409-414, May 2013.
  - [83] L. Han, H. Yashiro, H. T. N. Nejad, Q. H. Do, S. Mita, "Bezier curve based path planning for autonomous vehicle in urban environment", Proc. IV Symp., pp. 1036-1042, 2010.
  - [84] Z. Liang, G. Zheng, J. Li, "Automatic parking path optimization based on bezier curve fitting", Proc. IEEE ICAL, pp. 583-587, Aug. 2012.
  - [85] N. Montes, A. Herraiez, L. Armesto, J. Tornero, "Real-time clothoid approximation by rational bezier curves", Proc. IEEE ICRA, pp. 2246-2251, May 2008.
  - [86] N. Montes, M. Mora, J. Tornero, "Trajectory generation based on rational bezier curves as clothoids", Proc. IEEE Intell. Veh. Symp., pp. 505-510, Jun. 2007.
  - [87] P. G. Trepagnier, J. Nagel, P. M. Kinney, C. Koutsougeras, M. Dooner, "Kat-5: Robust systems for autonomous vehicle navigation in challenging and unknown terrain", J. Field Robot., vol. 23, no. 8, pp. 509-526, Aug. 2006.
  - [88] Z. Shiller, Y.-R. Gwo, "Dynamic motion planning of autonomous vehicles", IEEE Trans. Robot. Autom., vol. 7, no. 2, pp. 241-249, Apr. 1991.
  - [89] T. Berglund, A. Brodnik, H. Jonsson, M. Staffanson, I. Soderkvist, "Planning smooth and obstacle-avoiding b-spline paths for autonomous mining vehicles", IEEE Trans. Autom. Sci. Eng., vol. 7, no. 1, pp. 167-172, Jan. 2010.
  - [90] L. B. Cremean et al., "Alice: An information-rich autonomous vehicle for high-speed desert navigation", J. Field Robot., vol. 23, no. 9, pp. 777-810, Sep. 2006.
  - [91] D. Kogan, R. Murray, "Optimization-based navigation for the darpa grand challenge", Proc. CDC, pp. 1-6, 2006.
  - [92] T. Gu, J. M. Dolan, "On-Road Motion Planning for Autonomous Vehicles" in Intelligent Robotics and Applications, Berlin, Germany:Springer-Verlag, pp. 588-597, 2012.
  - [93] L. E. Kavraki, P. Svestka, J.-C. Latombe, M. H. Overmars, "Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces", IEEE Trans. Robot. Autom., vol. 12, no. 4, pp. 566-580, Aug. 1996.
  - [94] S. M. LaValle, J. J. Kuffner, "Randomized kinodynamic planning", Int. J. Robot. Res., vol. 20, no. 5, pp.

378-400, 2001.

- [95] S. Karaman, E. Frazzoli, "Sampling-based algorithms for optimal motion planning", *Int. J. Robot. Res.*, vol. 30, no. 7, pp. 846-894, Jun. 2011.
- [96] S. Karaman, E. Frazzoli, "Optimal kinodynamic motion planning using incremental sampling-based methods", *Proc. 49th IEEE CDC*, pp. 7681-7687, Dec. 2010.
- [97] L. Labakhua, U. Nunes, R. Rodrigues, F. S. Leite, "Smooth Trajectory Planning for Fully Automated Passengers Vehicles: Spline and Clothoid Based Methods and its Simulation" in *Informatics in Control Automation and Robotics*, Berlin, Germany:Springer-Verlag, pp. 169-182, 2008.
- [98] J. Horst, A. Barbera, "Trajectory generation for an on-road autonomous vehicle", *Proc. Int. Soc. Opt. Symp. Defense Security*, 2006.
- [99] D. Walton, D. Meek, "A controlled clothoid spline", *Comput. Graph.*, vol. 29, no. 3, pp. 353-363, Jun. 2005, [online] Available: .
- [100] J.-W. Choi, R. Curry, G. Elkaim, "Path planning based on bézier curve for autonomous ground vehicles", *Proc. IEEE IAENG Spec. Ed. WCECS*, pp. 158-166, 2008.
- [101] D. Walton, D. Meek, J. Ali, "Planar G<sup>2</sup> transition curves composed of cubic Bézier spiral segments", *J. Comput. Appl. Math.*, vol. 157, no. 2, pp. 453-476, Aug. 2003.
- [102] K. Yang, S. Sukkarieh, "An analytical continuous-curvature path-smoothing algorithm", *IEEE Trans. Robot.*, vol. 26, no. 3, pp. 561-568, Jun. 2010.
- [103] L. Wang, K. Miura, E. Nakamae, T. Yamamoto, T. Wang, "An approximation approach of the clothoid curve defined in the interval  $[0/2]$  and its offset by free-form curves", *Comput.-Aided Des.*, vol. 33, no. 14, pp. 1049-1058, Dec. 2001, [online] Available: .
- [104] J. Sánchez-Reyes, J. Chacón, "Polynomial approximation to clothoids via s-power series", *Comput.-Aided Des.*, vol. 35, no. 14, pp. 1305-1313, Dec. 2003.
- [105] L. Romani, M. Sabin, "The conversion matrix between uniform b-spline and bzier representations", *Comput. Aided Geometric Des.*, vol. 21, no. 6, pp. 549-560, Jul. 2004.
- [106] J. Ren, K. McIsaac, R. Patel, "Modified newton's method applied to potential field-based navigation for mobile robots", *IEEE Trans. Robot.*, vol. 22, no. 2, pp. 384-391, Apr. 2006.
- [107] J. Hardy, M. Campbell, "Contingency planning over probabilistic obstacle predictions for autonomous road vehicles", *IEEE Trans. Robot.*, vol. 29, no. 4, pp. 913-929, Aug. 2013.
- [108] W. Xu, J. Pan, J. Wei, J. Dolan, "Motion planning under uncertainty for on-road autonomous driving", *Proc. IEEE ICRA*, pp. 2507-2512, May 2014.
- [109] J. Lee, B. Park, "Development and evaluation of a cooperative vehicle intersection control algorithm under the connected vehicles environment", *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.*, vol. 13, no. 1, pp. 81-90, Mar. 2012.
- [110] F. Havlak, M. Campbell, "Discrete and continuous probabilistic anticipation for autonomous robots in urban environments", *IEEE Trans. Robot.*, vol. 30, no. 2, pp. 461-474, Apr. 2014.
- [111] L. Fletcher et al., "The mit—Cornell collision and why it happened", *J. Field Robot.*, vol. 25, no. 10, pp. 775-807, Oct. 2008.
- [112] S. Shladover, "The gm-path platoon scenario", *Intellimotion*, vol. 6, no. 3, pp. 2-3, 1997.
- [113] C. Thorpe, T. Jochem, D. Pomerleau, "Automated highways and the free agent demonstration" in *Robotics Research*, London, U.K.:Springer-Verlag, pp. 246-254, 1998.
- [114] K. Malone, J. van der Wiel, B. Saugy, "Cybernetic transport systems: Lessons to be learned from user needs analysis and field experience", *Proc. IEEE Intell. Veh. Symp.*, vol. 2, pp. 551-556, Jun. 2002.

- [115] M. Parent, "Advanced urban transport: Automation is on the way", IEEE Intell. Syst., vol. 22, no. 2, pp. 9-11, Mar./Apr. 2007.
- [116] A. Kelly et al., "Toward reliable off road autonomous vehicles operating in challenging environments", Int. J. Robot. Res., vol. 25, no. 5/6, pp. 449-483, May 2006.
- [117] E. Krotkov et al., "The darpa perceptor evaluation experiments", Auton. Robots, vol. 22, no. 1, pp. 19-35, Jan. 2007.
- [118] J. M. Anderson et al., Autonomous Vehicle Technology: A Guide for Policymakers, Santa Monica, CA, USA:Rand Corp., 2014.
- [119] K. Chu, M. Lee, M. Sunwoo, "Local path planning for off-road autonomous driving with avoidance of static obstacles", IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., vol. 13, no. 4, pp. 1599-1616, Dec. 2012.
- [120] K. Jo et al., "Overall reviews of autonomous vehicle ai-system architecture and algorithms", Intell. Auton. Veh., vol. 8, no. 1, pp. 114-119, 2013.
- [121] C. Urmson et al., "A robust approach to high-speed navigation for unrehearsed desert terrain", J. Field Robot., vol. 23, no. 8, pp. 467-508, Aug. 2006.
- [122] J. Wei et al., "Towards a viable autonomous driving research platform", Proc. IEEE IV Symp., pp. 763-770, 2013.
- [123] T. Gu, J. M. Dolan, "Toward human-like motion planning in urban environments", Proc. Intell. Veh. Symp., pp. 350-355, 2014.
- [124] C. Fulgenzi, C. Tay, A. Spalanzani, C. Laugier, "Probabilistic navigation in dynamic environment using rapidly-exploring random trees and gaussian processes", Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. IROS, pp. 1056-1062, 2008.
- [125] C. Fulgenzi, A. Spalanzani, C. Laugier, "Probabilistic motion planning among moving obstacles following typical motion patterns", Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. IROS, pp. 4027-4033, 2009.
- [126] L. Bouraoui et al., "An on-demand personal automated transport system: The citymobil demonstration in la rochelle", Proc. IEEE Intell. Veh. Symp., vol. 4, pp. 1086-1091, 2011.
- [127] D. González, J. Perez, "Control architecture for cybernetic transportation systems in urban environments", Proc. IEEE IV Symp., pp. 1119-1124, 2013.
- [128] P. Petrov, F. Nashashibi, "Adaptive steering control for autonomous lane change maneuver", Proc. IEEE IV Symp., pp. 835-840, 2013.
- [129] M. Werling, T. Gindele, D. Jagszent, L. Groll, "A robust algorithm for handling moving traffic in urban scenarios", Proc. IEEE Intell. Veh. Symp., pp. 1108-1112, 2008.
- [130] M. Werling, J. Ziegler, S. Kammel, S. Thrun, "Optimal trajectory generation for dynamic street scenarios in a frenet frame", Proc. IEEE ICRA, pp. 987-993, 2010.
- [131] A. Geiger et al., "Team annieway's entry to the 2011 grand cooperative driving challenge", IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., vol. 13, no. 3, pp. 1008-1017, Sep. 2012.
- [132] Y. Kuwata, G. A. Fiore, J. Teo, E. Frazzoli, J. P. How, "Motion planning for urban driving using rrt", Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. IROS, pp. 1681-1686, 2008.
- [133] A. Broggi, M. Bertozzi, A. Fascioli, C. G. L. Bianco, A. Piazzzi, "The argo autonomous vehicle's vision and control systems", Int. J. Intell. Control Syst., vol. 3, no. 4, pp. 409-441, 1999.
- [134] A. Broggi et al., "Development of the control system for the vislab intercontinental autonomous challenge", Proc. 13th Int. ITSC, pp. 635-640, 2010.
- [135] A. Broggi et al., "Proud-public road urban driverless test: Architecture and results", Proc. IEEE Intell. Veh. Symp., pp. 648-654, 2014.

- [136] A. Broggi, S. Debattisti, M. Panciroli, P. P. Porta, "Moving from analog to digital driving", Proc. IEEE IV Symp., pp. 1113-1118, 2013.
- [137] S. E. Shladover, "Path at 20-history and major milestones", IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., vol. 8, no. 4, pp. 584-592, Dec. 2007.
- [138] R. Kummerle, D. Hahnel, D. Dolgov, S. Thrun, W. Burgard, "Autonomous driving in a multi-level parking structure", Proc. IEEE ICRA, pp. 3395-3400, 2009.
- [139] J. Levinson et al., "Towards fully autonomous driving: Systems and algorithms", Proc. IEEE IV Symp., pp. 163-168, 2011.
- [140] D. Dolgov, S. Thrun, "Autonomous driving in semi-structured environments: Mapping and planning", Proc. IEEE ICRA, pp. 3407-3414, 2009.
- [141] M. Aeberhard et al., "Experience results and lessons learned from automated driving on germany's highways", IEEE Intell. Transp. Syst. Mag., vol. 7, no. 1, pp. 42-57, 2015.
- [142] D. Madas et al., "On path planning methods for automotive collision avoidance", Proc. IEEE IV Symp., pp. 931-937, 2013.
- [143] E. van Nunen, R. Kwakkernaat, J. Ploeg, B. D. Netten, "Cooperative competition for future mobility", IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., vol. 13, no. 3, pp. 1018-1025, Sep. 2012.
- [144] K. Kritayakirana, J. C. Gerdes, "Autonomous vehicle control at the limits of handling", Int. J. Veh. Auton. Syst., vol. 10, no. 4, pp. 271-296, 2012.
- [145] T. Gandhi, M. Trivedi, "Pedestrian protection systems: Issues survey and challenges", IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., vol. 8, no. 3, pp. 413-430, Sep. 2007.