第4章　电路分析方法与电路定理

4.1 等效变换法

4.2 列写方程法

第4章 电路分析方法与电路定理

4.3 电路定理

4.3.1 叠加定理

4.3.2 替代定理

4.3.3 戴维南（诺顿）定理

4.3.4 最大功率传输定理

4.3.5 特勒根定理与互易定理

4.3.6* 对称性原理

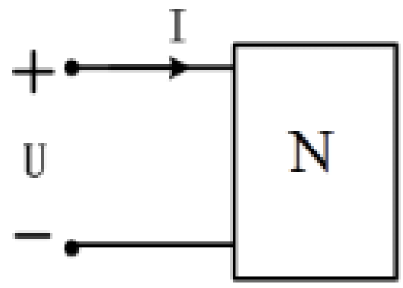
4.3.7* 密勒定理

4.1 等效变换法

（Passive network ; Equivalent transformation）

4.1.1 等效的概念

一端口网络：任一复杂电路通过两个连接端钮与外电路相连，这样具有两个端钮的网络即称为一端口网络或二端组网络。

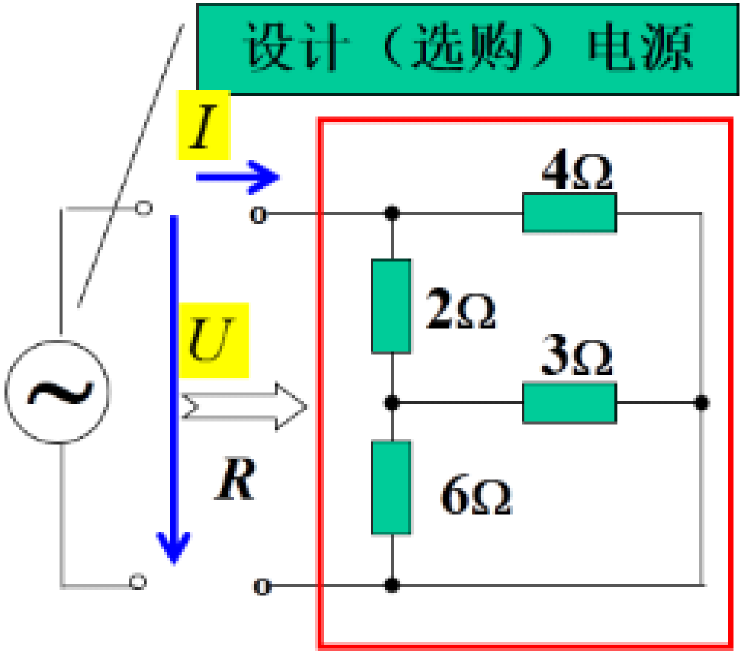


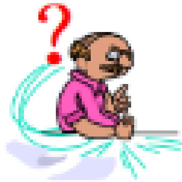
A-有源；**P**-无源；**N**-有源、无源

等效变换的条件：两个内部结构完全不同的一端口网络**P1**、**P2**，如果他们端口上的电压—电流之间的伏安特性完全相同，则称为两者等效。

4.1.2 无源电路的等效变换

端口看进去的等效电阻





1、等效的原则

2、等效电阻的计算方法

结论：一个无源一端口电阻网络可以用入端电阻来等效。

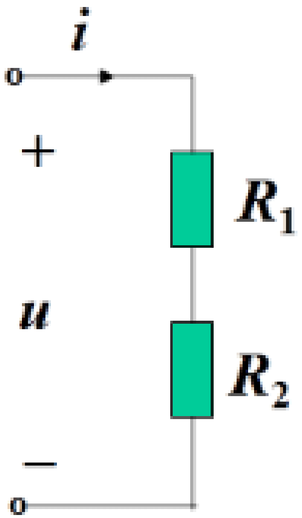
$$R_{等效} = \frac{U}{I}$$

➢利用串并联公式

➢利用端口测试—加源法

表述端口电压电流关系
注意参考方向

两电阻串联

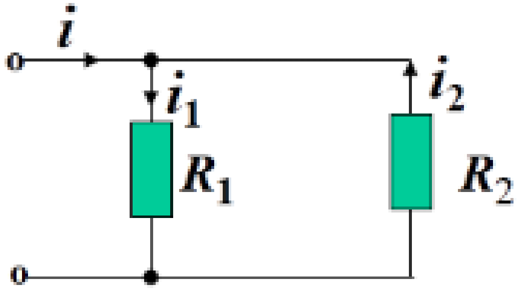


$$R_{eq}=R_1+R_2$$

$$u_{R_1}=\frac{R_1}{R_1+R_2}u$$

$$u_{R_2}=\frac{R_2}{R_1+R_2}u$$

两电阻并联



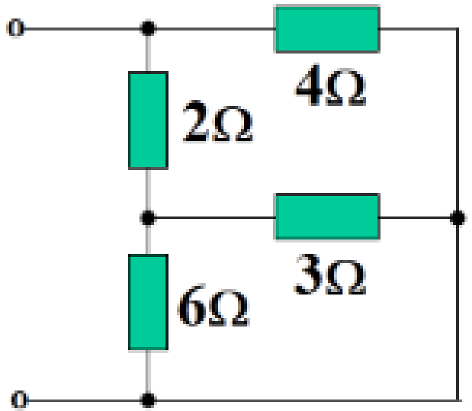
$$G_{eq}=G_1+G_2$$

$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

$$i_1=\frac{G_2}{G_1+G_2}u=\frac{R_2}{R_1+R_2}u$$

$$i_2=-\frac{R_1}{R_1+R_2}u$$

电阻的混联

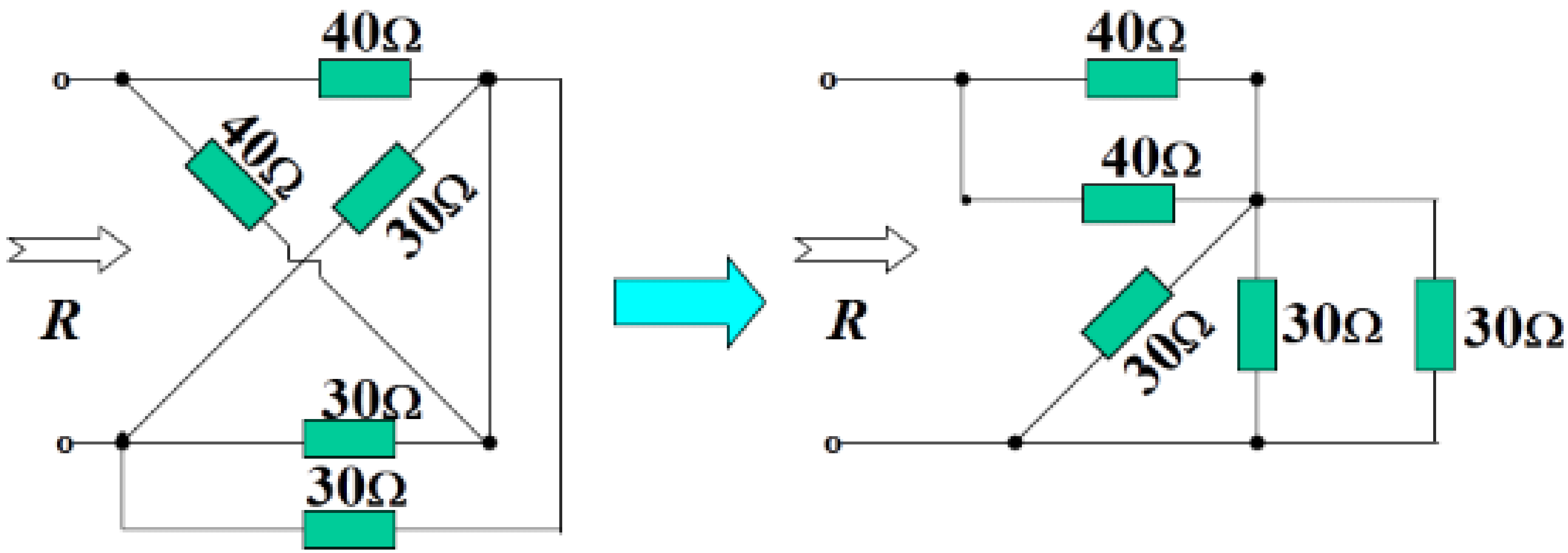


R ⇨4 // (2+3 // 6)

R= 2 Ω

参考方向尽量按照真实方向选取！

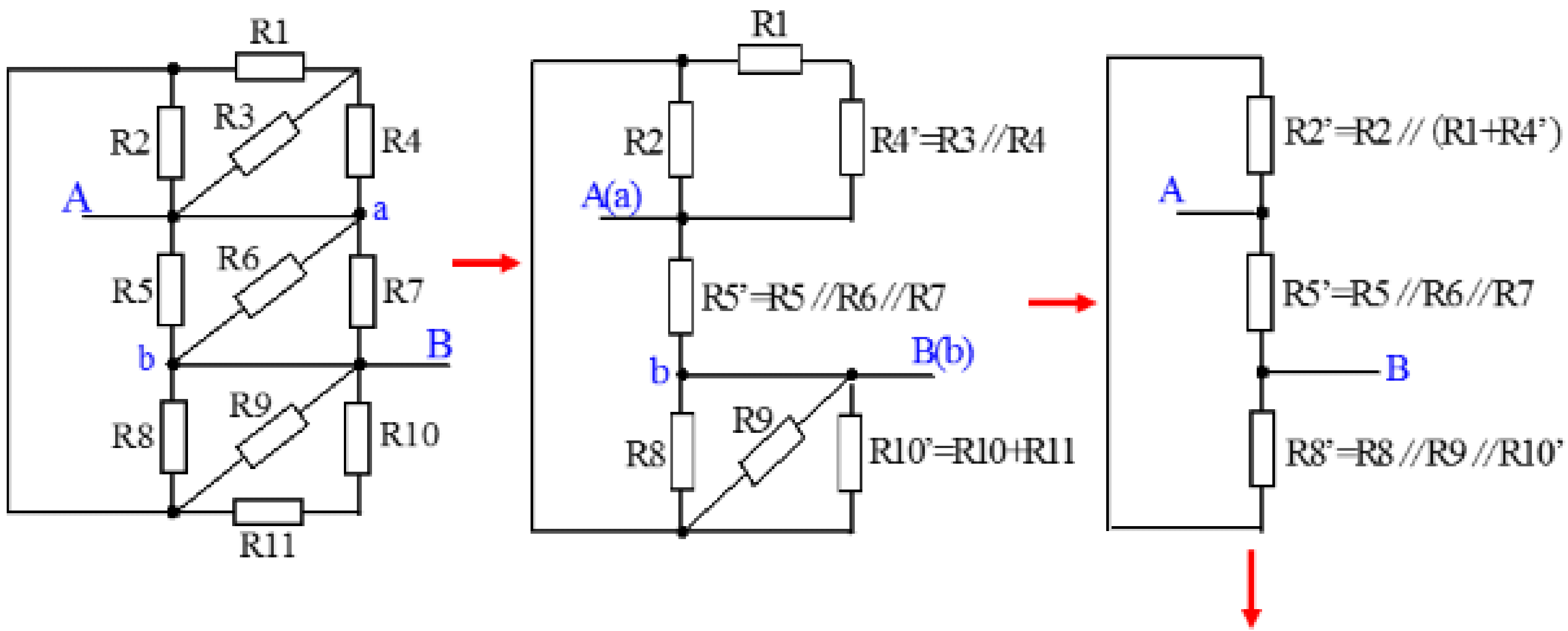
例1.



$R \Rightarrow (40 // 40+30 // 30 // 30)$

$R = 30\Omega$

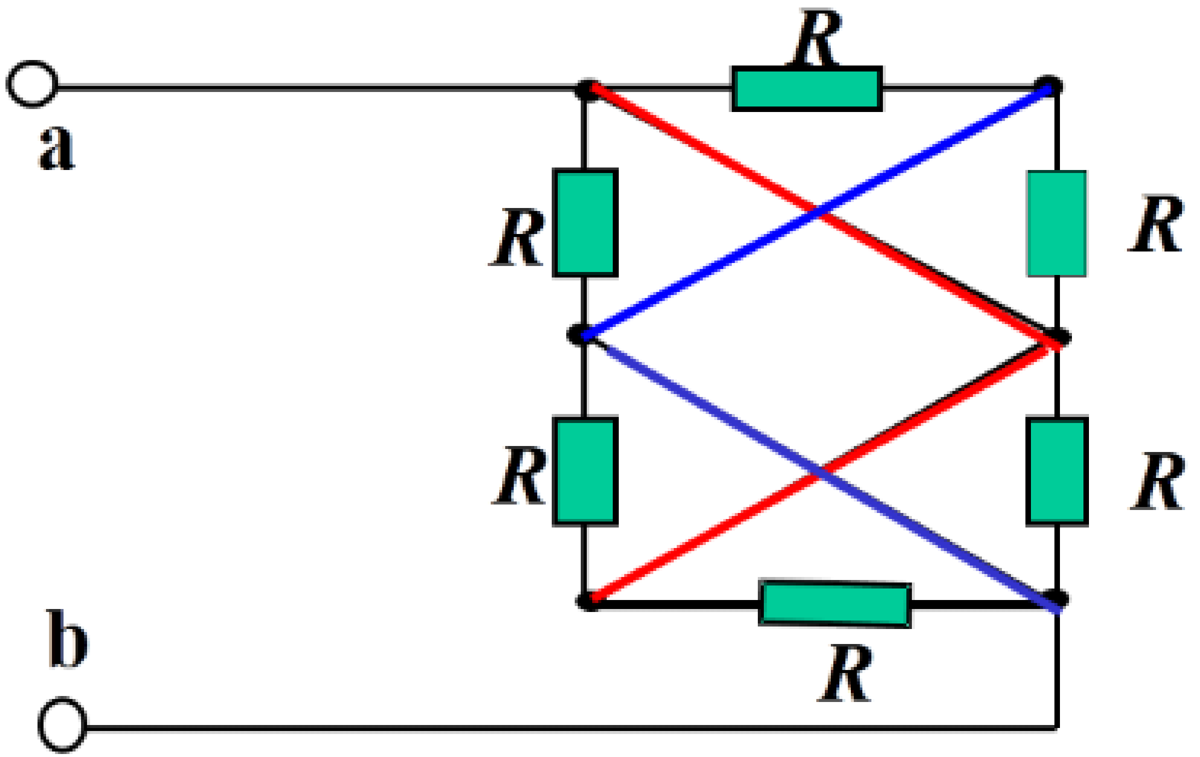
例2. 求AB端的等效电阻

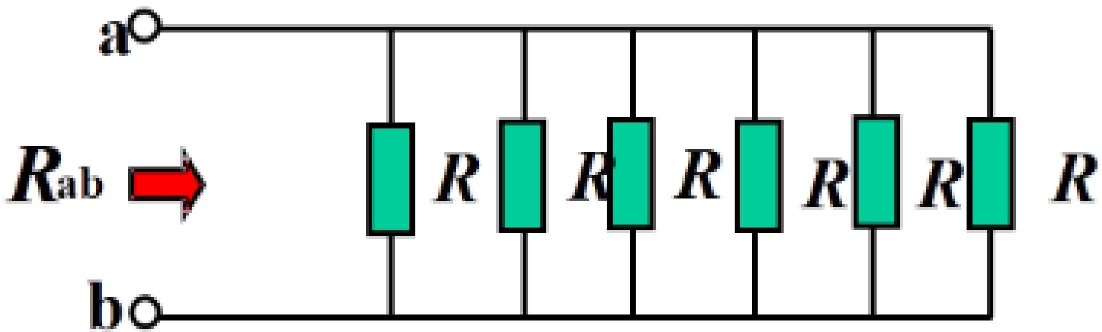


$$R_{AB}=R_5'//(R_2'+R_8')$$

电阻网络简化
思考题

例4.





$R_{ab}=R/6$

例5. 求图1电路中ab端和cd端的等效电阻R_{ab}、R_{cd}。

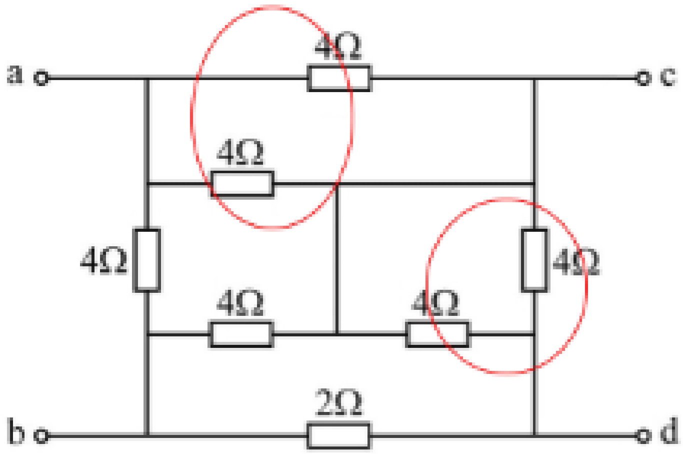


图 1

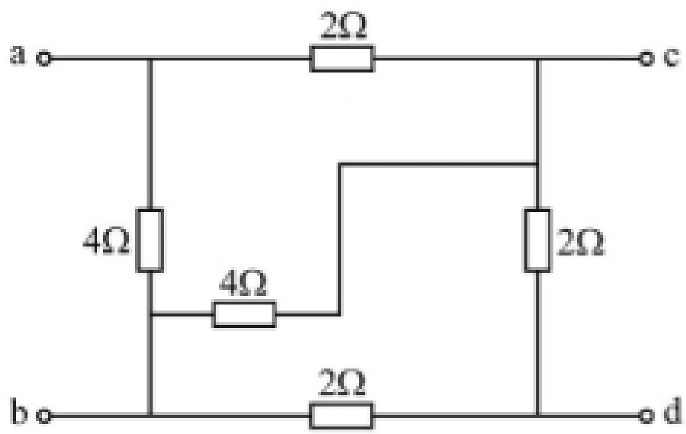


图 2

解：原图可简化为图2所示电路。

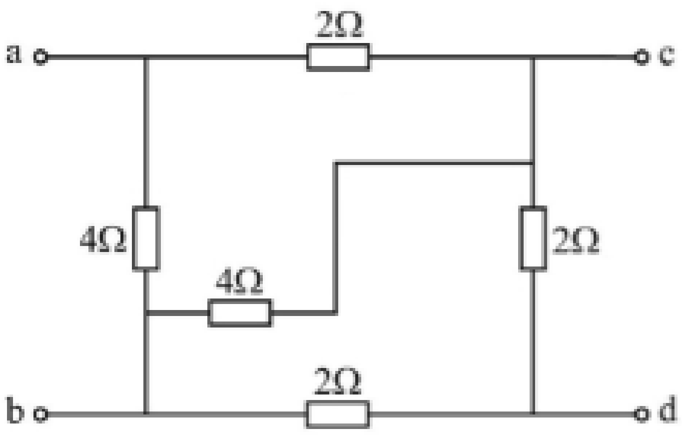


图 2

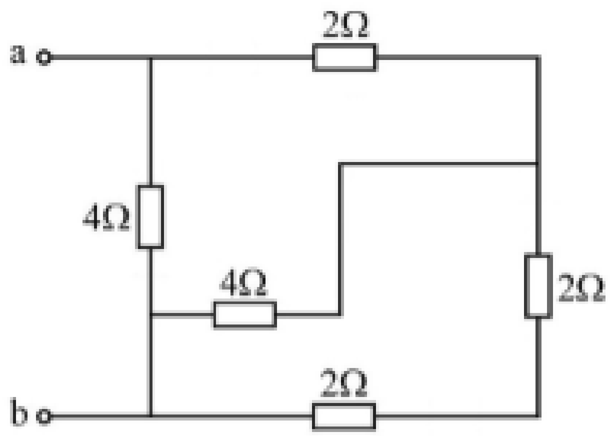


图 3

从 *ab* 端看，电路可简化为图 3所示

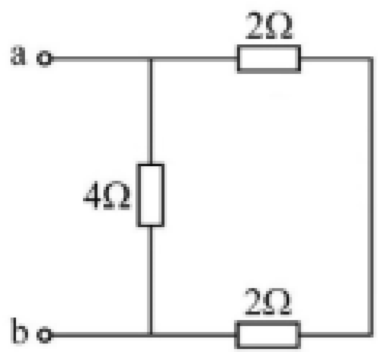


图 4

$$R_{ab} = 2\Omega$$

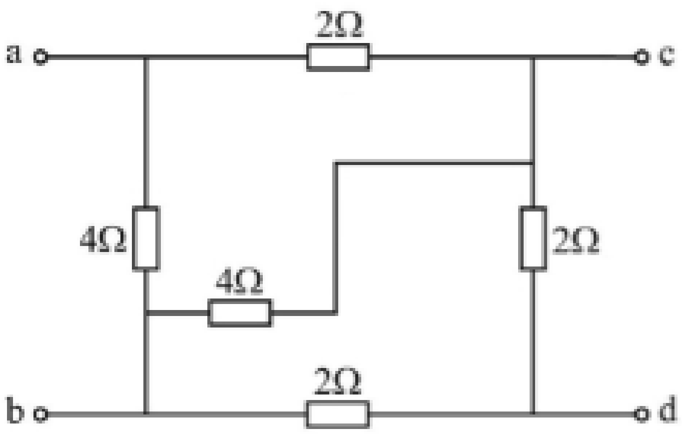


图 2

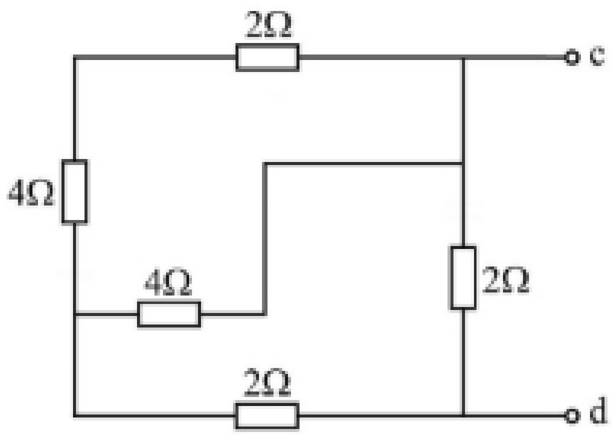


图 5

从*cd*端看，则电路可简化为图 5所示

$$\boxed{R_{cd}=\frac{11}{8}\Omega}$$

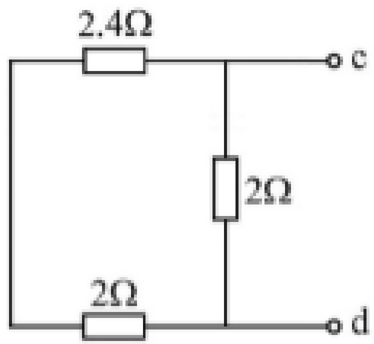
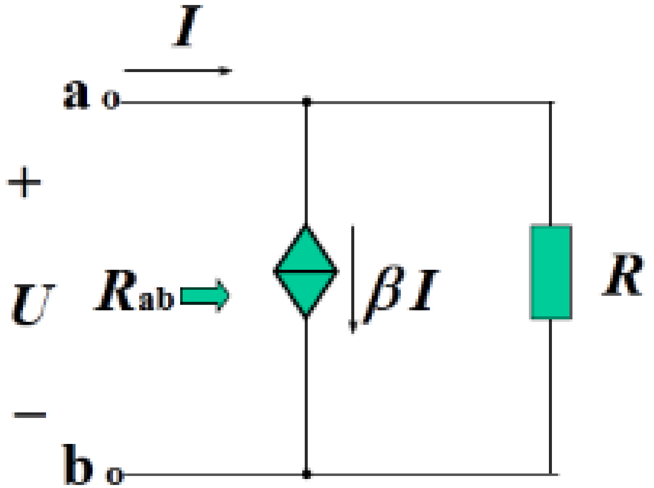


图 6

例 6. 求 a,b 两端的入端电阻 R_{ab}



解：通常有两种求入端电阻的方法

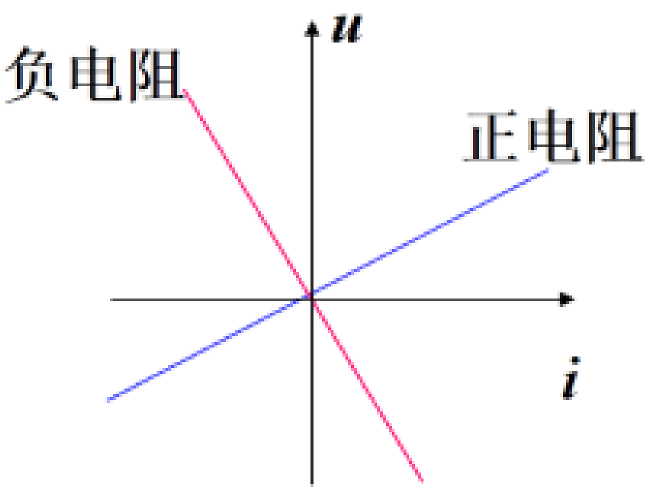
① 加压求流法

② 加流求压法

下面用加流求压法求R_{ab}

$$U=(I-\beta I)R=(1-\beta)IR$$

$$R_{ab}=U/I=(1-\beta)R$$

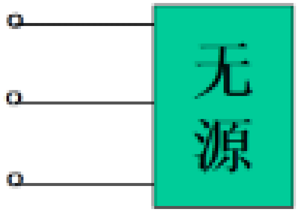


当$\beta<1, R_{ab}>0$，正电阻

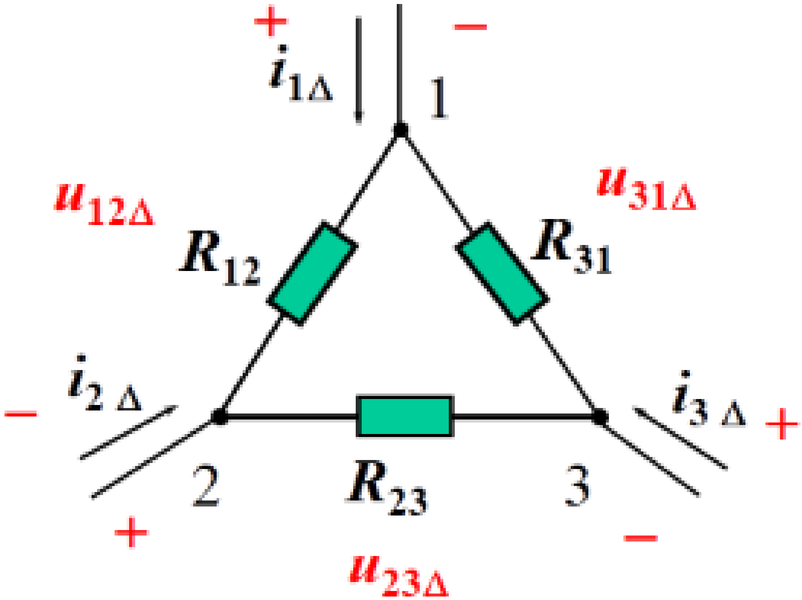
当$\beta>1, R_{ab}<0$，负电阻

4.1.2 星形联接与三角形联接的电阻的等效变换 (Δ—Y 变换)

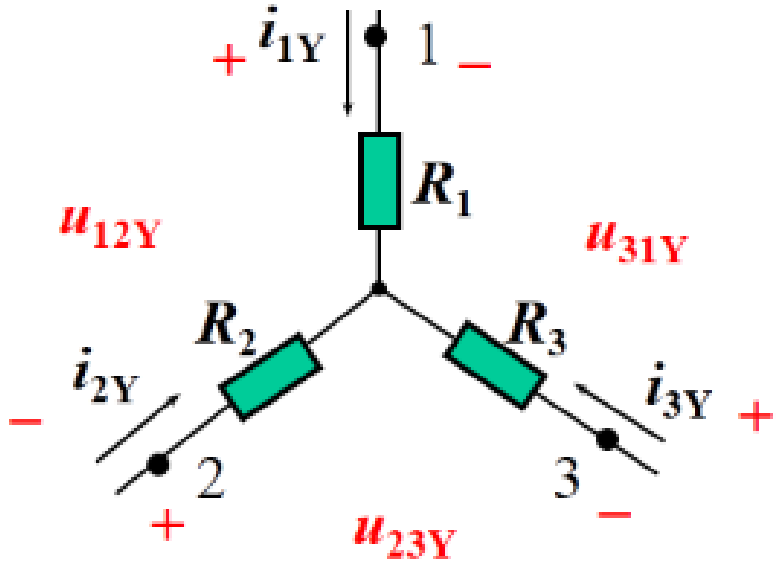
<u>三端无源网络</u>:引出三个端钮的网络，并且内部没有独立源。



三端无源网络的两个例子：Δ，Y网络：



Δ 型网络

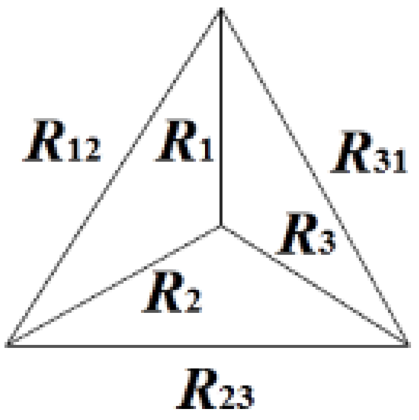


Y型网络

变换公式 P.110：（4.1.6），（4.1.8）

$$R_Y = \frac{\Delta\text{相邻电阻乘积}}{\sum R_\Delta}$$

Δ变Y



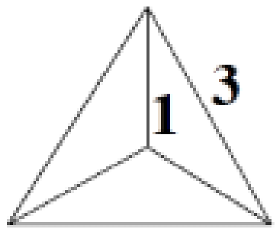
$$G_\Delta = \frac{\text{Y相邻电导乘积}}{\sum G_Y}$$

Y变Δ

注意：等效变换的原则！

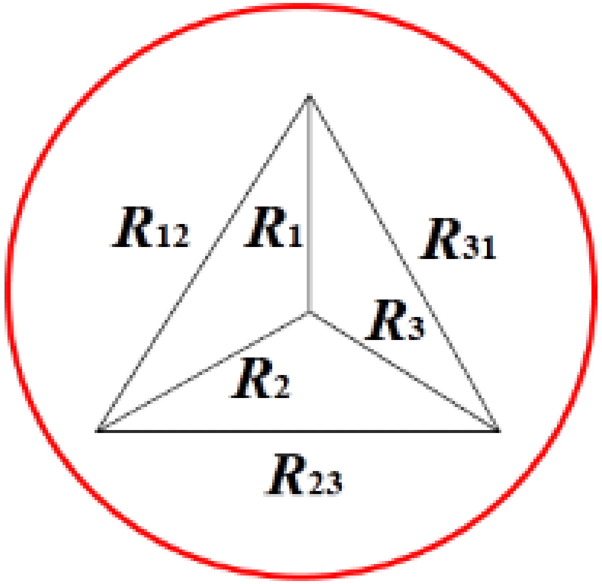
$$R_\Delta = \text{相关的两电阻之和} + \frac{\text{相关两电阻之积}}{\text{不相关的电阻}}$$

特例：若三个电阻相等(对称)，则有



$R_{\Delta} = 3R_{Y}$

(外大内小)



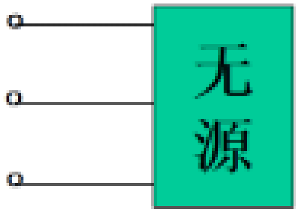
注意：

(1) 等效对外部(端钮以外)有效，对内不成立。

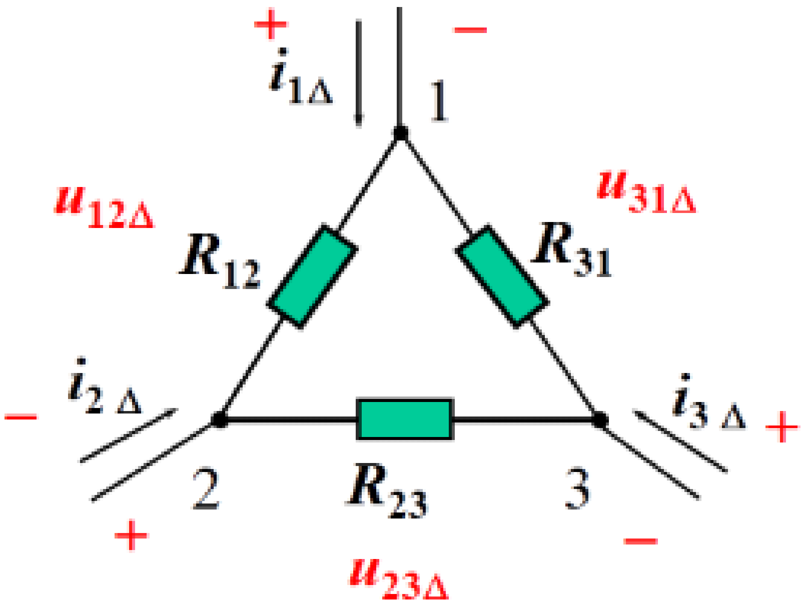
(2) 等效电路与外部电路无关。

1.5.2 星形联接与三角形联接电阻的等效变换 (Δ—Y 变换)

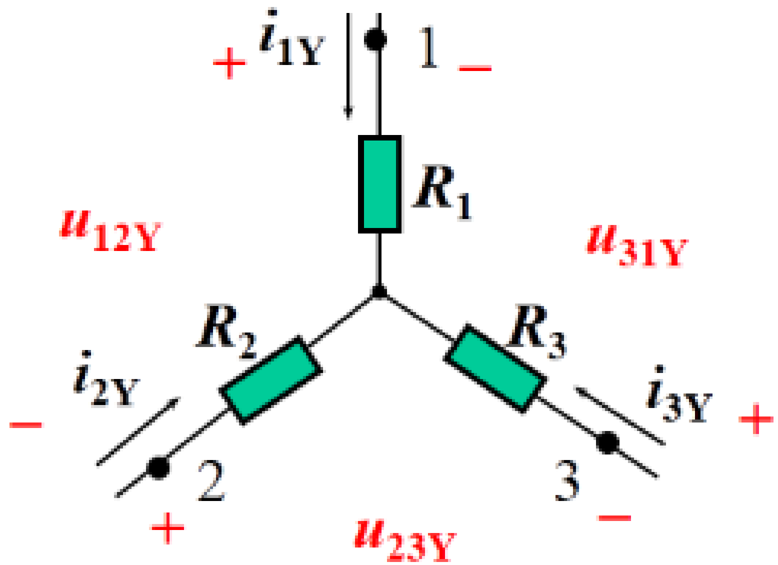
三端无源网络:引出三个端钮的网络，并且内部没有独立源。



三端无源网络的两个例子：Δ，Y网络：

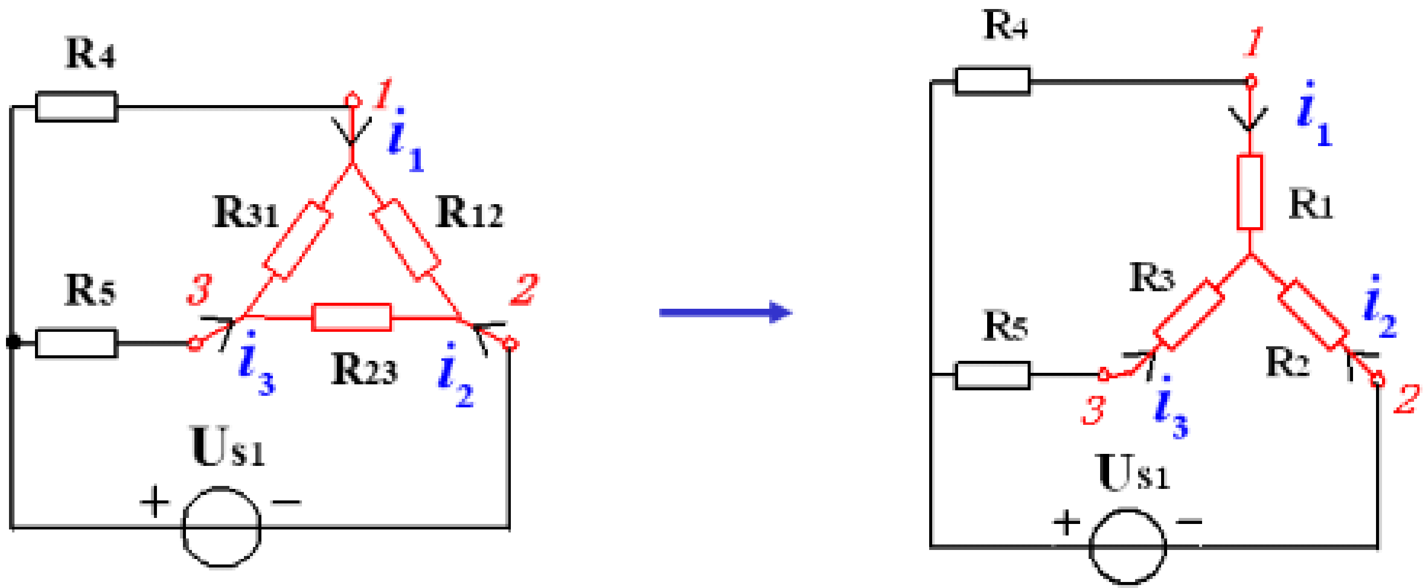


Δ 型网络



Y型网络

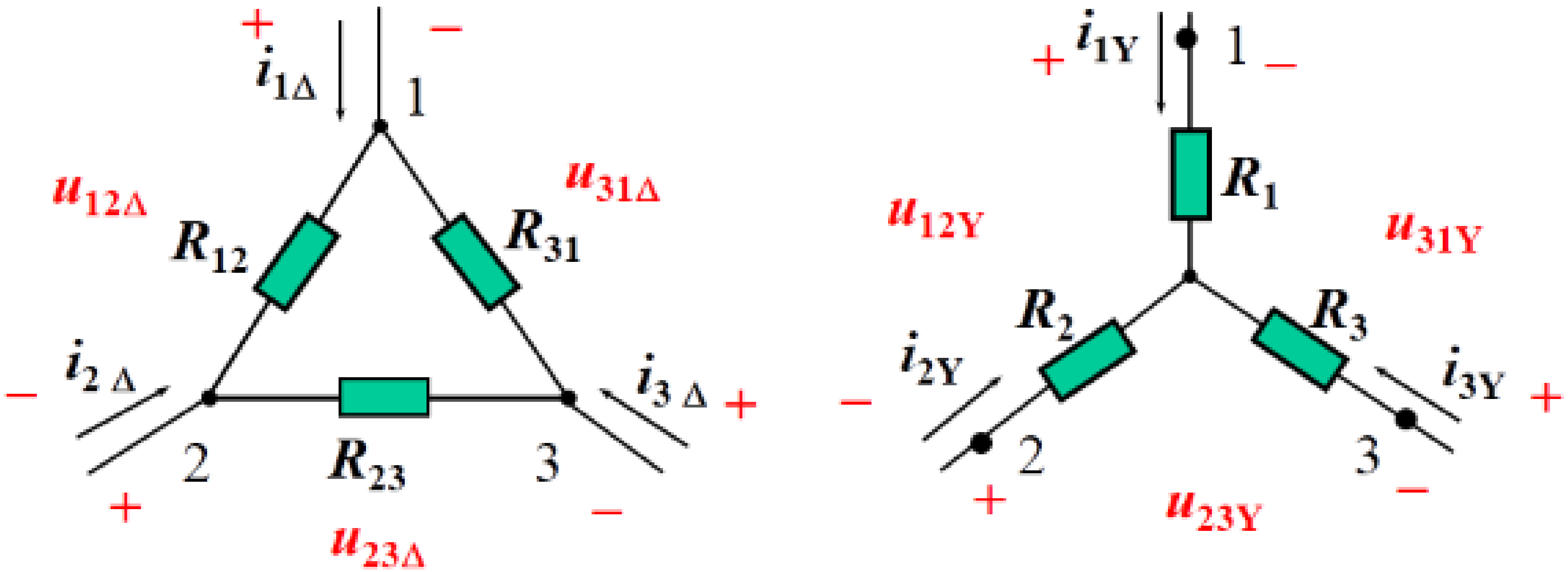
Y－Δ等效转换



如果左图中Δ连接的三个电阻R_{12}、R_{23}、R_{31}用右图Y连接的三个电阻R_1、R_2、R_3来替换，并使流入三个端部的电流和端部电压保持不变，对于外电路来说， Y或Δ电路等效，这种变换为Y－Δ等效转换。

为使得变换后外电路状况不变， Y和Δ连接的电阻数值要满足一定转换关系。

Δ—Y 变换的等效条件:



等效的条件: $i_{1\Delta}=i_{1Y}$, $i_{2\Delta}=i_{2Y}$, $i_{3\Delta}=i_{3Y}$,

且 $u_{12\Delta}=u_{12Y}$, $u_{23\Delta}=u_{23Y}$, $u_{31\Delta}=u_{31Y}$

证明：两个三端电路当其电阻满足一定的关系时，可相互等效

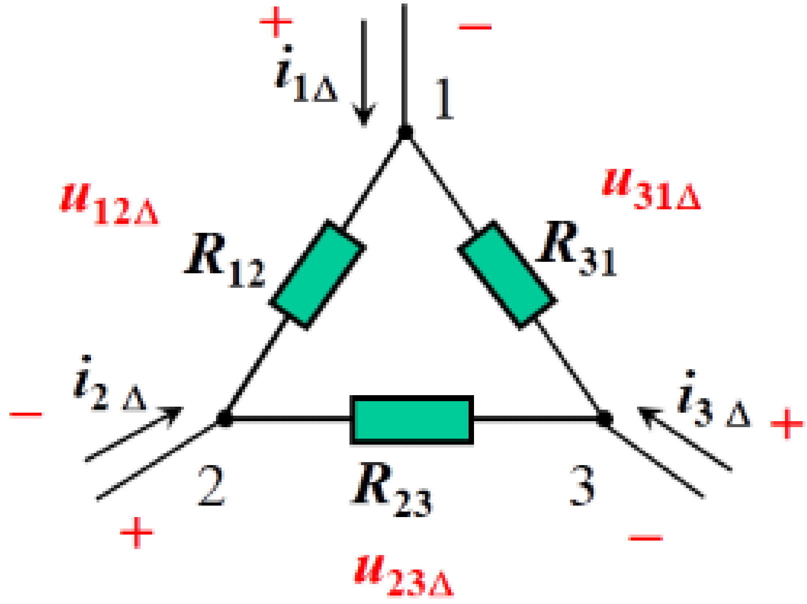
断开3端，1—2端电阻应相等

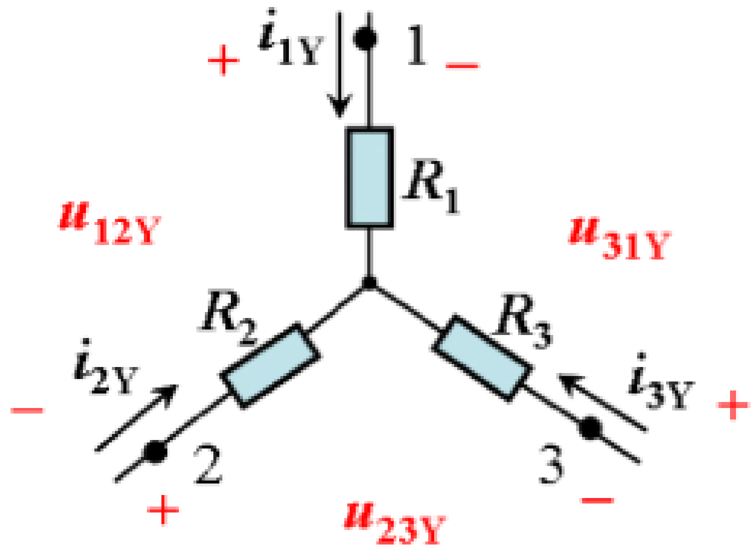
$$R_1+R_2=\frac{R_{12}(R_{23}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

同理，分别断开2和1端，有等式

$$R_2+R_3=\frac{R_{23}(R_{12}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_3+R_1=\frac{R_{31}(R_{23}+R_{12})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$





Y接→ Δ接的变换结果：

$$\begin{cases} R_{12}=R_1+R_2+\dfrac{R_1R_2}{R_3} \\ R_{23}=R_2+R_3+\dfrac{R_2R_3}{R_1} \\ R_{31}=R_3+R_1+\dfrac{R_3R_1}{R_2} \end{cases}$$

Δ接→ Y接的变换结果：

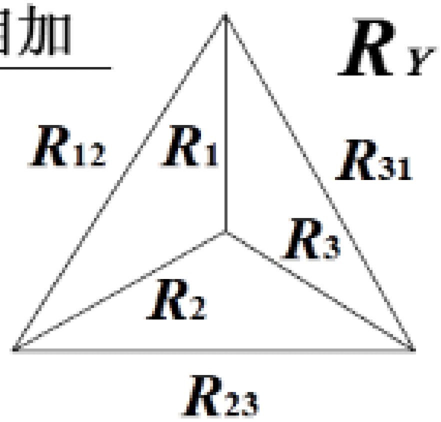
$$\left.\begin{aligned} R_1&=\frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2&=\frac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3&=\frac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{aligned}\right\}$$

$\boxed{\text{Y变Δ}}$

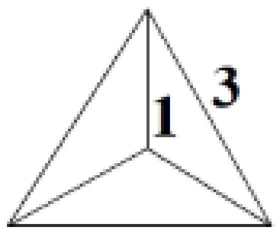
$$R_\Delta=\frac{\text{Y电阻两两乘积相加}}{\text{不相关电阻}}$$

$\boxed{\text{Δ变Y}}$

$$R_Y=\frac{\text{Δ相邻电阻乘积}}{\sum R_\Delta}$$

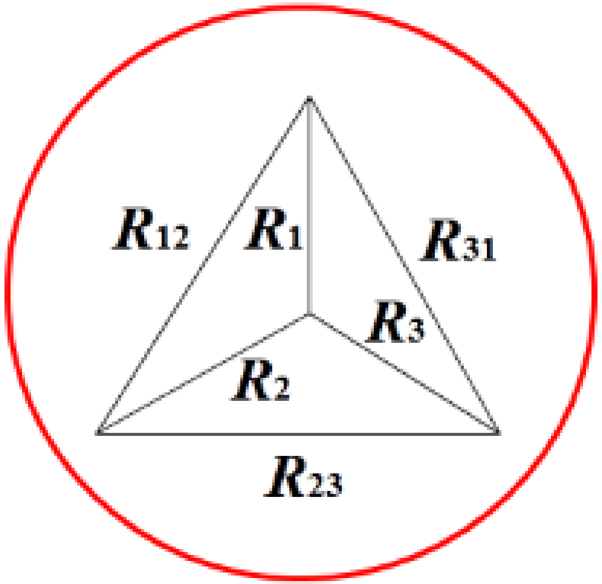


特例：若三个电阻相等(对称)，则有



$R_\Delta = 3R_Y$

（外大内小）



注意：

(1) 等效对外部(端钮以外)有效，对内不成立。

(2) 等效电路与外部电路无关。

Y变Δ

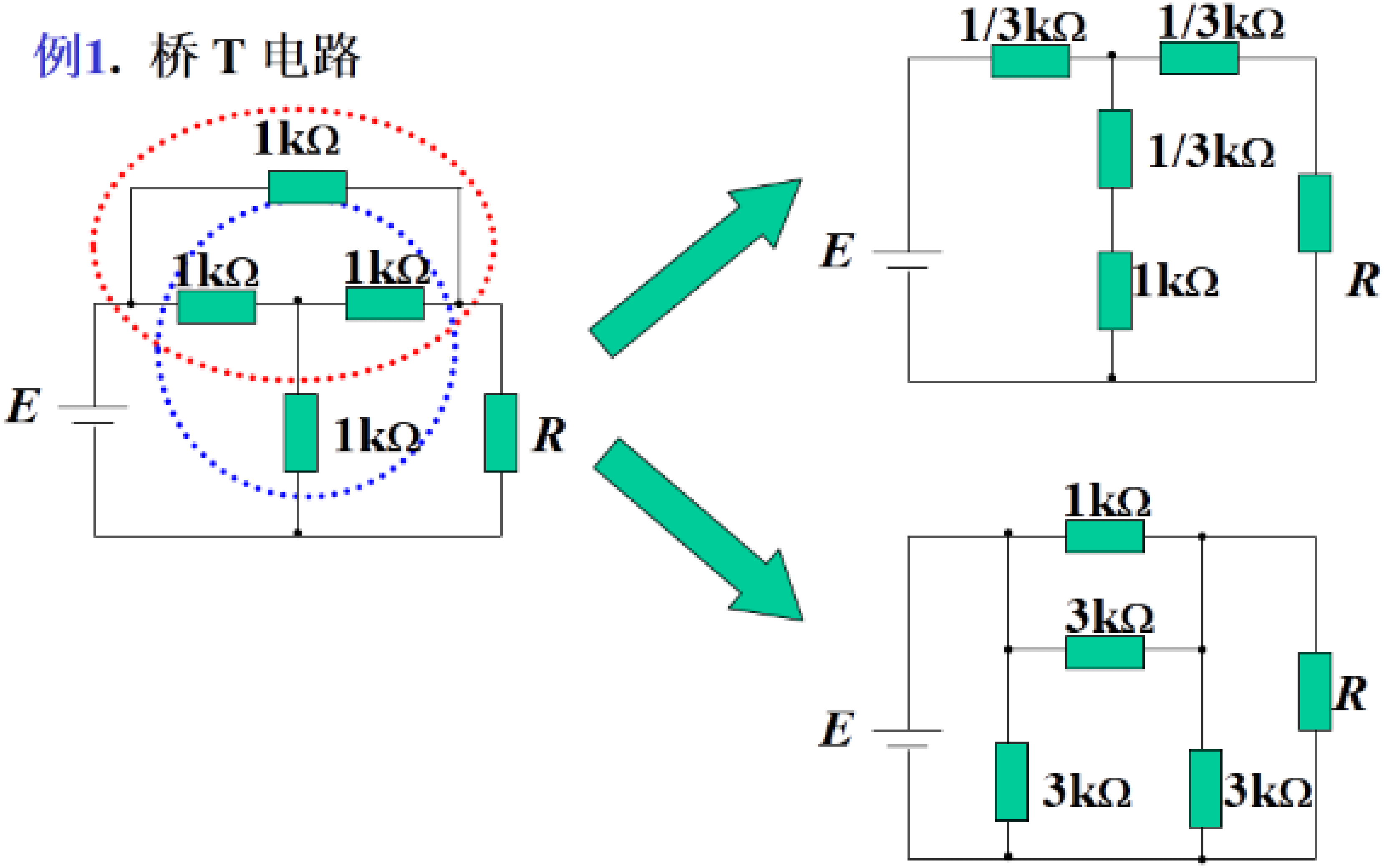
$$R_\Delta = \frac{Y\text{电阻两两乘积相加}}{\text{不相关电阻}}$$

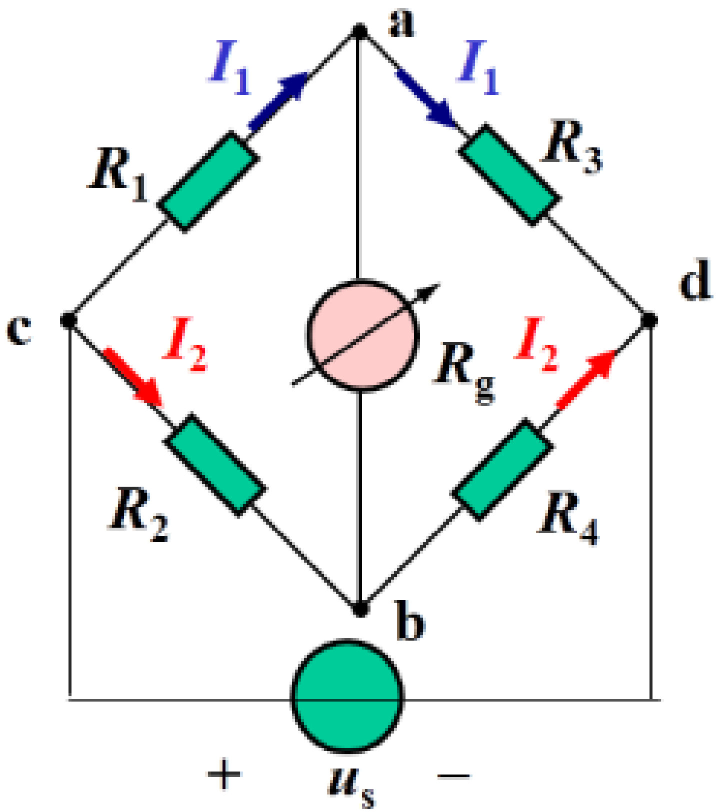
Δ变Y

$$R_Y = \frac{\Delta\text{相邻电阻乘积}}{\sum R_\Delta}$$

应用：简化电路

例1. 桥 T 电路





$U_{ab}=0$ $I_{ab}=0$ 同时满足，电桥平衡

$$\frac{u_{ca}}{R_1}=\frac{u_{ad}}{R_3} \qquad \frac{u_{cb}}{R_2}=\frac{u_{bd}}{R_4}$$

电桥平衡条件

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_3}{R_4} \Leftrightarrow R_1R_4=R_2R_3$$

如果Rg支路含源，上述条件是否还是平衡桥的条件？

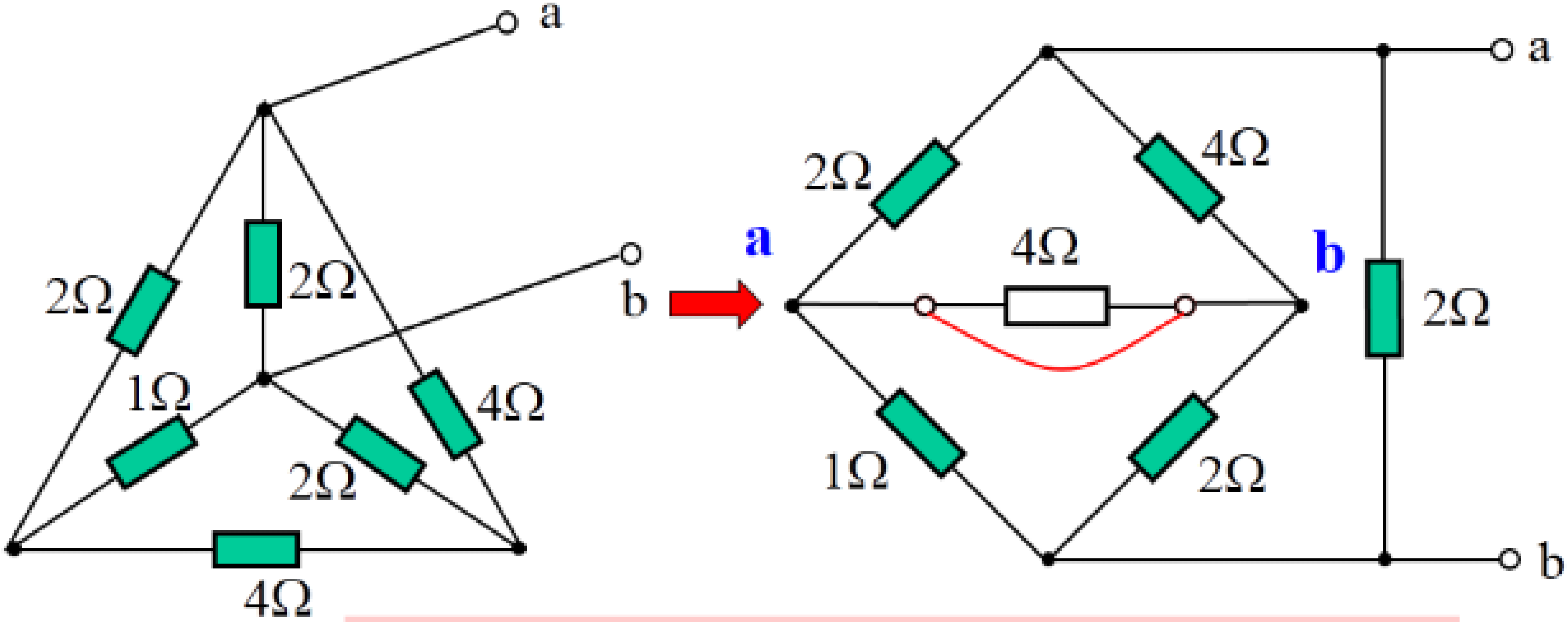
自然等位点：两点之间电位差为零

强迫等位点：由短路线构成

电阻支路的两端若是自然等位点，则它们之间可以可以短接，也可以断开。

例2：求 R_{ab} .

电桥平衡

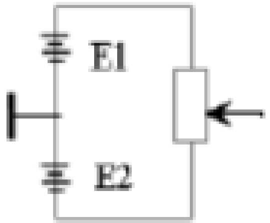


(a) 开路：$R_{ab}=2//(4+2)//(2+1)=1\Omega$

(b) 短路：$R_{ab}=2//(4//2+2//1)=1\Omega$

结论：电阻支路的两段若是自然等位点，则它们之间可以可以短接，也可以断开。

13、已知图13所示电路中，$E_1=150V$，$E_2=300V$，电位器电阻$R=150\Omega$，调节电位器可将R分成R_1和R_2两部分，问这两部分电阻多大时，电位器滑动端接地而不影响电路的工作状态？若将E_1或E_2反向，能调出上述结果吗？

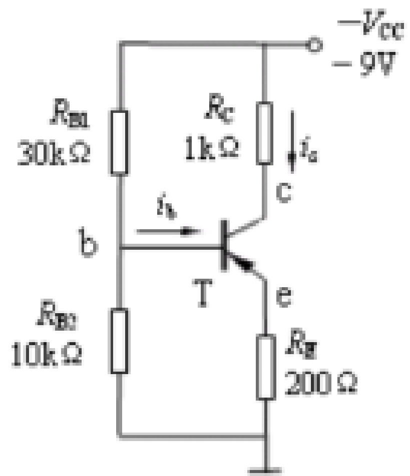


$$E_1-\frac{E_1+E_2}{R}R_1=0 \qquad R_1=\frac{E_1R}{E_1+E_2}=50\Omega$$

$$-E_2+\frac{E_1+E_2}{R}R_2=0 \qquad R_2=100\Omega$$

$V_{ce}=-7.4V$

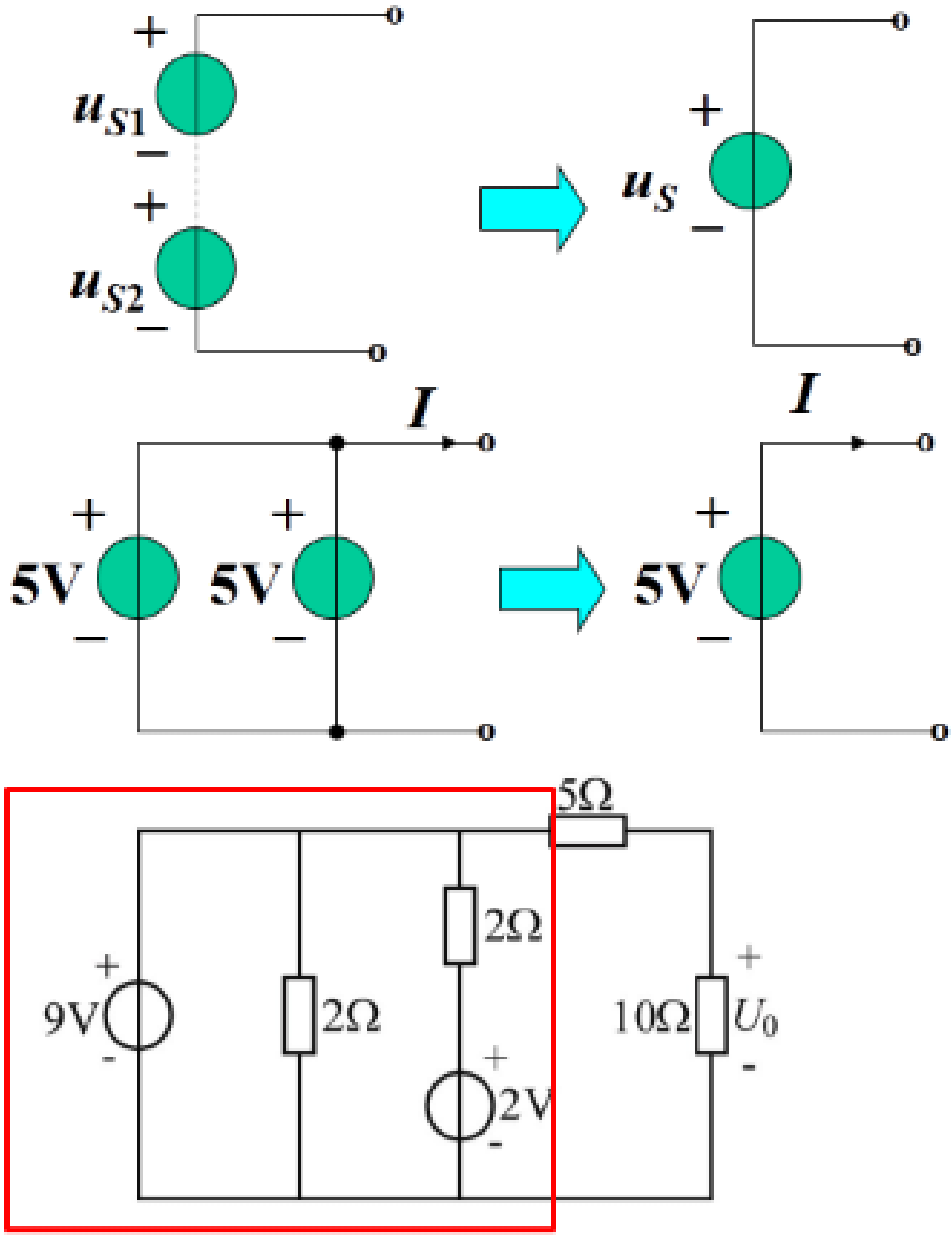
19、已知某放大器直流等效电路如图 19 所示，b 点相对于地的电压为 $V_b=-2.2V$，$V_{ce}=-7.32V$，$i_c=200i_b$，求（1）i_c；（2）V_e；（3）电源的功率



解1 $$i_b=\frac{0-(-2.2)}{10k}+\frac{-9-(-2.2)}{30k}=\frac{-0.2}{30k}=-6.67uA$$

$$-9=200i_b\times1k-7.4+(1+200)i_b\times0.2k$$

$$i_b=\frac{-9+7.4}{200\times1k+(1+200)0.2k}=\frac{-1.6}{240.2k}=-6.66uA$$



电压源串联:

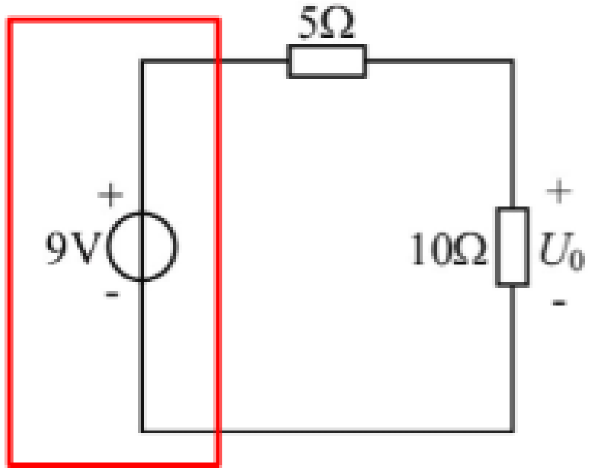
$u_S = \sum u_{Sk}$ (注意参考方向)

$$u_s = u_{s1} + u_{s2}$$

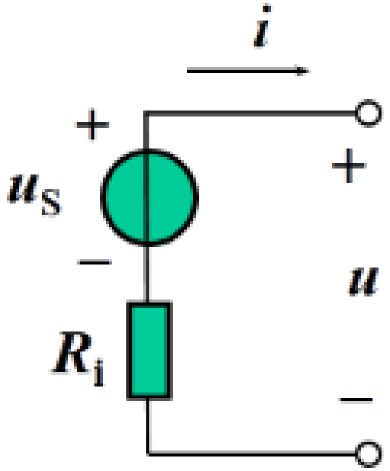
理想电压源间并联:

电压相同的电压源才能并联，且每个电源的电流不确定。

理想电压源与其它并联:

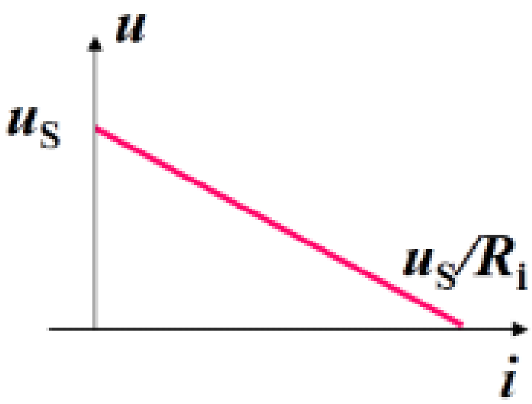


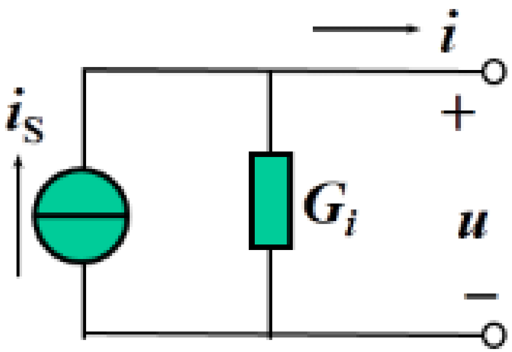
4.1.4 实际电压源与电流源之间的等效变换



$u = u_S - R_i\, i$

$i = u_S/R_i - u/R_i$





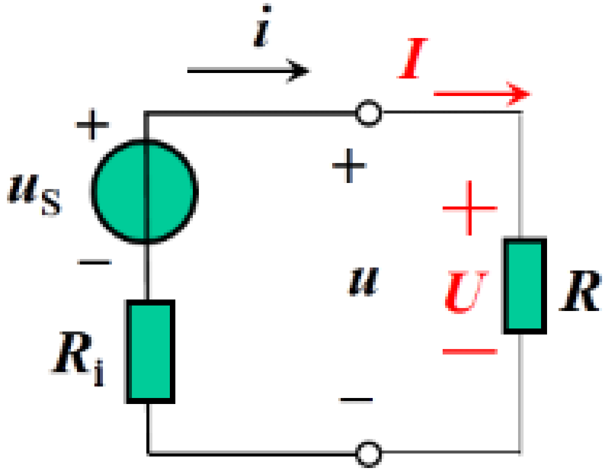
$i = i_S - G_i u$

两种电源结构相互等效的条件：

$$i_s = \frac{u_s}{R_i}, \quad G_i = \frac{1}{R_i}$$

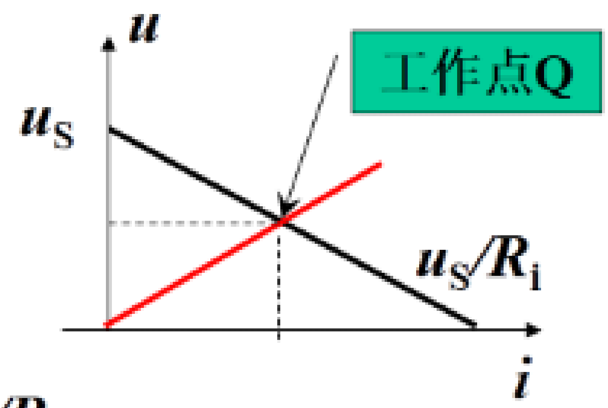
伏安特性等效，与外加负载无关！

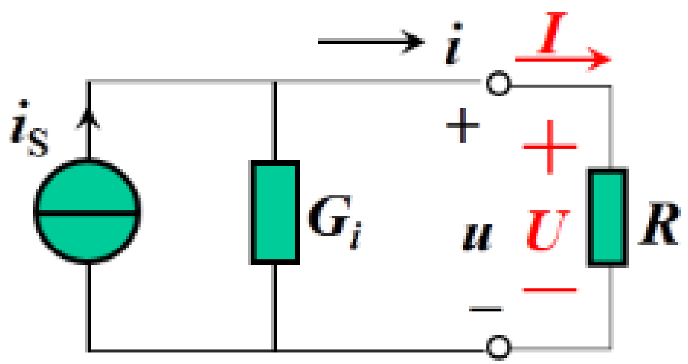
4.1.4 实际电压源与电流源之间的等效变换



$u = u_S - R_i\, i$

$i = u_S/R_i - u/R_i$



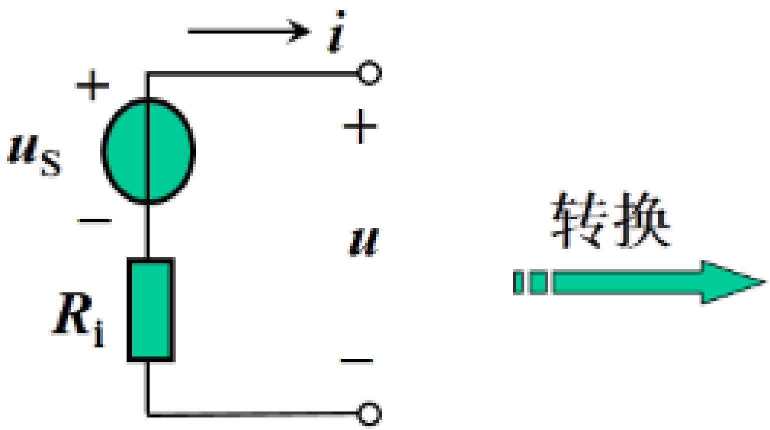


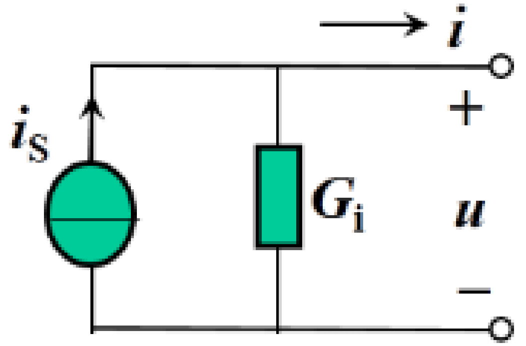
$i = i_S - G_i\, u$

通过比较，得等效的条件：

$$i_s = \frac{u_s}{R_i}, \quad G_i = \frac{1}{R_i}$$

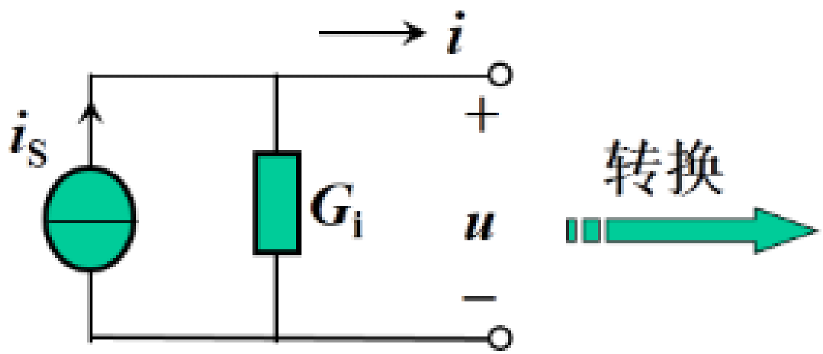
由电压源变换为电流源：

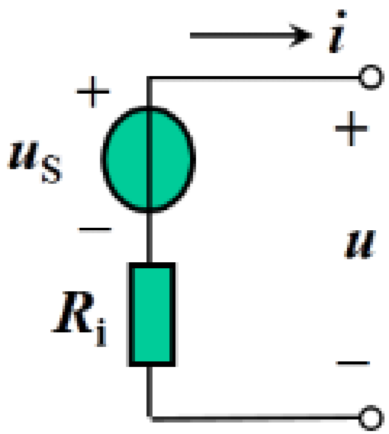




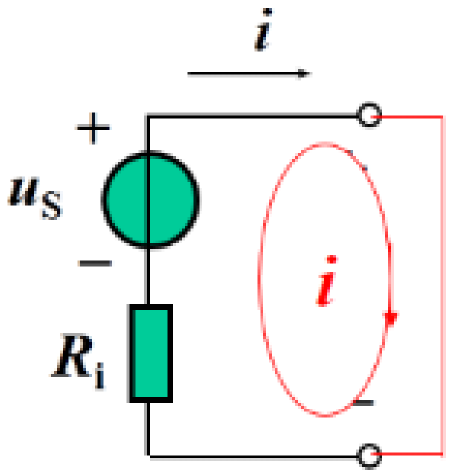
$$i_s = \frac{u_s}{R_i}, \quad G_i = \frac{1}{R_i}$$

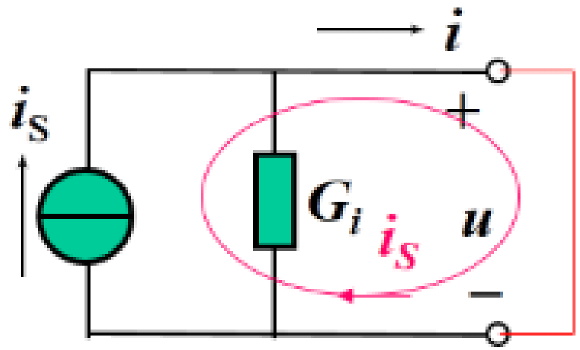
由电流源变换为电压源：





$$u_s = \frac{i_s}{G_i}, \quad R_i = \frac{1}{G_i}$$





注意：

(1) 变换关系 { 数值关系：
方向：电流源电流方向与电压源电压方向相反。

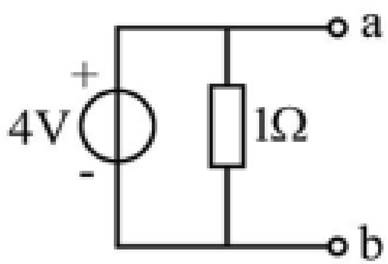
(2) 所谓的等效是对外部电路等效，对内部电路是不等效的。

- 开路的电压源中无电流流过 R_i；
  开路的电流源可以有电流流过并联电导G_i 。
- 电压源短路时，电阻中R_i有电流；
  电流源短路时，并联电导G_i中无电流。

(3) 上述结论可推广至受控源。
(4) 理想电压源与理想电流源不能相互转换。

单选题

右图电路可以等效为什么元件？



A 1Ω电阻

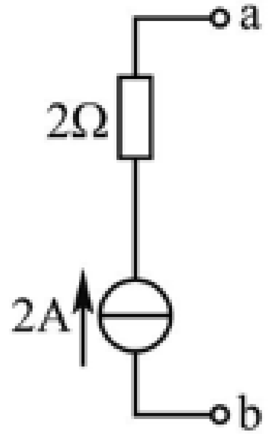
B 4V电压源

C 4A电流源与1Ω电阻串联

D 不知道

单选题

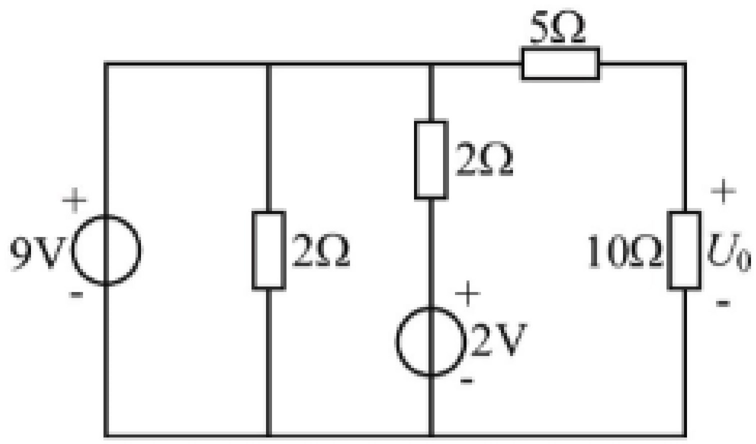
右图电路可以等效为什么元件？



- A 2Ω电阻
- B 2A理想电流源，方向同图示
- C 4V电压源（上+下-）与2Ω电阻串联
- D 4V电压源（上-下+）与2Ω电阻串联

单选题

如图示电路，求电压U_0。



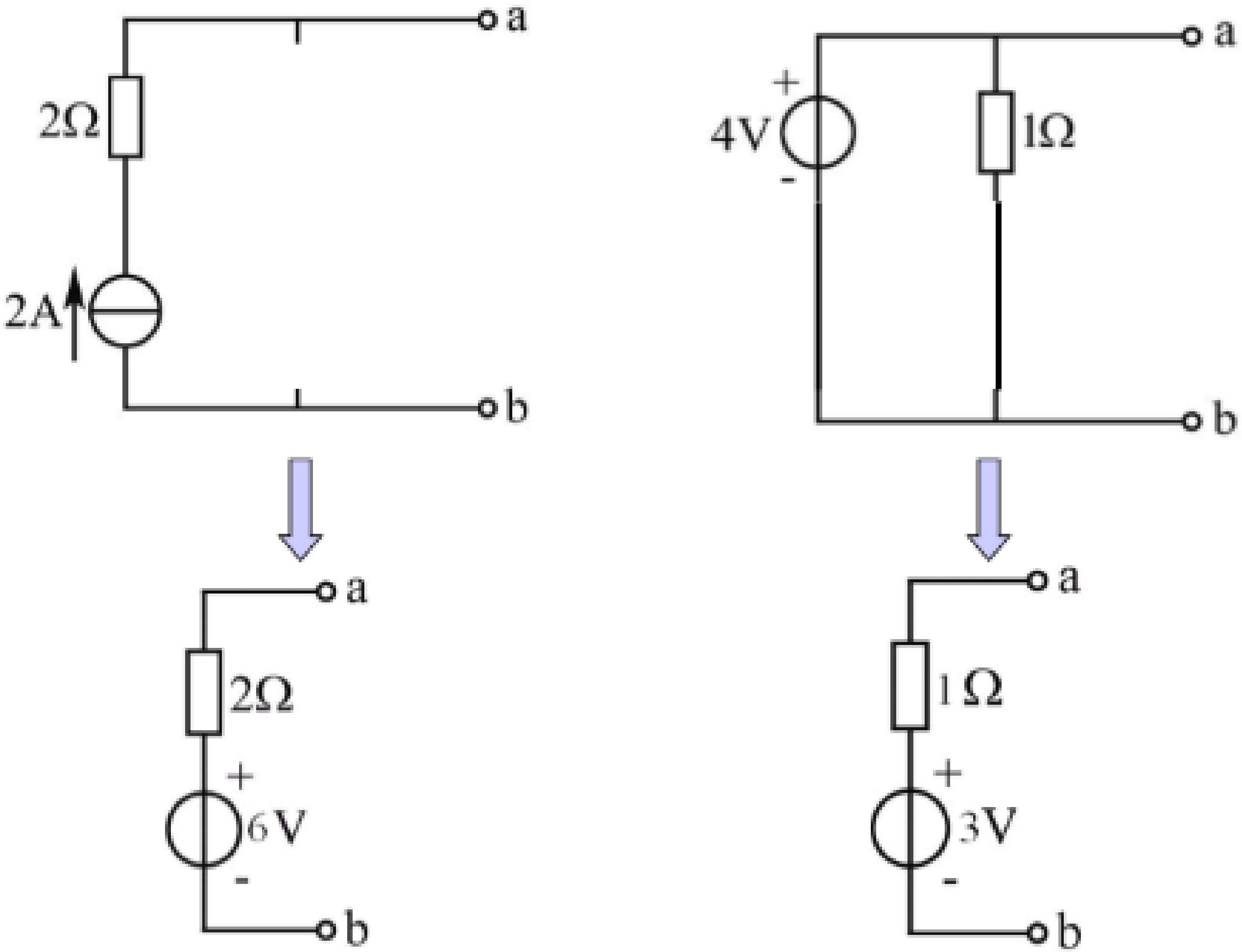
A 此处添加选项内容

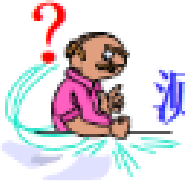
B 9V

C 6V

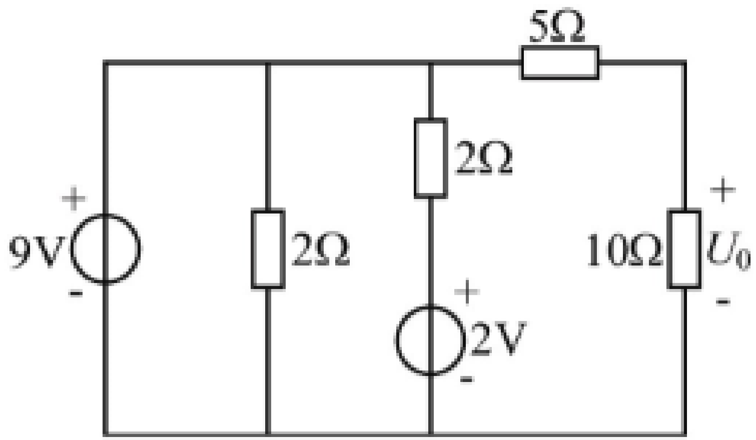
D 此处添加选项内容

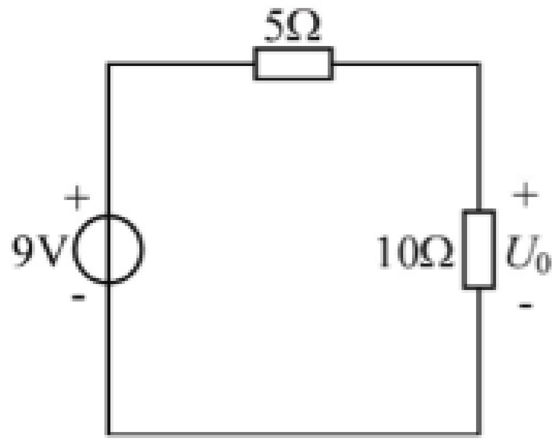
例1. 将a、b间电路简化



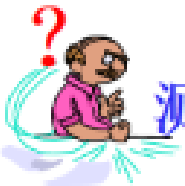


测试题1： 如图示电路，求电压U_0。

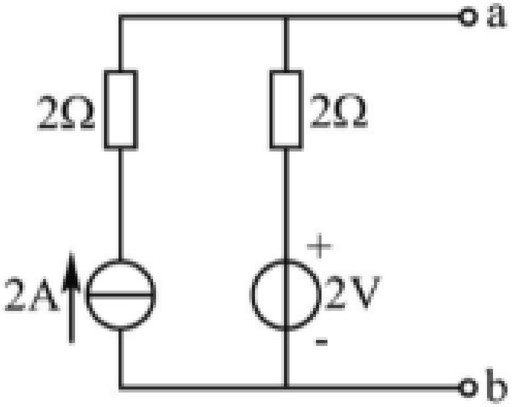




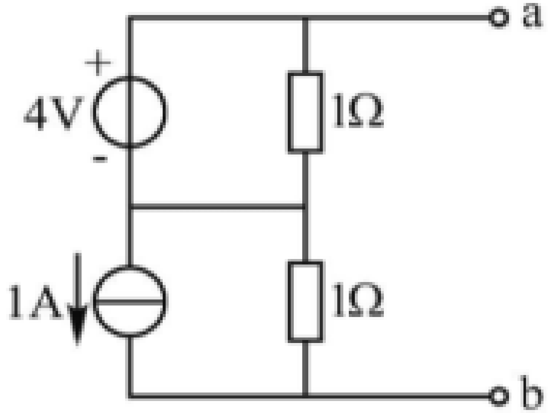
$$U_0 = \frac{9}{5+10}10 = 6V$$



测试题2： 将*a*、*b*间电路简化为等效电压源



图题2-1



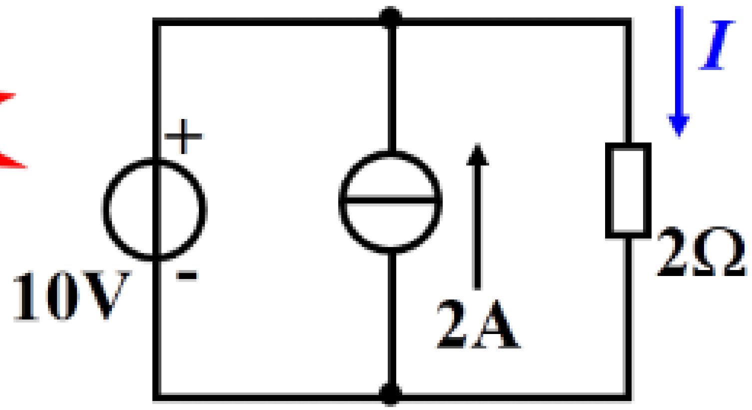
图题2-2

答案

图题2-1：6V＋2Ω

图题2-2：3V＋1Ω

讨论题



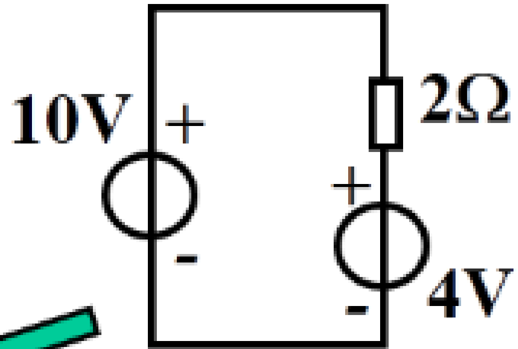
$$\boxed{I=?}$$

哪个答案对

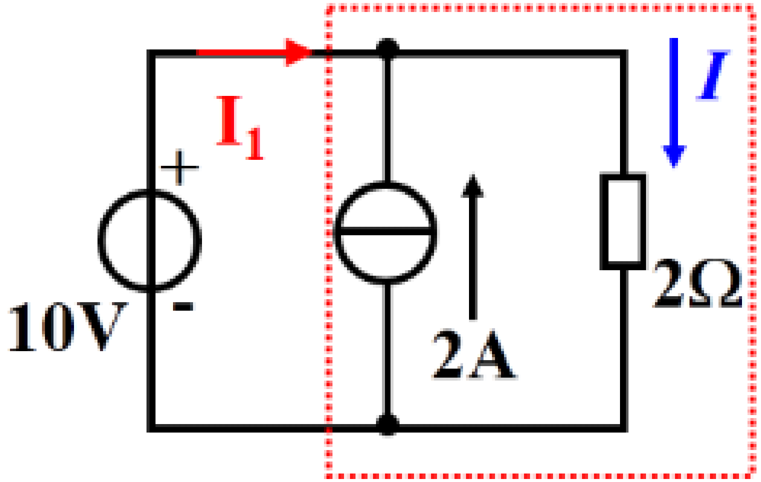
$$I=\frac{10}{2}=5\ \text{A} \quad \surd$$

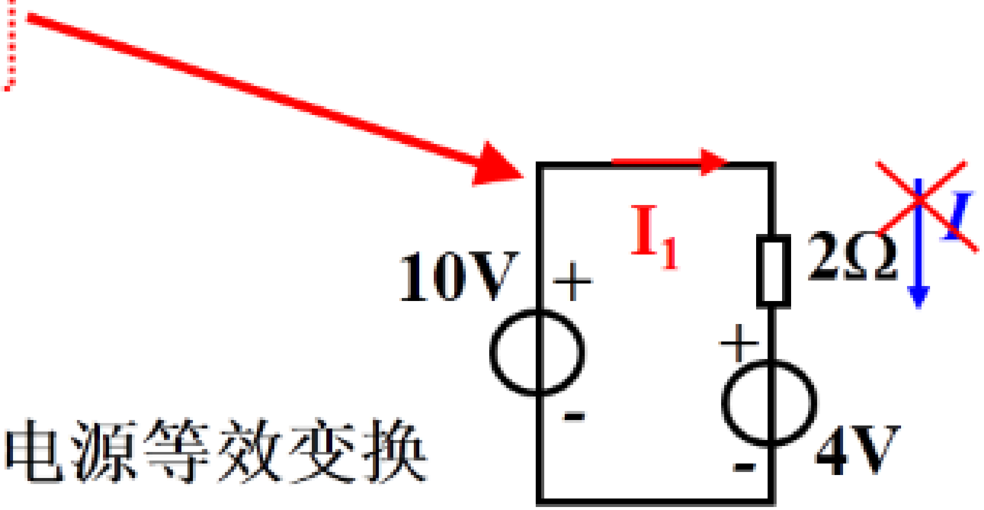
$$I=\frac{10}{2}+2=7\ \text{A} \quad \times$$

$$I=\frac{10-4}{2}=3\ \text{A} \quad \times$$



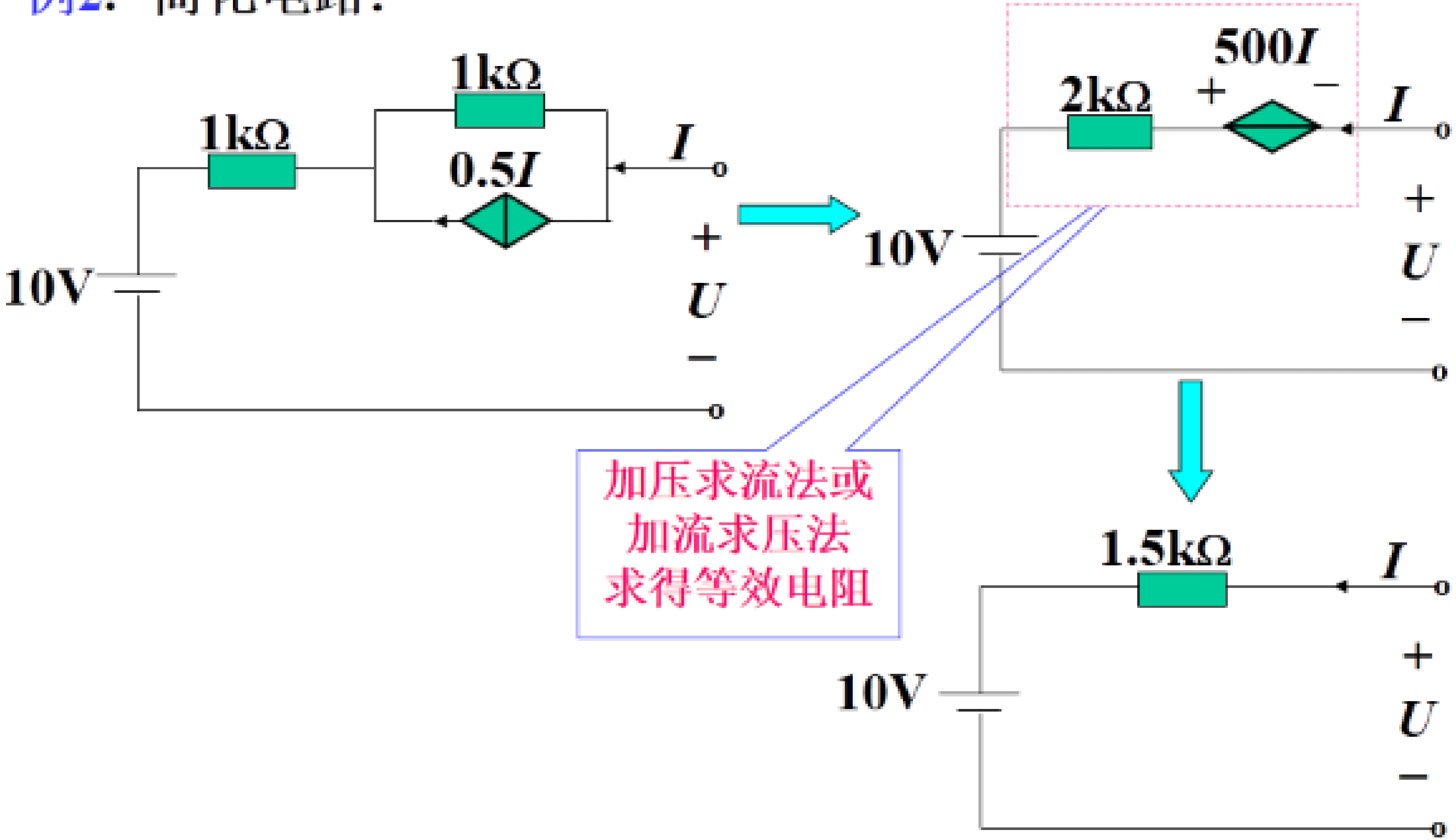
此例中，求I





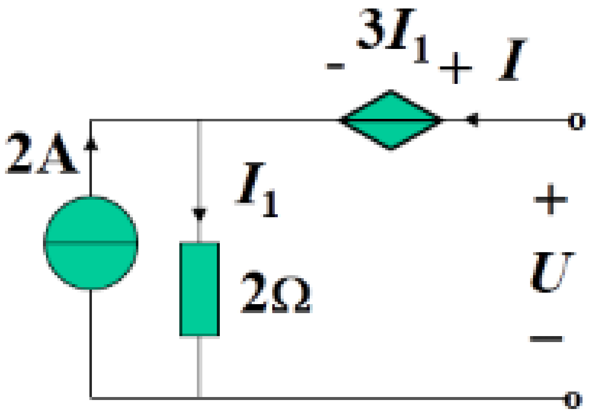
求 I 时能否进行图示电源等效变换

例2. 简化电路：

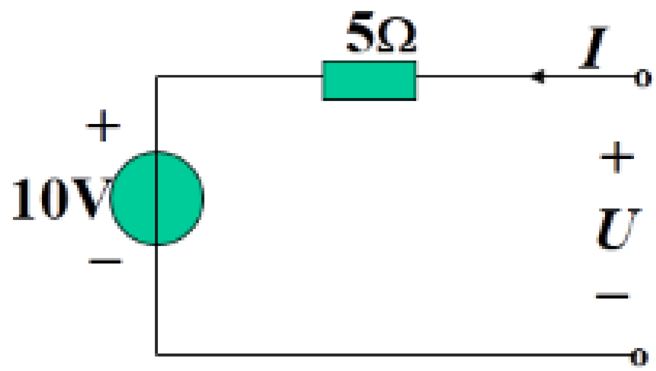


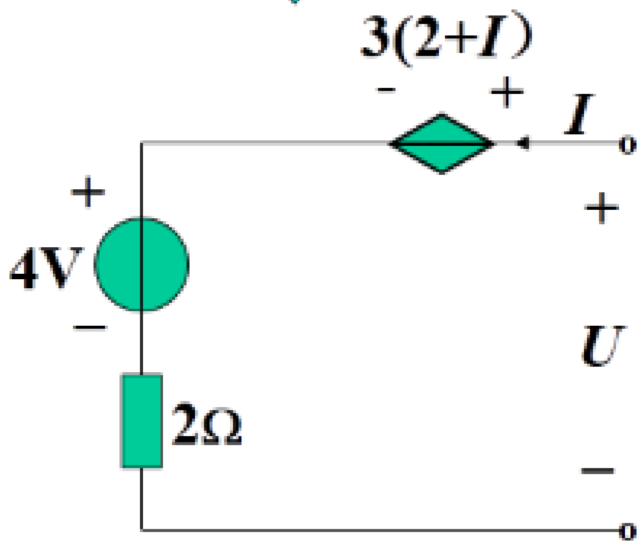
注：受控源和独立源一样可以进行电源转换。

例3.



$$U=3I_1+2I_1=5I_1=5(2+I)=10+5I$$





$$U=3(2+I)+4+2I=10+5I$$

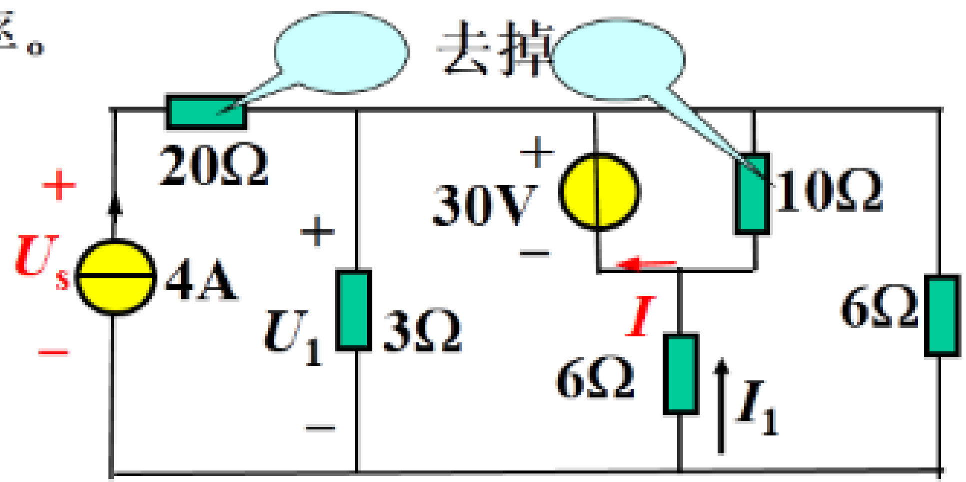
例4. 求电压源和电流源的功率。

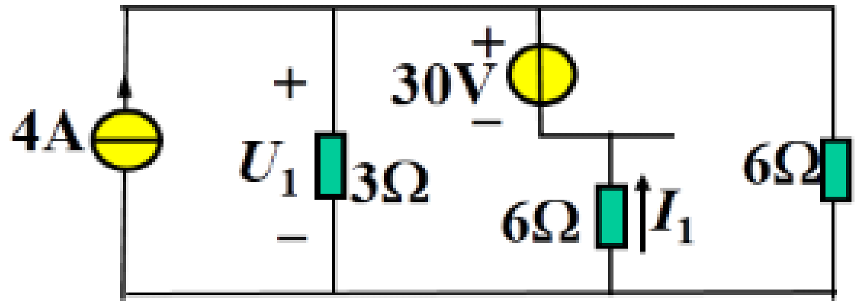
4A: $P_{发}=4\times U_s$

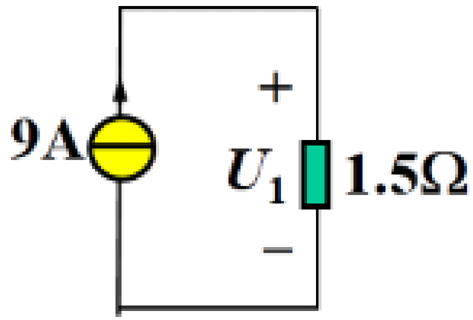
30V: $P_{发}=30\times I$

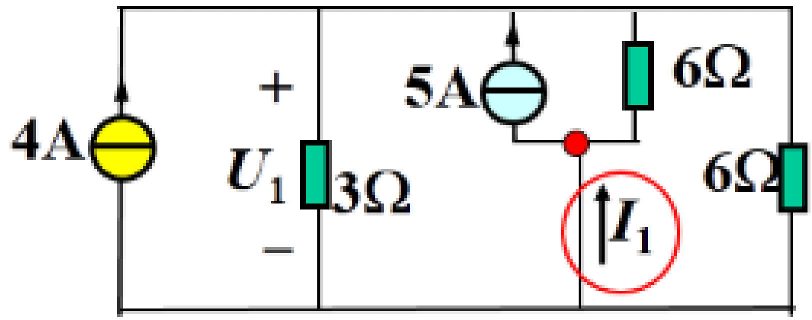
$$U_s= U_1+20\times 4\text{V}$$

$$I= I_1+30/10\text{A}$$









电源等效变换

例4. 求电压源和电流源的功率。

$U_1=9\times(3//6//6)=13.5\text{V}$

$$I_1=\frac{U_1}{3}+\frac{U_1}{6}-4=2.75A$$

或 $I_1=(-U_1+30)/6=2.75\text{A}$

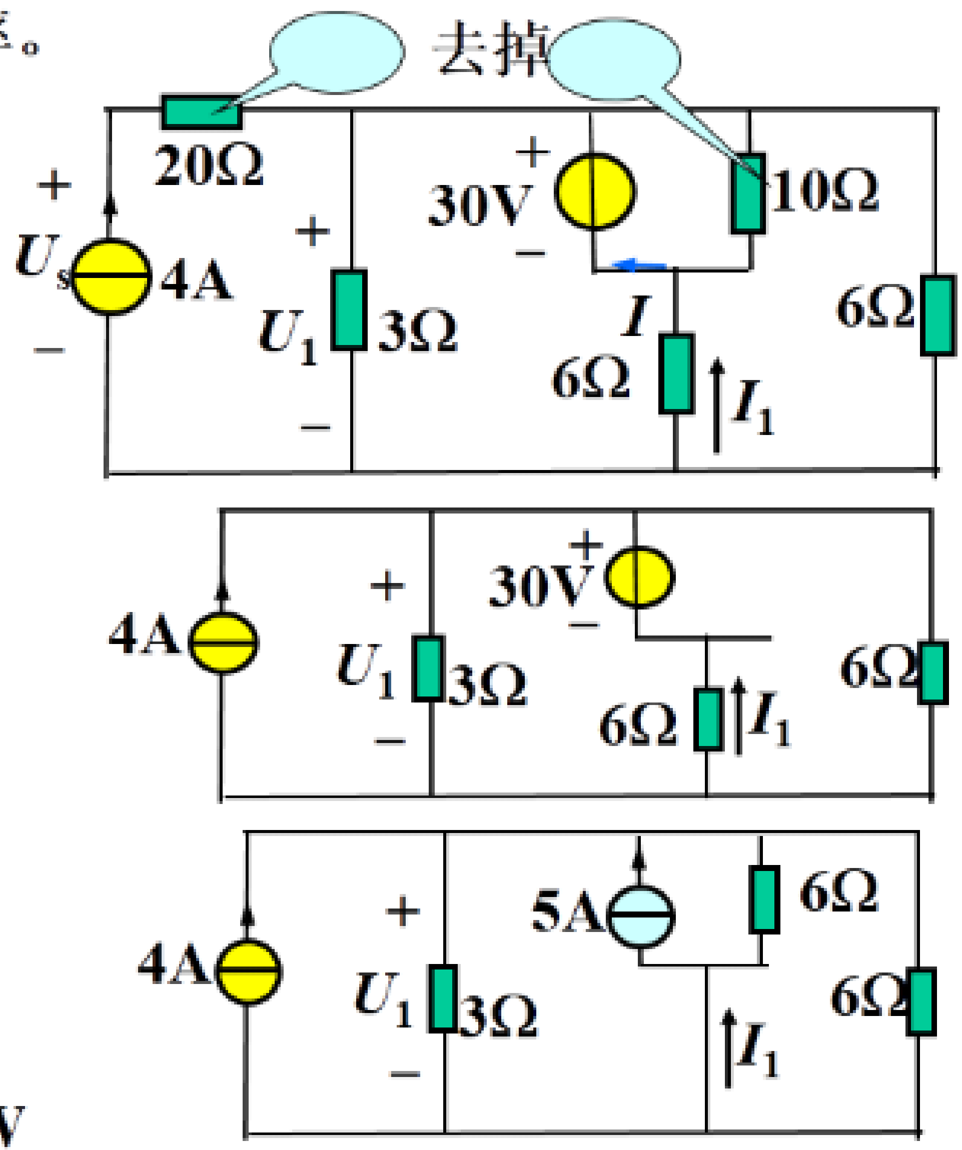
回到原电路求出电流源的端电压U_s和流过电压源的电流I

$U_s= U_1+20\times4=93.5\text{V}$

$I= I_1+30/10=5.75\text{A}$

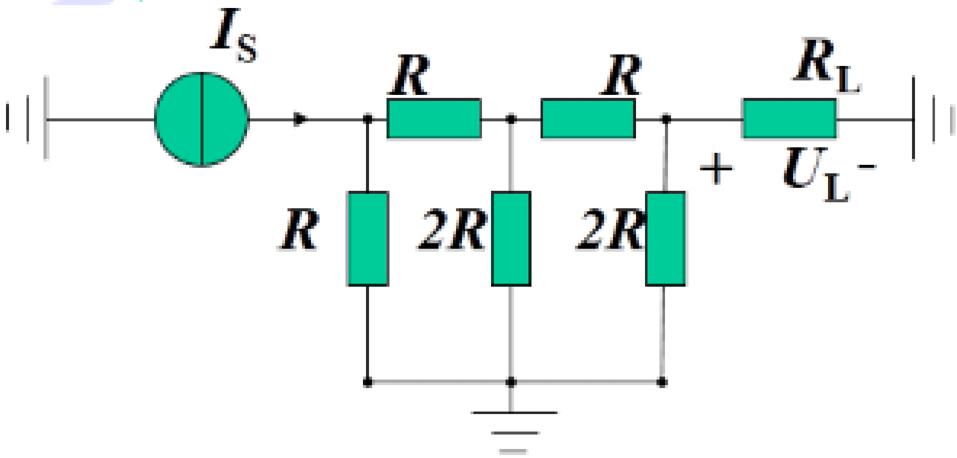
4A: $P_{发}=4\times U_s=374\text{W}$

30V: $P_{发}=30\times I=172.5\text{W}$

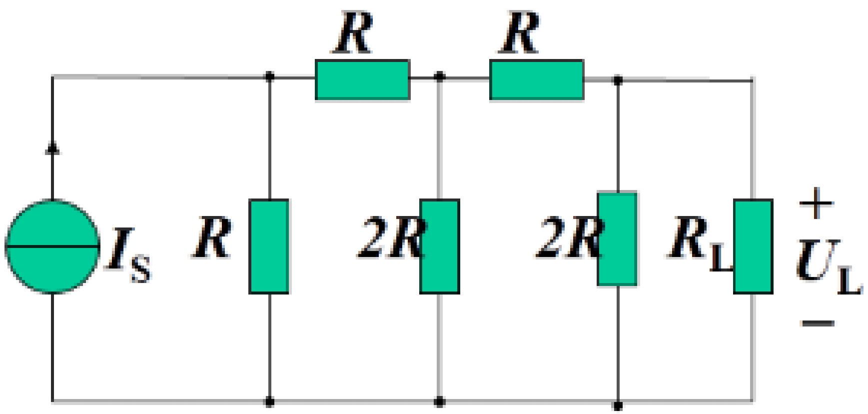


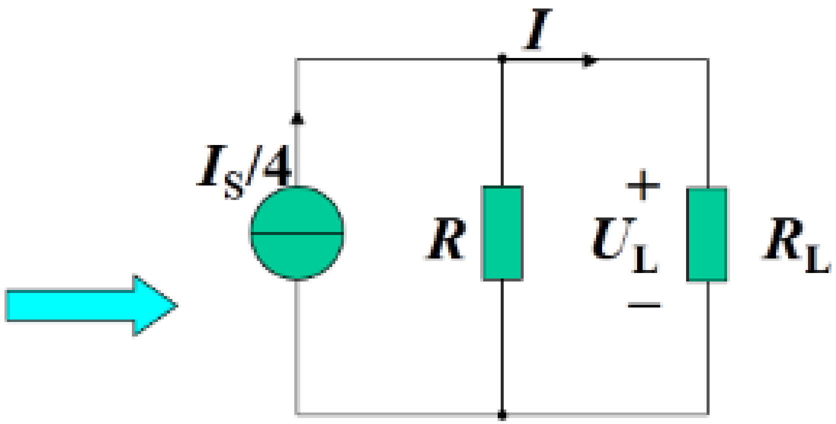
电源等效变换

测试题：求U_L

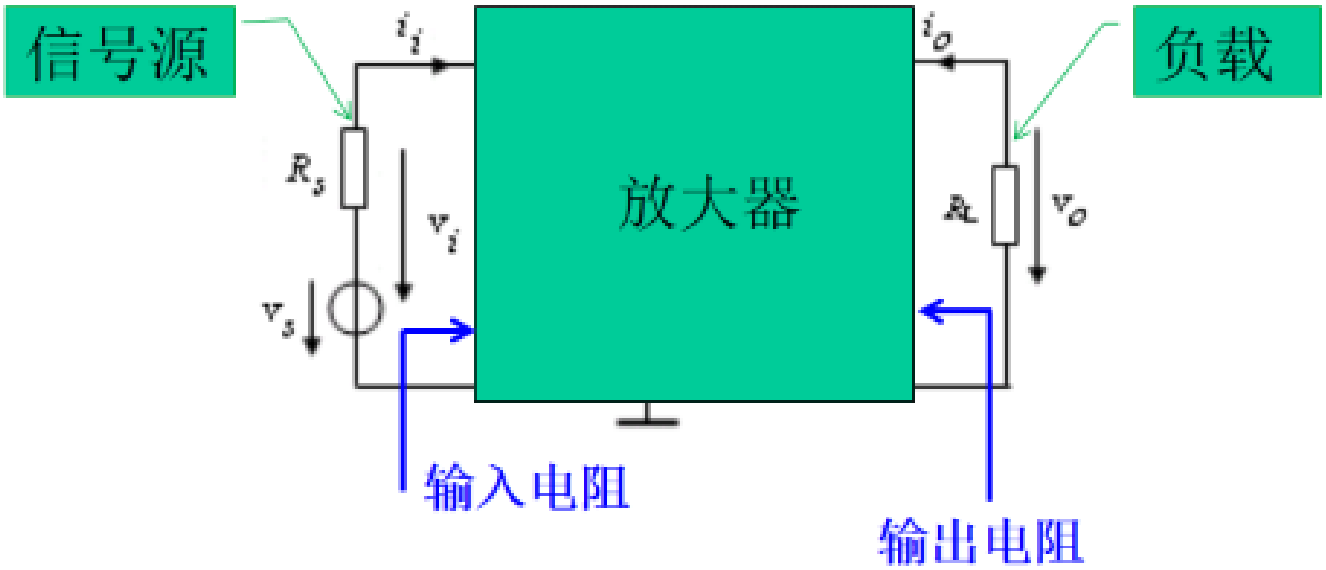


即

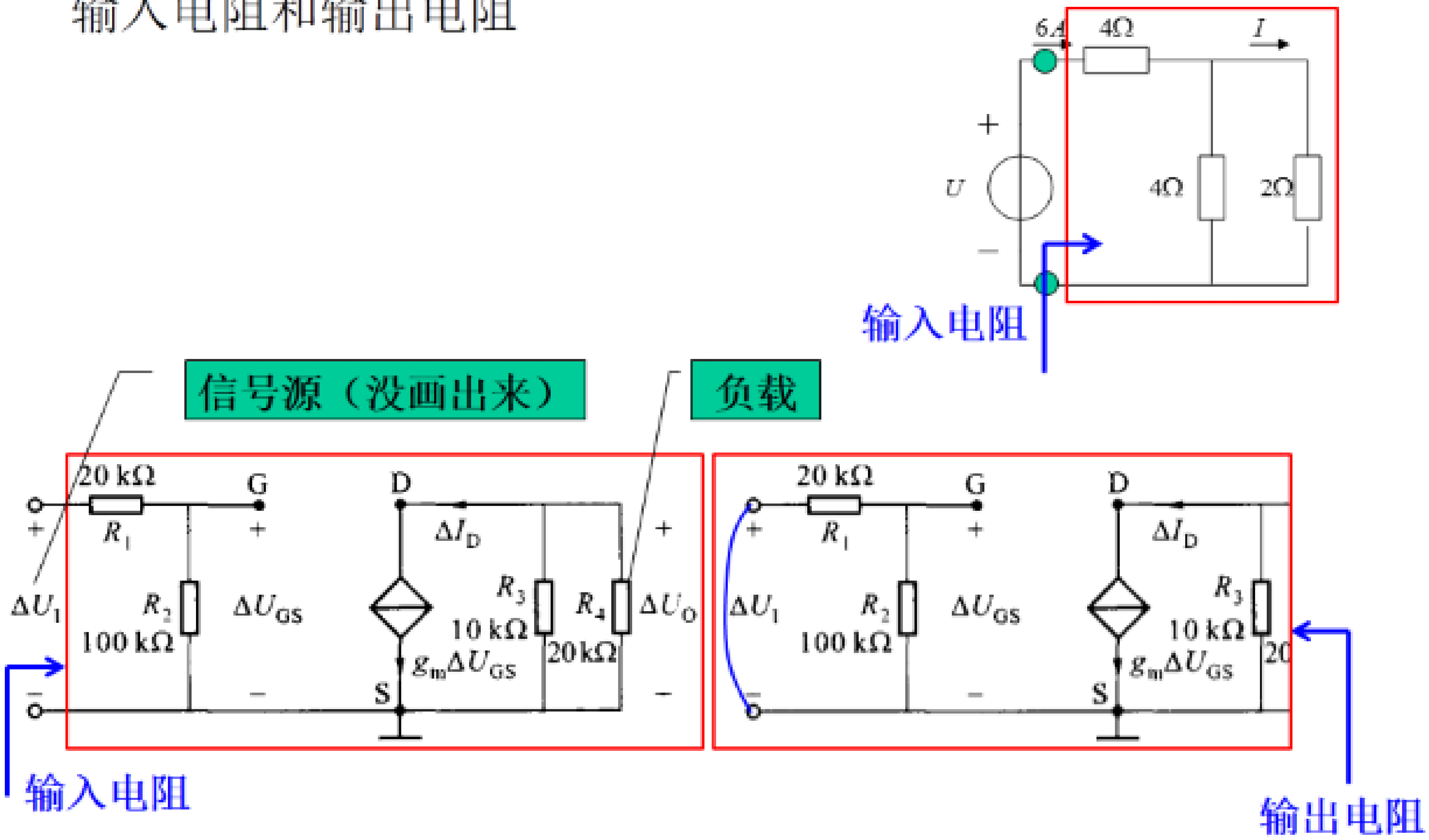




$$U_L = \frac{I_S}{4}\frac{RR_L}{R+R_L}$$

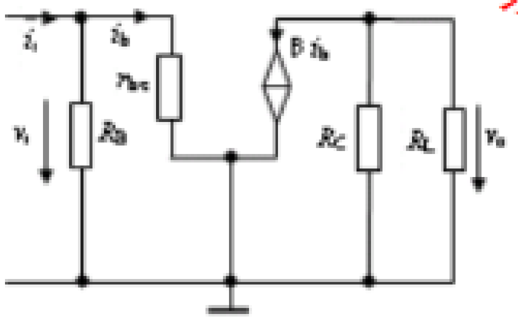

信号源
负载
放大器
i_i
i_o
R_s
v_i
v_s
R_L
v_o
输入电阻
输出电阻

输入电阻和输出电阻



6A
4Ω
I
+
U
−
4Ω
2Ω
输入电阻
信号源（没画出来）
负载
20 kΩ
G
D
R_1
ΔI_D
ΔU_I
R_2
100 kΩ
ΔU_{GS}
R_3
10 kΩ
R_4
20 kΩ
ΔU_O
$g_m \Delta U_{GS}$
S
输入电阻
输出电阻

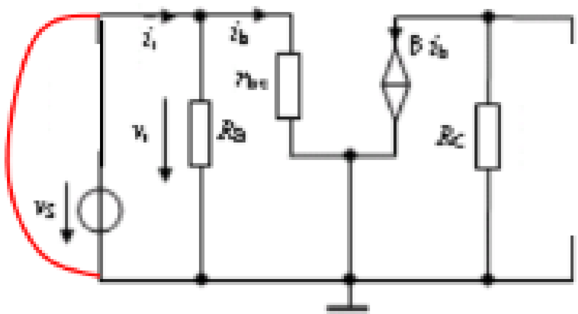
求输入电阻



4-11(b)

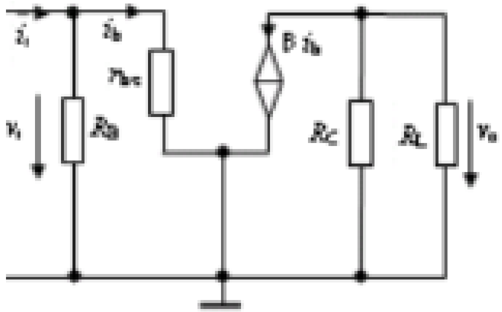
$$R_i = R_B \,//\, r_{be}$$

求输出电阻

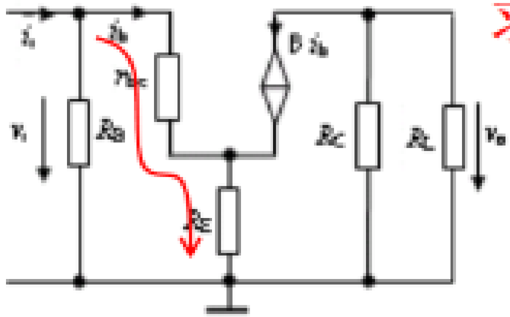


$$R_o = R_C$$

求输入电阻



4-11(b)



4-11(c)

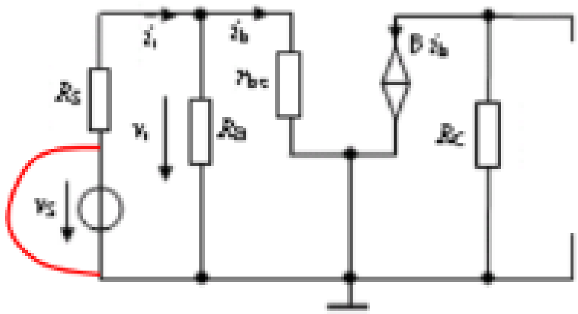
$$v_i = r_{be} i_b + R_E (1+\beta) i_b$$

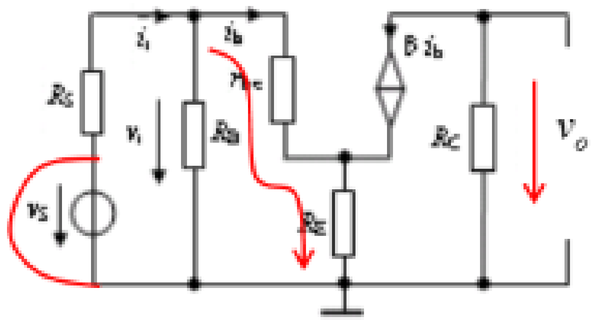
$$\frac{v_i}{i_b} = r_{be} + R_E (1+\beta)$$

$$R_i = R_B // r_{be}$$

$$R_i = R_B // \left(r_{be} + R_E (1+\beta) \right)$$

求输出电阻





$$R_o = R_C$$

$$R_o = \frac{v_o}{\dfrac{v_o}{R_c} + \beta i_b}$$

$i_b = 0$

$$(r_{be} + R_B // R_s) i_b + R_E (1+\beta) i_b = 0$$

作业

2、4、6为交叉线

- 等效变换

  4.2，4，5，8，11*

- 支路法

  4.12，13

- 回路法

  4.15，16，18

- 节点法

  4.19，21，22，23

  4.24，25

只列写方程，三阶以上不求解

- 定理

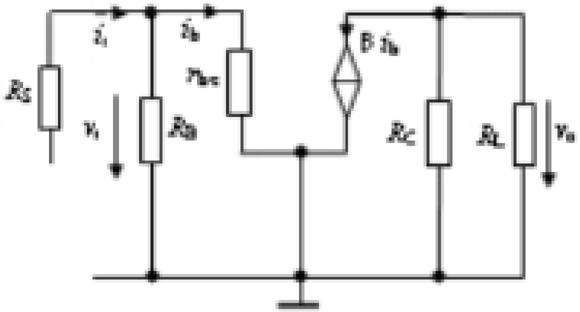
  4.27，30，31，32*

  4.35，36，37，38，39

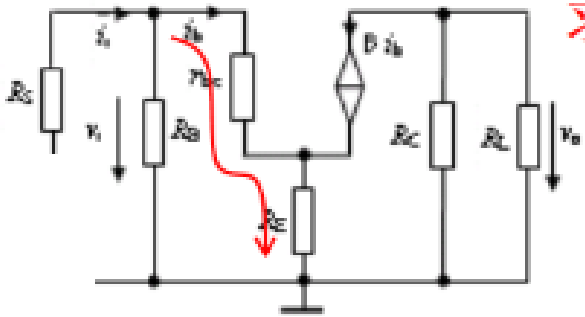
  ~~4.41，42，43，44，47~~

特勒根（普通班略）

求输入电阻



4-11(b)



4-11(c)

$$v_i = R_B(i_i - i_b) = R_B\left(i_i - \frac{v_i}{r_{be}}\right)$$

$$\frac{v_i}{i_i} = \frac{R_B}{1+\dfrac{R_B}{r_{be}}} = \frac{1}{\dfrac{1}{R_B}+\dfrac{1}{r_{be}}}$$

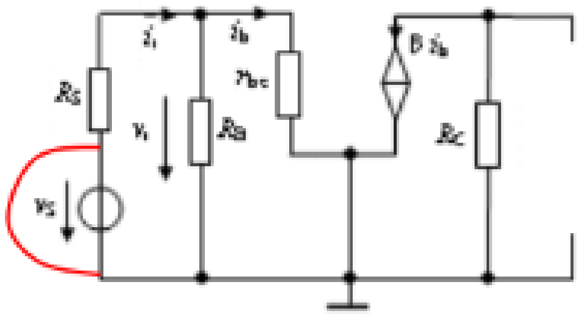
$$R_i = R_B \,//\, r_{be}$$

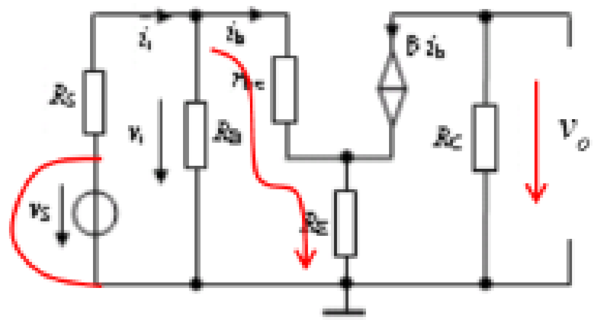
$$v_i = R_B(i_i - i_b) = r_{be}i_b + R_E(1+\beta)i_b$$

$$i_b = \frac{v_i}{r_{be} + R_E(1+\beta)}$$

$$v_i = R_B\left(i_i - \frac{v_i}{r_{be}+R_E(1+\beta)}\right)$$

$$R_i = R_B \,//\left(r_{be} + R_E(1+\beta)\right)$$





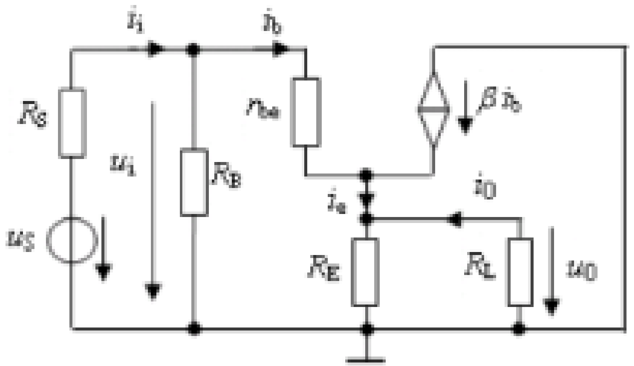
求输出电阻

$$R_o = \frac{v_o}{\dfrac{v_o}{R_c} + \beta i_b}$$

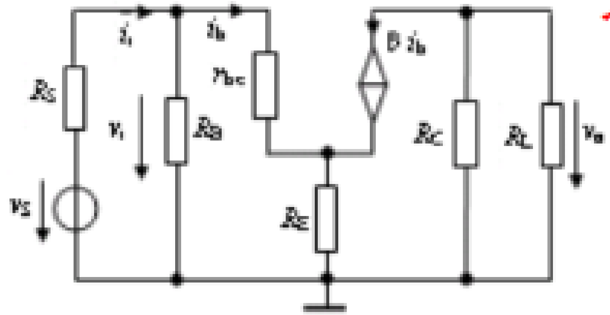
$i_b = 0$

$$(r_{be} + R_B // R_s)i_b + R_E(1+\beta)i_b = 0$$

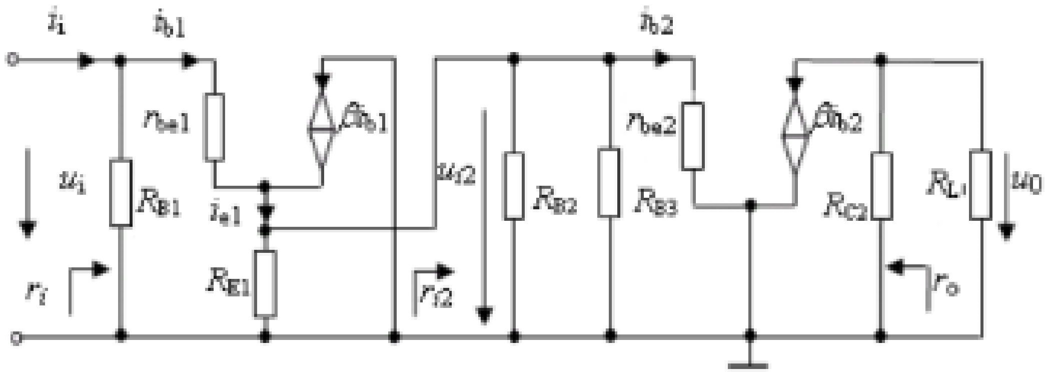
求输入电阻



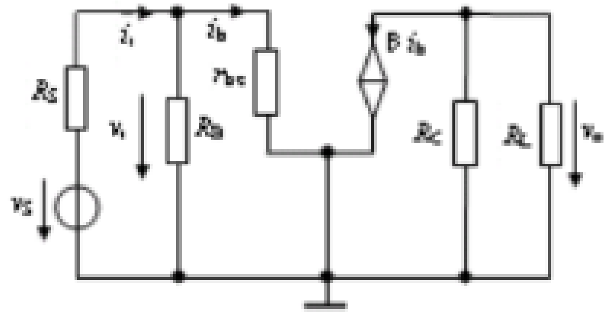
i_i
i_b
R_S
r_{be}
βi_b
u_i
R_B
i_e
i_0
u_S
R_E
R_L
u_0



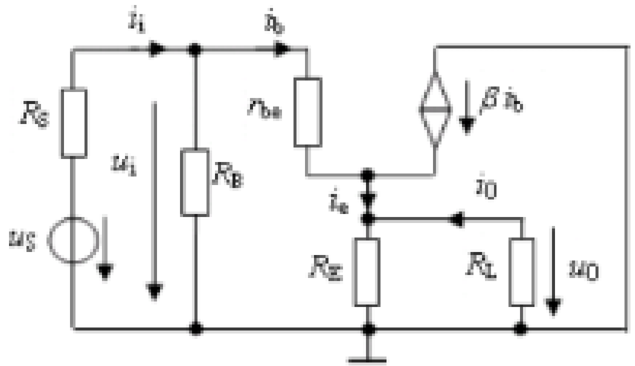
R_S
R_B
r_{be}
βi_b
R_E
R_C
R_L

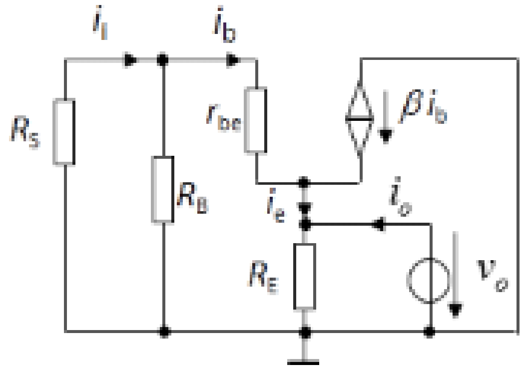


i_i
i_{b1}
i_{b2}
r_{be1}
βi_{b1}
u_i
R_{B1}
i_{e1}
u_{i2}
R_{B2}
R_{B3}
r_{be2}
βi_{b2}
R_{C2}
R_L
u_0
r_i
R_{E1}
r_{i2}
r_o



R_S
R_B
r_{be}
βi_b
R_C
R_L





$$R_o = \frac{v_o}{i_o} = R_E \,//\, R_o'$$

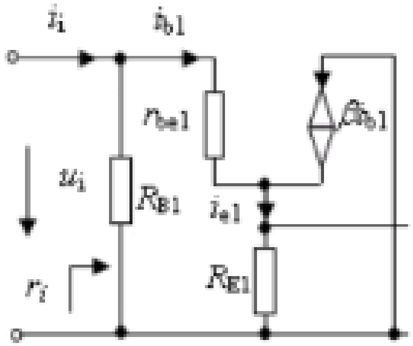
$$R_o' = \frac{v_o}{-i_e} = \frac{v_o}{-i_b(1+\beta)}$$

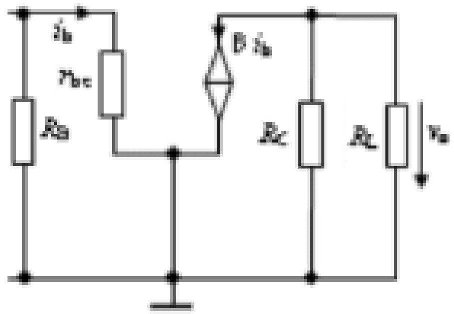
$$v_o = -i_b\left(r_{be} + R_s \,//\, R_B\right)$$

求输出电阻

用i_b表示的v_o折算到i_e

$$R_o' = \frac{r_{be} + R_s \,//\, R_B}{(1+\beta)}$$





$$R_o' = \frac{r_{be1}}{(1+\beta)}$$

$$R_B = R_o' \,//\, R_{B1} \,//\, R_{B2} \qquad R_o = R_c$$