



§ 1.5 放大电路的频率响应

§ 1.5.1 频率响应概述

§ 1.5.2 半导体放大器件的高频小信号模型

1 三极管高频小信号模型

2 场效应管高频小信号模型

§ 1.5.3 放大电路的分频段分析法

§ 1.5.4 多级放大电路的频域分析

1 多级放大电路频率响应特性

2 集成运放的频率响应特性

1.5.1 频率响应概述

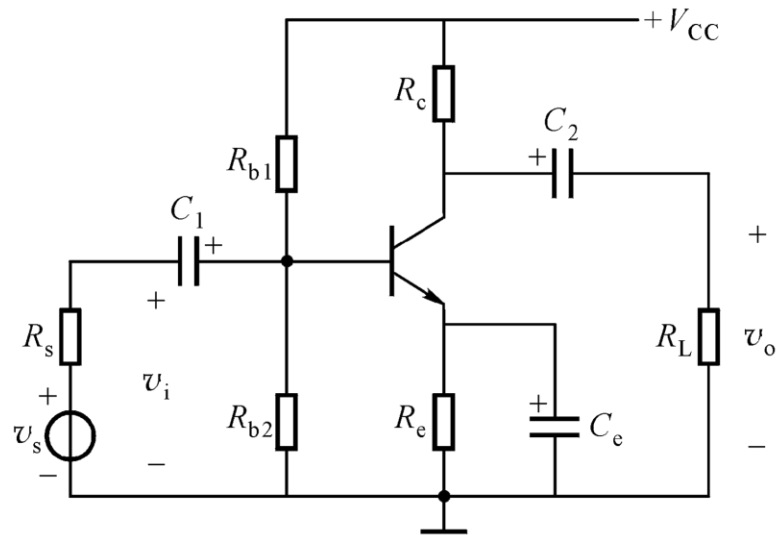
➤前面所讨论的放大器将被放大信号的频率锁定在音频（中频）范围（20~20kHz）范围。

➤此时动态分析时，外电路的耦合电容作短路处理，器件内的结电容作开路处理。电阻电路。

➤在低频段，随着信号频率逐渐降低，耦合电容、旁路电容等的容抗增大，使动态输出信号损失，放大能力下降。

➤在高频段，晶体管极间电容和分布电容、寄生电容等杂散电容的容抗减小。

如果信号频率很高或很低，就应考虑电容的影响



耦合电容 10~100 μ F
结电容 10~100pF
如 C_1 、 C_2 50 μ F $\frac{1}{2\pi f C_1} \approx 3\Omega$ 1kHz

耦合电容交流短路

C_j 10pF $\frac{1}{2\pi f C_j} \approx 15.9M\Omega$

结电容交流开路

■ 一、通频带和频率失真

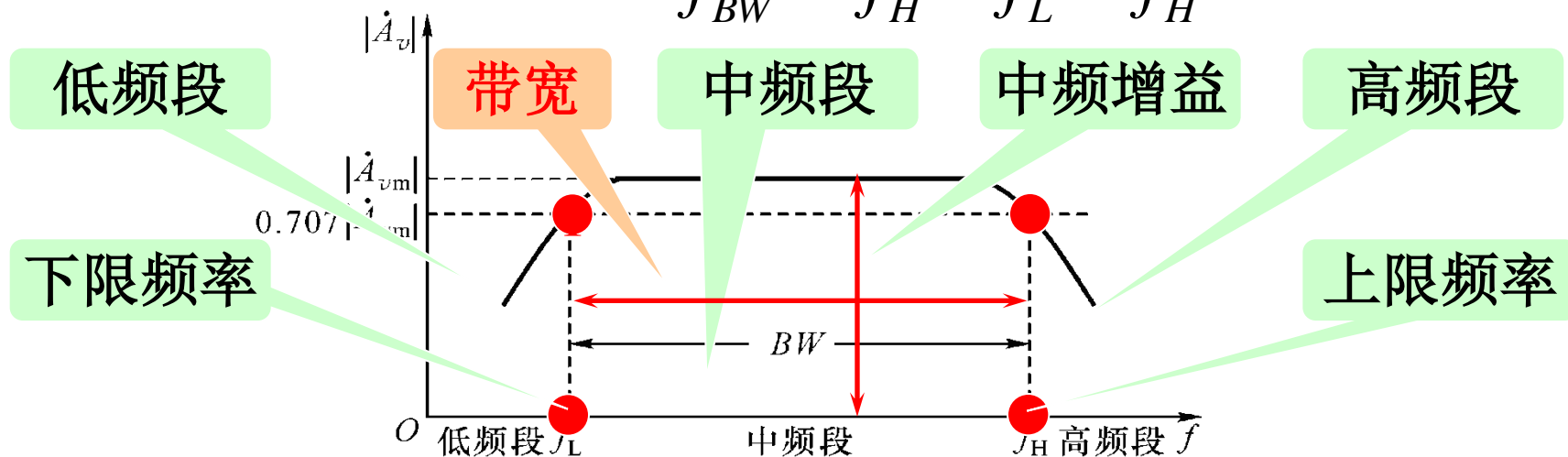
在整个频带内，放大器电压增益的复函数为：

$$\dot{A}_v(\omega) = \frac{\dot{V}_o(\omega)}{\dot{V}_i(\omega)} = |\dot{A}_v(\omega)| \angle \varphi(\omega)$$

幅频特性

相频特性

$$f_{BW} = f_H - f_L \approx f_H$$



放大器电压增益下降为中频增益的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (**0.707**) 倍
对应频率为上、限频率。

在实际应用中，放大器的输入信号不是单一频率的信号，而是包含多种频率成分，可以表示为：

$$v_i = \sum_{k=1}^N \sqrt{2} V_{ik} \sin(\omega_k t)$$

ω_k 下的电压增益

经放大后的输出电压为：

$$v_o = \sum_{k=1}^N \sqrt{2} V_{ik} |A_{vk}| \sin(\omega_k t + \varphi_k)$$

附加相移

为了实现**高保真**的放大，必须做到 $|A_{vk}|$ 、 $\frac{\varphi_k}{\omega_k}$ 为常数。

- 当增益不是常数时，称**幅频失真**。
- 附加相移不相同，称**相频失真**。
- 两者都是**线性失真**，有时**总称频率失真**。
- 注意与晶体管**非线性特性**引起的**饱和和截止失真**不同。

■ 二、频率特性的波特图（BODE）表示

❖ 频率响应图 \dot{A}_v

✓ 参量幅度与频率的函数关系图 幅频特性

✓ 参量相位与频率的函数关系图 相频特性

❖ 对数频率特性曲线

✓ 横坐标采用对数频率刻度

✓ 对数幅频特性曲线纵坐标采用分贝刻度

✓ 对数相频特性曲线纵坐标表示相角 φ

❖ 对数频率特性曲线的优势

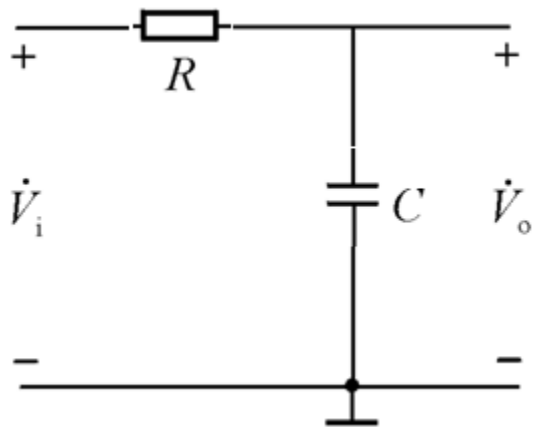
✓ 可以把很宽的频率变化范围压缩在较窄的频率坐标内；

✓ 增益的乘、除运算变成了坐标的加、减运算；

✓ 可以采用渐近折线来代替十分麻烦的频率特性曲线。

■ 三、一阶RC电路的频率响应

❖ RC低通滤波电路（积分电路）

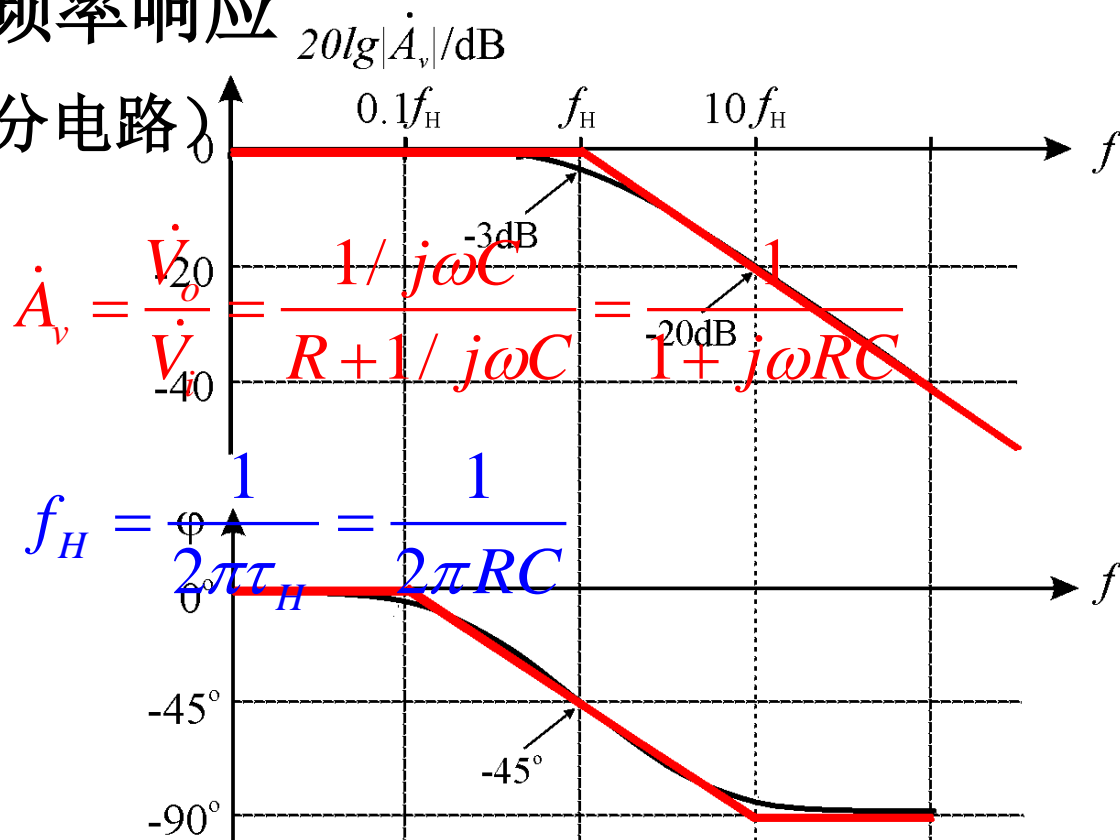


$$\dot{A}_v = \frac{1}{1 + jf / f_H}$$

对数频率特性表达式:

$$20\lg|\dot{A}_v| = -20\lg\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_H}\right)^2}$$

$$\varphi = -\arctan \frac{f}{f_H}$$



关键点画图数据

f	$0.1f_H$	f_H	$10f_H$
$20\lg \dot{A}_v $	0dB	-3dB	-20dB
φ	0	-45°	-90°

$$20\lg |\dot{A}_v| = -20\lg \sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_H}\right)^2} \quad \varphi = -\arctan\left(\frac{f}{f_H}\right) \quad \text{实际频率特性}$$

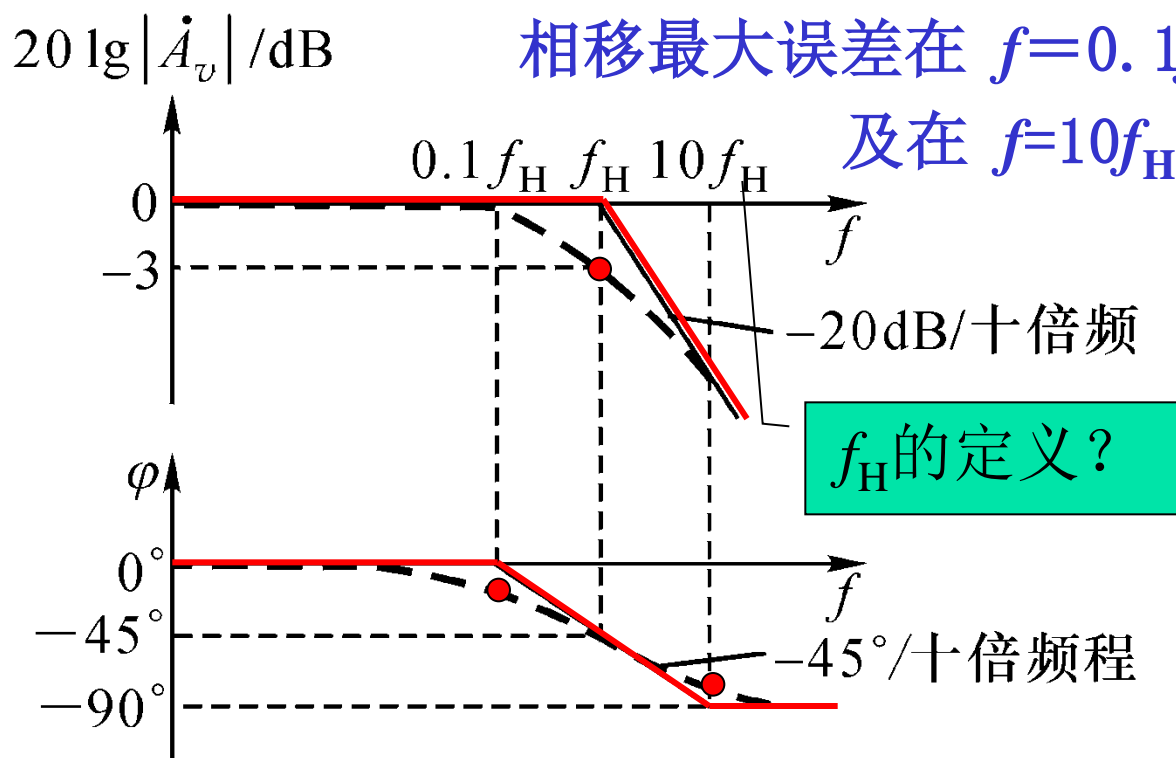
$$f = 10^{-1} f_H \quad 20\lg |\dot{A}_v| \approx 0\text{dB} \quad \varphi(f) = -5.71^\circ$$

$$f = f_H \quad 20\lg |\dot{A}_v| \approx -3.01\text{dB} \quad \varphi(f) = -45^\circ$$

$$f = 10^1 f_H \quad 20\lg |\dot{A}_v| \approx -20\text{dB} \quad \varphi(f) = -84.29^\circ$$

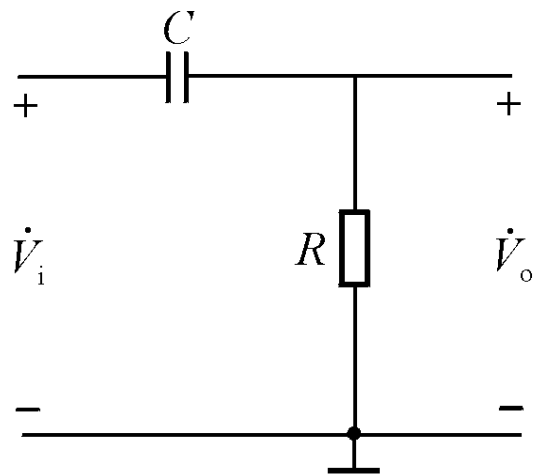
幅度最大误差在 $f=f_H$ 处 (误差3dB)

相移最大误差在 $f=0.1f_H$ 处 (误差为 $+5.71^\circ$)
及在 $f=10f_H$ 处 (误差为 -5.71°)



■ 三、一阶RC电路的频率响应

❖ 一阶RC高通滤波电路（微分电路）



$$\dot{A}_v = \frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_i} = \frac{R}{R + 1/j\omega C} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{jf / f_L}{1 + jf / f_L}$$

对数幅频特性：

$$20\lg|\dot{A}_v| = 20\lg(f / f_L) - 20\lg\sqrt{1 + (f / f_L)^2}$$

相频特性：

$$\varphi = 90^\circ - \arctan(f / f_L)$$

关键点画图数据（dB）

f	$0.1f$	f_L	$10f_L$
$ A_v $	-20dB/十倍	-3dB	0
φ	90°	45°	0°

关键点画图数据

f	$0.1f$	f_L	$10f_L$
$ A_v $	f / f_H	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
φ	90°	45°	0°

RC 高通电路波特图的绘制

频率特性表达式:

$$\dot{A}_v = \frac{jf / f_L}{1 + jf / f_L}$$

对数幅频特性表达式:

$$20\lg|\dot{A}_v| = 20\lg \frac{f}{f_L} - 20\lg \sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_L}\right)^2}$$

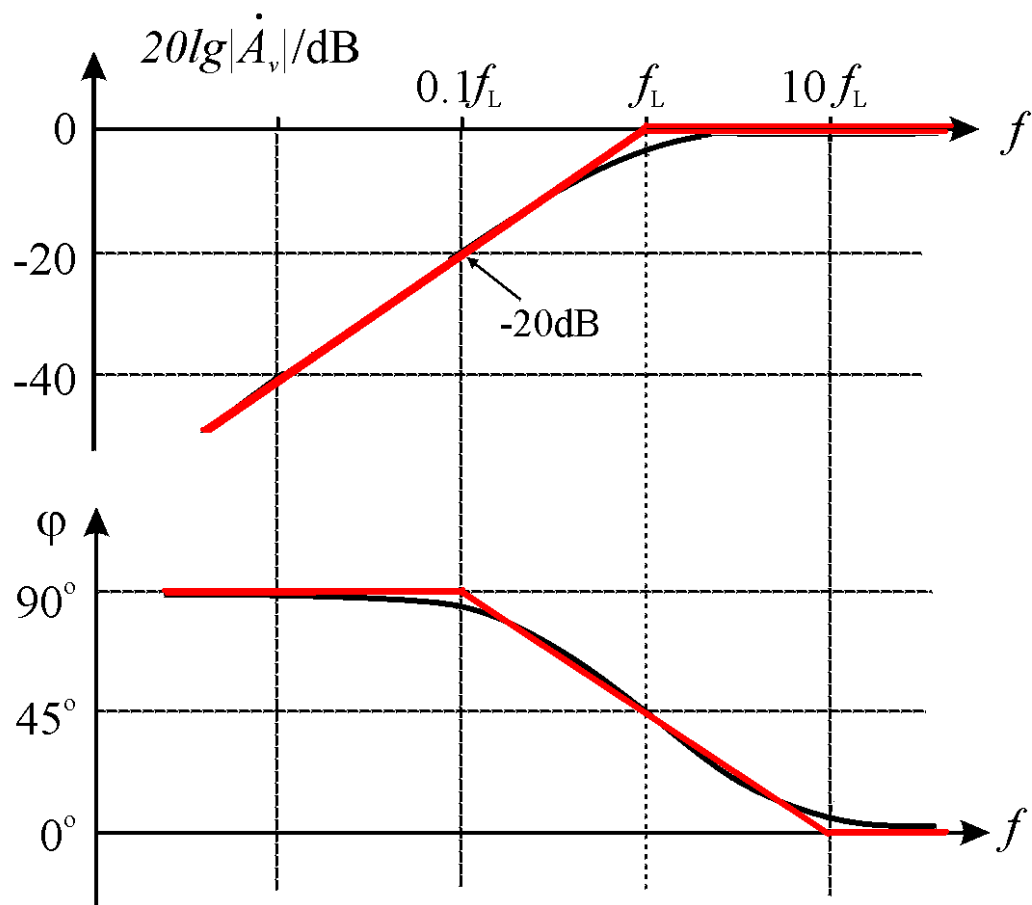
对数相频特性表达式:

$$\varphi = 90^\circ - \arctan \frac{f}{f_L}$$

最大误差在 $f = f_L$ 处(误差**3dB**)
在 $f = 0.1f_L$ 处(误差+5.71°)
在 $f = 10f_L$ 处(误差为 -5.71°)

关键点画图数据

f	$0.1f_L$	f_L	$10f_L$
$20\lg \dot{A}_v $	-20dB	-3dB	0dB
φ	90°	45°	0°



■ 【例1】

已知一放大电路的频率响应为 $\dot{A}_{vs} = -46 \cdot \frac{jf / 53\text{Hz}}{1 + jf / 53\text{Hz}} \cdot \frac{1}{1 + jf / 1.47 \times 10^6\text{Hz}}$

请分别写出其对数幅频和相频特性的表达式，并画出相应的波特图。

解：对数幅频特性表达式为：

$$20\lg|\dot{A}_v| = 20\lg 46 + 20\lg(f/53) - 20\lg\sqrt{1 + (f/53)^2} - 20\lg\sqrt{1 + (f/1.47 \times 10^6)^2}$$

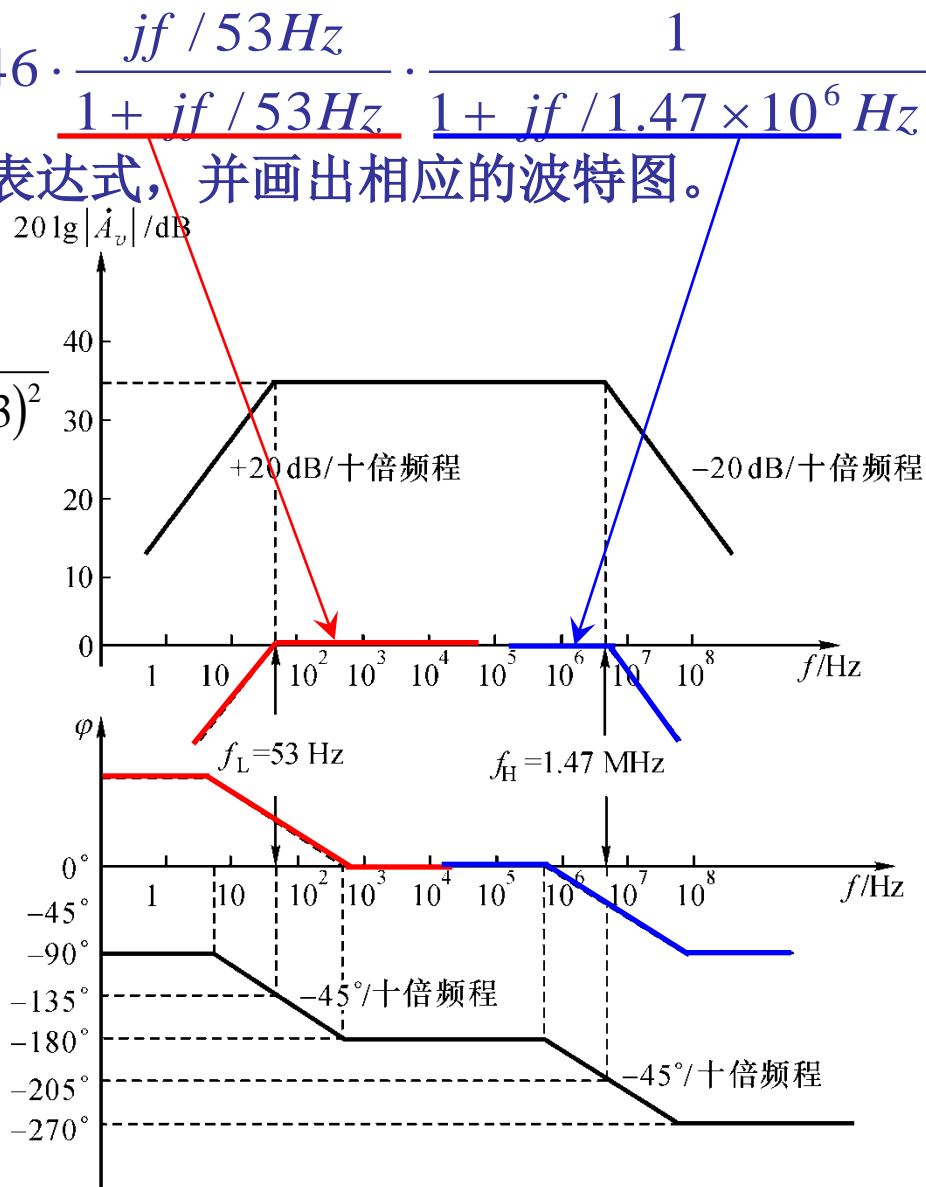
对数相频特性表达式为：

$$\varphi = -180^\circ + 90^\circ - \arctan(f/53) - \arctan(f/1.47 \times 10^6)$$

上限频率 $f_H = 1.47\text{MHz}$

下限频率 $f_L = 53\text{Hz}$

带宽 $BW = f_H - f_L \approx 1.47\text{MHz}$

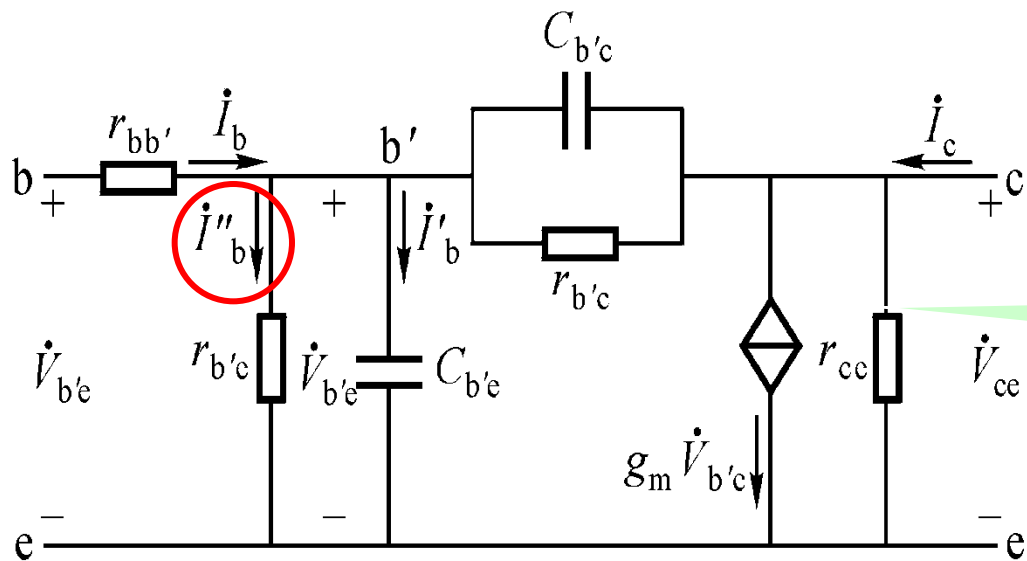


1.5.2 半导体器件的高频小

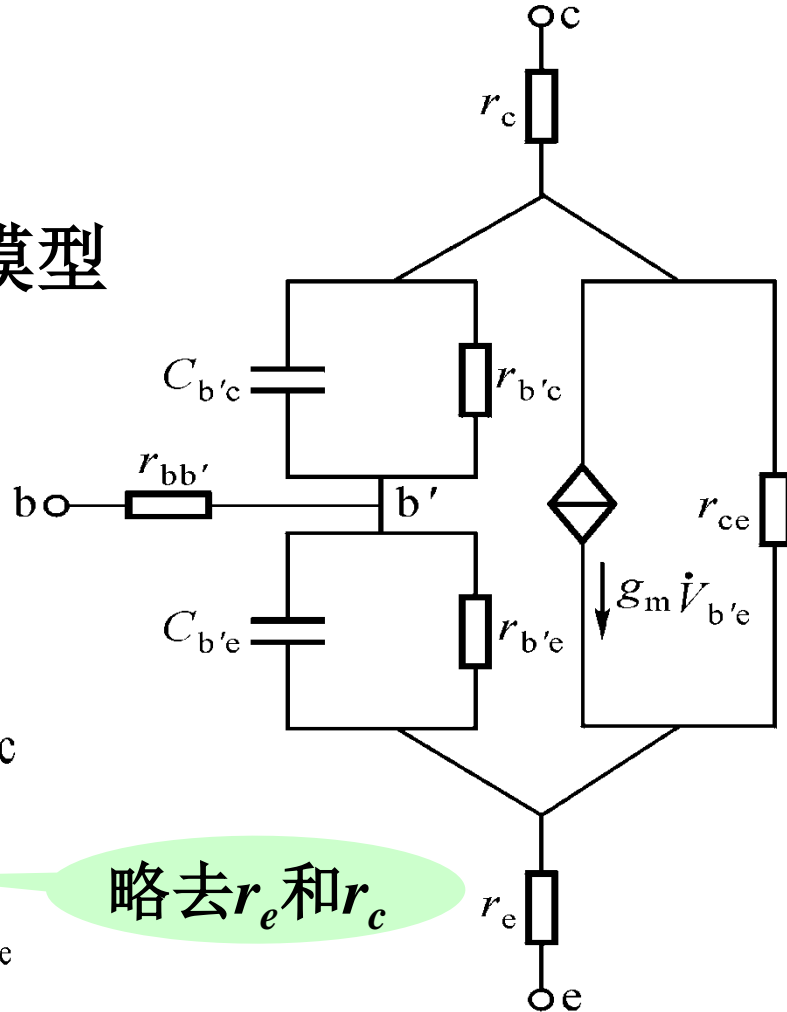
■ 一、三极管的高频小信号模型

❖ 三极管的**物理模型**

❖ 三极管的**混合 π 模型**

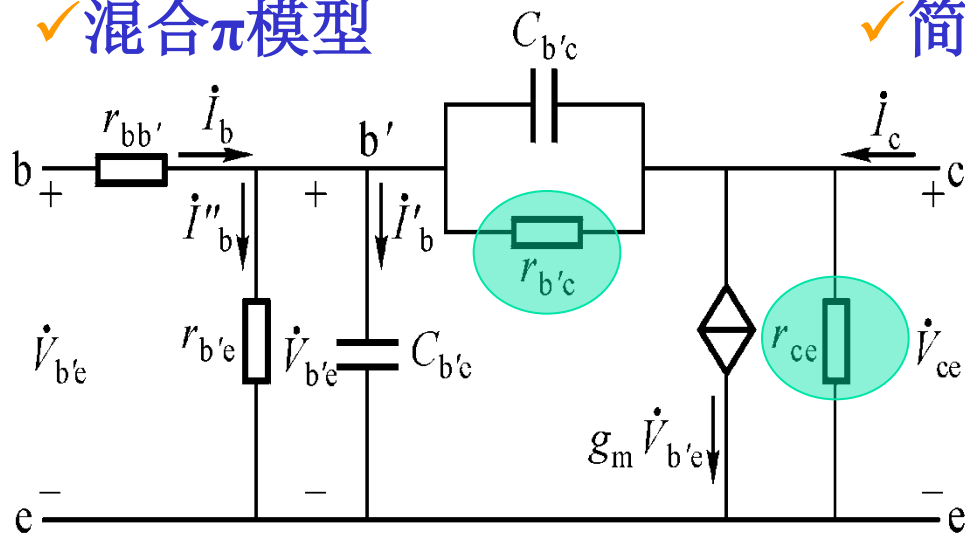


$$g_m \dot{V}_{b'e} = \beta_0 i_b'' = \beta_0 \frac{\dot{V}_{b'e}}{r_{b'e}} \Rightarrow g_m = \frac{\beta_0}{r_{b'e}}$$

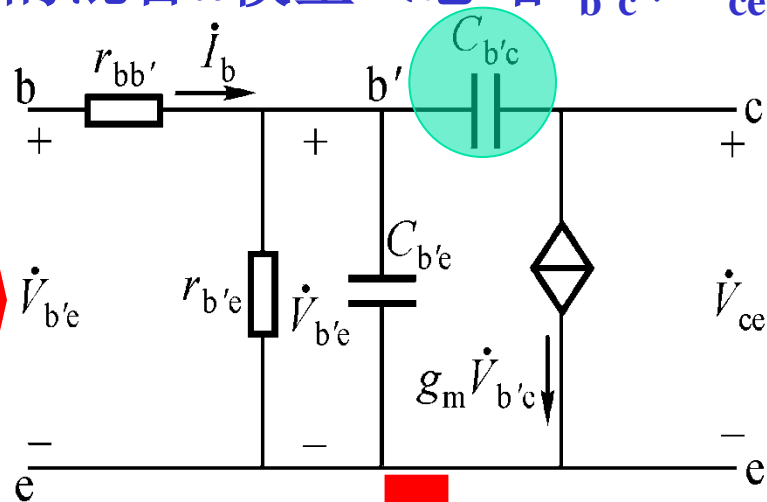


发射结正偏，结电容由扩散电容决定（约几十至一百皮法）；
集电结反偏，结电容由势垒电容决定（几个皮法）。
集电区和发射区体电阻 r_c 、 r_e

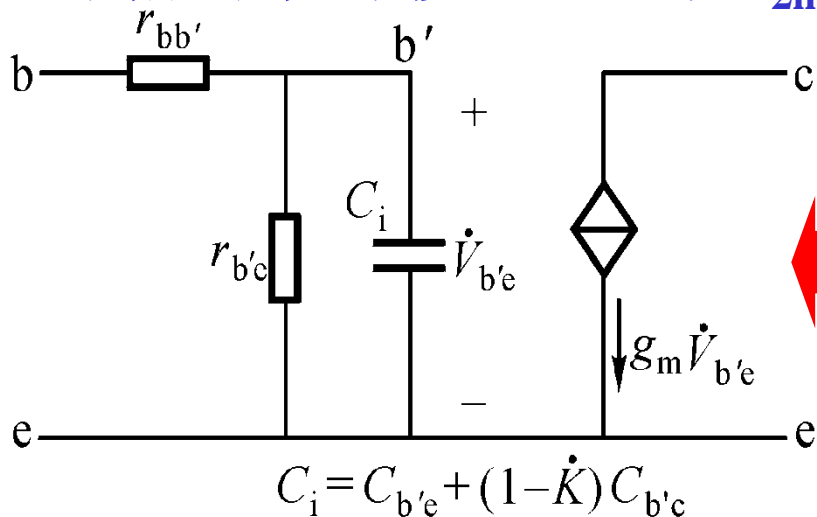
✓混合 π 模型



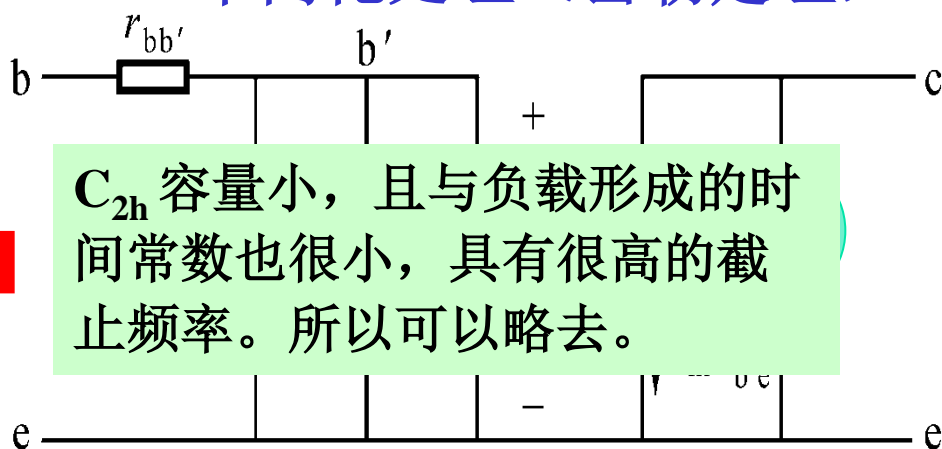
✓简化的混合 π 模型（忽略 $r_{b'c}$ 、 r_{ce} ）



✓高频小信号模型（忽略 C_{2h} ）



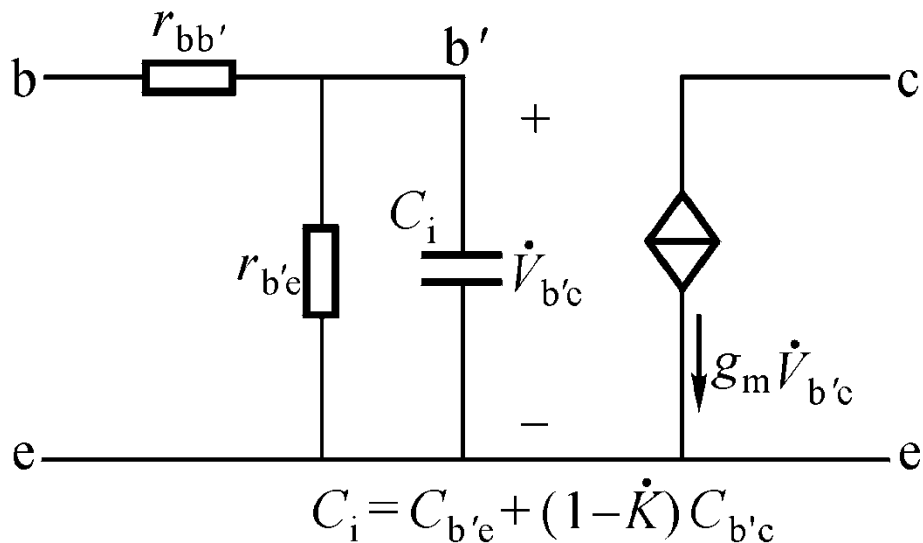
✓单向化处理（密勒定理）



C_{2h} 容量小，且与负载形成的时间常数也很小，具有很高的截止频率。所以可以略去。

$$C_{1h} = (1 - \dot{K}) C_{b'c} \gg C_{b'c}$$

$$C_{2h} = \frac{\dot{K} - 1}{\dot{K}} C_{b'c} \approx C_{b'c} \quad \dot{K} = \frac{\dot{V}_{ce}}{\dot{V}_{b'e}}$$



可证明:

$$\dot{\beta} = \frac{\beta_0}{1 + j \frac{f}{f_\beta}}$$

低频电流放大倍数

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi(C_{b'e} + C_{b'c})r_{b'e}}$$

而:

$$f_T = \beta_0 f_\beta$$

衰减-3dB

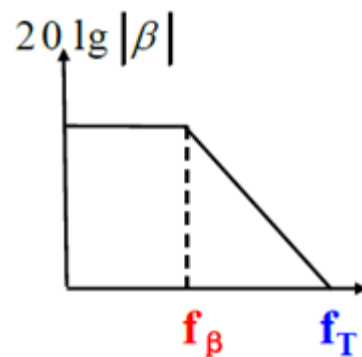
手册一般给出 f_T , $C_{b'c} = C_{ob}$, g_m 可求出 $C_{b'e}$ 。

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{b'e} + C_{b'c})}$$

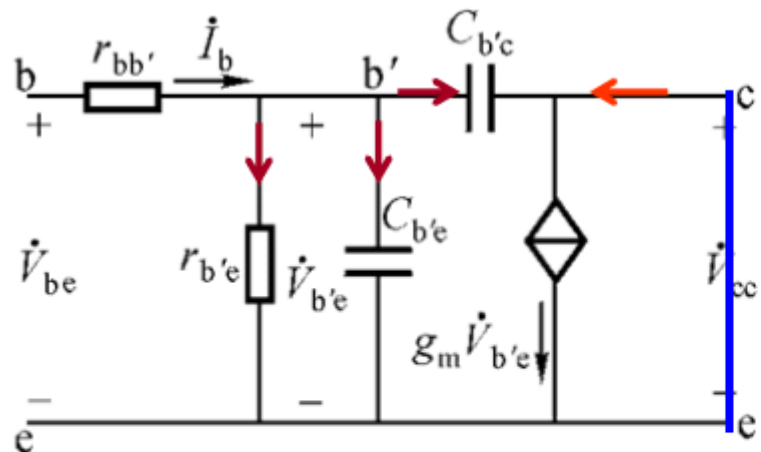
P.41:

$$C_{b'e} = \frac{g_m}{2\pi f_T} \quad ?$$

f_T 特征频率:为管子 β 降为1时对应的频率



增益带宽积=C



$$\left. \frac{\partial i_c}{\partial i_B} \right|_{V_{CE}} = h_{21} = \beta$$

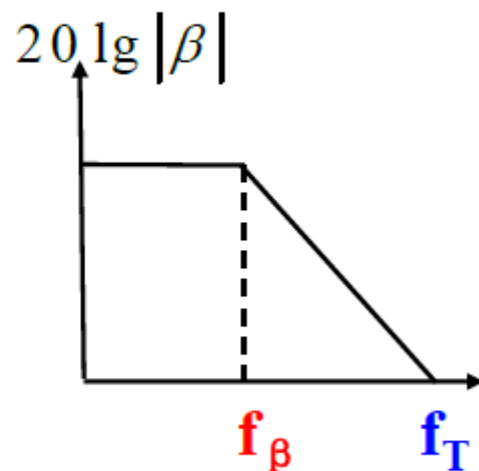
$$\dot{I}_b = \frac{\dot{V}_{b'e}}{r_{b'e}} + j\omega C_{b'e} \dot{V}_{b'e} + j\omega C_{b'c} \dot{V}_{b'e}$$

$$\dot{I}_c = g_m \dot{V}_{b'e} - j\omega C_{b'c} \dot{V}_{b'e}$$

$$\beta = \frac{\dot{I}_c}{\dot{I}_b} = \frac{g_m \dot{V}_{b'e} - j\omega C_{b'c} \dot{V}_{b'e}}{\frac{\dot{V}_{b'e}}{r_{b'e}} + j\omega C_{b'e} \dot{V}_{b'e} + j\omega C_{b'c} \dot{V}_{b'e}} \quad g_m \gg \omega C_{b'c}$$

$$\beta = \frac{\dot{I}_c}{\dot{I}_b} \approx \frac{g_m r_{b'e}}{1 + j\omega (C_{b'e} + C_{b'c}) r_{b'e}} \quad g_m = \frac{\beta_0}{r_{b'e}}$$

$$\beta = \frac{\dot{I}_c}{\dot{I}_b} = \frac{\beta_0}{1 + j \frac{f}{f_\beta}} \quad f_\beta = \frac{1}{2\pi (C_{b'e} + C_{b'c}) r_{b'e}}$$

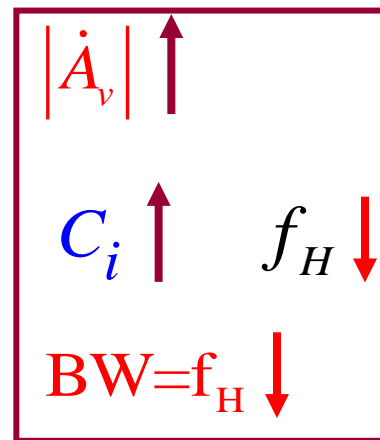
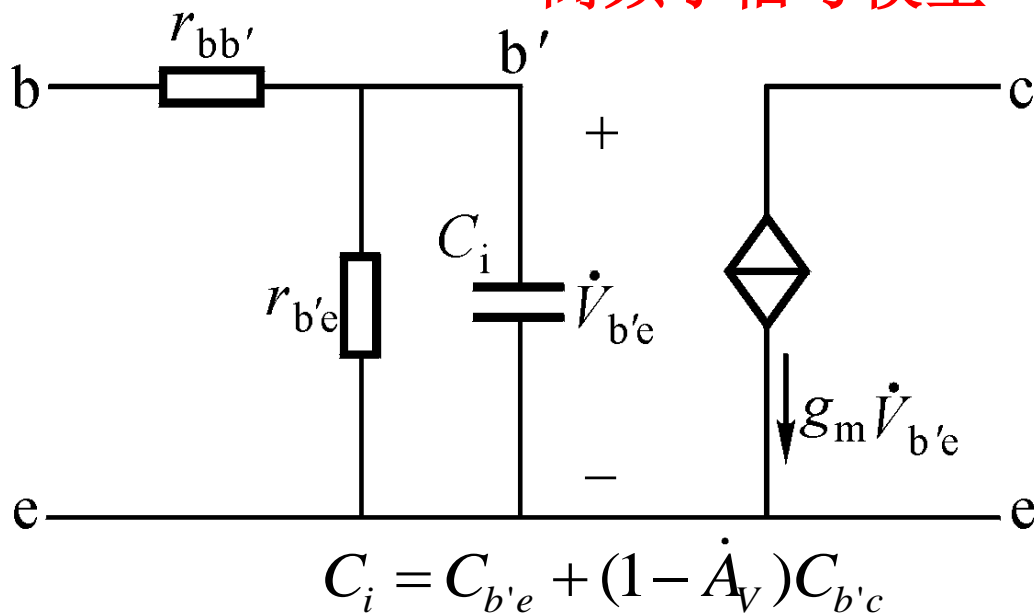


增益带宽积： $|\dot{A}_v| \square BW = \text{常数}$

$$C_i = C_{b'e} + (1 - \dot{A}_v) C_{b'c} \rightarrow C_i \approx -\dot{A}_v$$

$$f_H = \frac{1}{2\pi R'_s C_i} \rightarrow f_H \propto \frac{1}{C_i}$$

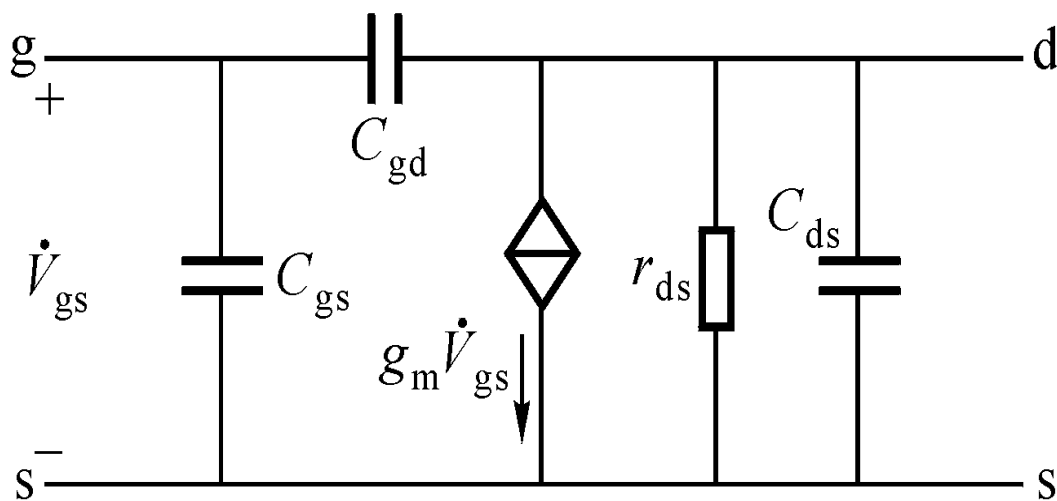
高频小信号模型



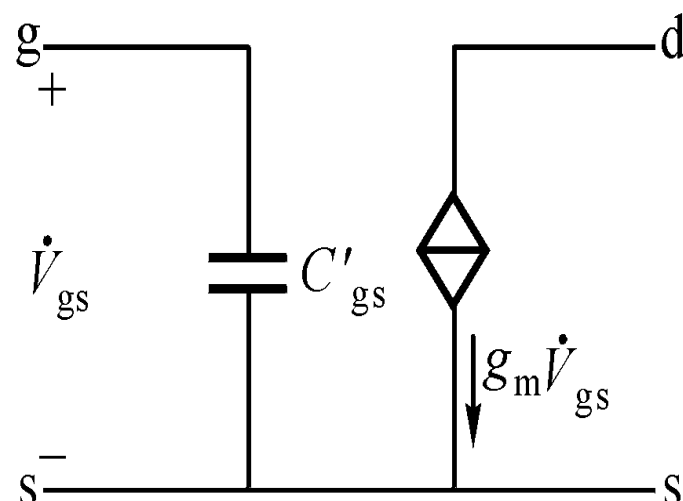
$$|\dot{A}_v| \square BW = \text{常数} \quad \left\{ \begin{array}{l} |\dot{A}_v| = 10^6 \\ BW = 100\text{Hz} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |\dot{A}_v| = 10^7 \\ BW = 10\text{Hz} \end{array} \right.$$

■ 二、场效应管的高频小信号模型

✓ 高频等效模型



✓ 简化模型



$$C'_{gs} = C_{gs} + (1 - \dot{K})C_{gd}$$

1.5.3 放大电路的分频段分析法

❖ 全频段等效电路

❖ 分频段分析法

➤ 中频段

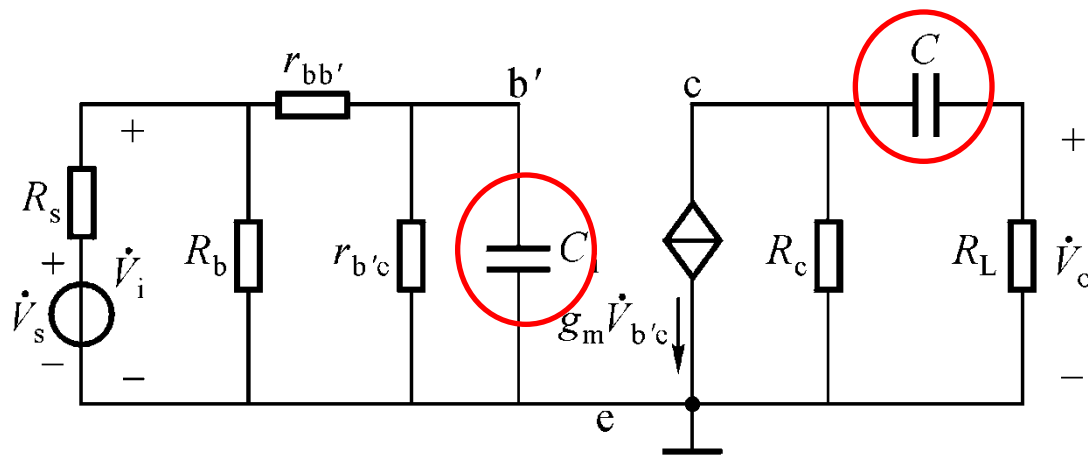
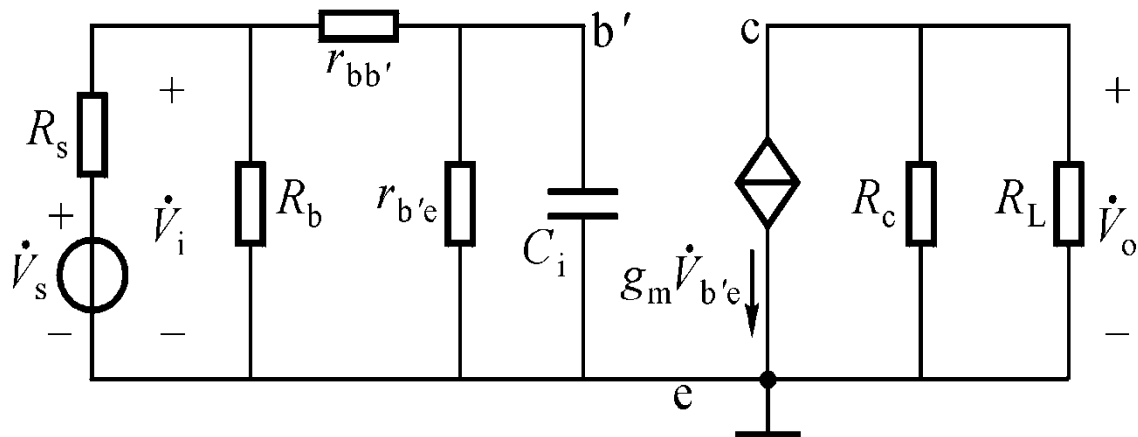
- ✓ C 容抗很小，交流短路；
- ✓ C_i 容抗很大，交流开路。

➤ 低频段

- ✓ C 容抗增大，不能忽略；
- ✓ C_i 容抗更大，交流开路。

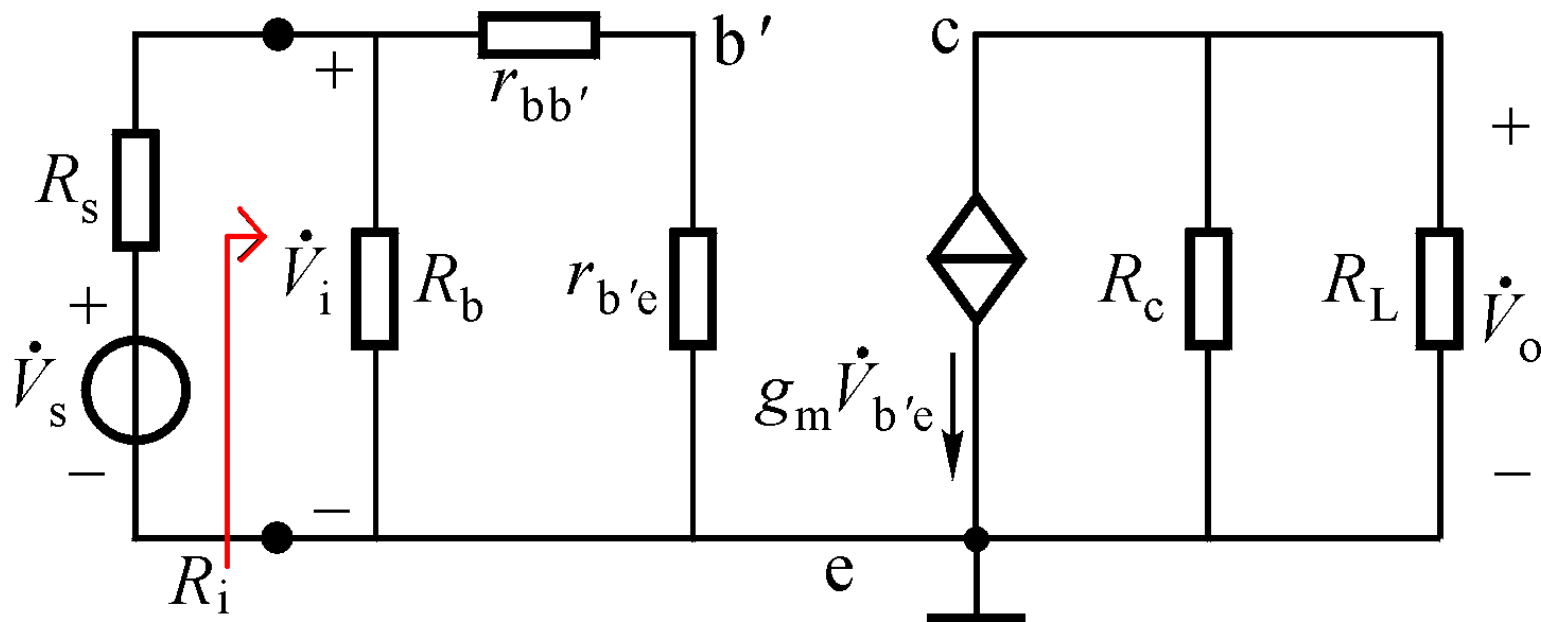
➤ 高频段

- ✓ C 容抗更小，交流短路；
- ✓ C_i 容抗减小，不能忽略。



耦合电容 C 通常为 $10 \sim 100 \mu F$,
结电容 C_i 通常为 $10 \sim 100 pF$

1) 中频段电压放大倍数



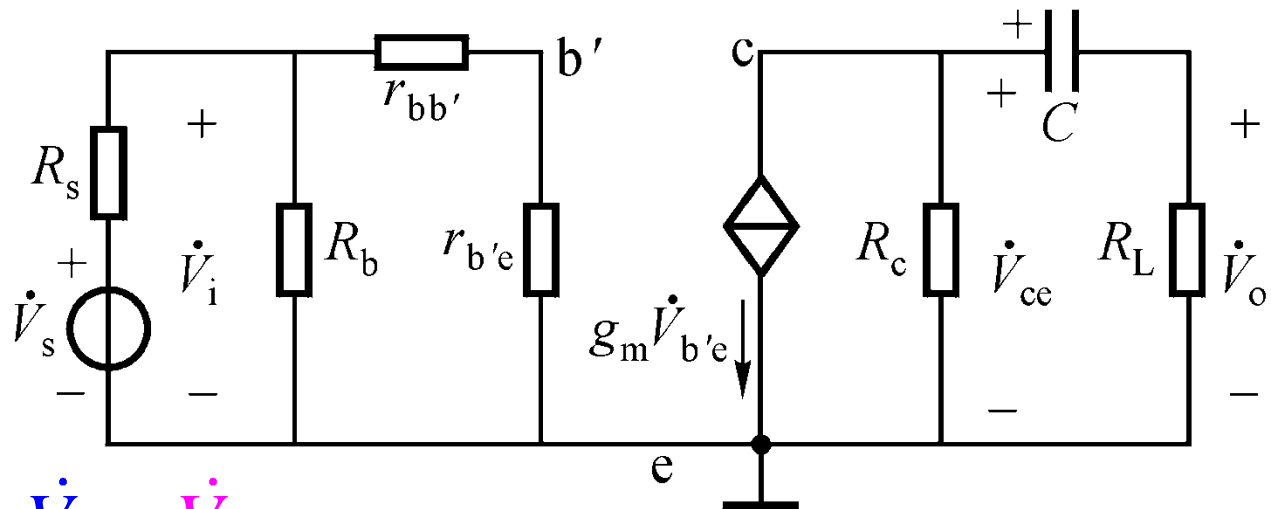
$$\dot{A}_{vsm} = \frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_s} = \frac{\dot{V}_i}{\dot{V}_s} \cdot \frac{\dot{V}_{b'e}}{\dot{V}_i} \cdot \frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_{b'e}} = \frac{R_i}{R_s + R_i} \cdot \frac{r_{b'e}}{r_{be}} \cdot (-g_m R'_L)$$

$$R_i = R_b // r_{be}$$

$$\beta = g_m r_{b'e}$$

$$r_{be} = r_{bb'} + r_{b'e}$$

2) 低频段电压 放大倍数



$$\begin{aligned}
 \dot{A}_{vsL} &= \frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_s} = \frac{\dot{V}_i}{\dot{V}_s} \cdot \frac{\dot{V}_{b'e}}{\dot{V}_i} \cdot \frac{\dot{V}_{ce}}{\dot{V}_{b'e}} \cdot \frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_{ce}} \\
 &= \frac{R_i}{R_s + R_i} \cdot \frac{r_{b'e}}{r_{be}} \cdot \left(-g_m \left[R_c // \left(R_L + \frac{1}{j\omega C} \right) \right] \right) \cdot \frac{R_L}{R_L + \frac{1}{j\omega C}} \\
 &= \frac{R_i}{R_s + R_i} \cdot \frac{r_{b'e}}{r_{be}} \cdot \left(-g_m R'_L \right) \cdot \frac{j\omega(R_c + R_L)C}{1 + j\omega(R_c + R_L)C} \\
 &= \dot{A}_{vsm} \cdot \frac{j\omega(R_c + R_L)C}{1 + j\omega(R_c + R_L)C}
 \end{aligned}$$

$$\dot{A}_{vsL} = \dot{A}_{vsm} \cdot \frac{j\omega(R_c + R_L)C}{1 + j\omega(R_c + R_L)C}$$

设 $\tau_L = C(R_c + R_L)$

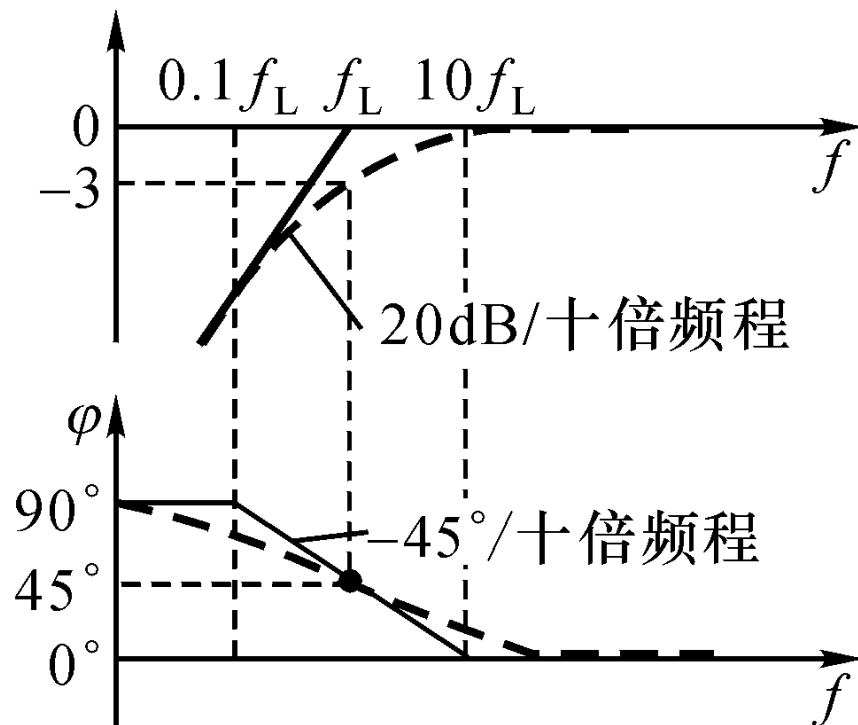
输出回路的耦合电容

则 $f_L = \frac{1}{2\pi\tau_L} = \frac{1}{2\pi(R_c + R_L)C}$ ← 下限频率

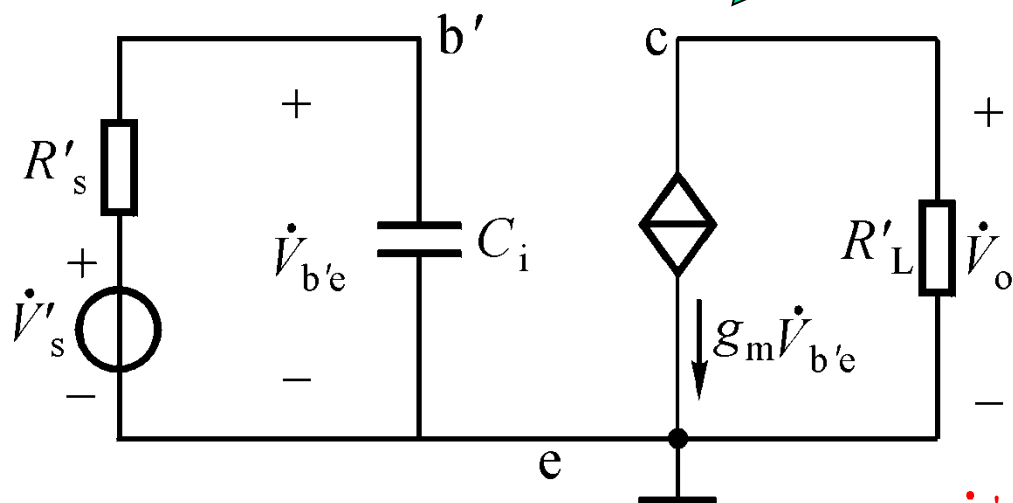
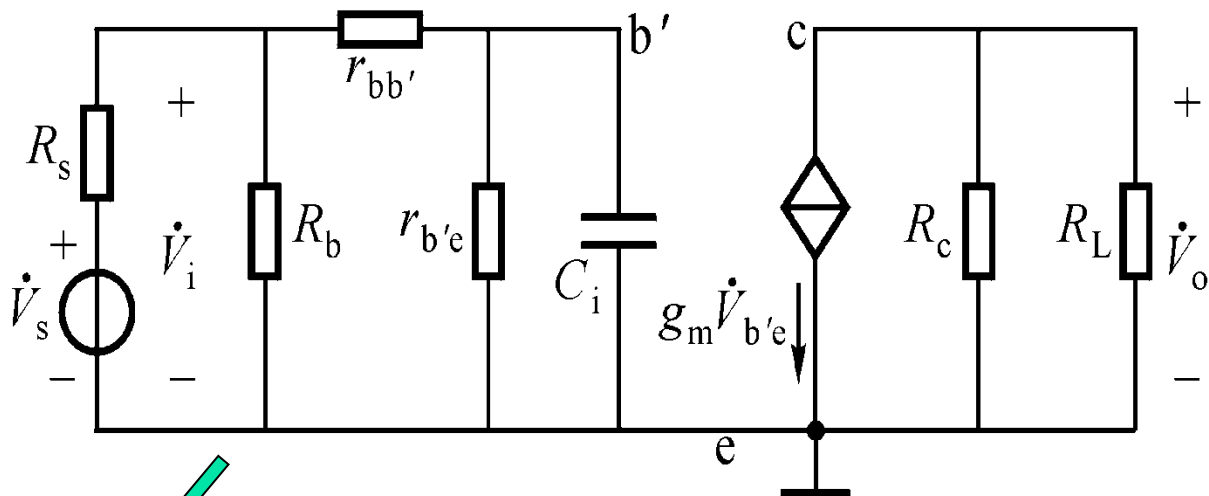
低频段电压放大倍数

$$\dot{A}_{vsL} = \dot{A}_{vsm} \cdot \frac{jf / f_L}{1 + jf / f_L}$$

$20 \lg |\dot{A}_v| / \text{dB}$

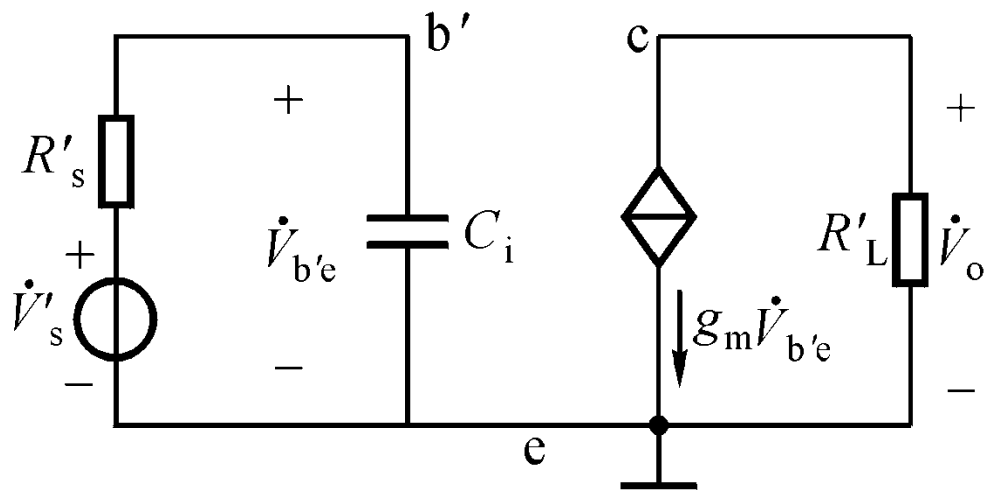


3) 高频段电压放大倍数



$$R'_s = r_{b'e} // [r_{bb'} + R_s // R_b]$$

$$\dot{V}'_s = \frac{r_{b'e}}{r_{be}} \dot{V}_i = \frac{r_{b'e}}{r_{be}} \cdot \frac{R_i}{R_s + R_i} \dot{V}_s$$



$$\dot{A}_{vsH} = \frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_s} = \frac{\dot{V}_s'}{\dot{V}_s} \cdot \frac{\dot{V}_{b'e}}{\dot{V}_s'} \cdot \frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_{b'e}}$$

$$= \frac{R_i}{R_s + R_i} \cdot \frac{r_{b'e}}{r_{be}} \cdot \frac{1}{R'_s + \frac{1}{j\omega C_i}} \cdot (-g_m R'_L)$$

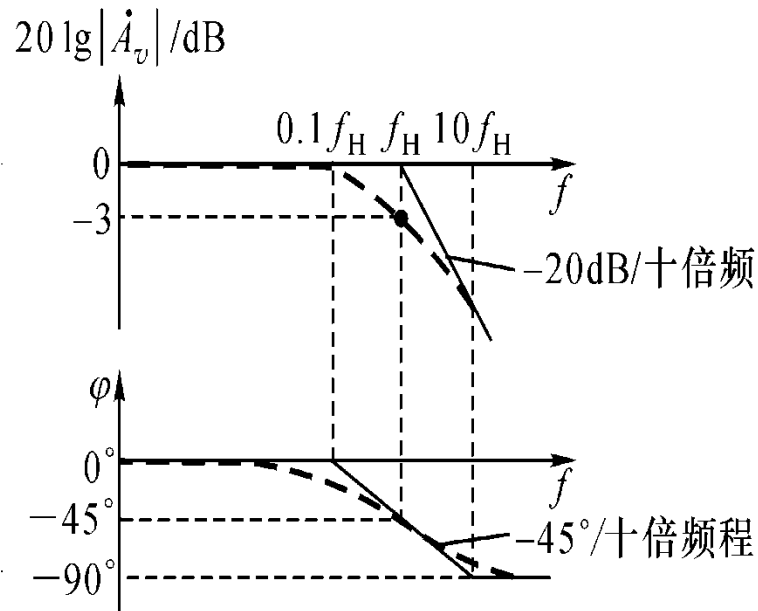
$$= \dot{A}_{vsm} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R'_s C_i}$$

输入回路极间电容

设 $\tau_H = R'_s C_i$

$$f_H = \frac{1}{2\pi\tau_H} = \frac{1}{2\pi R'_s C_i}$$

$$\dot{A}_{vsH} = \dot{A}_{vsm} \cdot \frac{1}{1 + jf / f_H}$$



共射放大电路的全频段电压放大倍数的表达式:

$$\dot{A}_{vs} \approx \dot{A}_{vsm} \cdot \frac{jf / f_L}{1 + jf / f_L} \cdot \frac{1}{1 + jf / f_H}$$

在中频段, 因 $f_H \gg f \gg f_L$, 上式近似为 $\dot{A}_{vs} \approx \dot{A}_{vsm}$

在高频段, 因 $f \gg f_L$, 上式近似为

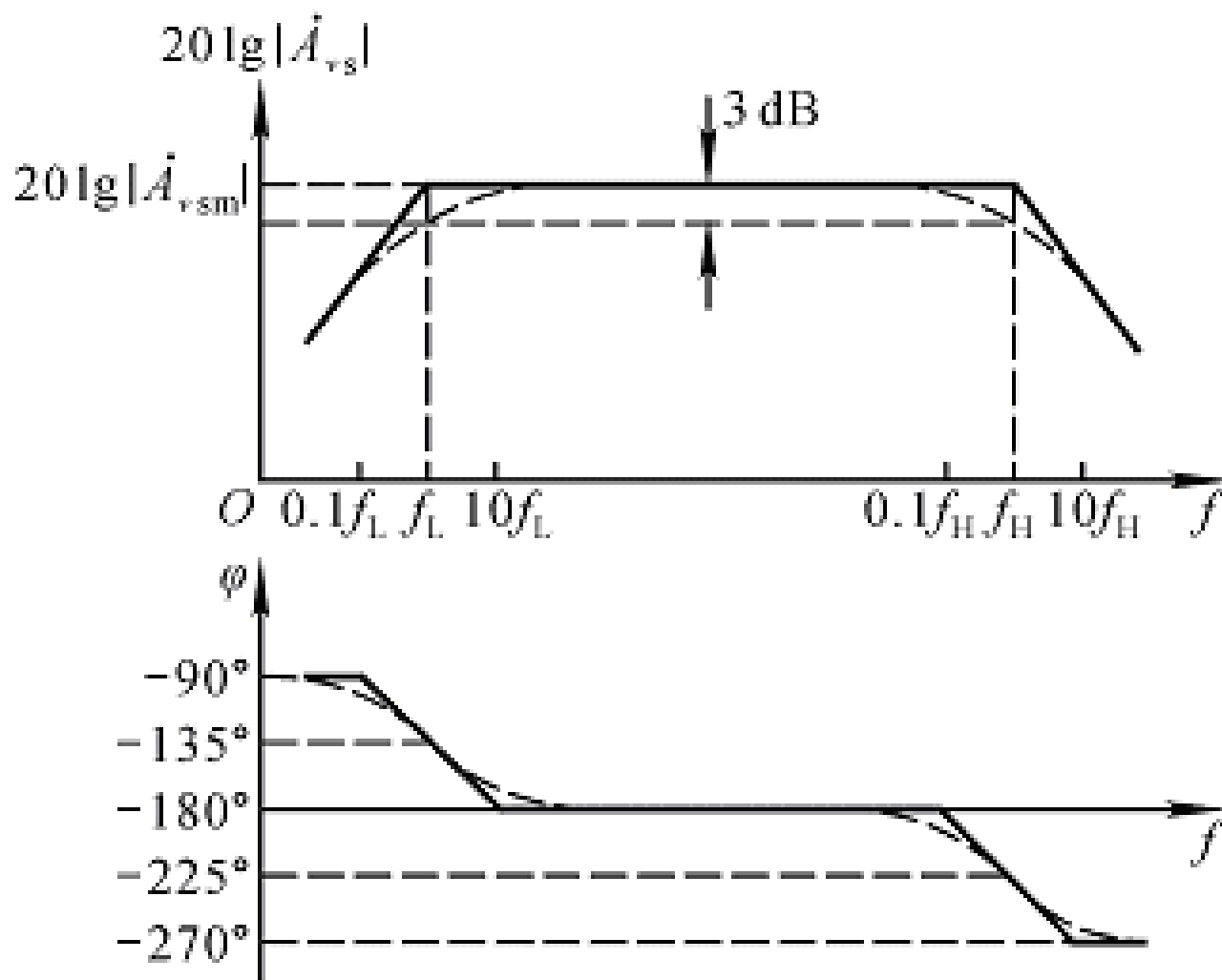
$$\dot{A}_{vs} \approx \dot{A}_{vsH} = \dot{A}_{vsm} \cdot \frac{1}{1 + jf / f_H}$$

在低频段, 因 $f \ll f_H$, 上式近似为

$$\dot{A}_{vs} \approx \dot{A}_{vsL} = \dot{A}_{vsm} \cdot \frac{jf / f_L}{1 + jf / f_L}$$

全频段电压放大倍数

$$\dot{A}_{vs} \approx \dot{A}_{vsm} \cdot \frac{jf / f_L}{1 + jf / f_L} \cdot \frac{1}{1 + jf / f_H}$$



1.5.4 多级放大电路和集成运放的频率响应

■ 一、多级放大电路的频率响应特性

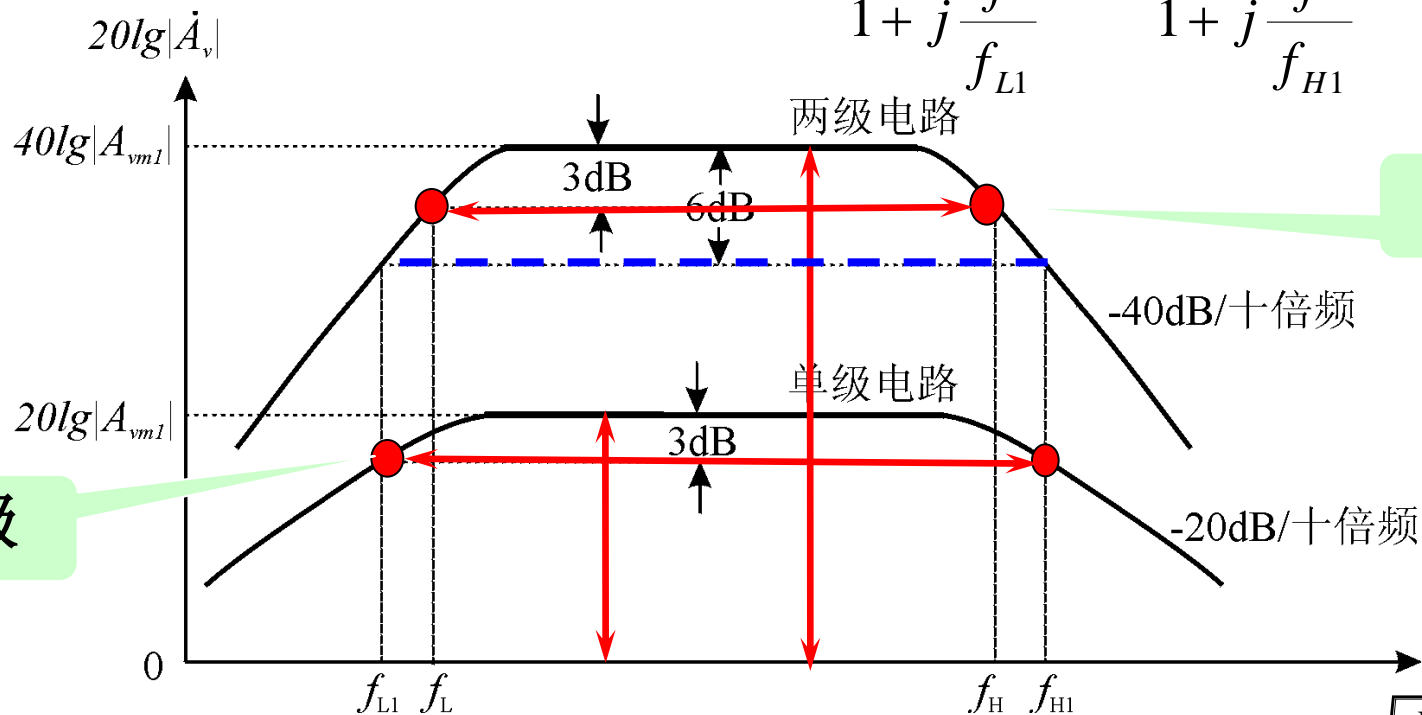
多级放大电路由单级放大器组成，而每级又有一个上限截止（转折）频率 f_H 和一个下限截止（转折）频率 f_L ，所以有如下的多级放大器的频响总表达式。

$$\dot{A}_v \approx \dot{A}_{vm} \prod_k \frac{jf / f_{L_k}}{1 + jf / f_{L_k}} \prod_i \frac{1}{1 + jf / f_{H_i}}$$

低频转折频率和高频转折频率的个数由放大电路中的**电容个数**所决定，
其数值则与电容所在回路的时间常数相关。

例：用两级频率特性相同的共射放大电路组成多级

$$\dot{A}_v = \dot{A}_{v1} \times \dot{A}_{v2} = (\dot{A}_{v1})^2 = A_{vm1}^2 \times \left(\frac{j \frac{f}{f_{L1}}}{1 + j \frac{f}{f_{L1}}} \right)^2 \times \left(\frac{1}{1 + j \frac{f}{f_{H1}}} \right)^2$$



多级放大电路上、下限频率的估算

$$f_L \approx 1.1 \sqrt{\sum_{k=1}^N f_{Lk}^2}$$

放大电路的级数越多，增益愈高，但频带越窄。

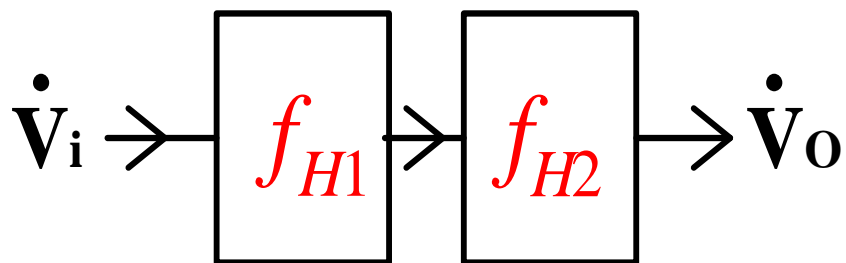
$$\frac{1}{f_H} \approx 1.1 \sqrt{\sum_{k=1}^N \frac{1}{f_{hk}^2}}$$

对于具有多个不同的上下限频率的放大器：

在工程上可以认为，当某级的下限频率 f_L 远高于其他各级的下限频率时，则可认为整个放大电路的下限频率近似为 f_L

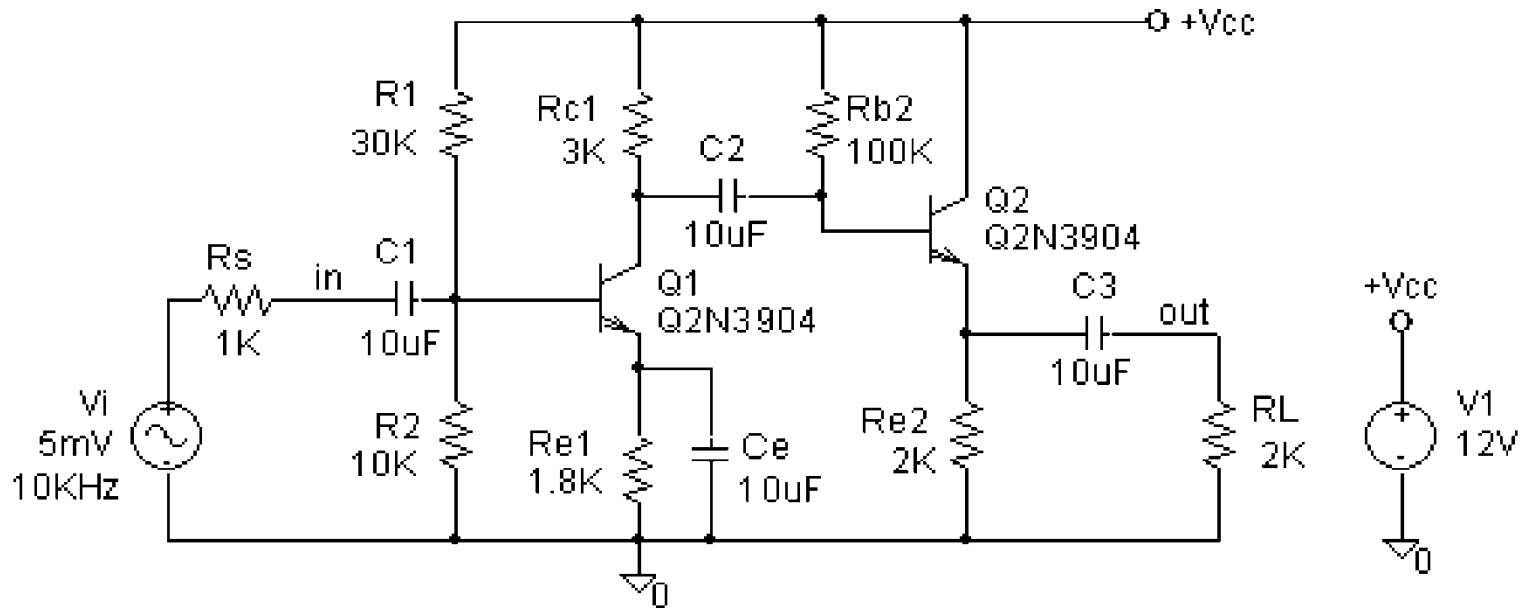
当某级的上限频率 f_H

远低于其他各级的上限频率时，则整个放大电路的上限频率近似为 f_H

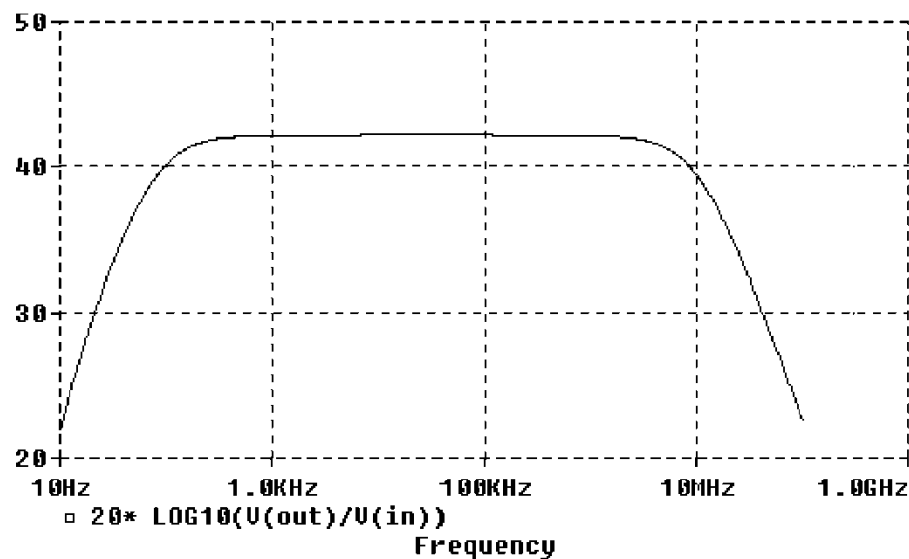


【例】多级放大电路如图所示， v_i 为5mV(幅值)的正弦交流电压，设晶体管Q2N3904的模型参数为 $\beta=132$ ，试用PSPICE程序仿真发现：当频率从10Hz变化到100MHz时，电压增益的幅频特性：下限频率 f_L 为744Hz，上限频率 f_H 为10MHz；中频段的电压放大倍数为128.8，即42.2dB。

现有一个100 μ F的电容器，替换电路中的哪个电容可以明显地改善电路的低频特性？



➤ 当 C_e 从 $10\mu\text{F}$ 改为 $100\mu\text{F}$ 后，
下限频率 f_L 为 79Hz ，
比原来的有明显的降低。



? 为什么耦合电容 C_1 、 C_2 等常取十几或几十微法，而旁路电容 C_e 则取上百微法？

因为与电容 C_1 、 C_2 和 C_3 所在回路的等效电阻相比，
电容 C_e 所在回路的等效电阻要小得多，
因此需要较大的电容值，
才能使它们所产生的转折频率在数量级上相当。

作业

■ **1.5, 6, 7; 10, 11, 13** 单管

■ **1.14, 15, 16, 17** 多级

■ **1.22, 23, 24, 25** 差分

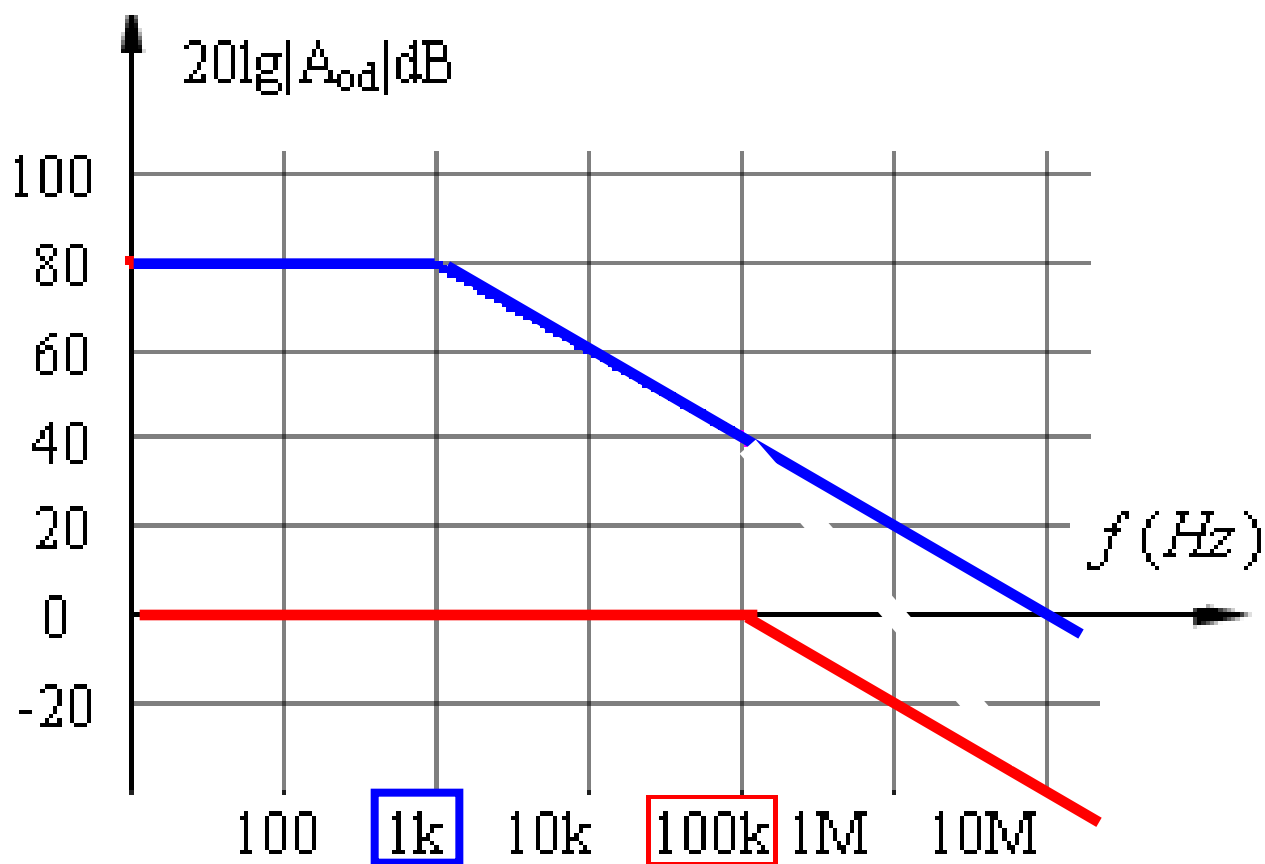
■ **1.28, 29, 30** 频率特性

■ 仿真 **1.18**

【例1】 频率特性表达式

$$A_{od} = \frac{10^4}{(1 + j f / 1kHz)(1 + j f / 100kHz)}$$

画出幅频特性和相频特性的Bode图。

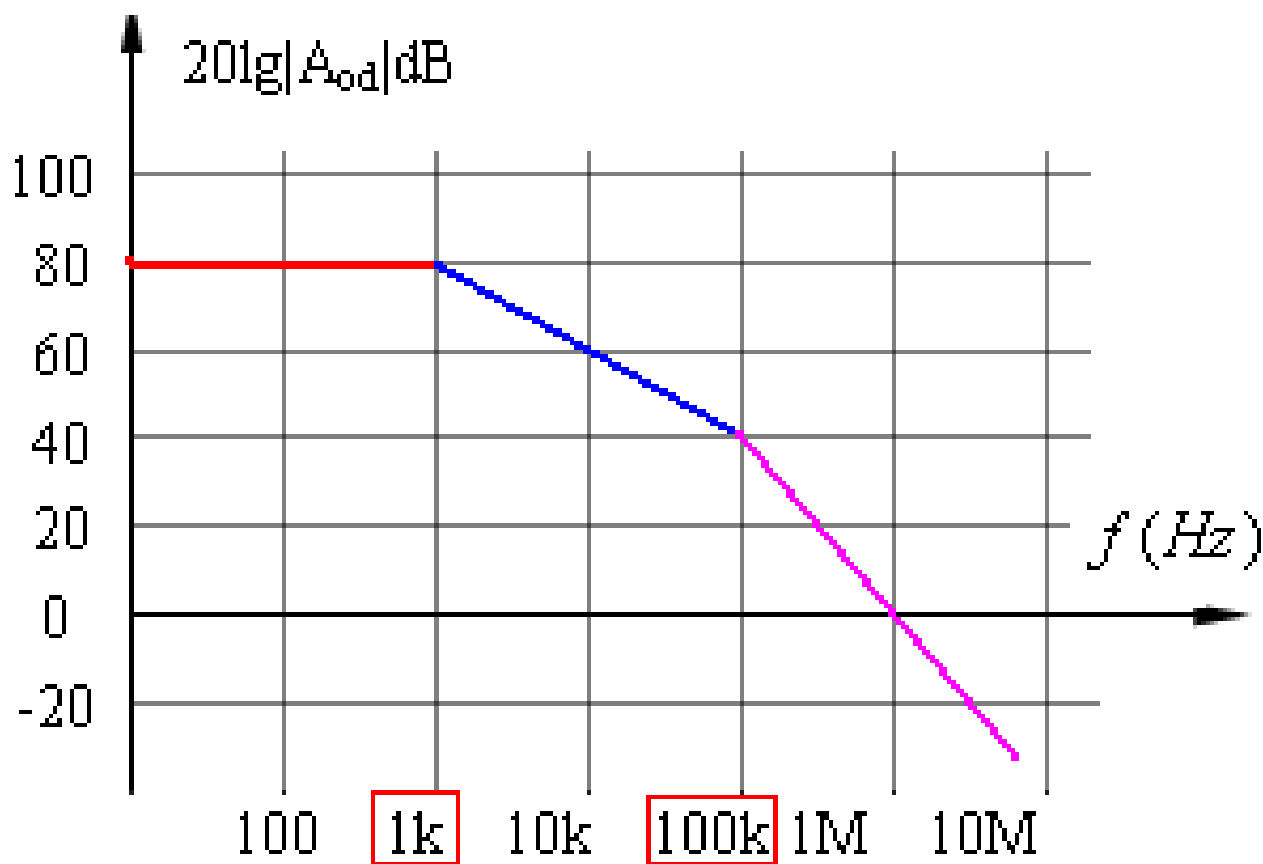


幅频特性

【例1】 频率特性表达式

$$A_{od} = \frac{10^4}{(1 + j f / 1kHz)(1 + j f / 100kHz)}$$

画出幅频特性和相频特性的Bode图。

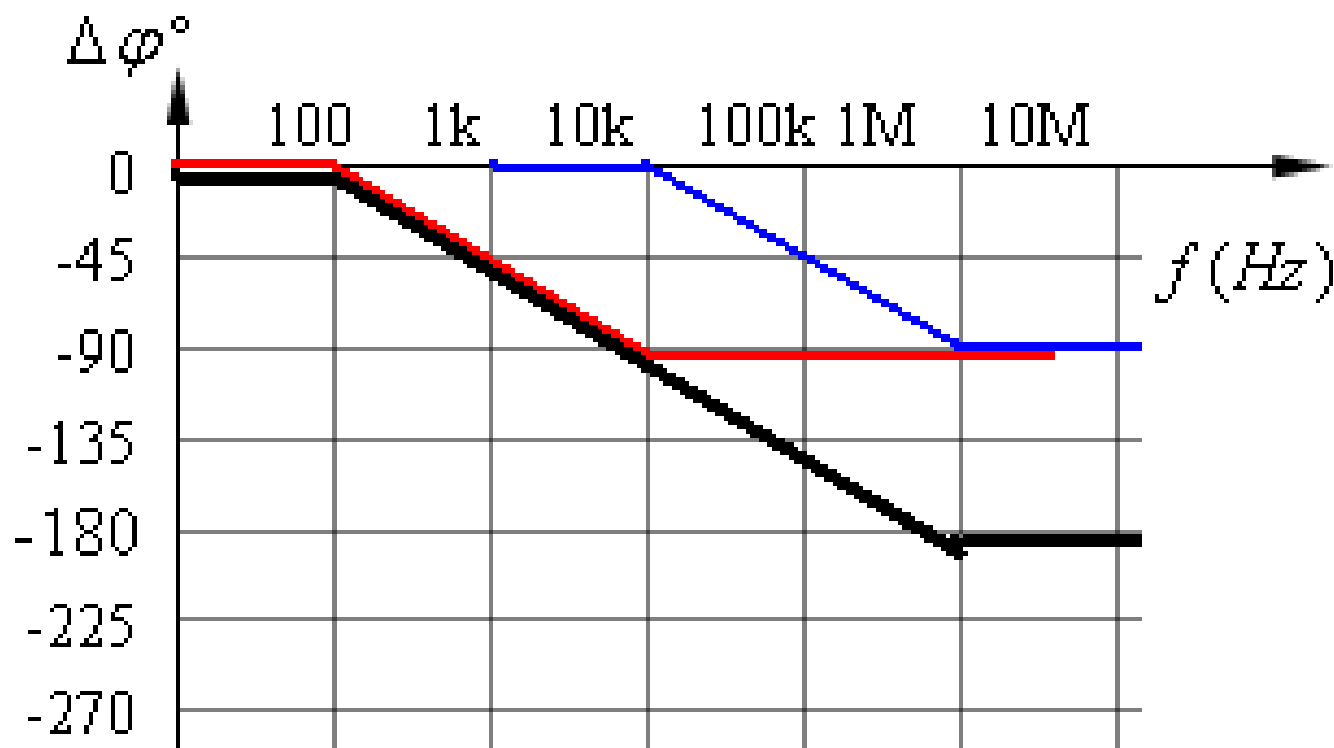


幅频特性

频率特性表达式

$$A_{od} = \frac{10^4}{(1 + j f / 1kHz)(1 + j f / 100kHz)}$$

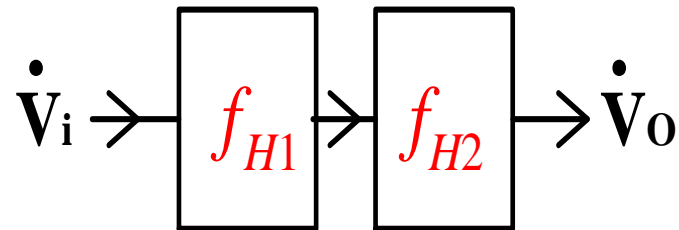
画出幅频特性和相频特性的Bode图。



相频特性

【例2】

已知二级放大电路的频率响应为



$$\dot{A}_v = \frac{-100}{(1 + jf / 100\text{kHz})(1 + jf / 1\text{MHz})}$$

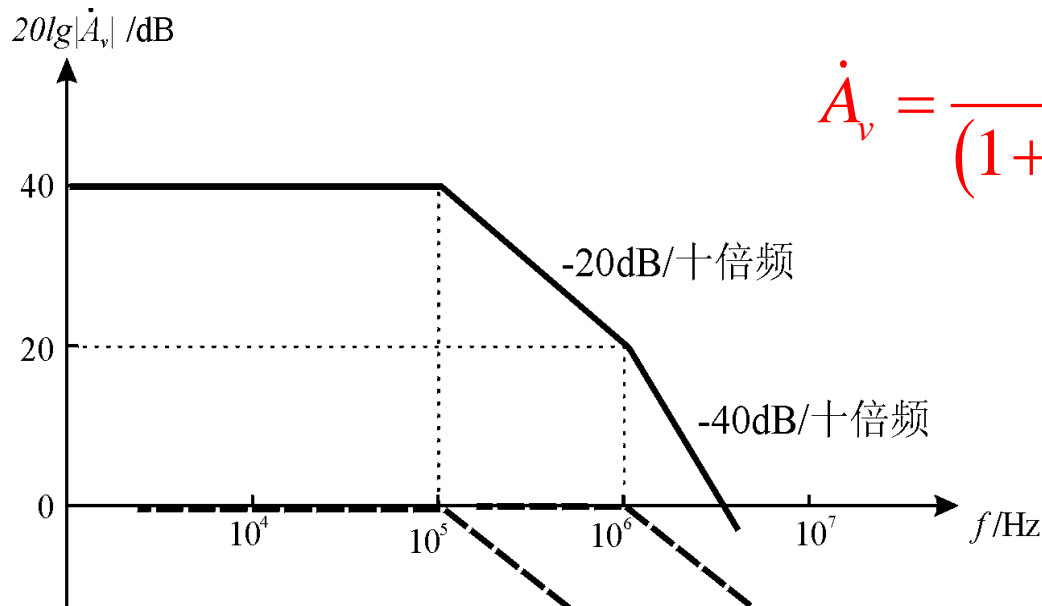
试画出它的波特图，并求出它的上限频率 f_H 。

解： 上限频率为 $f_H = 100\text{KHz}$

上限频率就是放大电路高频段电压放大倍数下降到中频段电压放大倍数的0.707倍（-3dB）对应的频率。

$$20\lg |\dot{A}_v| = 40 - 20\lg \sqrt{1 + (f / 10^5)^2} - 20\lg \sqrt{1 + (f / 10^6)^2}$$

$$\varphi = -180^\circ - \arctan(f / 10^5) - \arctan(f / 10^6)$$



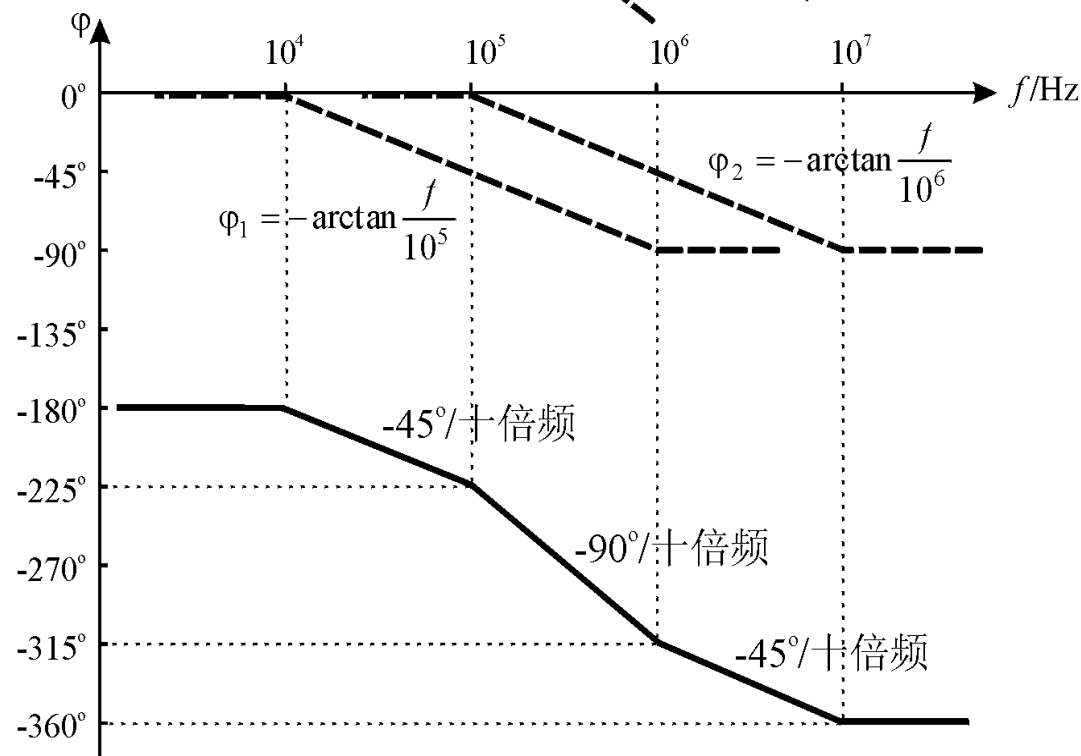
$$\dot{A}_v = \frac{-100}{(1 + jf / 100\text{kHz})} \cdot \frac{1}{(1 + jf / 1\text{MHz})}$$

多级放大电路的波特图采用单级波特图叠加的方法

必须熟练掌握已知

截至频率画出频率特性波特图，或已知波特图写出

频率特性表达式。



■ 测试题

已知一多级放大电路的频率响应为 $\dot{A}_{vs} = -70 \cdot \frac{1}{1 + jf / 7.43 \times 10^5} \cdot \frac{1}{1 + jf / 2.6 \times 10^7}$

试画出它的波特图，并求出它的上限频率 f_H 。

➤ 练习题 已知一多级放大电路的频率响应为

$$\dot{A}_v = \frac{-100}{(1 + jf / 100\text{kHz})(1 + jf / 1\text{MHz})}$$

试画出它的波特图，并求出它的上限频率 f_H 。

➤ 练习题

(1) 画出某放大电路的全频段微变等效电路图。

(2) 设放大电路的电压增益表达式如下：

$$\dot{A}_{vs} = \frac{-100 * (jf / 10Hz)}{(1 + jf / 10Hz) * (1 + jf / 10kHz)^2 * (1 + jf / 100kHz)}$$

写出其对数幅频、相频表达式；

画出波特图；

求 f_L ， f_H 的近似值 。