第7章　动态电路的暂态分析

(dynamic circuit) (transient analysis)

7.1 动态电路概述

7.2 电路的初始条件

7.3 一阶电路的暂态响应

7.4 一阶电路的阶跃和冲激响应

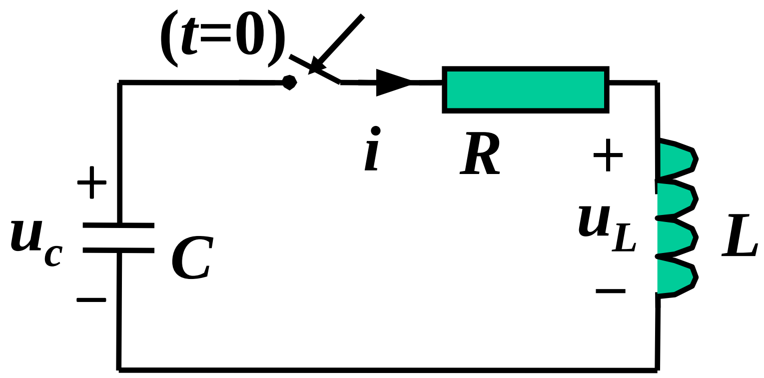
7.5 二阶电路的响应

7.6 高阶电路过渡过程的求解方法

7.5 二阶电路的响应

7.5.1 零输入响应

RLC串联电路的零输入响应



已知 $u_C(0^-)=U_0$ $i(0^-)=0$

求 $u_C(t)$, $i(t)$, $u_L(t)$.

解

$$Ri+u_L-u_C=0 \quad i=-C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \qquad u_L=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=-LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}$$

$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}+RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$$

特征方程为 $LCP^2+RCP+1=0$

$$P_{1,2}=\frac{-RC\pm\sqrt{R^2C^2-4LC}}{2LC}=-\frac{R}{2L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\frac{1}{LC}}$$

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

根的性质不同，响应的变化规律也不同

$R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 二个不等负实根 $u_C = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$

$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 二个相等负实根 $u_C = (A_1 + A_2 t) e^{pt}$

$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 一对共轭复根 $u_C = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$

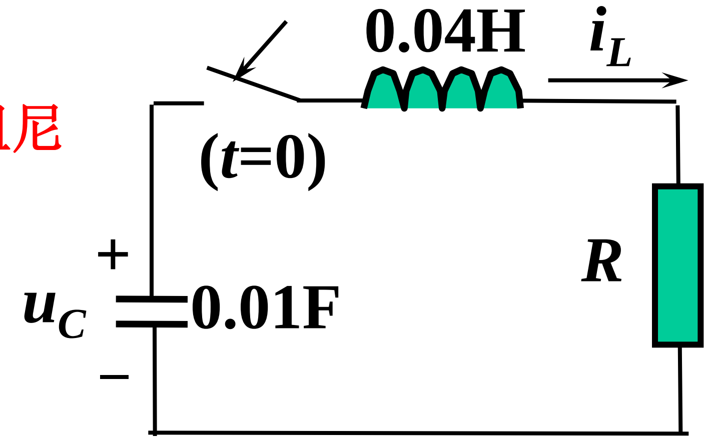
$$= K e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t + \beta)$$

$$P_{12} = -\alpha \pm j\omega_d$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{LC}u_C=0$$

$$b^2-4ac=625R^2-10000$$

例：R分别为5Ω、4 Ω、1 Ω、 0 Ω时求 $u_C(t)$、 $i_L(t)$，$t\geq 0$ 。



$u_C(0^-)=3\text{V}$

$i_L(0^-)=0$

R＝5 Ω

$$\begin{cases} b^2-4ac=5625>0 \\ p_1=-25 \quad p_2=-100 \quad \text{过阻尼} \\ u_C(t)=A_1e^{-25t}+A_2e^{-100t} \end{cases}$$

R＝4 Ω

$$\begin{cases} b^2-4ac=0 \quad \text{临界阻尼} \\ P_1=P_2=-50 \\ u_C(t)=A_1e^{-50t}+A_2te^{-50t} \end{cases}$$

R＝1 Ω

$$\begin{cases} b^2-4ac=-9375<0 \quad \text{欠阻尼} \\ p_{1,2}=-12.5\pm j48.4 \\ u_C(t)=Ke^{-12.5t}\sin(48.4t+\theta) \end{cases}$$

3. 用初值确定待定系数

$$u_C(0) = 3\text{V}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+} = 0$$

$R=5\Omega$

$$u_C(t) = A_1 e^{-25t} + A_2 e^{-100t}$$

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = 3 \\ -25A_1 - 100A_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow A_1 = 4 \quad A_2 = -1$$

$$\boxed{u_C(t) = 4e^{-25t} - e^{-100t}\,\text{V} \quad (t \geq 0)}$$

$R=4\Omega$

$$u_C(t) = A_1 e^{-50t} + A_2 t\, e^{-50t}$$

$$\begin{cases} A_1 = 3 \\ -50A_1 + A_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow A_1 = 3,\ \ A_2 = 150$$

$$\boxed{u_C(t) = 3e^{-50t}(1+50t)\,\text{V} \quad (t \geq 0)}$$

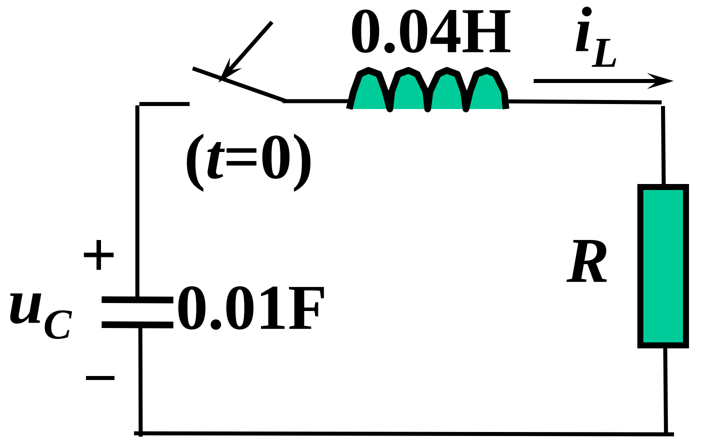
$R=1\Omega$

$$u_C(t) = K e^{-12.5t}\sin(48.4t + \theta)$$

$$\begin{cases} K\sin\theta = 3 \\ -12.5K\sin\theta + 48.4K\cos\theta = 0 \end{cases} \Rightarrow K = 3.1,\ \ \theta = 75.5^{\circ}$$

$$\boxed{u_C(t) = 3.10e^{-12.5t}\sin(48.4t + 75.5^{\circ})\,\text{V} \quad (t \geq 0)}$$

$$C\frac{du_C}{dt} = -i_L$$



$R = 5\Omega$

$$\begin{cases} u_C(t) = 4e^{-25t} - e^{-100t}\,\text{V} \quad (t \geq 0) \\ i(t) = e^{-25t} - e^{-100t}\,\text{A} \quad (t \geq 0) \end{cases}$$

$R = 4\Omega$

$$\begin{cases} u_C(t) = 3e^{-50t}(1 + 50t)\,\text{V} \quad (t \geq 0) \\ i(t) = 75te^{-50t}\,\text{A} \quad (t \geq 0) \end{cases}$$

$R = 1\Omega$

$$\begin{cases} u_C(t) = 3.10e^{-12.5t}\sin(48.4t + 75.5^\circ)\,\text{V} \quad (t \geq 0) \\ i(t) = 1.55e^{-12.5t}\sin 48.4t\,\text{A} \quad (t \geq 0) \end{cases}$$

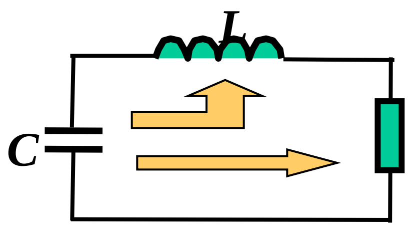
4. 波形与能量传递

$R=5\Omega$　过阻尼，无振荡放电

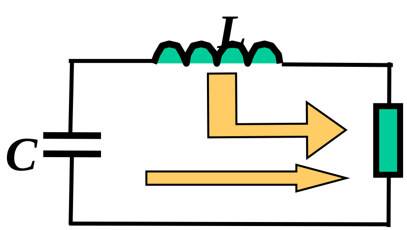
$$u_C(t)=4\mathrm{e}^{-25t}-\mathrm{e}^{-100t}\,\mathrm{V}\quad (t\geq 0)$$

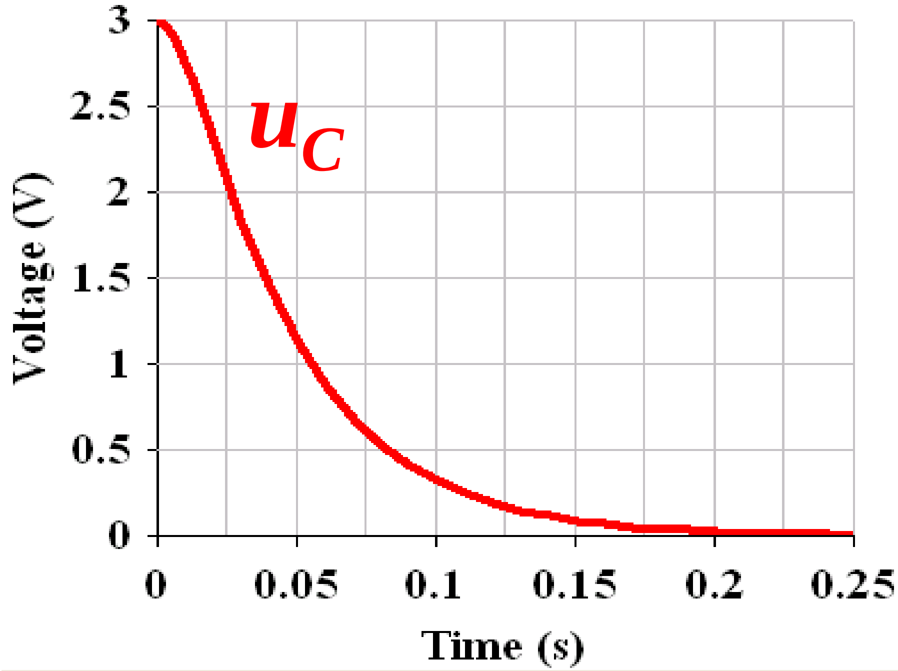
$$i(t)=\mathrm{e}^{-25t}-\mathrm{e}^{-100t}\,\mathrm{A}\quad (t\geq 0)$$

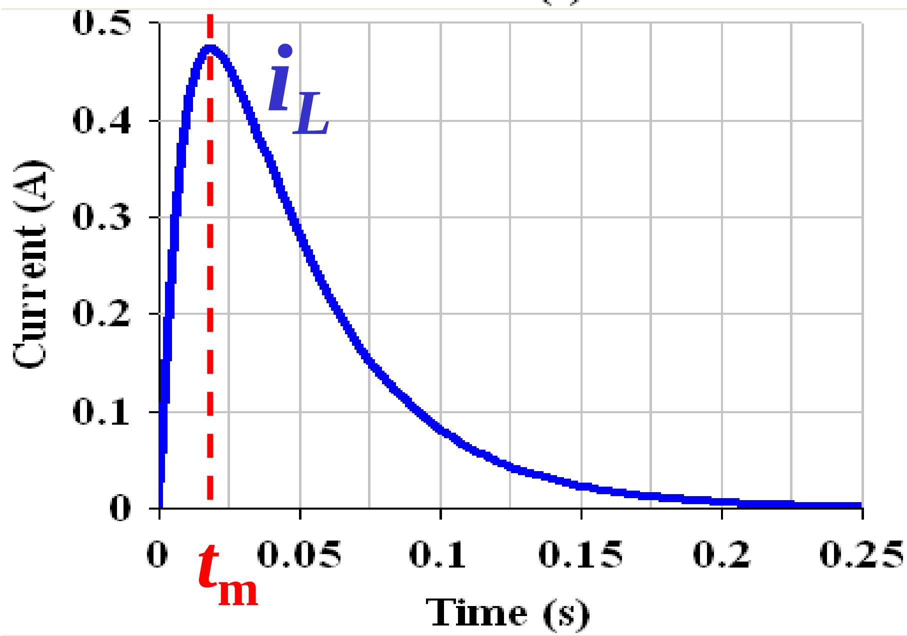
$0<t<t_m$　u_C 减小, i 增加.



$t>t_m$　u_C 减小 , i 减小 。







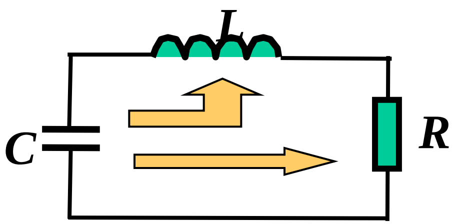
$R = 4\Omega$

临界阻尼，无振荡放电

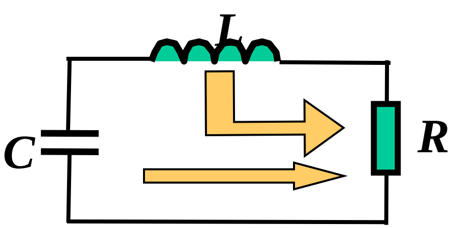
$$u_C(t) = 3e^{-50t}(1+50t)\text{V} \quad (t \geq 0)$$

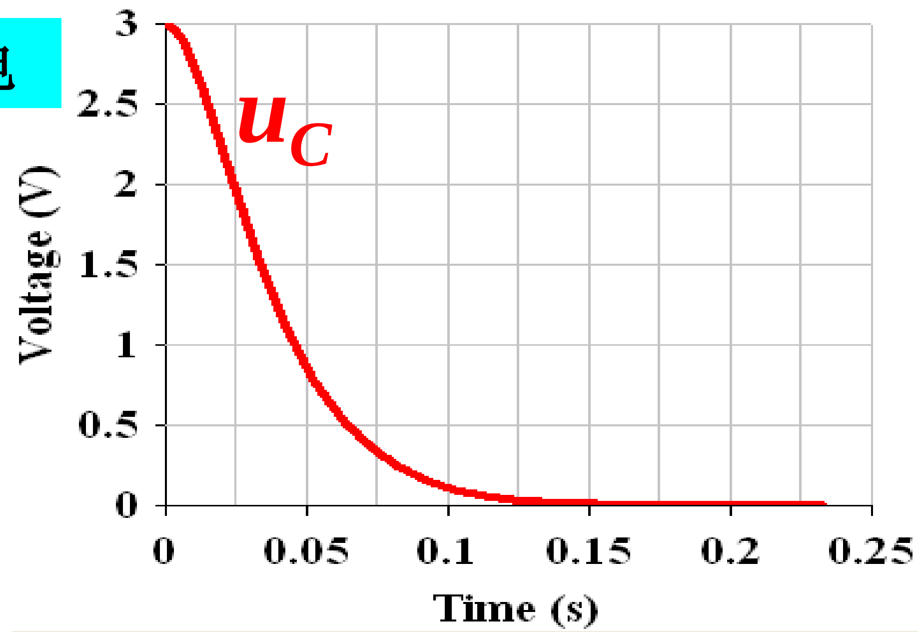
$$i(t) = 75te^{-50t}\text{A} \quad (t \geq 0)$$

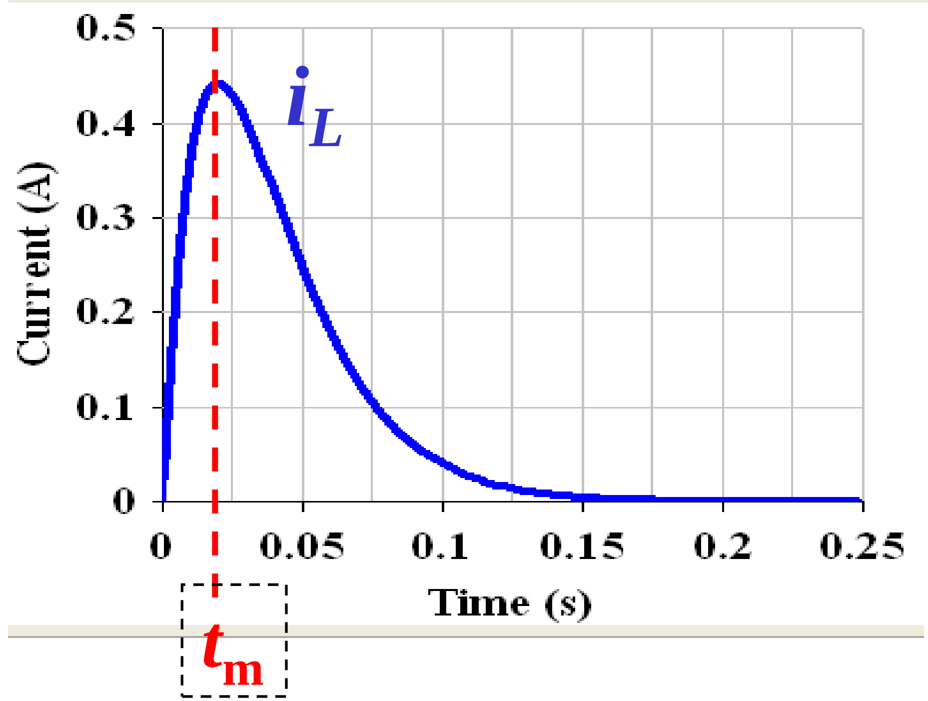
$0 < t < t_m$　u_C 减小，i 增加.



$t > t_m$　u_C 减小，i 减小.



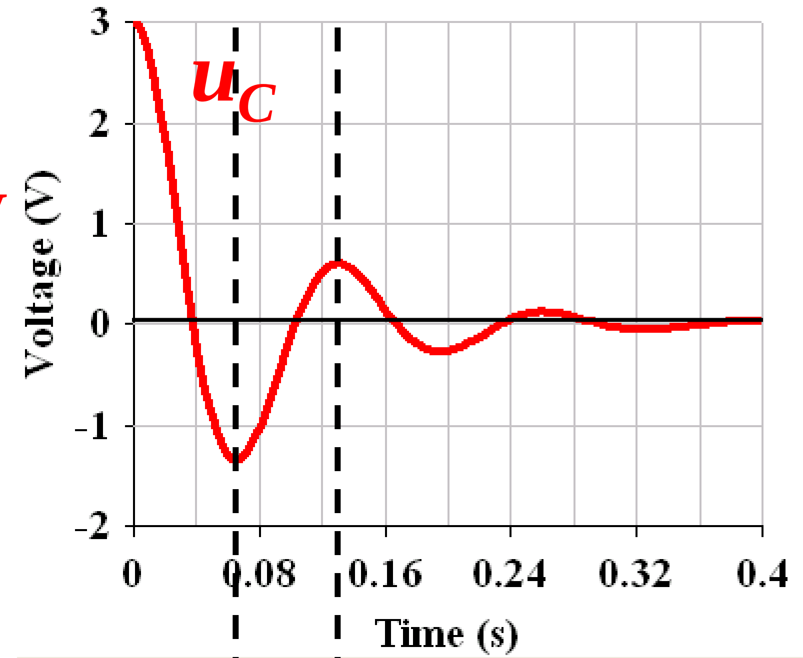




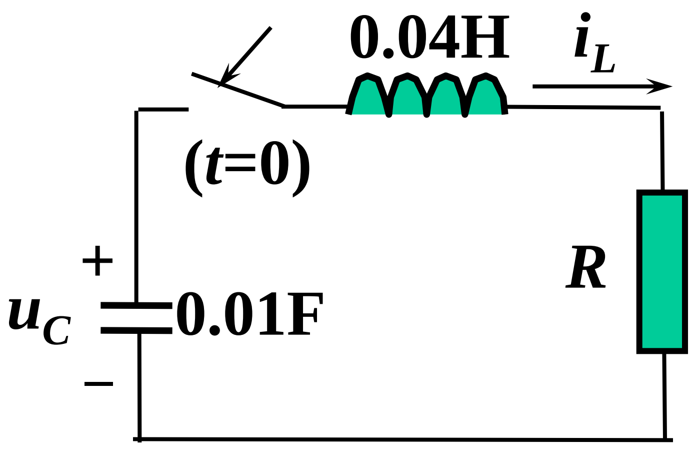
$R=1\Omega$ 欠阻尼，振荡放电

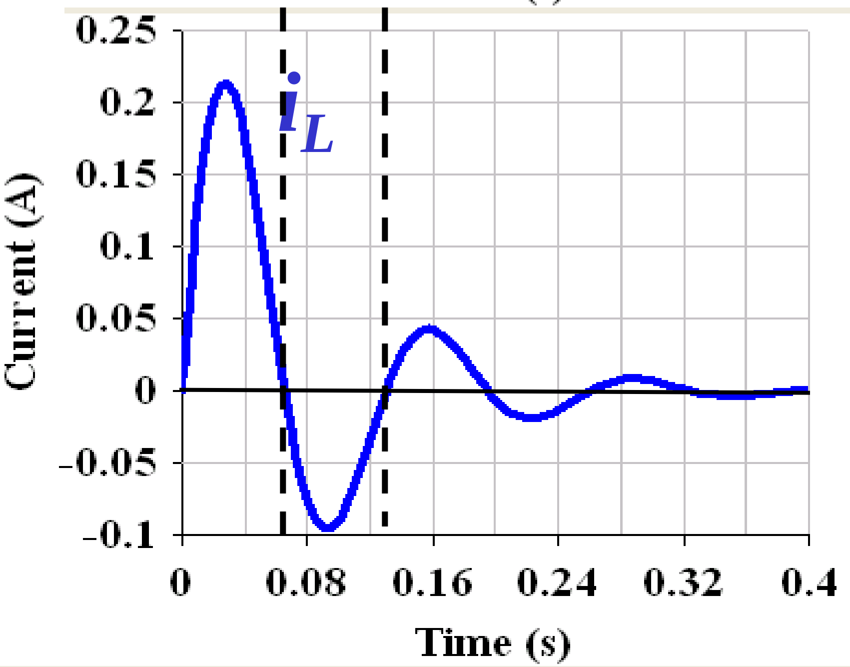
$$u_C(t)=3.10\mathrm{e}^{-12.5t}\sin(48.4t+75.5^\circ)\mathrm{V}$$

$(t\geq 0)$



$$i(t)=1.55\mathrm{e}^{-12.5t}\sin 48.4t\ \mathrm{A}\quad (t\geq 0)$$

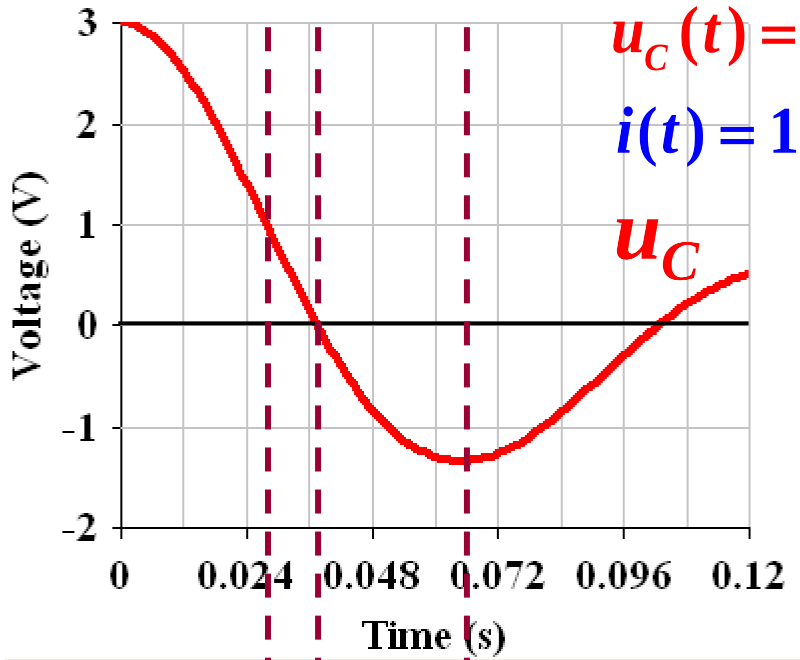




讨论半个周期中能量的关系

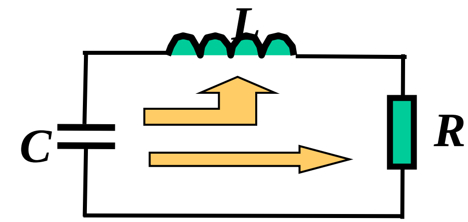
$$u_C(t)=3.10\mathrm{e}^{-12.5t}\sin(48.4t+75.5^{\circ})\mathrm{V}$$

$$i(t)=1.55\mathrm{e}^{-12.5t}\sin 48.4t\ \mathrm{A}\quad (t\geq 0)$$



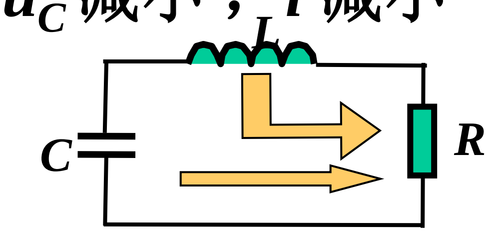
$0\leq 48.4t\leq 90^{\circ}$

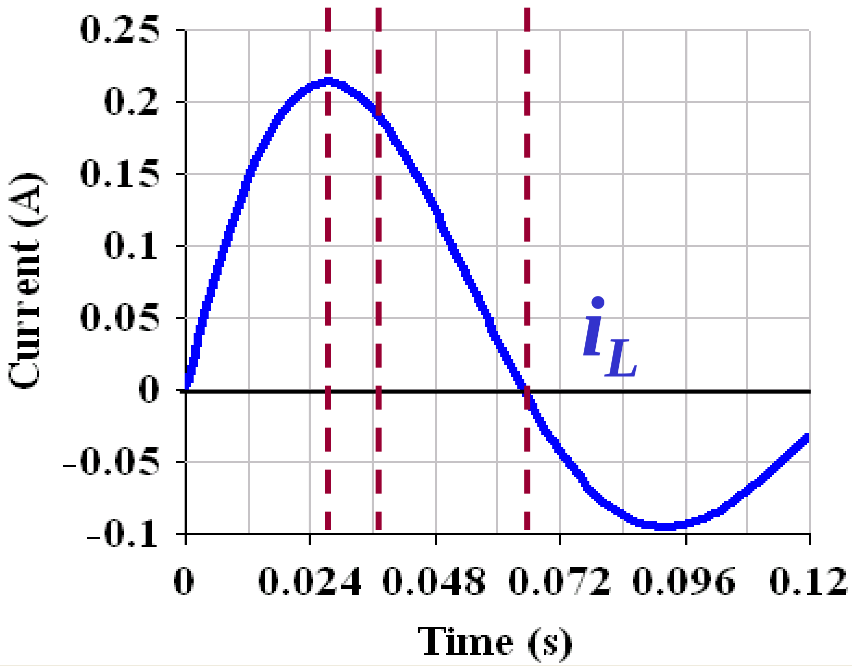
u_C 减小， i 增加



$90^{\circ}\leq 48.4t\leq 104.5^{\circ}$

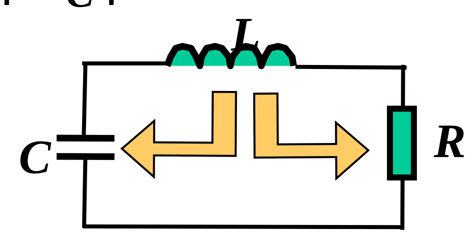
u_C 减小，i 减小





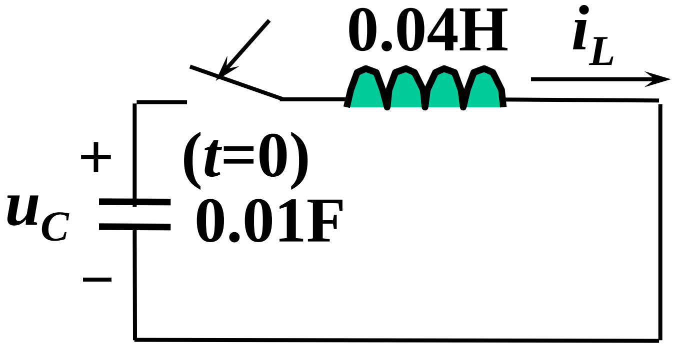
$104.5^{\circ}\leq 48.4t\leq 180^{\circ}$

$|u_C|$ 增加，i 减小



周而复始，电阻不断消耗能量，u_C i_L 衰减到零。

$R=0$ 无阻尼振荡



$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$$

$$p^2+2500=0 \qquad p=\pm \mathrm{j}50$$

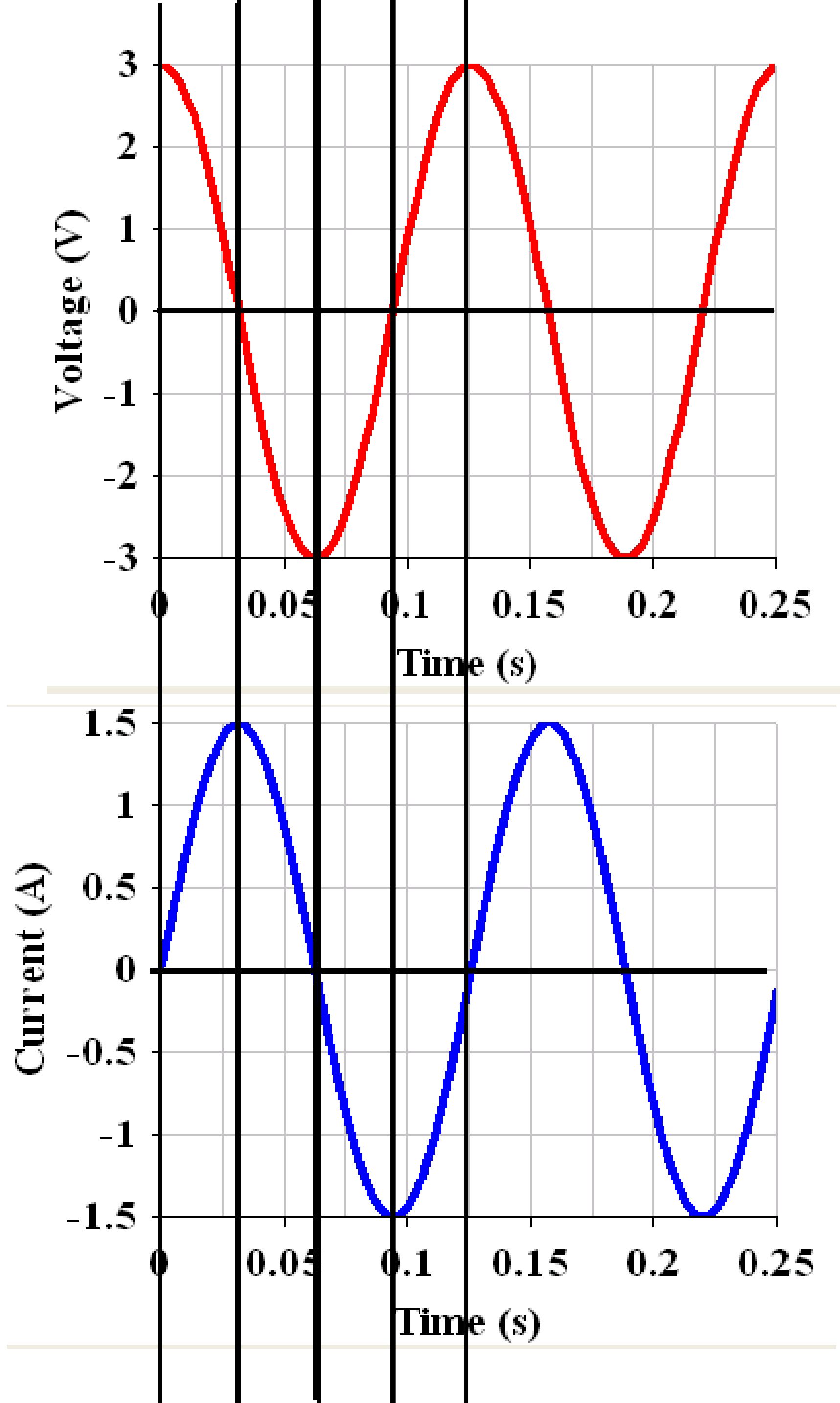
$$u_C(t)=K\sin(50\,t+\theta)$$

$$u_C(0)=3, \quad \left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+}=0$$

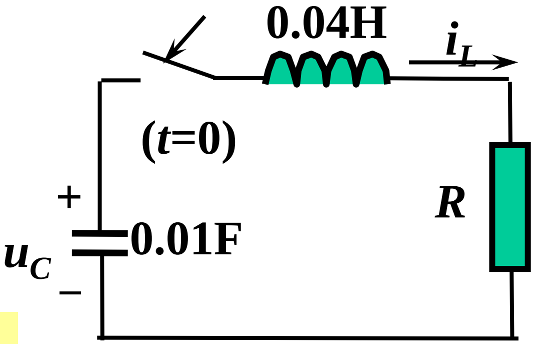
$$K=3, \quad \theta=90^{\circ}$$

$$u_C(t)=3\cos 50t \text{ V} \quad (t\geq 0)$$

$$i(t)=1.5\sin 50t \text{ A} \quad (t\geq 0)$$



二、用直觉解法定性画支路量的变化曲线



1. 过阻尼或临界阻尼（无振荡衰减）

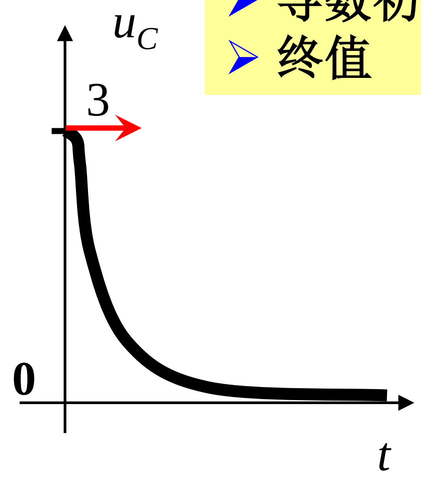
- 初值
- 导数初值
- 终值

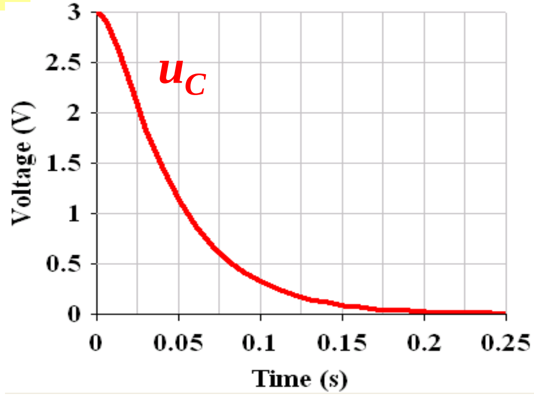
$u_C(0^-) = 3\text{V}$
$i_L(0^-) = 0$

以过阻尼为例。

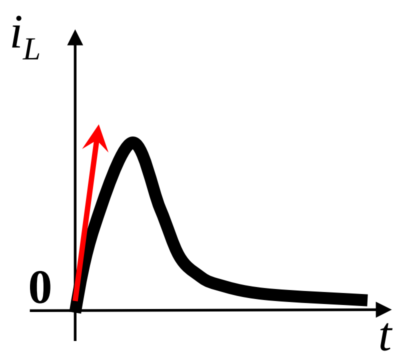
$$p_1 = -25, \quad p_2 = -100$$

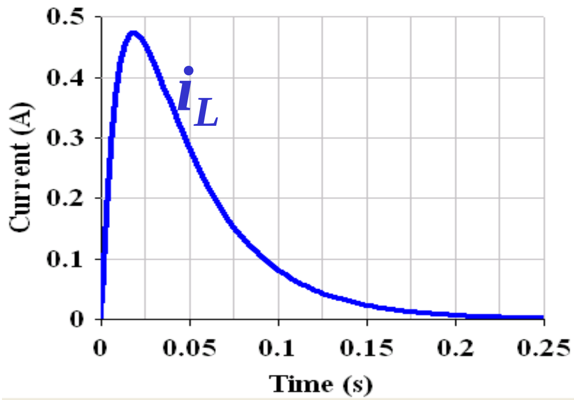
$$\begin{cases} u_C(0^+) = 3\text{V} \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+} = -\dfrac{1}{C} i_L(0^+) = 0 \end{cases}$$





$$\begin{cases} i_L(0^+) = 0 \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+} = \dfrac{1}{L} u_L(0^+) = \dfrac{3}{L} \end{cases}$$



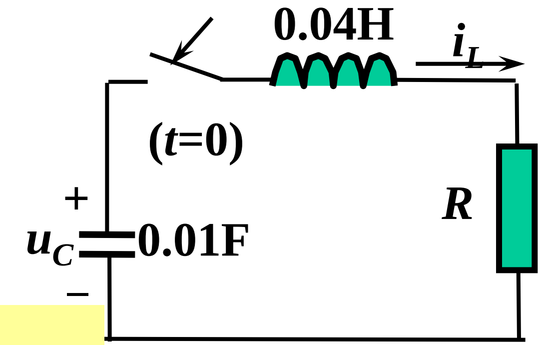


2. 欠阻尼（衰减振荡）

衰减系数α

衰减振荡角频率ω_d

$$p_{1,2} = -12.5 \pm j48.4$$



$u_C(0^-) = 3\text{V}$
$i_L(0^-) = 0$

- 初值
- 导数初值
- 终值
- 经过多少周期振荡衰减完毕

$$\begin{cases} u_C(0^+) = 3\text{V} \\ \left.\dfrac{du_C}{dt}\right|_{t=0^+} = -\dfrac{1}{C} i_L(0^+) = 0 \end{cases}$$

回忆一阶电路中的时间常数τ：3～5τ后过渡过程结束

$$3 \times \frac{1}{\alpha} = \frac{3}{12.5} = 0.24 \text{ s}$$

后过渡过程结束

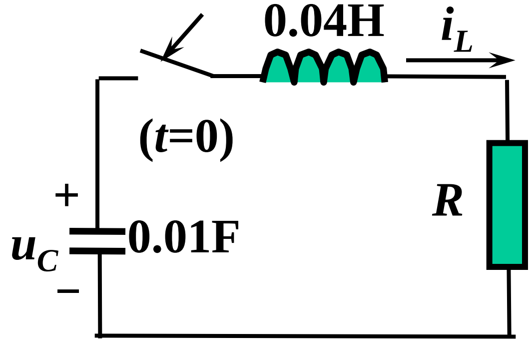
$$5 \times \frac{1}{\alpha} = \frac{5}{12.5} = 0.4 \text{ s}$$

振荡周期为 $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{48.4} = 0.13 \text{ s}$

衰减过程中有
0.24/0.13≈2次振荡
或0.4/0.13≈3次振荡

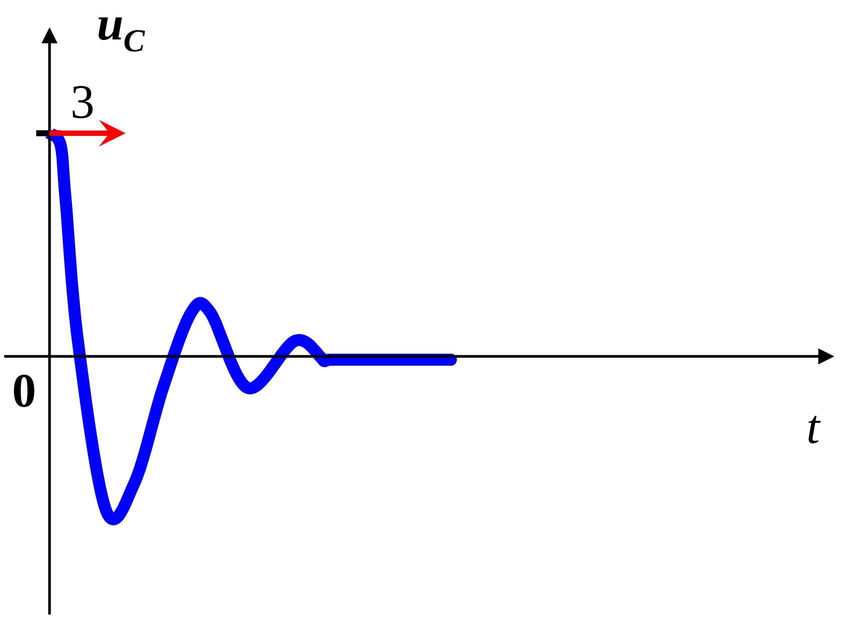
$$p_{1,2} = -12.5 \pm \mathrm{j}48.4$$

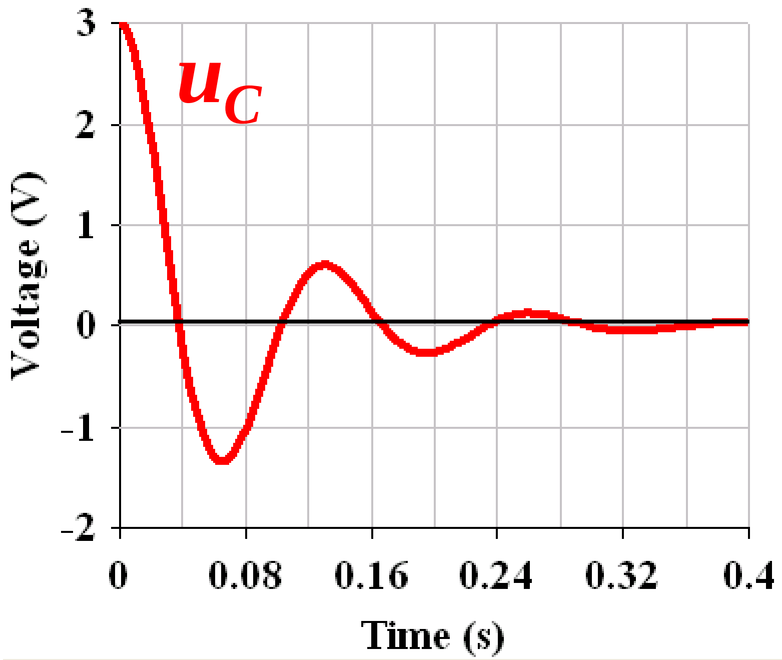
$$\begin{cases} u_C(0^+) = 3\mathrm{V} \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+} = -\dfrac{1}{C} i_L(0^+) = 0 \end{cases}$$



- 初值
- 导数初值
- 终值
- 经过多少周期振荡衰减完毕

衰减过程中有
0.24/0.13≈2次振荡
或0.4/0.13≈3次振荡

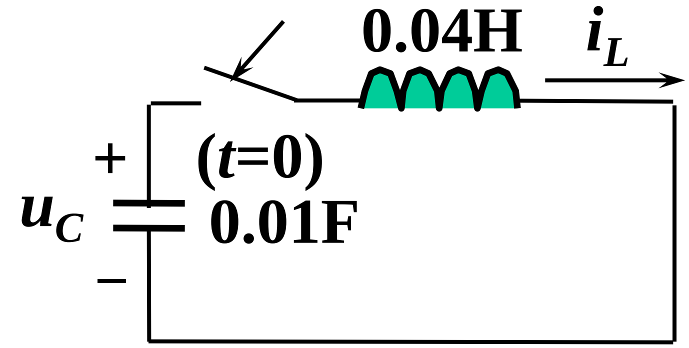




3. 无阻尼

$p = \pm j50$

- 初值
- 导数初值
- **最大值**



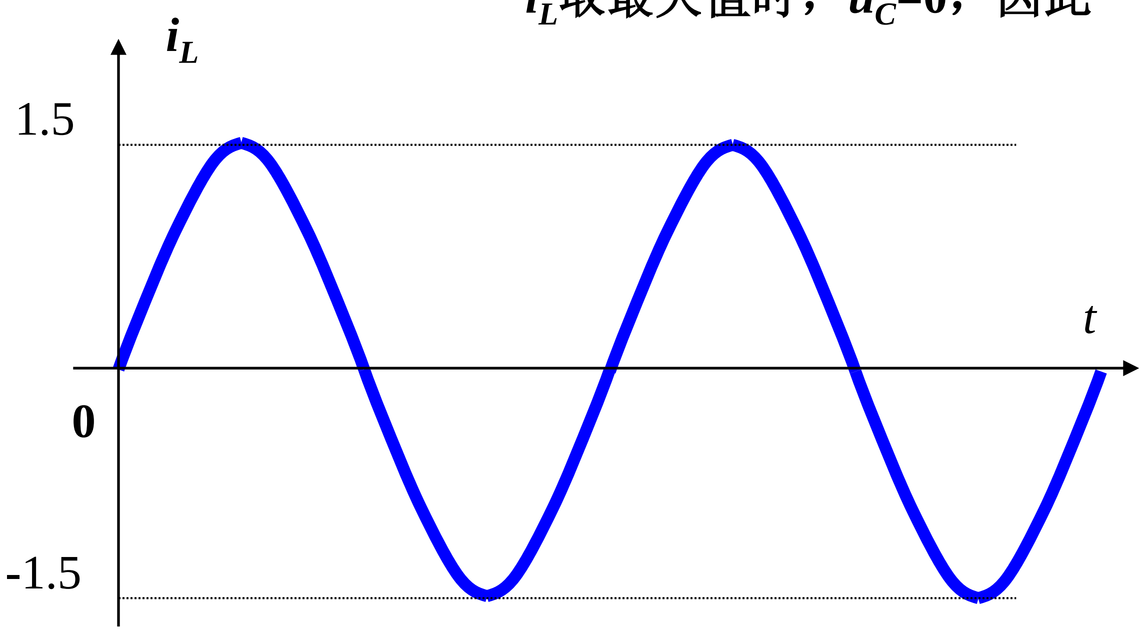
$u_C(0^-) = 3\text{V}$
$i_L(0^-) = 0$

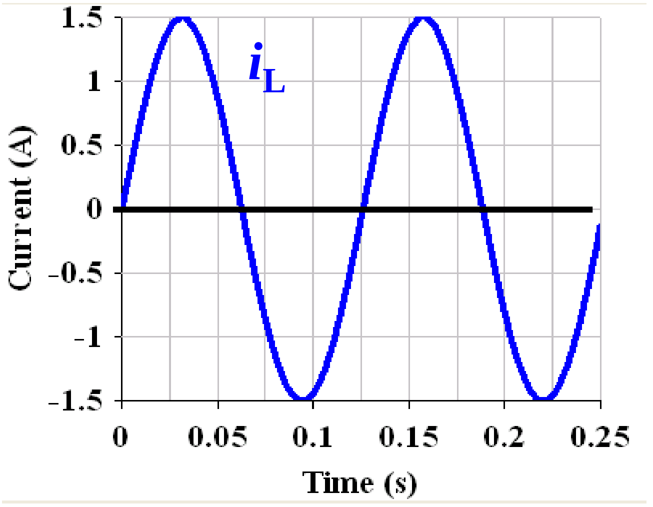
$$\begin{cases} i_L(0^+) = 0 \\ \left.\dfrac{di_L}{dt}\right|_{t=0^+} = \dfrac{1}{L}u_L(0^+) = \dfrac{3}{L} \end{cases}$$

因为无阻尼，所以能量守恒

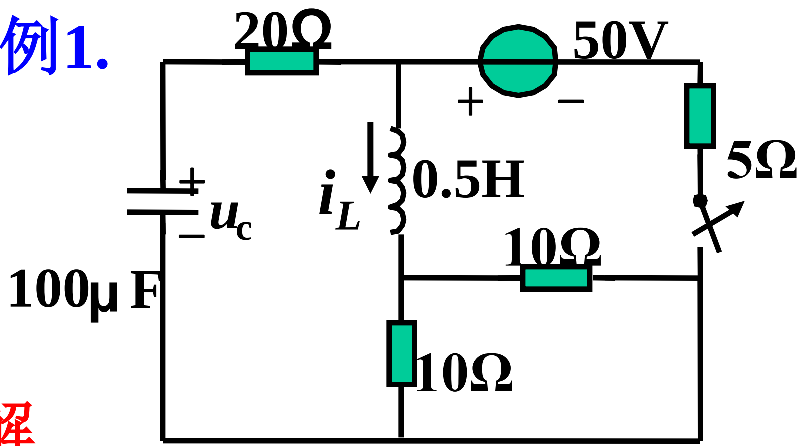
$$\frac{1}{2}Cu_C^2(0) + \frac{1}{2}Li_L^2(0) = \frac{1}{2}Cu_C^2(t) + \frac{1}{2}Li_L^2(t)$$

i_L取最大值时，$u_C=0$，因此 $i_{L\max} = \sqrt{\dfrac{C}{L}}u_C(0) = 1.5\text{A}$





例1.

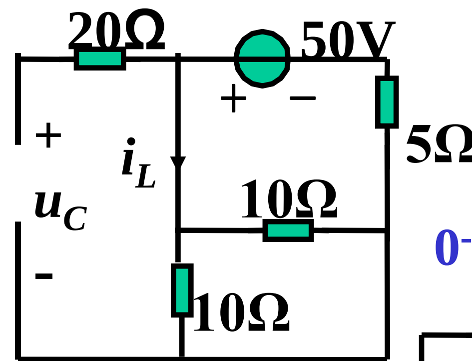


电路所示如图 $t=0$ 时打开开关。求：电容电压u_C，并画波形图。

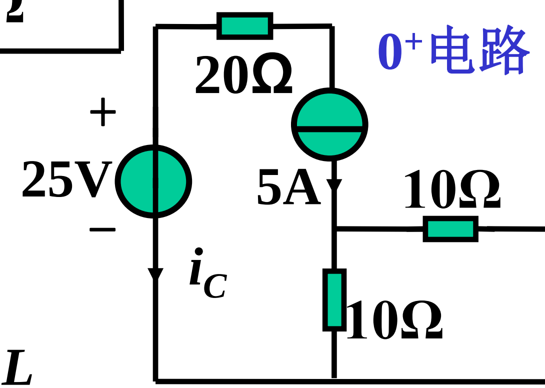
解

(1) $u_c(0^-)=25\text{V}$ $i_L(0^-)=5\text{A}$

(2) $u_c(0^+)=25\text{V}$ $i_C(0^+)= -5\text{A}$



0^-电路



0^+电路

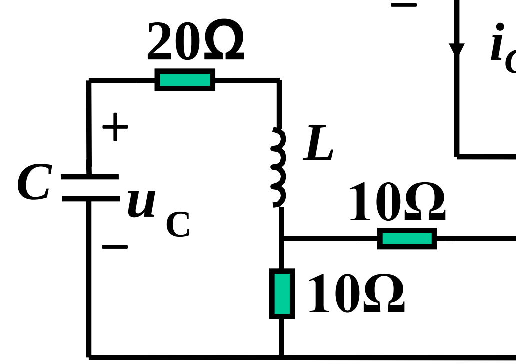
(3) $$0.5\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[-C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right]-25C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}-u_C=0$$

特征方程为

$$50P^2+2500P+10^6=0$$

$$P=-25\pm j139$$

$$u_C=Ke^{-25t}\sin(139t+\beta)$$



$t>0$ 电路

$$u_C = Ke^{-25t}\sin(139t+\beta)$$

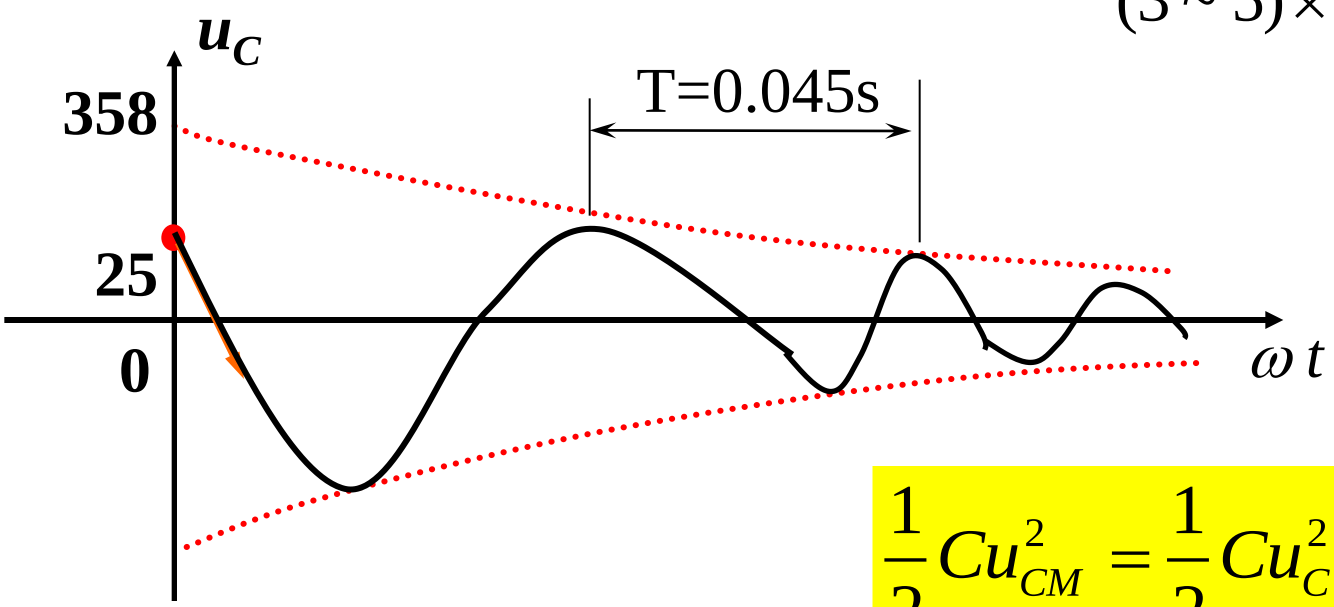
$$\text{由}\begin{cases} u_C(0^+) = 25 \\ C\dfrac{du_C}{dt} = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K\sin\beta = 25 \\ 139K\cos\beta - 25K\sin\beta = \dfrac{-5}{10^{-4}} \end{cases}$$

$$K = 358 \quad , \quad \beta = 176^\circ$$

$$u_C = 358e^{-25t}\sin(139t + 176^\circ)\text{V} \quad t \ge 0$$

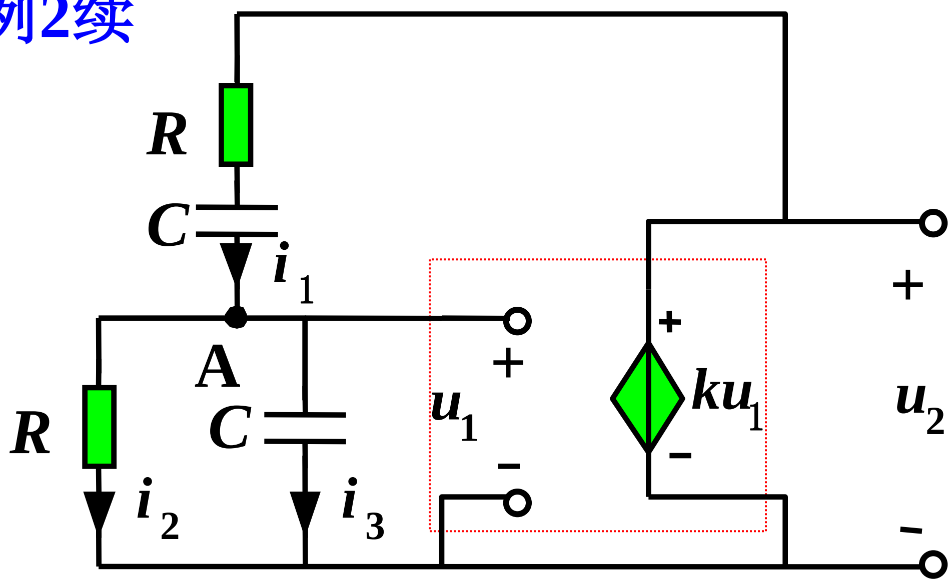
$$(3\sim5)\times\frac{1}{25} = (0.12\sim0.2)s$$

$$= (2.67\sim4.4)$$



$$\frac{1}{2}Cu_{CM}^2 = \frac{1}{2}Cu_C^2(0^+) + \frac{1}{2}Li_L^2(0^+)$$

例2续



左图为有源*RC*振荡电路，讨论*k*取不同值时u_2的零输入响应。

节点A列写KCL有：$$i_1 = \frac{u_1}{R} + C\frac{du_1}{dt}$$

KVL有：$$R(\frac{u_1}{R} + C\frac{du_1}{dt}) + \frac{1}{C}\int(\frac{u_1}{R} + C\frac{du_1}{dt})dt + u_1 = u_2$$

$$u_1 + RC\frac{du_1}{dt} + \frac{1}{RC}\int u_1 dt + u_1 + u_1 = Ku_1$$

整理得：$$\frac{d^2u_1}{dt^2} + (\frac{3-k}{RC})\frac{du_1}{dt} + \frac{u_1}{R^2C^2} = 0$$

$$\frac{d^2u_1}{dt^2}+\left(\frac{3-k}{RC}\right)\frac{du_1}{dt}+\frac{u_1}{R^2C^2}=0$$

特征方程 $$P^2+\frac{3-k}{RC}P+\frac{1}{R^2C^2}=0$$

特征根 $$P=-\frac{3-k}{2RC}\pm\sqrt{\left(\frac{3-k}{2RC}\right)^2-\left(\frac{1}{RC}\right)^2}$$

（1） $\left(\frac{3-k}{2RC}\right)^2>\left(\frac{1}{RC}\right)^2$ 即 $|3-k|>2$ 特征根为实数

即 $k\leq1$ 和 $k\geq5$ 时为非振荡过程

（2） $(\frac{3-k}{2RC})^2 < (\frac{1}{RC})^2$ 即 $|3-k| < 2$ 特征根为共轭复数

即 $1 < k < 5$ 时为振荡过程

$$P = -\frac{3-k}{2RC} \pm \sqrt{(\frac{3-k}{2RC})^2 - (\frac{1}{RC})^2}$$

令 $\frac{3-k}{2RC} = \delta$

$$u_1 = Ae^{-\delta t}\sin(\omega t + \beta)$$

$1 < k < 3$ $\delta > 0$ 衰减振荡

$k = 3$ $\delta = 0$ 等幅振荡 $u_1 = K\sin(\omega_0 t + \beta)$

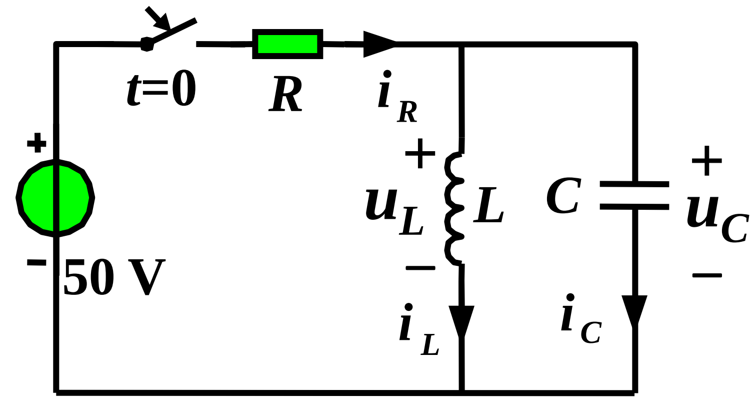
$3 < k < 5$ $\delta < 0$ 增幅振荡

7.5.2 全响应

已知： $i_L(0)=2\text{A}$ $u_C(0)=0$

$R=50\Omega$, $L=0.5\text{H}$, $C=100\mu\text{F}$

求： $i_L(t)$ ， $i_R(t)$ 。



解 (1) 列微分方程

$$\frac{50-L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}}{R}=i_L+C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

$$u_C=u_L=L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$$

$$RLC\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2}+L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+Ri_L=50$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2}+200\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+2\times10^4 i_L=2\times10^4$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 200\frac{di_L}{dt} + 2\times10^4 i_L = 2\times10^4$$

(2)求通解(自由分量）

特征方程 $P^2 + 200P + 20000 = 0$

特征根 $P= -100 \pm j100$

通解 $i_L(t) = Ke^{-100t}\sin(100t + \beta)$

(3)求特解（强制分量，稳态解）

$$i_L'' = 1A$$

(4)求全解

全解 $i_L(t) = 1 + Ke^{-100t}\sin(100t + \beta)$

全解 $i_L(t)=1+Ke^{-100t}\sin(100t+\beta)$

(4)由初值定积分常数

$i_L(0^+)$=2A， $u_C(0^+)$=0 （已知）

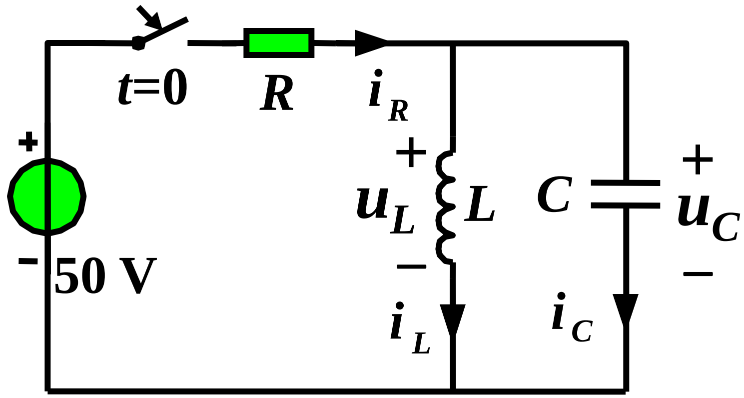
$$\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\bigg|_{0+}=\frac{1}{L}u_L(0^+)=\frac{1}{L}u_C(0^+)=0$$

$$\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}=-100Ke^{-100t}\sin(100t+\beta)+100Ke^{-100t}\cos(100t+\beta)$$

$$\begin{cases} i_L(0^+)=2 \quad \rightarrow \quad 1+K\sin\beta=2 \\ \dfrac{di_L}{dt}\bigg|_{0+}=0 \quad \rightarrow \quad -100K\sin\beta+100K\cos\beta=0 \end{cases}$$

得 $K=\sqrt{2} \quad \beta=45^{\circ}$

$$\therefore i_L(t)=1+\sqrt{2}e^{-100t}\sin(100t+45^{\circ})A \quad t\geq 0$$



(5) 求 $i_R(t)$

$R=50\Omega$
$C=100\mu F$

解答形式为:

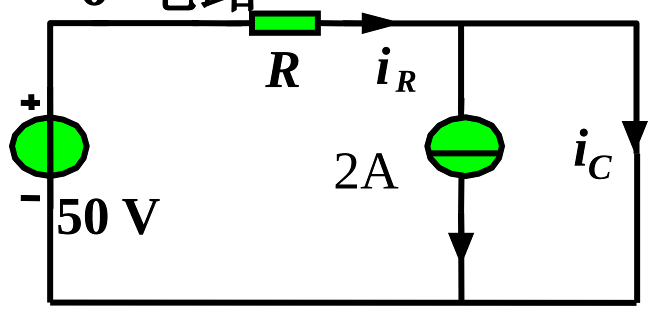
$$i_R(t) = 1 + Ke^{-100t}\sin(100t + \beta)$$

$$i_R = \frac{50 - u_c}{R}$$

由初始值定积分常数

$$i_R(0^+) = \frac{50 - u_C(0^+)}{50} = 1$$

0⁺电路



$$\frac{di_R}{dt}\Big|_{0+} = -\frac{\frac{du_C}{dt}\Big|_{0+}}{R} = -\frac{1}{RC}i_C(0^+)$$

$$i_C(0^+) = -1A$$

$$= -\frac{-1}{50 \times 100 \times 10^{-6}} = 200$$

(5) 求 i_R

$$i_R = 1 + Ke^{-100t}\sin(100t + \beta)$$

$$i_R(0^+) = 1$$

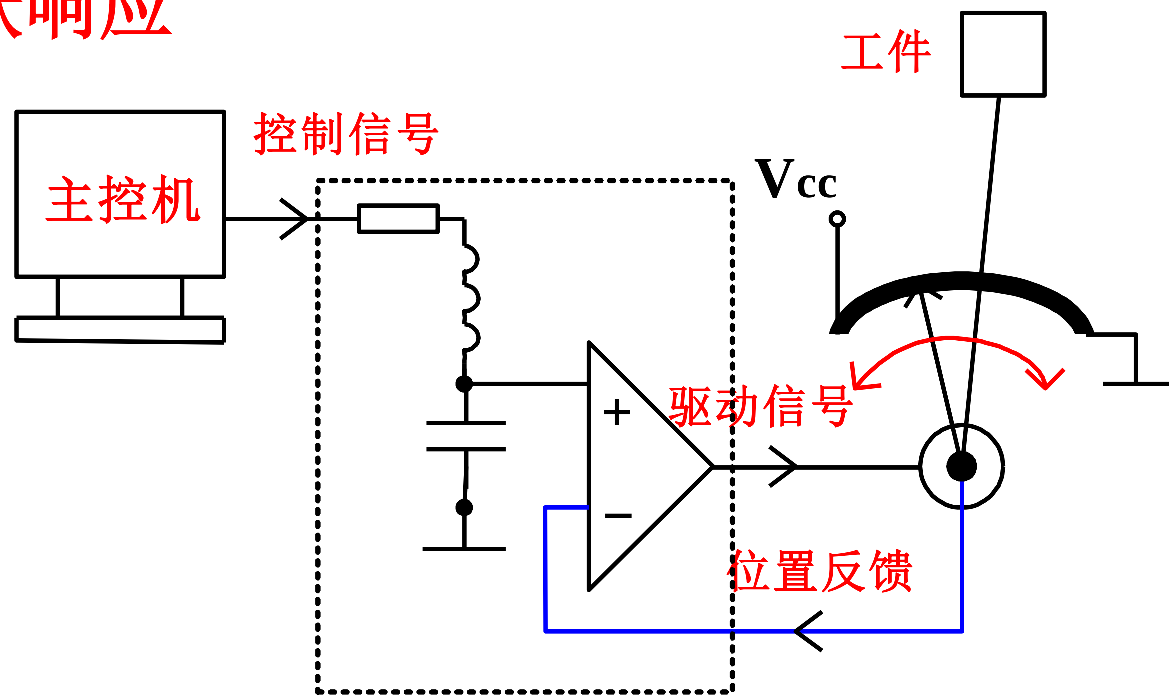
$$\left.\frac{\mathrm{d}i_R}{\mathrm{d}t}\right|_{0+} = 200$$

$$\begin{cases} 1 + K\sin\beta = 1 \\ 100K\cos\beta - 100K\sin\beta = 200 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \beta = 0 \\ K = 2 \end{cases}$$

$$i_R(t) = 1 + 2e^{-100t}\sin 100t\ A \qquad t \geq 0$$

7.5.3 RLC电路阶跃响应

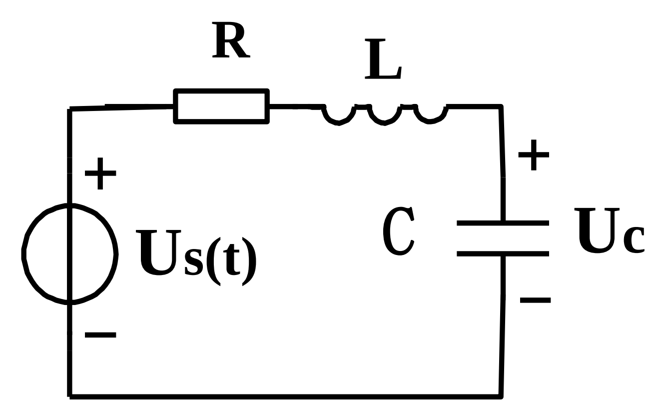
控制系统实例



数学模型：

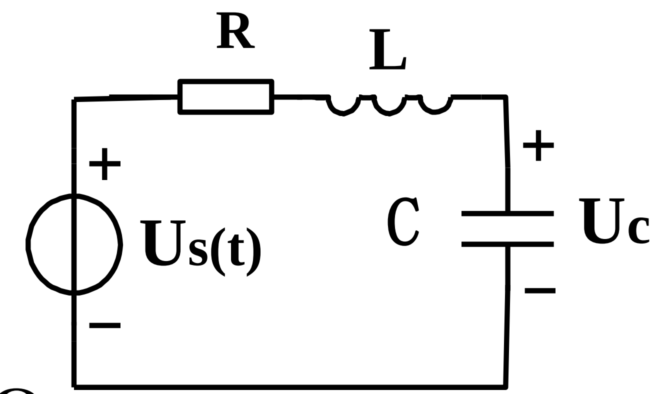
电容电压阶跃响应

$$U_S(t)=U_S\cdot 1(t)$$



例： $U_C(0^-)=0,\ \ i_L(0^-)=0.$

$U_S(t)=U_S\ 1(t)$ 求 $U_C(t)$.



设: $L=1H,\ C=1F,\ R$ 分别为 $1\Omega, 2\Omega, 3\Omega.$

解: 电路方程 $LC\dfrac{d^2U_C}{dt^2}+RC\dfrac{dU_C}{dt}+U_C=U_S$ (二阶非齐次方程).

方程解=特解+通解

方程特解 (稳态解): $U_C'=U_S$

通解: 1>. 当 $R=3\Omega,\ R>2\sqrt{\dfrac{L}{C}}=2$ (过阻尼)

$$S_{1,2}=-\frac{R}{2L}\pm\sqrt{(\frac{R}{2L})^2-\frac{1}{LC}}=-1.5\pm\sqrt{(1.5)^2-1}$$

$S_1 = -0.38,$

$S_2 = -2.62$

$$U_C(t) = U_S + K_1 e^{-0.38t} + K_2 e^{-2.62t}$$

初始条件：$U_C(0^+) = 0,\quad \left.\dfrac{dU_C}{dt}\right|_{t=0^+} = 0$ 代入解出得：

$$U_C(t) = U_0 - 1.17Ue^{-0.38t} + 0.17U_0 e^{-2.62t}$$

2>.当 $R = 2\Omega, R = 2\sqrt{\dfrac{L}{C}} = 2$ 临界阻尼，$S_1 = S_2 = -\dfrac{R}{2L} = -1$

$$U_C(t) = U_0 + (A_1 + A_2 t)e^{-t}$$

由初始条件：$U_C(0) = 0,\quad \left.\dfrac{\mathrm{d}U_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0} = 0$

得：$U_C(t) = U_0 - U_0(1+t)e^{-t}$

3>.当 $R = 1\Omega \quad R < 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2$ **，** 欠阻尼振荡

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{1}{2}, \omega_d = \sqrt{\frac{1}{LC} - \alpha^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$U_C(t) = U_0 + Ae^{-\frac{1}{2}t}\sin(\frac{\sqrt{3}}{2}t + \theta).$$

$$U_C(0) = 0, \quad \left.\frac{dU_C}{dt}\right|_{\tau=0} = 0$$

$$\begin{cases} 0 = U_0 + A\sin\theta \\ 0 = -\frac{1}{2}\sin\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} \theta = tg^{-1}\sqrt{3} = 60^\circ \\ A = -\frac{2}{\sqrt{3}}U_0 \end{cases}$$

$$U_C(t) = U_0 - \frac{2}{\sqrt{3}}U_0 e^{-\frac{t}{2}}\sin(\frac{\sqrt{3}}{2}t + 60^\circ)$$

当 $\frac{\sqrt{3}}{2}t + \frac{\pi}{3} = \pi$ 即 $t = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}} = 2.41s$ 时， $U_C(2.41) = U_0$

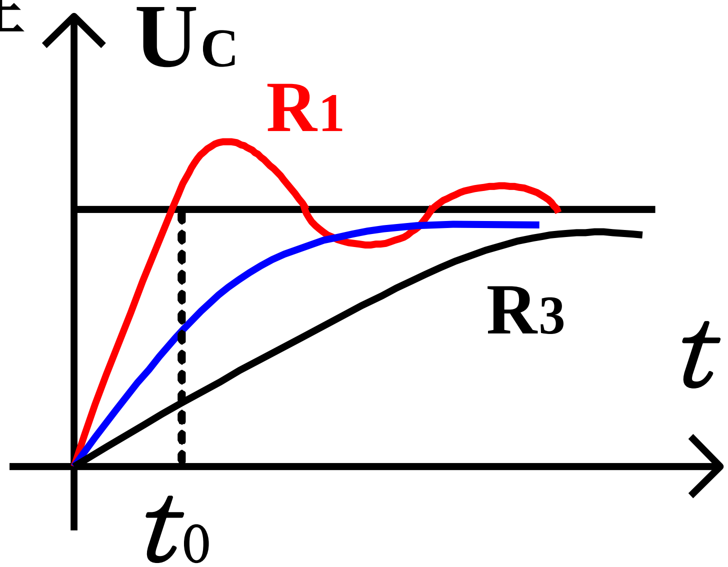
讨论: 减小R可使系统响应加快, 在

$t_0 = 2.41s$ 时,

$R = 1\Omega, U_C = U_S;$

$R = 2\Omega, \quad U_C = 0.69U_S;$

$R = 3\Omega, U_C = 0.53U_S$.



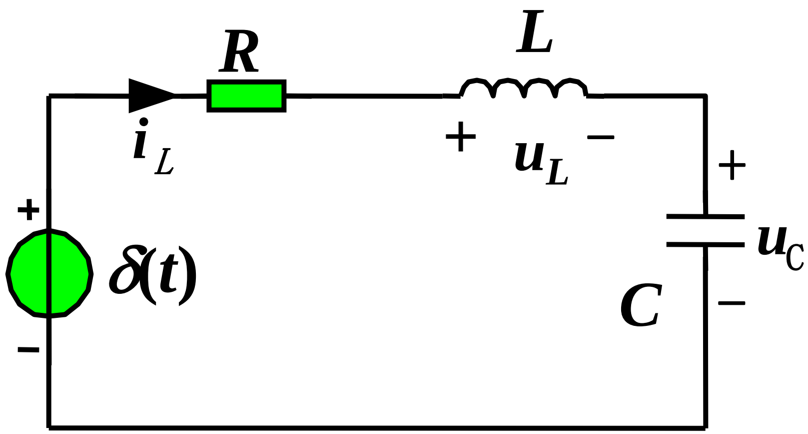
波形图

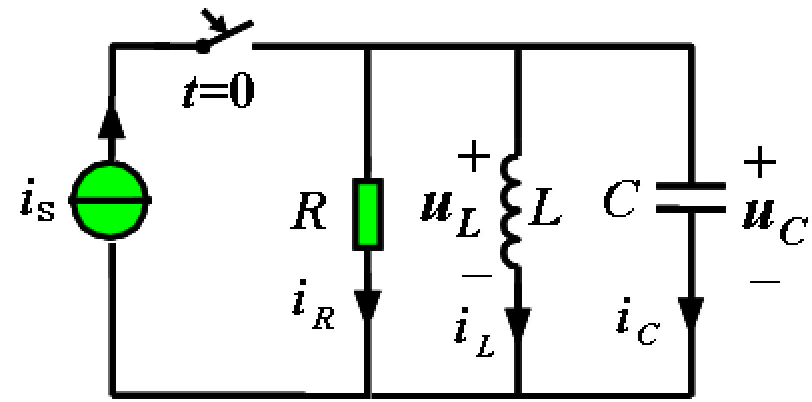
随着R的增加，Uc的值减小，即响应速度慢，过渡过程长。

随着*R*减小, 系统出现振荡, *R*越小, 超调量越大.

响应速度与超调量是互相关联的,在系统设计时应考虑二者之间的关系。

§ 7.5.4 二阶电路的冲激响应





$u_C(0^-)=0$ ， $i_L(0^-)=0$

电感电流发生突变

对于RLC串联电路，在t＝0瞬时，电源电压全部加在电感上。

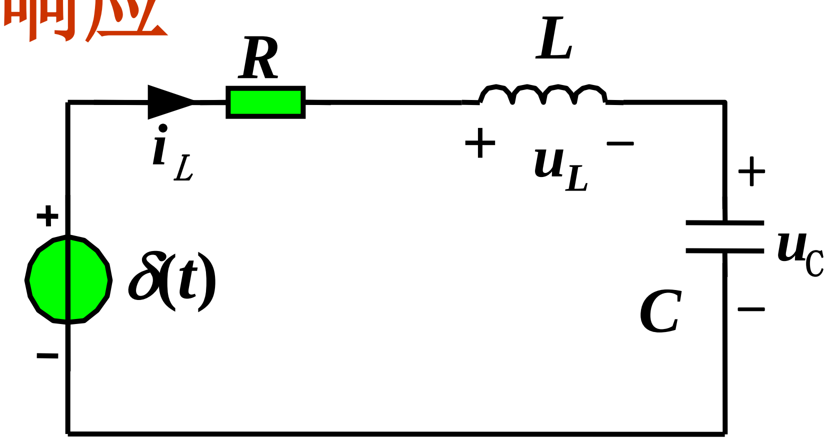
RLC串联时，冲击电压分配：电感上大于电阻大于电容。

对于RLC并联电路，在t＝0时，电容相当于瞬时短路。

RLC并联时，对于冲击电流，其流过的通路：电容易于电阻易于电感。

电容电压发生突变

§ 7.5.4 二阶电路的冲激响应



$u_C(0^-)=0$, $i_L(0^-)=0$

t 在0^-至0^+间

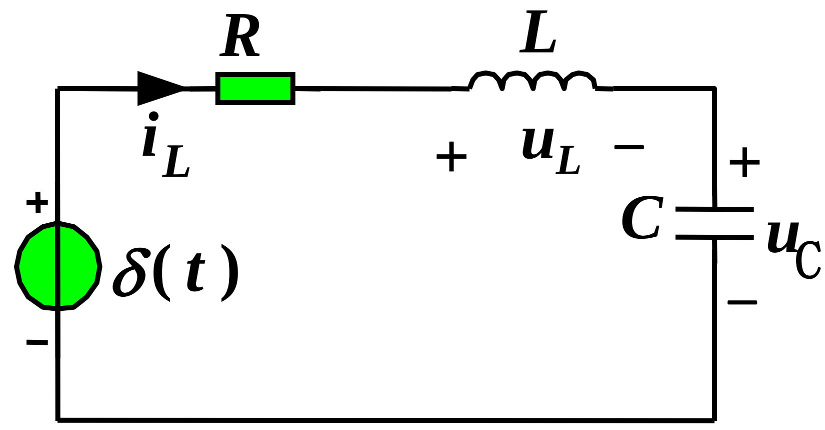
$$u_L = \delta(t)$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) + \frac{1}{L}\int_{0^-}^{0^+} u_L dt = \frac{1}{L}$$

$$u_c(0^+) = u_c(0^-) = 0$$

$t > 0^+$ 为零输入响应

t 在0^-至0^+间



$u_C(0^-)=0$ ， $i_L(0^-)=0$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2}+RC\frac{du_C}{dt}+u_C=\delta(t)$$

u_C是跳变和冲激上式都不满足

设u_C不跳变，du_C/dt 发生跳变

$$\int_{0^-}^{0^+}LC\frac{d^2u_C}{dt^2}dt+\int_{0^-}^{0^+}RC\frac{du_C}{dt}dt+\int_{0^-}^{0^+}\underbrace{u_C}_{有限值}dt=\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)dt$$

$$LC[\frac{du_C}{dt}\Big|_{0^+}-\underbrace{\frac{du_C}{dt}\Big|_{0^-}}_{0}]+RC[\underbrace{u_C(0^+)-u_C(0^-)}_{相等}]=1$$

$$LC\left[\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\Big|_{0^+} - \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\Big|_{0^-}\right] + RC[u_C(0^+) - u_C(0^-)] = 1$$

$$LC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\Big|_{0^+} = 1 \Rightarrow C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\Big|_{0^+} = i_L(0^+) = \frac{1}{L}$$

电感电流跳变

结论

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 0$$

$$i_L(0^+) = \frac{1}{L} \neq i_L(0^-)$$

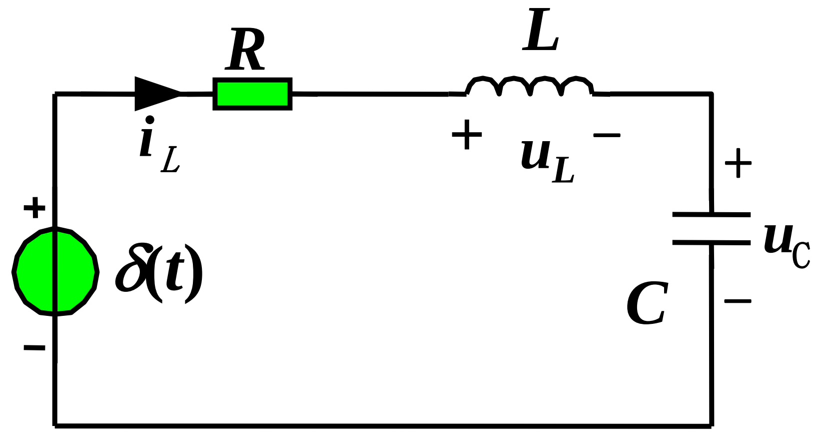
$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = \delta(t)$$

对于RLC串联电路，在t＝0瞬时，电源电压全部加在电感上。

RLC串联时，冲击电压分配：电感上大于电阻大于电容。

$t>0^+$ 为零输入响应

$$LC\frac{d^2u_c}{dt^2}+RC\frac{du_c}{dt}+u_c=0$$



特征方程 $$p^2+\frac{R}{L}p+\frac{1}{LC}=0$$

$(\frac{R}{L})^2-4\frac{1}{LC}\geq 0$ 即 $R\geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ $\quad u_c=A_1e^{p_1t}+A_2e^{p_2t}$

$(\frac{R}{L})^2-4\frac{1}{LC}=0$ 即 $R=2\sqrt{\frac{L}{C}}$ $\quad u_c=(A_1+A_2t)e^{pt}$

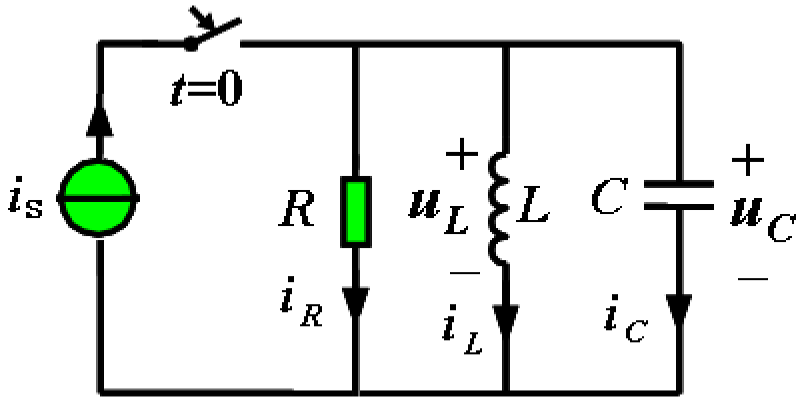
$(\frac{R}{L})^2-4\frac{1}{LC}<0$ 即 $R<2\sqrt{\frac{L}{C}}$ $\quad u_c=Ke^{-\delta t}\sin(\omega t+\beta)$

由初始值 $u_C(0^+)=u_C(0^-)=0$

$i_L(0^+)=\frac{1}{L}\neq i_L(0^-)$

定常数 A_1, A_2 或 K, β

$$i_s = \delta(t)$$



$$C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \int \frac{u_C}{L}\mathrm{d}t + \frac{u_C}{R} = \delta(t)$$

$$u_C(0^+) = \frac{1}{C} \neq u_C(0^-)$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$$

对于RLC并联电路，在t＝0时，电容相当于瞬时短路。

RLC并联时，对于冲击电流，其流过的通路：电容易于电阻易于电感。

小结

1. 一阶电路是单调的响应，可用时间常数τ表示过渡过程的时间。

2. 二阶电路用三个参数δ，ω和ω_0来表示动态响应。

$$P = -\alpha \pm j\omega \qquad \omega^2 = \omega_0^2 - \alpha^2$$

特征根		响应性质	自由分量形式
$R = 0$	共轭虚根	等幅振荡(无阻尼)	$K\sin(\omega_0 t + \beta)$
$R < 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$	共轭复根	衰减振荡(欠阻尼)	$Ke^{-\alpha t}\sin(\omega t + \beta)$ 或$e^{-\alpha t}(A\sin\omega t + B\cos\omega t)$
$R = 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$	相等的实根	非振荡放电(临界阻尼)	$e^{-\alpha t}(A_1 + A_2 t)$
$R > 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$	不等的实根	非振荡放电(过阻尼)	$A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$

3. 电路是否振荡取决于特征根，特征根仅仅取决于电路的结构和参数，而与初始条件和激励的大小没有关系。

4. 特征方程次数的确定：等于换路后的电路经过尽可能简化而具有的独立初始值的数目。

5.线性电路经典法解（二阶）过渡过程包括以下几步：

(1)换路后(0^+)电路列写微分方程

(2)求特征根，由根的性质写出自由分量（积分常数待定）

(3)求强制分量（稳态分量）

(4)全解=自由分量+强制分量

(5)将初值$f(0^+)$和各阶导数初值代入全解，定积分常数求响应

(6)求其他物理量，讨论物理过程，画出波形

作业

- **初值：7-2，4，5，6*，7***
- **一阶电路：7-8，11，14*，17，16（冲激）**
- ~~**不要：7.16，19，21，24，25，32，33，34**~~
- **二阶：7.20，22，24**

讨论：7-9，8，34

竞答：7-37，38，41，43