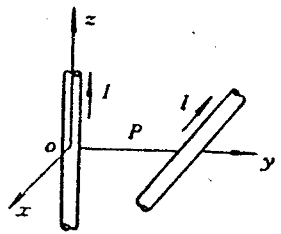
第十二章　稳恒磁场

12.1　在闪电中电流可高达 2×10^4A，若将闪电电流视长作直电流，问距闪电电流 1.0m 处的磁感应强度有多大？

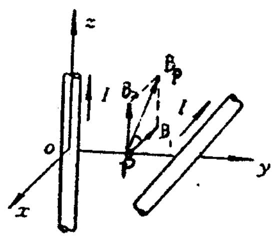
解　安培环路定理

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times2\times10^4}{2\pi\times1.0}=4\times10^{-3}\mathrm{T}$$

12.2　如图所示，两根无限长直导线互相垂直地放置，相距 $d=2.0\times10^{-2}$m。设两根导线通过的电流均为 $I=10$A，求两导线垂直距离中点 P 处的磁感应强度。



题 12.2 图



解 12.2 图

解　由安培环路定理和叠加原理有

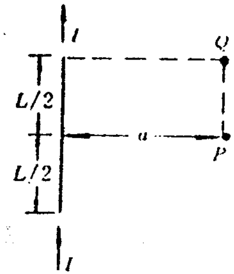
$$B_P=\sqrt{B_1^2+B_2^2}=\sqrt{2}\,B_1=\sqrt{2}\,\frac{\mu_0 I}{2\pi d/2}$$

$$=2.8\times10^{-4}\mathrm{T}$$

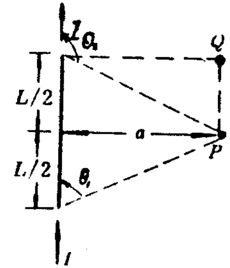
$$\varphi=\mathrm{tg}^{-1}\frac{B_2}{B_1}=45^\circ$$ 如图所示。

12.3　如图所示，一根长为 L 的导线，载有电流 I。试求：(1)该导线在其中垂线上与导线相距为 a 的 P 点处所产生的磁场的磁感

应强度；(2)在 P 点正上方相距 $L/2$ 处的 Q 点的磁感应强度



题 12.3 图



解 12.3 图

解　长直载流导线的磁场　$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$，$\theta_1$、$\theta_2$ 分别为电流元 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 与矢径 $\boldsymbol{r}$ 的夹角

(1)　$$B_P=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left[\frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{a^2+\frac{L^2}{4}}}-\left(-\frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{a^2+\frac{L^2}{4}}}\right)\right]$$

$$=\frac{\mu_0 IL}{2\pi a\sqrt{L^2+(2a)^2}}$$

方向垂直纸面向里。

(2)　$$B_Q=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\frac{L}{\sqrt{L^2+a^2}}-0\right)$$

$$=\frac{\mu_0 IL}{4\pi a\sqrt{L^2+a^2}}$$

方向垂直纸面向里。

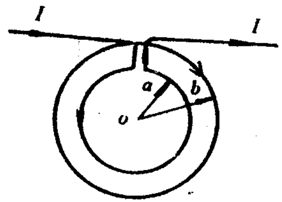
12.4　一无限长载流直导线弯成如附图所示的形状，求使 o 点磁感应强度为零的半径 a 和 b 的比值。

解 由磁场叠加原理

$$B_0=\frac{\mu_0 I}{2\pi b}+\frac{\mu_0 I}{2b}-\frac{\mu_0 I}{2a}=0$$

得

$$\frac{a}{b}=\frac{\pi}{\pi+1}$$



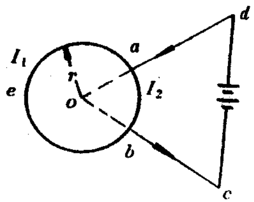
题 12.4 图

12.5 两导线沿半径方向引到铁环上 a、b 两点，并与远处的电源相连，已知环的粗细均匀，求环中心 o 的磁感应强度。

解 如图所示，设 aeb 长为 l_1，ab 长为 l_2

$$B_0=\frac{\mu_0 I_1}{2r}\cdot\frac{l_1}{2\pi r}-\frac{\mu_0 I_2}{2r}\cdot\frac{l_2}{2\pi r}$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi r^2}(I_1 l_1-I_2 l_2)$$



题 12.5 图

因为 $U_{l1}=U_{l2}$，即 $I_1\rho\frac{l_1}{S}=I_2\rho\frac{l_2}{S}$

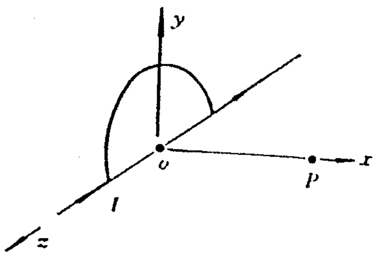
得

$$I_1 l_1=I_2 l_2$$

故

$$B_0=0$$

12.6 如图所示，一无限长直导线，其中部被弯成半圆环形状，环的半径 $r=10\text{cm}$，当导线通有电流 4A 时，求：(1)环心 o 处的磁感应强度；(2)垂直于环面的轴线上距 o 点为 40cm 处 P 点的磁感应强度。



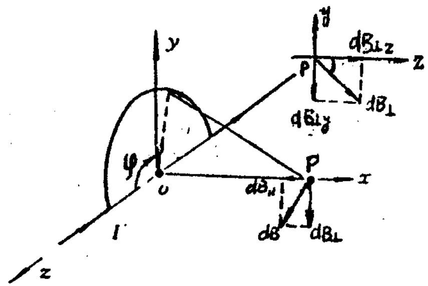
题 12.6 图

解 (1)无限长直导线的直线部分在 O 处产生的磁场为零，O 点的磁感应强度等于半圆弧在 O 点产生的磁感应强度，即

$$B_O=\frac{\mu_0 I}{4r}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times4}{4\times10\times10^{-2}}$$

$$=1.26\times10^{-5}\text{T}$$

方向沿 x 轴负向。



解 12.6 图

(2)先求半圆弧电流在 P 点产生的磁场，其 dB 在 x 轴分量 $dB_x=dB\sin\theta$

$$B_x=B_{/\!/}=\int_0^{\pi r}\frac{\mu_0 I\mathrm{d}l}{4\pi L^2}\cdot\frac{r}{L}=\frac{\mu_0 I r^2}{4(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{4\pi\times10^{-7}\times4\times0.1^2}{4\times(0.1^2+0.4^2)^{3/2}}$$

$$=1.79\times10^{-7}\text{T}$$

方向沿 x 轴负向

同时

$$\mathrm{d}B_y=-\mathrm{d}B_\perp\sin\varphi=-\mathrm{d}B\cos\theta\sin\varphi$$

$$\mathrm{d}B_z=\mathrm{d}B_\perp\cos\varphi=\mathrm{d}B\cos\theta\cos\varphi$$

$$B_y=-\int_0^{\pi r}\frac{\mu_0 I\mathrm{d}l}{4\pi L^2}\cdot\frac{x}{L}\sin\varphi$$

$$= -\frac{\mu_0 I x}{4\pi L^3}\int_0^{\pi}\sin\varphi \cdot r\mathrm{d}\varphi$$

$$= -\frac{\mu_0 I x r}{4\pi L^3}\int_0^{\pi}\sin\varphi\mathrm{d}\varphi$$

$$= -\frac{\mu_0 I r x}{2\pi(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$= -4.57\times10^{-7}\mathrm{T}$$

同理

$$B_z = -\frac{\mu_0 I x r}{4\pi L^2}\int_0^{\pi}\cos\varphi\mathrm{d}\varphi = 0$$

两段半无限长直导线在 P 点产生的 $\boldsymbol{B}$ 为

$$B_y' = -2\,\frac{\mu_0 I}{4\pi x}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\left(\cos 0^\circ - \frac{r}{\sqrt{r^2+x^2}}\right)$$

$$= -15.1\times10^{-7}\mathrm{T}$$

在 P 点，$\boldsymbol{B}$ 在 y 轴方向总分量为

$$B_y'' = B_y + B_y'$$

$$= -(4.57+15.1)\times10^{-7}$$

$$= -19.67\times10^{-7}\mathrm{T}$$

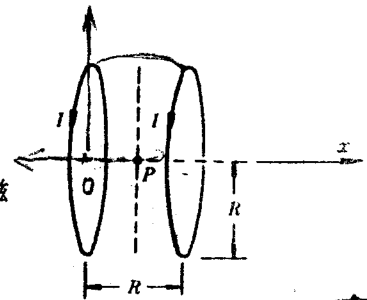
故

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^{2\prime\prime} + B_z^2}$$

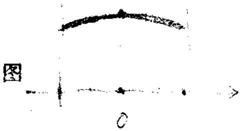
$$= 19.75\times10^{-7}\mathrm{T}$$

12.7　在实验室中，常应用亥姆霍兹线圈产生所需要的均匀磁场，它是一对半径为 R，匝数均为 N，彼此平行且共轴的圆形线圈，两者相距为 R，各载电流 I，电流的绕行方向亦相同。试计算轴线上中点 P，及其两侧各 $R/4$ 处和两线圈中心的磁感应强度。并对所得结果进行讨论。

解　将坐标原点取在左侧线圈中心点，则左侧线圈在轴线上任



题 12.7 图



一点产生的磁感应强度为

$$B_1 = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

方向沿 x 轴正向。

右侧线圈在轴线上任一点产生的磁感应强度为

$$B_2 = \frac{\mu_0 N I R^2}{2[R^2+(R-x)^2]^{3/2}},$$

方向沿 x 轴正向。

轴上任一点总的磁感应强度为

$$B_{(x)} = B_1 + B_2$$

$$= \frac{\mu_0 N I R^2}{2}\left[\frac{1}{(R^2+x^2)^{3/2}} + \frac{1}{[R^2+(R-x)^2]^{3/2}}\right]$$

方向始终沿 x 轴正向。

P 点处　　$B\left(\frac{R}{2}\right) = 0.716\,\frac{\mu_0 N I}{R}$

P 点两侧 $\frac{R}{4}$ 处　　$B\left(\frac{R}{4}\right) = 0.713\,\frac{\mu_0 N I}{R} = B\left(\frac{3R}{4}\right)$

两线圈中心处　　$B_{(O)} = 0.677\,\frac{\mu_0 N I}{R} = B(R)$

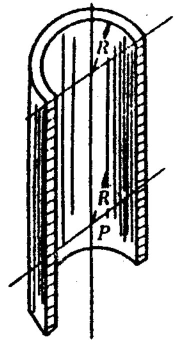
从以上计算结果可以看出，在两线圈圆心连线上的磁感应强度，中心点 P 点 $\boldsymbol{B}$ 最强，两侧减少，但差别不大，基本上是均匀的。在实验室中常利用亥姆霍兹线圈获得均匀磁场。

12.8　在半径 $R=1.0\times10^{-2}$m 的无限长半圆筒形金属薄壁中，自上而下地通过 $I=5.0$A 的电流，设电流均匀地分布在薄壁上（见附图）。试求轴线上 P 点的磁感应强度。

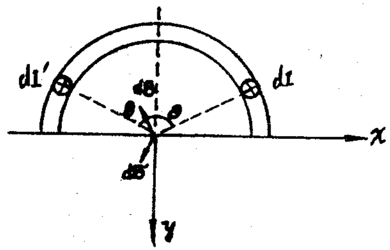
解　建立如图坐标系，取无限长直电流元 $\mathrm{d}I = \frac{I}{\pi R}R\mathrm{d}\theta = \frac{I\mathrm{d}\theta}{\pi}$，该电流元在 P 点产生的磁场的磁感应强度 $\mathrm{d}B$ 的大小为

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2\pi R}$$

取对称电流元 $\mathrm{d}I' = \mathrm{d}I$，$\mathrm{d}I'$ 在 P 点的 $\mathrm{d}B'$ 与 $\mathrm{d}B$ 叠加后只有 x 轴方向



题 12.8 图



解 12.8 图

的分量

$$dB_x = 2dB\cos\theta$$

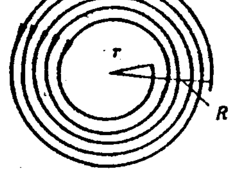
$$B = B_x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\,\frac{\mu_0 dI}{2\pi R}\cos\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\,\frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R}\cos\theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

$$= 6.37 \times 10^{-5}\mathrm{T}$$

方向沿 x 轴负向。

12.9　在半径为 R 及 r 的两圆周之间，有一总匝数为 N 的均匀密线平面线圈(如图)通有电流 I，求线圈中心(即两圆圆心)处的磁感应强度。



题 12.9 图

解　取一半径为 ρ，径向宽度为 $d\rho$ 的同心圆电流元，$dI=\dfrac{NI}{R-r}\cdot d\rho$，该电流元在圆心 o 处产生的磁感应强度的大小为

$$dB_0 = \frac{\mu_0 dI}{2\rho}$$

则

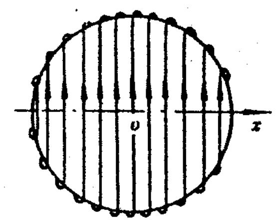
$$B_0 = \int_r^R \frac{\mu_0 dI}{2\rho}$$

$$= \int_r^R \frac{\mu_0 NI}{2(R-r)}\,\frac{d\rho}{\rho}$$

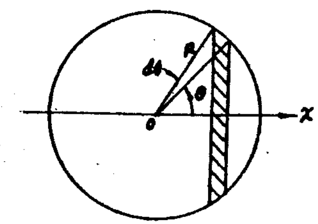
$$= \frac{\mu_0 NI}{2(R-r)}\ln\frac{R}{r}$$

方向垂直纸面向外。

12.10　半径为 R 的木质球体，表面上密绕着 N 匝导线(见附图)，导线中通有电流 I，试求球心处的磁场。已知 $N=800$ 匝，$R=10\mathrm{cm}$，$I=4\mathrm{A}$。



题 12.10 图



解 12.10 图

解　如图所示，在 θ 处的 $d\theta$ 范围内线圈匝数为 $dN=\dfrac{N}{\pi}\cdot d\theta$，其在球心 O 处产生的 dB 大小为

$$dB = dB_x = \frac{\mu_0 dNI(R\sin\theta)^2}{2R^3}$$

$$= \frac{\mu_0 NI}{2\pi R}\sin^2\theta d\theta$$

所以

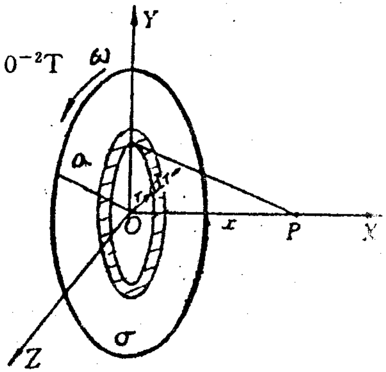
$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R}\int_0^{\pi}\sin^2\theta d\theta$$

$$=\frac{\mu_0 NI}{4R}$$

$$=1.0\times10^{-2}\mathrm{T}$$

方向沿 x 轴负向。

12.11　一圆盘的半径为 a，中心点为 o，圆盘的表面上均匀分布着面密度为 σ 并与圆盘固结在一起的电荷。假定圆盘以角速度 ω 绕对称轴转动，试求轴上一点的磁感应强度。



解 12.11 图

解　取一半径为 r，宽度为 $\mathrm{d}r$ 的同心小圆环，小圆环带有的电量 $\mathrm{d}q=\sigma\cdot\mathrm{d}S=\sigma2\pi r\mathrm{d}r$，小圆环转动时的等效电流为

$$\mathrm{d}I=\frac{\omega}{2\pi}\mathrm{d}\cancel{I}^{\,q}=\omega\sigma r\mathrm{d}r$$

在 P 点产生的 $\mathrm{d}\boldsymbol{B}$ 大小为

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}Ir^2}{2(r^2+x^2)^{3/2}}$$

故

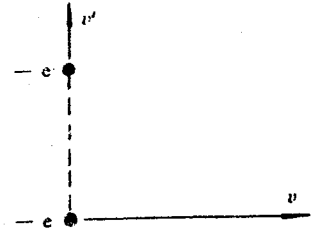
$$B_{(x)}=\int_0^a\frac{\mu_0\omega\sigma r^3\mathrm{d}r}{2(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\mu_0\omega\sigma}{2}\left[\frac{2x^2+a^2}{\sqrt{x^2+a^2}}-2x\right]$$

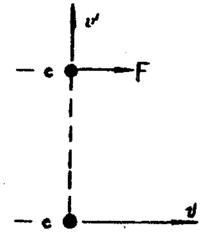
方向沿 x 轴正向。

12.12　两个电子在同一平面内沿互相垂直的方向运动，速度分别为 $v=3.0\times10^6\mathrm{m/s}$ 和 $v'=1.0\times10^6\mathrm{m/s}$。当它们在如图所示的位置且相距为 $8.0\times10^{-11}\mathrm{m}$，试计算第一个电荷作用在第二个电荷上的磁力和第二个电荷作用在第一个电荷上的磁力。

解　由 $\boldsymbol{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{r}}{r^3}$ 可知



题 12.12 图



解 12.12 图

$$B_{21}=0,\qquad B_{12}=\frac{\mu_0 ev}{4\pi r^2}$$

垂直纸面向里。

$$F_{21}=0,\qquad \boldsymbol{F}_{12}=-e\boldsymbol{v}'\times\boldsymbol{B}_{12}$$

$$F_{12}=\frac{\mu_0e^2vv'}{4\pi r^2}$$

$$=\frac{4\pi\times10^{-7}\times(1.6\times10^{-19})^2\times3.0\times10^6\times1.0\times10^6}{4\pi\times(8.0\times10^{-11})^2}$$

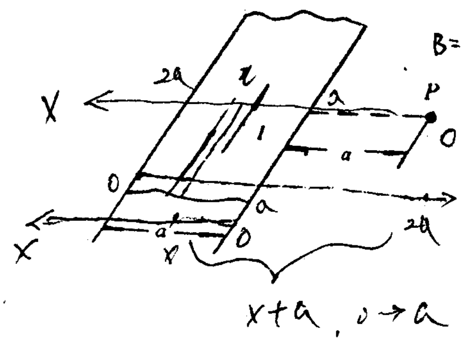
$$=1.2\times10^{-12}\mathrm{N}$$

方向如图向右。

$$\mathrm{d}I=\frac{I}{a}\mathrm{d}x$$

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{2\pi x}\frac{I}{a}\mathrm{d}x$$

$$B=\int\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}\int_a^{2a}\frac{\mathrm{d}x}{x}$$

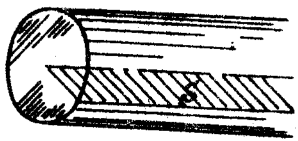


题 12.13

当线圈转过$\frac{\pi}{2}$后，其俯视图如图(b)所示，由于磁感应线是连续的闭合曲线，故此时通过线圈的总磁通量 $\Phi_2=0$
因此

$$\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1=-\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\ln\frac{c+a}{c-a}$$

12.16　一根长铜线载有分布均匀的电流 10A，在铜线内部，作一假想的平面 S，如图示。试计算通过每米导线内的 S 平面的磁通量。



题 12.16 图

解　由安培环路定理

$$\oint_L \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{l}=\mu_0\sum I$$

$$B\cdot 2\pi r=\mu_0\frac{I}{\pi R^2}\pi r^2$$

$$B=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}$$

在 S 上取一宽度 dr、长为 l 的平行于轴线的小长条，则有

$$dS=l\,dr,\qquad d\Phi=\boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S}$$

故

$$\Phi=\int\boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S}=\int_0^R\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}l\,dr$$
$$=\frac{\mu_0 Il}{4\pi}$$

每米导线内 S 上的磁通量

$$\Phi=\frac{4\pi\times10^{-7}\times10\times1}{4\pi}=10^{-6}\text{Wb/m}$$

12.17　由同轴实心圆柱形导体与园筒形导体构成一同轴电缆，其尺寸如图示。在两导体中，有大小相等、方向相反的电流 I 通过(设沿截面均匀分布)。求：(1)圆柱形导体内离轴 $r(r<a)$处的磁感应强度 B；(2)导体间$>a$、$<b$ 处的 B；(3)圆筒形导体内$>b$，$<c$ 处的 B；

(4)电缆外面$>c$ 处的 B。

题 12.17 图

解　由安培环路定理得

(1)　$r<a$

$$B_2\cdot 2\pi r=\mu_0\frac{I}{\pi a^2}\cdot\pi r^2$$

$$B_1=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi a^2}$$

(2)　$a<r<b$

$$B_2\cdot 2\pi r=\mu_0 I$$

$$B_2=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

(3)　$b<r<c$

$$B_3\cdot 2\pi r=\mu_0\left[I-\frac{I}{\pi(c^2-b^2)}\cdot\pi(r^2-b^2)\right]$$

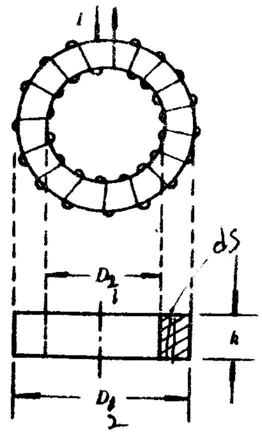
$$B_3=\frac{\mu_0 I(c^2-r^2)}{2\pi r(c^2-b^2)}$$

(4)　$r>c$

$$B_4\cdot 2\pi r=0$$

$$B_4=0$$

12.18　截面为矩形的螺绕环，外直径 D_2、内直径 D_1、高 h、绕有 N 匝线圈、并载有电流 I。求：(1)环管内磁感应强度的分布；(2)通过螺绕环截面的磁通量。



题 12.18 图

解　(1)根据安培环路定理

$$B\cdot 2\pi r=\mu_0 NI$$

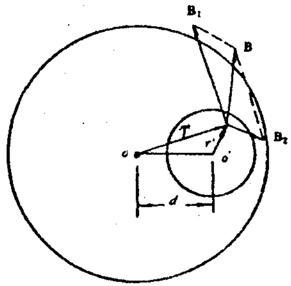
$$B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

(2)在截面上取一宽度为 dr，高为 h 的小面积 $dS=h\,dr$，$d\Phi=\boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S}$

为此

$$\Phi=\int_{D_1/2}^{D_2/2}\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}h\mathrm{d}r$$
$$=\frac{\mu_0 NIh}{2\pi}\ln\frac{D_2}{D_1}$$

12.19　在一半径为 R 的长直圆形导体内，有一半径 a 的圆柱形空腔，它们的轴线互相平行，间距为 d。设该导体载有分布均匀的电流 I，试应用叠加概念求空腔内任一点的磁感应强度 B。



解 12.19 图

解　空腔可理解为在其上同时存在两个等值反向的电流，电流密度均为 $j=\frac{I}{\pi(R^2-a^2)}$，因此空腔内任一点的磁场可视为半径为 R 的长圆柱体和半径为 a 且电流反向的长圆柱体产生的磁场的叠加。如图所示。设沿大圆柱体的电流方向的单位矢量为 $\boldsymbol{k}$，由安培环路定理。

$$B_1\cdot 2\pi r=\mu_0 j\pi r^2$$
$$B_1=\frac{\mu_0 jr}{2},\quad \boldsymbol{B}=\frac{\mu_0 j}{2}\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{r}$$

同理

$$\boldsymbol{B}_2=\frac{\mu_0 j}{2}(-\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{r}')$$
$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{B}_2=\frac{\mu_0 j}{2}(\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{r}-\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{r}')$$
$$=\frac{\mu_0 j}{2}\boldsymbol{k}\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')$$
$$=\frac{\mu_0 j}{2}\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{d}$$

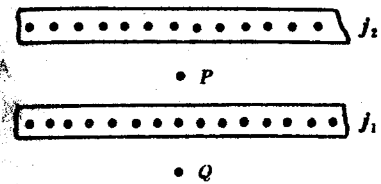
大小为

$$B=\frac{\mu_0 j\mathrm{d}}{2}=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}}{2\pi(R^2-a^2)}$$

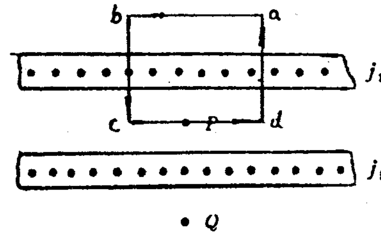
方向垂直 OO' 的连线。

由于所求点是空腔内任一点，故空腔内的磁场为大小相等、方向相同的均匀磁场。

12.20　两无限大平行导体平面上都有均匀分布的电流，其面电流密度分别为 j_1 和 j_2，且 $j_1>j_2$（见附图），试求两平面间和两平面外的磁感应强度。



题 12.20 图



解 12.20 图

解　由安培环路定理，仅存在一个导体平面时，

$$\oint \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=\mu_0\Sigma I$$
$$B\cdot\overline{ab}+B\cdot\overline{bc}\cos 90^\circ+B\cdot\overline{cd}+B\cdot\overline{da}\cos 90^\circ=\mu_0 j\,\overline{ab}$$

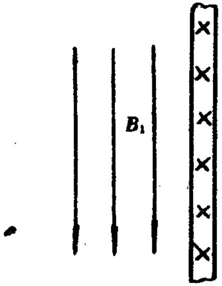
解得 $B=\frac{\mu_0 j}{2}$，是个均匀磁场，方向见图。

用叠加原理

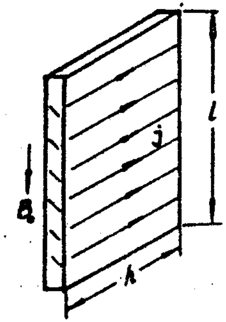
$$B_P=B_1-B_2=\frac{\mu_0}{2}(j_1-j_2)$$
$$B_Q=B_1+B_2=\frac{\mu_0}{2}(j_1+j_2)$$

12.21　一无限大的均匀载流平面置于外磁场中后，其两侧的磁感应强度分别为 $\boldsymbol{B}_1$ 和 $\boldsymbol{B}_2$，其方向与板面平行并与电流流向垂直（见附图）。试求该载流平面上单位面积所受的磁场力的大小和方向。

解　面电流密度为 j 的无限大平面两侧磁场是均匀磁场，大小为 $B=\frac{\mu_0 j}{2}$，由题图可知外加磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 一定和 $\boldsymbol{B}_2$ 同方向，故有



题 12.21 图



解 12.21 图

$$B_1=B_0-\frac{\mu_0 j}{2}$$

$$B_2=B_0+\frac{\mu_0 j}{2}$$

得

$$B_0=\frac{B_1+B_2}{2}$$

$$j=\frac{B_2-B_1}{\mu_0}$$

在载流平面上取一小面积元 $S=hl$，其受力为

$$F=B_0 Jh=B_0 jlh=B_0 jS$$

单位面积受力

$$F/S=B_0 j=\frac{B_2^2-B_1^2}{2\mu_0}$$

方向垂直载流平面向左。

12.22 如图所示，ADC 为弯成任意形状的导线，被置于与均匀磁场 $\boldsymbol{B}$ 垂直的平面内。求证：当弯曲导线 ADC 通以电流 I 时，均匀磁场对它的作用力与 AC 间通有同样电流的直导线所受的力相同。

证明 ADC 受力为

$$\boldsymbol{F}_{ADC}=\int_{\widehat{ADC}} I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B}$$

为常数，可以从积分号中提出，故

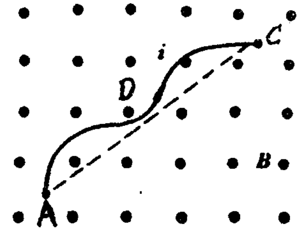
$$\boldsymbol{F}_{ADC}=\left(\int_{\widehat{ADC}} I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\right)\times\boldsymbol{B}$$
$$=I\boldsymbol{AC}\times\boldsymbol{B}$$

而 AC 受力

$$\boldsymbol{F}_{AC}=I\boldsymbol{AC}\times\boldsymbol{B}$$

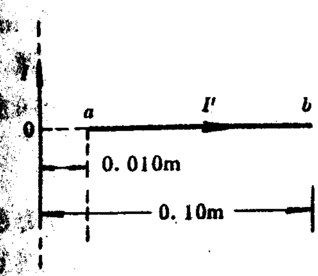
故有

$$\boldsymbol{F}_{ADC}=\boldsymbol{F}_{AC}$$

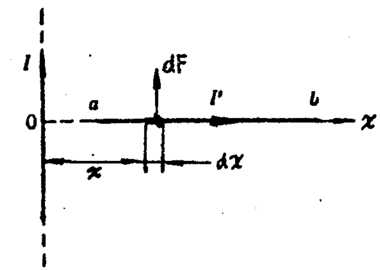


题 12.22 图

12.23 一长直导线通有电流 $I=$ 20A，放一导线 ab，通有电流 $I'=10\text{A}$，两者互相垂直且共面。求导线 ab 所受的作用力和对 o 点的力矩。



题 12.23 图



解 12.23 图

解 建立如图所示坐标系，在 ab 上取一电流元 $I'\mathrm{d}x$，受力大小为

$$\mathrm{d}F=I'\mathrm{d}x\cdot B=\frac{\mu_0 II'\mathrm{d}x}{2\pi x}$$

导线 ab 所受的总作用力

$$F=\int_{0.01}^{0.1}\frac{\mu_0 II'\mathrm{d}x}{2\pi x}$$
$$=\frac{4\pi\times10^{-7}\times20\times10}{2\pi}\ln\frac{0.1}{0.01}$$
$$=9.2\times10^{-5}\text{N}$$

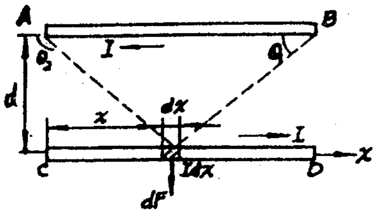
电流元 $I'\mathrm{d}x$ 对 O 点的力矩　$\mathrm{d}M=x\mathrm{d}F=\dfrac{\mu_0 II'\mathrm{d}x}{2\pi}$

$$M=\int_{0.01}^{0.1}\frac{\mu_0 II'}{2\pi}\mathrm{d}x$$

$$=\frac{4\pi\times10^{-7}\times20\times10}{2\pi}\times(0.1-0.01)$$

$$=3.6\times10^{-6}\mathrm{N\cdot m}$$

12.24　发电厂的汇流条是两条 3.0 米长的平行铜棒，它们相距 0.50m，接通电路时，棒中的电流为 10000A，问这时汇流条间的相互作用力有多大？若将汇流条当作无限长直导线处理，问引起的相对误差是多少？



解 12.24 图

解　导线 AB 在导线 CD 的 x 处的磁场大小为

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

$I\mathrm{d}x$ 所受力　$\mathrm{d}F=I\mathrm{d}x\cdot B$

CD 所受的磁力为

$$F=\int_0^l\frac{\mu_0 I^2}{4\pi d}\left[\frac{l-x}{\sqrt{(l-x)^2+d^2}}+\frac{x}{\sqrt{x^2+d^2}}\right]\mathrm{d}x$$

$$=\frac{\mu_0 I^2}{4\pi d}\cdot2(\sqrt{l^2+d^2}-d)$$

$$=\frac{4\pi\times10^{-7}\times(10^4)^2}{4\pi\times0.5}\times2(\sqrt{3^2+0.5^2}-0.5)$$

$$=1.02\times10^2\mathrm{N}$$

如果将汇流条当作无限长直导线处理时

$$f=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}\cdot Il$$

$$=\frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}$$

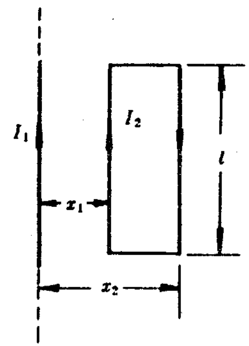
$$=\frac{4\pi\times10^{-7}\times(10^4)^2\times3}{2\pi\times0.5}$$

$$=1.2\times10^2\mathrm{N}$$

相对误差

$$\frac{f-F}{F}\times100\%=\frac{1.2\times10^2-1.02\times10^2}{1.02\times10^2}\approx18\%$$

12.25　一长直导线中通有电流 I_1，近旁有一矩形线圈，其长边与导线平行。若线圈中通有电流 I_2，线圈的位置及尺寸如图所示。当 $I_1=20\mathrm{A}$、$I_2=10\mathrm{A}$、$x_1=1.0\mathrm{cm}$、$x_2=10\mathrm{cm}$、$l=20\mathrm{cm}$ 时，求矩形线圈所受力的大小和方向。



题 12.25 图

解　由安培环路定理知长直导线在空间产生的磁场的磁感应强度

$$B=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

矩形线圈上、下二边受力大小相等，方向相反，相互抵消。左、右两边受力叠加

$$F=F_2-F_1$$

$$=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x_2}\cdot I_2 l-\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x_1}\cdot I_2 l$$

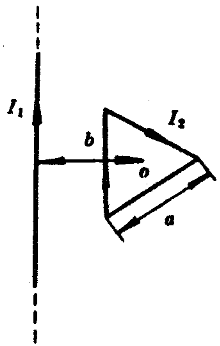
$$=-\frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi}\frac{(x_2-x_1)}{x_1 x_2}$$

$$=-7.2\times10^{-4}\mathrm{N}$$

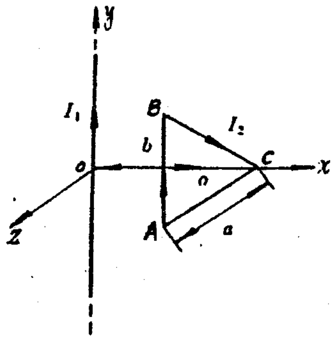
负号表示方向水平向左。

12.26　载有电流 I_1 的长直导线旁有一正三角形线圈，其边长为 a，载有电流 I_2，一边与直导线平行，中心到直导线的垂直距离为 b（见附图）。求三角形线圈所受的力。

解　建立如图所示坐标系，三角形 ABC 如终在 xy 平面内，$\mathrm{d}\boldsymbol{l}=$



题 12.26 图



解 12.26 图

$\mathrm{d}x\boldsymbol{i}+\mathrm{d}y\boldsymbol{j}$，直导线 I_1 产生磁场 $\boldsymbol{B}=-\dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi x}\boldsymbol{k}$。因此

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F}=I_2\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}\mathrm{d}x\boldsymbol{j}-\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}\mathrm{d}y\boldsymbol{i}$$

$$=-\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}\mathrm{d}y\boldsymbol{i}+\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}\mathrm{d}x\boldsymbol{j}$$

故三角形 ABC 上任一电流元 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 所受作用力的分量大小为

$$\mathrm{d}F_x=-\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}\mathrm{d}y$$

$$\mathrm{d}F_y=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}\mathrm{d}x$$

对 AB 边，因为 $\mathrm{d}x=0$，所以

$$\mathrm{d}F_y=0,\qquad F_y=0$$

$$F_{AB}=\int\mathrm{d}F_x=\int_0^a-\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\left(b-\frac{\sqrt{3}}{6}a\right)}\mathrm{d}y=-\frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi\left(b-\frac{\sqrt{3}}{6}a\right)}$$

负号表示其方向沿 x 轴负向。

对 BC 边和 AC 边，由于对称性，其 $\mathrm{d}F_y$ 分力相互抵消，$\mathrm{d}F_x$ 分力方向

相同，相互加强，所以有

$$F_x=\int 2\cdot\mathrm{d}F_x$$

$$=\int_{\frac{a}{2}}^{0}-2\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}\cdot\mathrm{d}y$$

$$=\int_{\frac{a}{2}}^{0}-\frac{\mu_0 I_1 I_2}{\pi}\frac{\mathrm{d}y}{\left(b+\frac{\sqrt{3}}{3}a-\sqrt{3}\,y\right)}$$

$$=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{\pi\sqrt{3}}\ln\frac{b+\frac{\sqrt{3}}{3}a}{b-\frac{\sqrt{3}}{6}a}$$

整个三角形线圈所受合力

$$F=F_{AB}+F_x$$

$$=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\ln\frac{b+\frac{\sqrt{3}}{3}a}{b-\frac{\sqrt{3}}{6}a}-\frac{a}{b-\frac{\sqrt{3}}{6}a}\right)$$

方向沿 x 轴正向。

12.27　一半径为 R 的圆形导线中通有电流 I_2，在沿直径 MN 方向上有一载有电流 I_1 的无限长直导线，方向见图。求：(1)半圆弧 MaN 所受作用力的大小和方向；(2)整个圆形导线所受作用力的大小和方向。

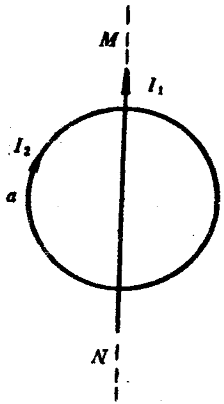
解　(1)在半圆弧 MaN 上任取一电流元 $I_2\mathrm{d}\boldsymbol{l}$，所受电流 I_1 的磁场的作用力 $\mathrm{d}F=I_2\mathrm{d}lB$，方向指向圆心 O，其分量分别为

$$\mathrm{d}F_x=\mathrm{d}F\sin\theta,\quad \mathrm{d}F_y=\mathrm{d}F\cos\theta$$

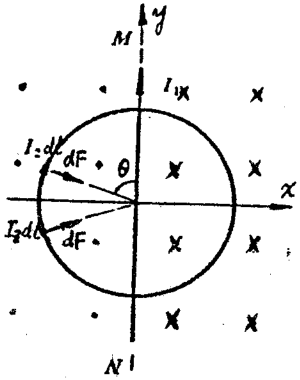
$$F_x=\int_0^{\pi}I_2R\mathrm{d}\theta\,\frac{\mu_0 I_1}{2\pi R\sin\theta}\cdot\sin\theta$$

$$=\int_0^{\pi}\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\mathrm{d}\theta$$

$$=\frac{1}{2}\mu_0 I_1 I_2$$



题 12.27 图



解 12.27 图

$$F_y = \int_0^\pi I_2 R\mathrm{d}\theta \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R\sin\theta}\cos\theta$$

$$= \int_0^\pi \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\mathrm{ctg}\theta\mathrm{d}\theta$$

$$= 0$$

F_y 也可由对称性分析得到相同的结果。

(2)从受力分析可知，另一侧半圆弧受的合力与 MaN 相同，故整个圆弧受力

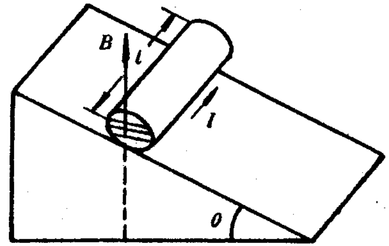
$$F = 2F_x = \mu_0 I_1 I_2$$

方向沿 x 轴正向。

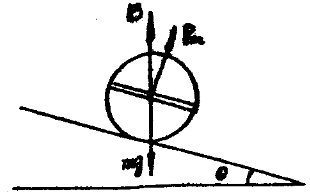
12.28 如图所示，一斜面上放有木制圆柱，圆柱质量 $m=0.25$Kg，半径 R，长 $l=0.10$m，圆柱上缠绕有 $N=10$ 匝的导线。斜面与水平面成 θ 角，斜面上各处有铅直向上的均匀磁场，磁感应强度 B 为 0.50T。如果圆柱上所绕线圈的平面与斜面平行，试问通过线圈的电流强度多大时，圆柱才不致往下滚动？

解 线圈受到的磁力矩

$$M_{磁} = P_m B\sin\theta = NIl2RB\sin\theta$$



题 12.28 图



解 12.28 图

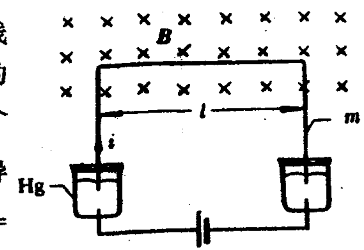
重力绕瞬时轴的力矩

$$M_{重} = mgR\sin\theta$$

平衡时有 $M_{磁} = M_{重}$，得

$$I = \frac{mg}{2NlB} = \frac{0.25\times 9.8}{2\times 10\times 0.1\times 0.5} = 2.45\text{A}$$

12.29 有一根质量为 m 的 U 形导线，两端浸没在水银槽中，导线的上段长 l，处在磁感应强度为 B 的均匀磁场中(见附图)。如果使一个电流脉冲，即电量 $q=\int I\mathrm{d}t$ 通过导线，这导线就会跳起来。设 $B=0.1$T，$m=10^{-2}$kg，$l=0.2$m，$h=0.3$m，且电流脉冲的时间与导线上升时间相比非常小。试由导线达到的高度 h 计算电流脉冲的电量值。



题 12.29 图

解 设脉冲电流为 i，此时导线受磁场力 $f=Bil$，其冲量为

$$\int_0^t f\mathrm{d}t = \int_0^t Bil\mathrm{d}t = Bl\int_0^t i\mathrm{d}t = Blq \qquad ①$$

在上述计算中忽略了重力。由动量定理

$$\int_0^t f\mathrm{d}t = mv - 0 \qquad ②$$

导线在跳跃过程中机械能守恒

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \qquad ③$$

联立①②③得

$$q=\frac{m}{Bl}\sqrt{2gh}=1.2\mathrm{C}$$

12.30　如图所示，一闭合回路由半径为 a 和 b 的两个同心半圆连成，载有电流 I。试求：(1)圆心 P 点处 B 的大小和方向；(2)回路的磁矩。

解　(1)由磁场叠加原理

$$B_p=\frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{2a}+\frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{2b}=\frac{\mu_0 I(a+b)}{4ab}$$

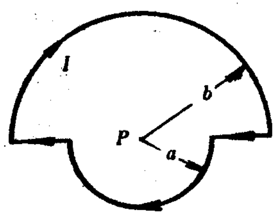
方向垂直纸面向里。

(2)由磁矩定义

$$P_m=\frac{1}{2}\pi a^2 I+\frac{1}{2}\pi b^2 I$$

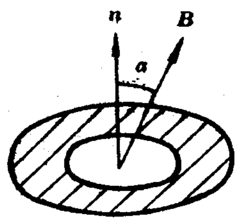
$$=\frac{1}{2}\pi I(a^2+b^2)$$

方向垂直纸面向里。



题 12.30 图

12.31　内外半径分别为 R_1 和 R_2 的均匀带电圆环，带电量为 q，处在磁感应强度为 $\boldsymbol{B}$ 的均匀磁场中，并以角速度 ω 绕通过环心且垂直于环面的轴转动，环面法线 $\boldsymbol{n}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的夹角为 α，如图所示。试求圆环受到的磁力矩。



题 12.31 图

解　取一半径为 r，宽度为 $\mathrm{d}r$ 的同心小圆环，其带电量 $\mathrm{d}q=\sigma\mathrm{d}S=\sigma 2\pi r\mathrm{d}r$，已知

$$\sigma=\frac{q}{\pi(R_2^2-R_1^2)}$$

小圆环转动时等效一圆电流

$$\mathrm{d}I=\mathrm{d}q\cdot n=\frac{\omega}{2\pi}\sigma 2\pi r\mathrm{d}r=\omega\sigma r\mathrm{d}r$$

该圆电流的磁矩

$$\mathrm{d}P_m=S\cdot\mathrm{d}I=\pi r^2\omega\sigma r\mathrm{d}r=\pi\omega\sigma r^3\mathrm{d}r$$

总磁矩

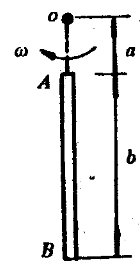
$$P_m=\int_{R_1}^{R_2}\pi\omega\sigma r^3\mathrm{d}r$$

$$=\frac{1}{4}\pi\omega\sigma(R_2^4-R_1^4)$$

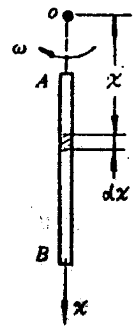
$$=\frac{1}{4}\omega q(R_1^2+R_2^2)$$

在外磁场 $\boldsymbol{B}$ 中受到磁力矩 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{P}_m\times\boldsymbol{B}$

$$M=P_m B\sin\alpha=\frac{1}{4}\omega qB(R_1^2+R_2^2)\sin\alpha$$



题 12.32 图



解 12.32 图

12.32　有一长为 b、线密度为 λ 的均匀带电线段 AB，可绕垂直于纸面的轴 o 以匀角速度 ω 转动，转动过程中线段 A 与轴的距离 a 保持不变，求 o 点的磁感应强度及带电线段的磁矩。

解　建立如图坐标系，在 AB 上取一线元 $\mathrm{d}x$，其带电量 $\mathrm{d}q=$

λdx，转动过程中相当于形成一圆电流

$$dI = dq \cdot n = \frac{\omega}{2\pi}\lambda dx$$

(1)环心 O 处的磁感应强度

$$dB_0 = \frac{\mu_0 dI}{2x}$$

$$B_0 = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0\omega\lambda}{4\pi}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0\omega\lambda}{4\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$

方向垂直纸面向里。

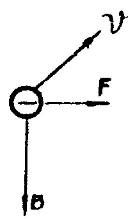
(2)圆电流 dI 对应的磁矩

$$dP_m = S \cdot dI = \pi x^2 \cdot \frac{\omega\lambda}{2\pi}dx = \frac{\omega\lambda}{2}x^2 dx$$

$$P_m = \int_a^{a+b}\frac{\omega\lambda}{2}x^2 dx = \frac{\lambda\omega}{6}[(a+b)^3 - a^3]$$

方向垂直纸面向里。

12.33 在显象管的电子束中，电子沿水平方向由南向北运动，动能为 1.2×10^4eV，该处地磁场的磁感应强度在竖直方向的分量的方向向下，大小为 5.5×10^{-5}T。试问：(1)电子束向什么方向偏转？(2)电子的加速度多大？(3)电子束在显象管内通过 20cm 时将偏离原方向多远？



解 12.33 图

解 (1)由 $\boldsymbol{F} = -e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$ 可知，$\boldsymbol{F}$ 指向东，故电子向东偏转

(2)

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2\times1.2\times10^4\times1.6\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}} = 6.5\times10^7 \text{m/s}$$

洛仑兹力提供加速度

$$evB = ma$$

$$a = \frac{evB}{m} = 6.29\times10^{14}\text{m/s}^2$$

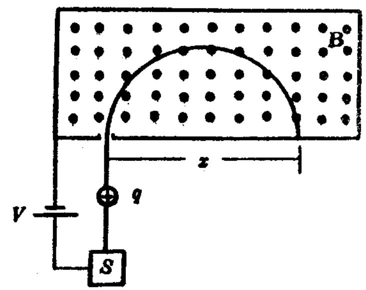
(3)

$$y = vt, \quad x = \frac{1}{2}at^2$$

$$x = \frac{ay^2}{2v^2} = \frac{6.29\times10^{14}\times0.2^2}{2\times(6.5\times10^7)^2} = 2.98\times10^{-3}\text{m}$$

12.34 质谱仪的构造原理如图所示。离子源 S 提供质量为 M、电荷为 q 的离子。离子初速很小，可以看作是静止的，然后经过电压 U 的加速，进入磁感应强度为 B 的均匀磁场，沿着半圆周运动到达记录它的照相底片 P 上。测得它在 P 上的位置到入口处 A 的距离为 x。试证明该离子的质量为：

$$M = \frac{qB^2x^2}{8U}。$$



题 12.34 图

证明 设离子经电势差 U 加速后出口速度为 v

$$qU=\frac{1}{2}Mv^2 \qquad ①$$

进入磁场后洛仑兹力提供向心力

$$qvB=M\frac{v^2}{R} \qquad ②$$

$$R=\frac{x}{2} \qquad ③$$

联立①②③即可解得

$$M=\frac{qB^2x^2}{8U}$$

12.35 质量为 1.0×10^{-12}kg、电量为 1.0×10^{-4}C 的带电质点在一磁感应强度为 1.0×10^{-3}T 的均匀磁场中运动,初速为 1.0×10^{4}m/S,方向与磁场成 30°角。该带电质点的运动轨迹为一螺旋线,求螺旋线的半径及螺距。

解 将带电粒速度 v 分解为与 B 平行和垂直的分量

$$v_{/\!/}=v\cos\theta,\quad v_{\perp}=v\sin\theta$$

洛仑兹力提供粒子作圆周运动的向心力

$$F=qv_{\perp}B=m\frac{v_{\perp}^2}{R}$$

$$R=\frac{mv_{\perp}}{Bq}=\frac{mv\sin\theta}{Bq}$$

$$=\frac{1.0\times10^{-12}\times1.0\times10^{4}\times\sin30^\circ}{1.0\times10^{-3}\times1.0\times10^{-4}}$$

$$=5.0\times10^{-2}\text{m}$$

螺距

$$h=v_{/\!/}\cdot T=v\cos\theta\frac{2\pi R}{v_{\perp}}$$

$$=v\cos\theta\frac{2\pi m}{Bq}=\frac{2\pi mv\cos\theta}{Bq}$$

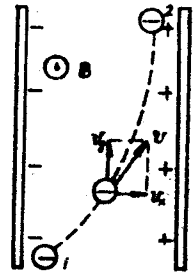
$$=\frac{2\pi\times1.0\times10^{-12}\times1.0\times10^{4}\times\cos30^\circ}{1.0\times10^{-3}\times1.0\times10^{-4}}$$

$$=0.54\text{m}$$

12.36 当平行板电容器的负极板为一定波长的光所照射时,我们发现负极板上有电子向各个方向发射(光电效应),电子脱离负极板时的速率很小,可以忽略不计。设电容器两极板间的距离为 d,两极板间的电势差为 U,求证:要使这些电子到达不了正极板,应该施加一个与电场成正交的磁场,其大小由下式

$$B>\left(\frac{2Um}{ed^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

给出,式中 m 和 e 分别为电子的质量和电量。



解 12.36 图

证明 如图所示,设电子某一时刻速度为 v,由牛顿定律

$$eE-ev_yB=m\frac{dv_x}{dt}=m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad ①$$

$$ev_xB=m\frac{dv_y}{dt}=m\frac{d^2y}{dt^2} \qquad ②$$

对①求导得

$$-e\frac{dv_y}{dt}B=-eB\frac{d^2y}{dt^2}=m\frac{d^3x}{dt^3}$$

将上式代入②式得

$$e\frac{dx}{dt}B=m\cdot\frac{-m}{eB}\cdot\frac{d^3x}{dt^3}$$

$$\frac{dx}{dt}=-\left(\frac{m}{eB}\right)^2\frac{d^3x}{dt^3}$$

$$\int_0^d dx=-\left(\frac{m}{eB}\right)^2\int\frac{d^3x}{dt^3}\cdot dt$$

$$d=\left(\frac{m}{eB}\right)^2\left[\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)_{(1)}-\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)_{(2)}\right] \qquad ③$$

在初始点(1)处:

$$v\to0,\qquad \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)_{(1)}=\frac{eE}{m} \qquad ④$$

在(2)处：

$$\frac{1}{2}mv^2=eU,\qquad v=\sqrt{\frac{2eU}{m}} \tag{⑤}$$

$$v_x=0,\qquad \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)_{(2)}=\frac{eE}{m}-\frac{evB}{m} \tag{⑥}$$

将④⑤⑥式代入③简化得

$$d=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

此时电子与阳极刚好相切，当 $B>\frac{1}{d}\sqrt{\frac{2mU}{e}}$ 时，电子就达不到阳极。

电子与阳极相切时的曲率半径可由下列诸式推得

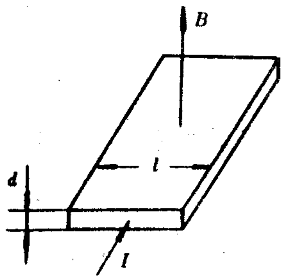
$$evB-eE=m\frac{v^2}{R}$$

$$v=\sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

$$B=\frac{1}{d}\sqrt{\frac{2mU}{e}},\qquad E=\frac{U}{d}$$

解得 $R=2d$。

12.37 如图所示，把一宽 2.0×10^{-2} m、厚 1.0×10^{-3}m 的铜片放在磁感应强度 $B=1.5$T 的均匀磁场中，如果铜片中通有 200A 的电流，则铜片两侧间的霍尔电势差有多大"(铜的电子浓度 $n=8.4\times10^{28}1/\text{m}^3$)



题 12.37 图

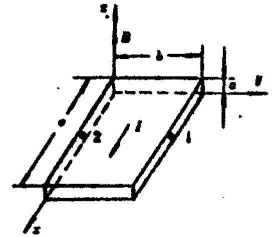
解 霍耳电势差

$$U_H=\frac{1}{ne}\frac{IB}{d}$$

$$=\frac{200\times1.5}{8.4\times10^{28}\times1.6\times10^{-19}\times1.0\times10^{-3}}$$

$$=2.2\times10^{-5}\text{V}$$

12.38 图示为半导体样品，沿 X 轴方向有电流 I，Z 轴方向有均匀磁场 B。实验测得的数据为：$a=0.10$cm，$b=0.35$cm，$c=1.0$cm，$I=1.0$mA，$B=0.3$T，半导体片两侧的电势差 $U_1-U_2=6.55$mV。求：(1)问这种半导体是 p 型还是 n 型半导体？(2)求载流子浓度。



题 12.38 图

解 (1)由洛仑兹力可判定为 n 型半导体(因 $U_1>U_2$)。

(2) $U_H=U_1-U_2=\frac{1}{nq}\frac{IB}{d}$，式中 $d=a$

$$n=\frac{IB}{U_Hea}$$

$$=\frac{1.0\times10^{-3}\times0.3}{6.55\times10^{-3}\times1.6\times10^{-19}\times0.1\times10^{-2}}$$

$$=2.86\times10^{20}\text{个}/\text{m}^3$$

12.39 掺砷的硅片是 n 型半导体，这种半导体中的电子浓度为 $2\times10^{21}\text{n/m}^3$，电阻率为 $1.6\times10^{-2}\Omega\cdot\text{m}$。用这种硅片作成霍尔探头以测量磁场。硅片的尺寸相当小，为 0.5cm×0.2cm×0.005cm。将此片长度的两端接入电压为 1V 的电路中。当探头置于磁场某处，并使其最大表面与磁场垂直时，测得 0.2cm 宽度两侧的霍尔电势差是 1.05mV。求磁场中该处的磁感应强度。

解 霍耳电势差

$$U_H=\frac{1}{nq}\frac{IB}{d}$$

题中 $d=0.005\text{cm}=5\times10^{-5}\text{m}$

长度方向的电阻

$$R=\rho\frac{L}{S}$$

$$=1.6\times10^{-2}\frac{0.5\times10^{-2}}{0.2\times10^{-2}\times0.005\times10^{-2}}$$

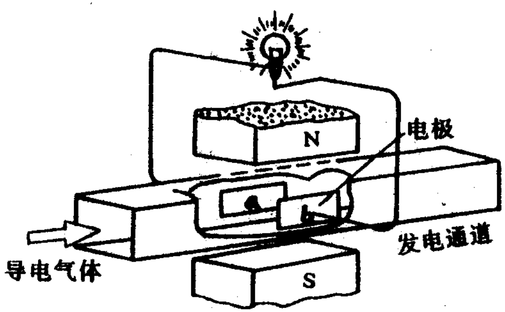
$$=800\Omega$$

$$I=\frac{U}{R}=1.25\times10^{-3}\text{A}$$

$$B=\frac{nqdU_H}{I}$$

$$=\frac{2.0\times10^{21}\times1.6\times10^{-19}\times5\times10^{-5}\times1.05\times10^{-3}}{1.25\times10^{-3}}$$

$$=1.34\times10^{-2}\text{T}$$



题 12.40 图

12.40 磁流体发电机是利用导电流体的霍尔效应制成的新型发电装置。它利用燃烧石油、煤等燃料的火力发电站所释放出来的废气余热，将气体加热到很高的温度（约 3000K）使之电离，然后使这种高温电离气体高速地通过矩形管道。管道两侧有 a、b 两平板电极。管道被置于强磁场中（如附图）。试问（1）气流中的正负电荷各向何板积聚？哪种极板的电势高？（2）若管道宽为 50cm，气流速率为 800m/s，磁感应强度为 6.0T，问两板间将产生多大的电势差？

解 （1）由正、负电荷所受的洛仑兹力判断，正电荷向里侧 a 极积聚，a 板电势高，负电荷向 b 板积聚。

（2）平衡条件

$$qE=qBv$$

则两板电势差为

$$U_{ab}=dE=dvB=0.5\times800\times6$$

$$=2.4\times10^{3}\text{V}$$