

# 质点力学学习题课

习题课的目的是培养一种良好的解题习惯和规范化解题。解题的一般注意事项如下：

- ①在认真复习的基础上解题，解题过程中绝不能对照例题；
- ②搞清题意，分清已知量、未知量，并用适当的符号来表示，且每一个符号只能代表一个物理量；
- ③画出简练正确的示意图，建立坐标系，进行受力分析，搞清各物理量之间的关系；
- ④选用最简便的定律或公式列方程（平时学习一定要注意各种定律及公式的适用条件和范围）；
- ⑤列联立方程，先用字母符号运算，最后代入原始数据。并对答案进行讨论。

# 质点力学学习题课

## 一、基本物理量

1.  $\vec{r}$      $\vec{v}$      $\vec{a}$      $\Delta\vec{r}$      $\Delta\vec{v}$      $\overline{\vec{v}}$      $\overline{\vec{a}}$      $\vec{a}_n$      $\vec{a}_t$

2. 动量     $\vec{P} = m\vec{v}$      $\theta$      $\omega$      $\beta$

3. 动能     $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

4. 势能     $E_p(B) = \int_B^{\text{势能零点}} \vec{F}_{\text{保}} \cdot d\vec{r}$

势能曲线  $\vec{F} = -\left(\frac{\partial E_P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_P}{\partial z}\vec{k}\right) = -\nabla E_P$

5. 功  $A_{a-b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$

功率  $P = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

6. 冲量  $\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot dt$

## 二、基本定理

### 1. 牛顿三大定律

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

### 2. 非惯性系中的力学规律

$$\vec{F} + \vec{F}_i = m\vec{a}'$$

### 3. 质心运动定律

$$\vec{F} = m\vec{a}_c$$

### 4. 密舍尔斯基方程

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + (\vec{u} - \vec{v}) \frac{dm}{dt} = \vec{F} + \vec{v}' \frac{dm}{dt}$$

### 5. 动量定理

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot dt = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$$

**6.动量守恒定律** 当 $\vec{F} = 0$ 时

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i = \text{常矢量}$$

**7.动能定理**

$$A = \frac{1}{2} m v_b^2 - \frac{1}{2} m v_a^2$$

**8.功能原理**

$$A_{\text{外}} + A_{\text{内非}} = (E_{k2} + E_{p2}) - (E_{k1} + E_{p1})$$

**9.机械能守恒定律**

$$\text{当 } A_{\text{外}} + A_{\text{内非}} = 0 \text{ 时, } E_k + E_p = \text{const}$$

# 质点力学学习题课

牛顿定律的应用问题也分为两类：

- (1)、已知(或分析已知)系统的受力,求各物体的加速度及相互作用力, 用隔离物体图法来求解;
- (2)、如受的力是变力 $F(t)$ 、 $F(v)$ 、 $F(x)$ , 用牛顿定律的微分形式求解。

# 质点力学学习题课

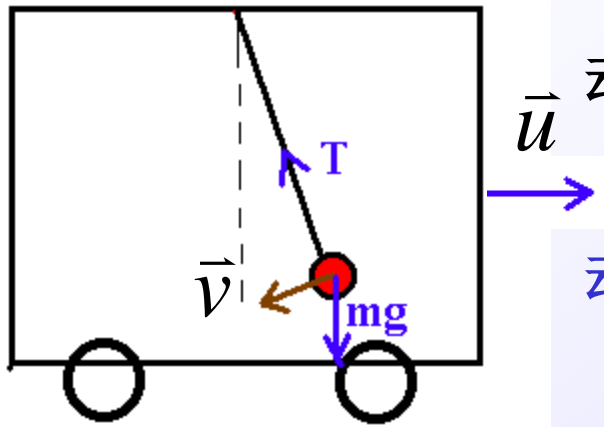
动量定理解题方法和步骤是：

- 1 确定研究对象。
- 2 分析物体受力，正确区分物体系内力和外力。
- 3 确定体系初终态的动量，注意动量的矢量性。
- 4 根据动量定理列方程并解题。

用动量守恒定律处理问题关键步骤是：

- ( 1 ) 分析物体受力时，注意：系统动量守恒的条件是体系所受合外力为零，而不是合外力的冲量为零。
- ( 2 ) 系统内存在的任何性质内力不影响系统的动量守恒。

## 【讨论题一】在地面上观察者看：



(1) 当汽车静止，小球摆动过程中，动量，动能，机械能是否守恒？

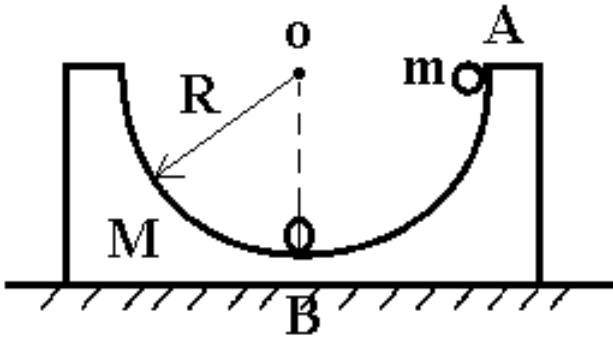
动量不守恒，动能不守恒，机械能守恒  
(张力与和速度方向垂直，不做功)。

(2) 当汽车作匀速直线运动，小球摆动过程中，动量，动能，机械能是否守恒？

动量不守恒，动能不守恒，机械能不守恒（张力与和速度方向不垂直，做功）。



【讨论题二】如图所示：所有接触面都光滑。为求出小球到B点时， $m$ 和 $M$ 的作用力，有人用如下的方法：



设： $m$ 运动到B时， $m$ 和 $M$ 相对地的速度分别为 $v_m$ 和 $v_M$ ，则有：

$$v_{mM} = v_m - v_M$$

$$\left\{ \begin{array}{l} mv_m + Mv_M = 0 \\ \frac{1}{2}mv_m^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2 = mgR \end{array} \right.$$

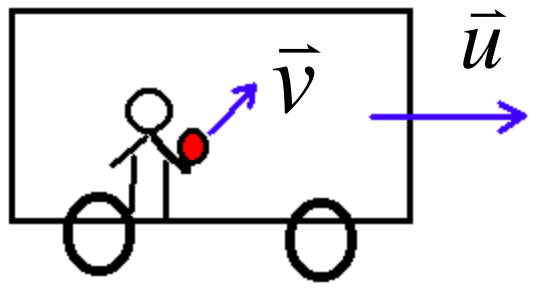
?

$$N - mg = m \frac{(v_m - v_M)^2}{R}$$

$$N - mg \neq m \frac{v_m^2}{R}$$

【讨论题三】小车以  $\vec{u}$  作匀速直线运动，车中一人以速度  $\vec{v}$  （相对于车）抛出一小球。

(1) 在地面上的人认为刚抛出瞬时小球的动能



$$\vec{u}_{\text{地}} = \vec{u} + \vec{v}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

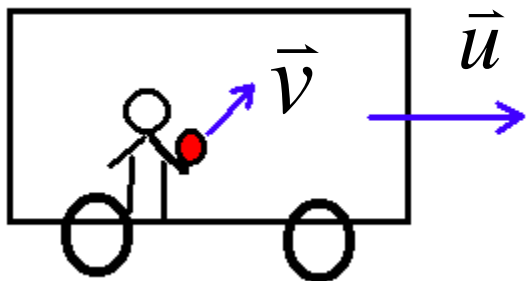
对不对？

$$E_k = \frac{1}{2}mu_{\text{地}}^2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}mv^2 + m\vec{u} \cdot \vec{v}$$

(2) 当车上的人沿车前进的方向抛出小球，车上和地上的人看抛出小球过程所作的功是否一样？

$$A_{\text{车}} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$A_{\text{地}} = \frac{1}{2}m(\vec{u} + \vec{v})^2 - \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + muv$$



$$\vec{u}_{\text{地}} = \vec{u} + \vec{v}$$

(3) 当车上的人沿垂直方向抛出小球，做功的结果又如何？

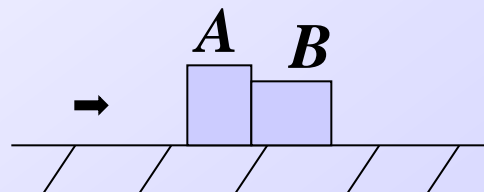
$$A_{\text{车}} = \frac{1}{2}mv^2 \quad A_{\text{地}} = \frac{1}{2}mv^2$$

**【例1】** 如图所示，A、B两木块，质量分别为 $m_A$ 、 $m_B$ ，并排在光滑的水平面上。今有一子弹水平地穿过木块A、B，所用时间分别为 $\Delta t_1$ 和 $\Delta t_2$ ，若木块对子弹的阻力为恒力 $F$ ，求子弹穿过后，两木块的速度各为多少？

解：设子弹穿过后两物体的速度分别为 $v_A$ 、 $v_B$ ，子弹穿过物体A时有：

$$F \cdot \Delta t_1 = (m_A + m_B)v_A$$

$$v_A = \frac{F \Delta t_1}{m_A + m_B}$$



子弹继续穿过物体B时有

$$F \cdot \Delta t_2 = m_B v_B - m_B v_A$$

$$v_B = v_A + \frac{F \Delta t_2}{m_B}$$

例2、一陨石从距地面高为 $h$ 处由静止开始落向地面，忽略空气阻力，求陨石下落过程中，万有引力的功是多少？

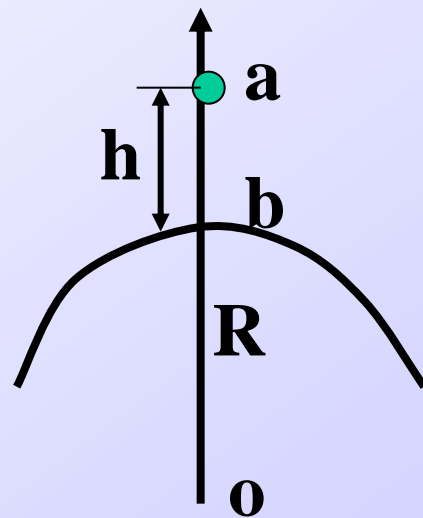
解：取地心为原点，引力与矢径方向相反

$$A = \int_{R+h}^R \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_{R+h}^R -G \frac{Mm}{r^2} dr$$

$$= -GMm \int_{R+h}^R \frac{dr}{r^2} = GMm \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right)$$

$$= \frac{GMmh}{R(R+h)}$$



# 质点力学学习题课

【例3】已知质点运动方程  $\vec{r} = 2t\vec{i} + (4-t^2)\vec{j}$  (SI), 求:

- ①质点的初速度和加速度;
- ②质点从  $t=1\text{s}$  到  $t=2\text{s}$  的平均速度;
- ③ $t=1\text{s}$ 时的切向加速度和法向加速度。

解: (1) 、  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2\vec{i} - 2t\vec{j}, \quad \vec{a} = -2\vec{j}$

故  $\vec{v}_0 = 2\vec{i} (\text{m} \cdot \text{s}^{-1}), \quad \vec{a}_0 = -2\vec{j} (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$

(2)、  $\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j} \quad \vec{r}_2 = 4\vec{i}$

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = 2\vec{i} - 3\vec{j} (\text{m})$

$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = 2\vec{i} - 3\vec{j} (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$

# 质点力学学习题课

【例3】已知质点运动方程  $\vec{r} = 2t\vec{i} + (4-t^2)\vec{j}$  (SI), 求:

- ①质点的初速度和初加速度;
- ②质点从  $t=1\text{s}$  到  $t=2\text{s}$  的平均速度;
- ③ $t=1\text{s}$ 时的切向加速度和法向加速度。

(3)、因为任一时刻的速度大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 2\sqrt{1+t^2}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{2t}{\sqrt{1+t^2}} = \sqrt{2}(\text{m} \cdot \text{s}^{-2}) \quad \vec{a} = -2\vec{j}$$

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{2}{\sqrt{1+t^2}} = \sqrt{2}(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$