

第5章 线性动态电路的正弦稳态分析

5.1 正弦交流电路的相量分析法

5.2 谐振

5.3 互感

5.4 三相交流电路

5.4 三相电路

(3phase circuit)

5.4.1 三相电源

5.4.2 对称三相电路

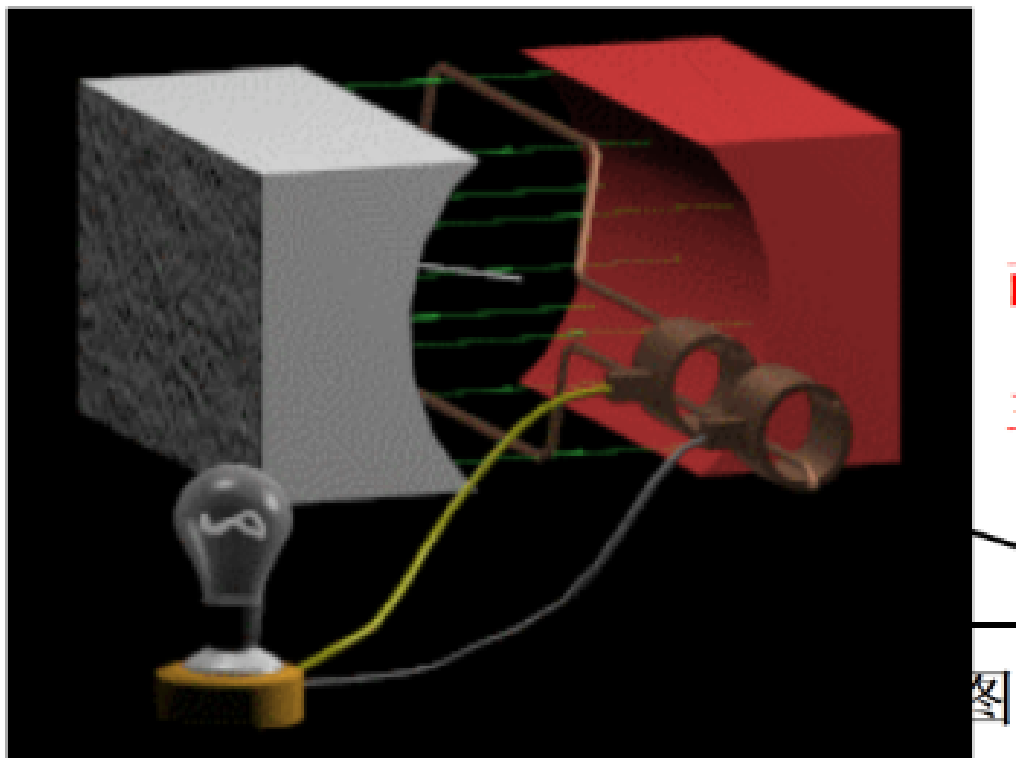
5.4.3 不对称三相电路示例

5.4.4 三相电路的功率

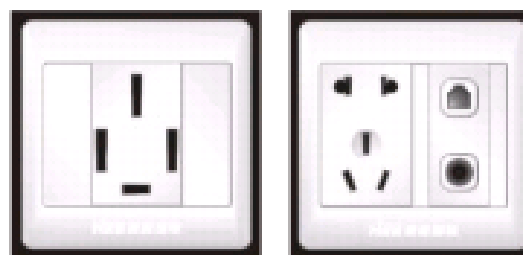
5.4.1 三相电源

一、对称三相电源的产生

通常由三相同步发电机产生，三相绕组在空间互差 120° ，当转子转动时，在三相绕组中产生感应电压，从而形成对称三相电源。

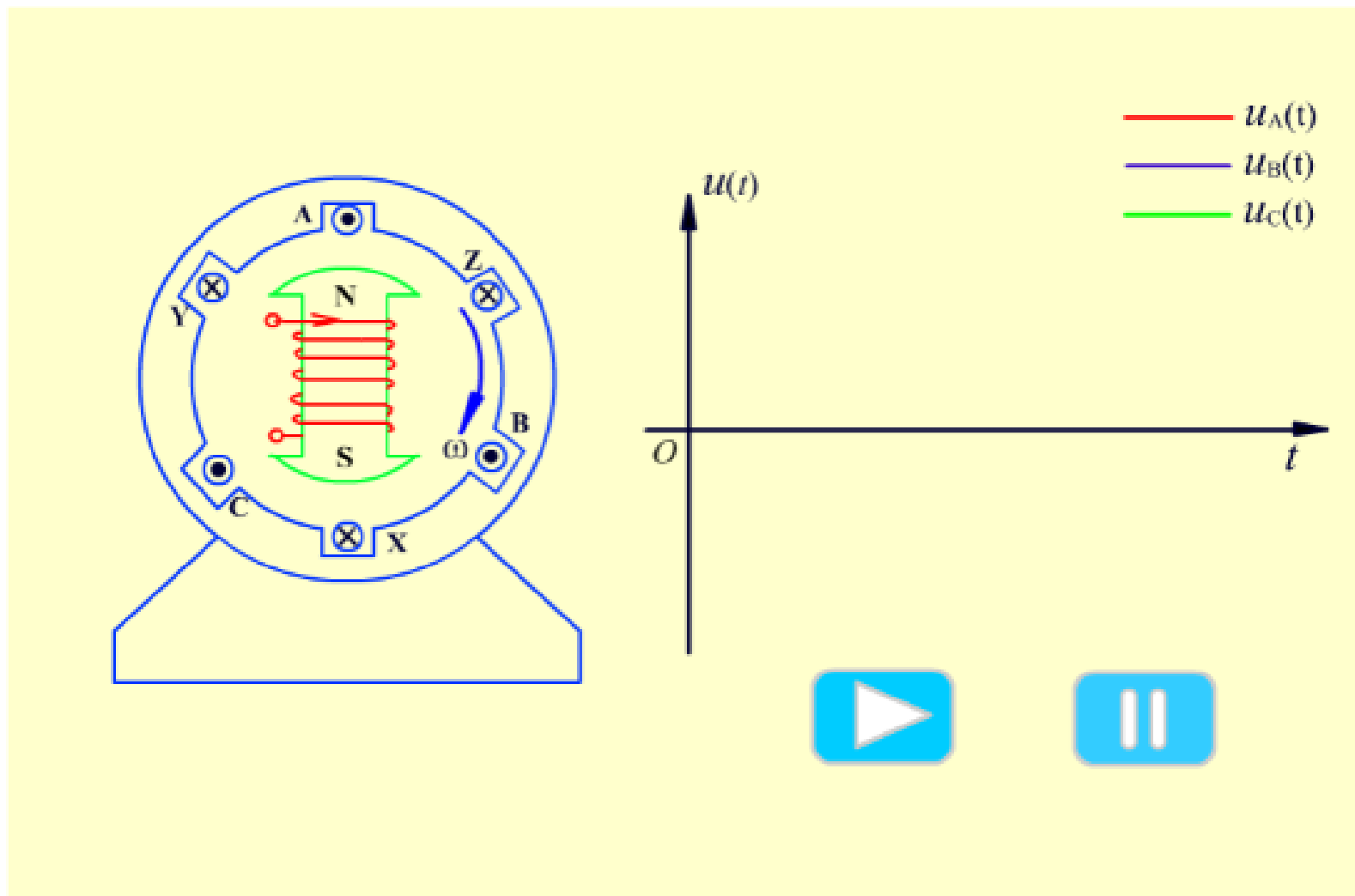


图

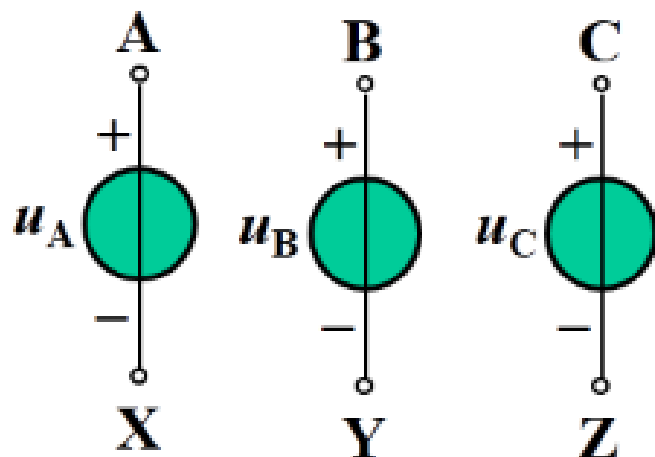


两孔插座：相线与零线接线柱；
“左零右相”或“上零下相”。

三孔插座：相线、零线和地线。
大孔接地，“左零右相”。



1. 瞬时值表达式



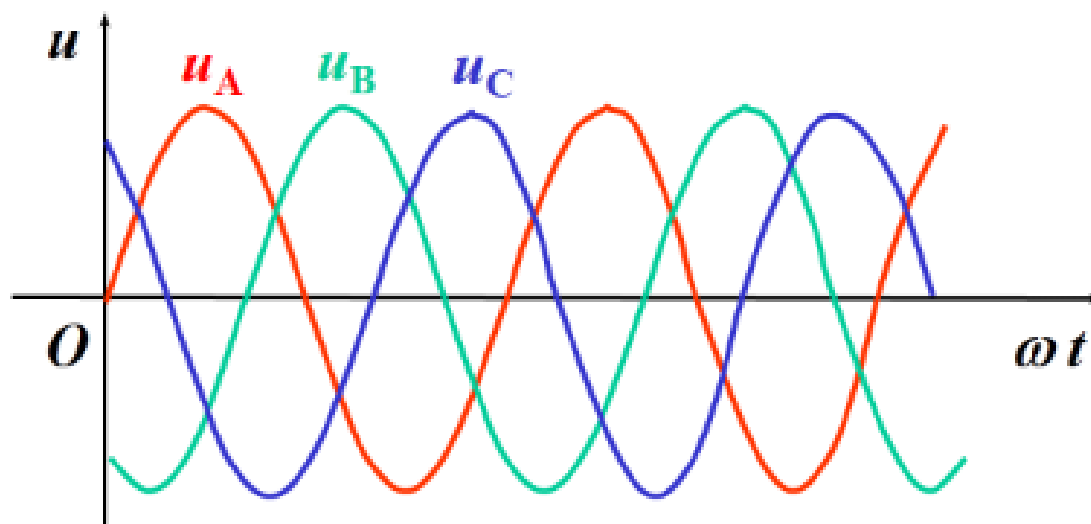
$$u_A(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \psi)$$

$$u_B(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \psi - 120^\circ)$$

$$u_C(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \psi + 120^\circ)$$

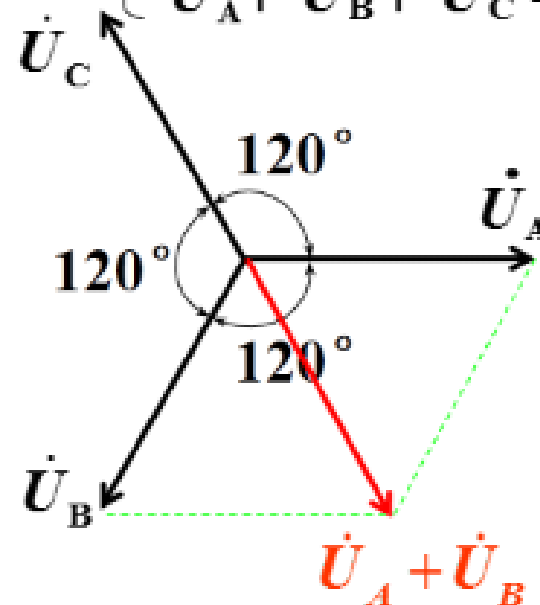
始端A、B、C；末端X、Y、Z

2. 波形图



3. 三相对称电源特点


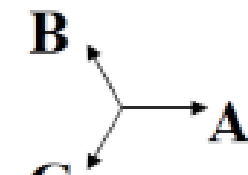
$$\begin{cases} u_A + u_B + u_C = 0 \\ \dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0 \end{cases}$$



●三相电路的优点

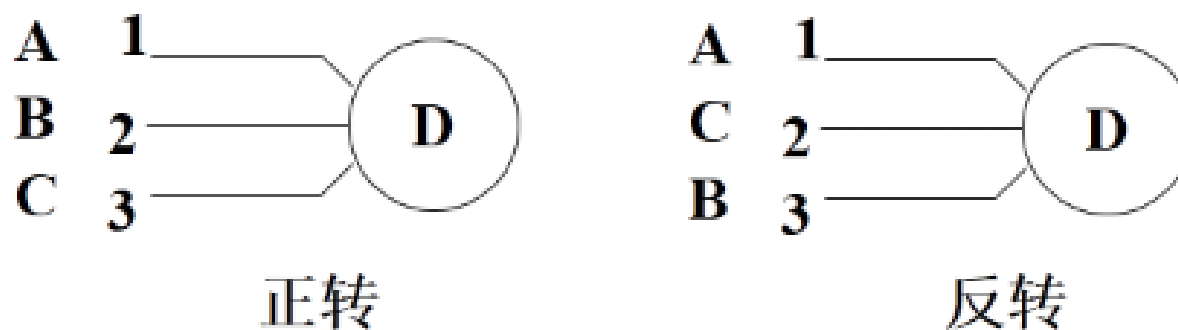
- ① 发电方面：比单相电源可提高功率50%。
- ② 输电方面：比单相输电节省钢材25%。
- ③ 配电方面：三相变压器比单相变压器经济且便于接入负载。
- ④ 用电设备：结构简单、成本低、运行可靠、维护方便。

5. 对称三相电源的**相序**：三相电源中各相电源经过同一值(如最大值)的先后顺序

正序(顺序): $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$  

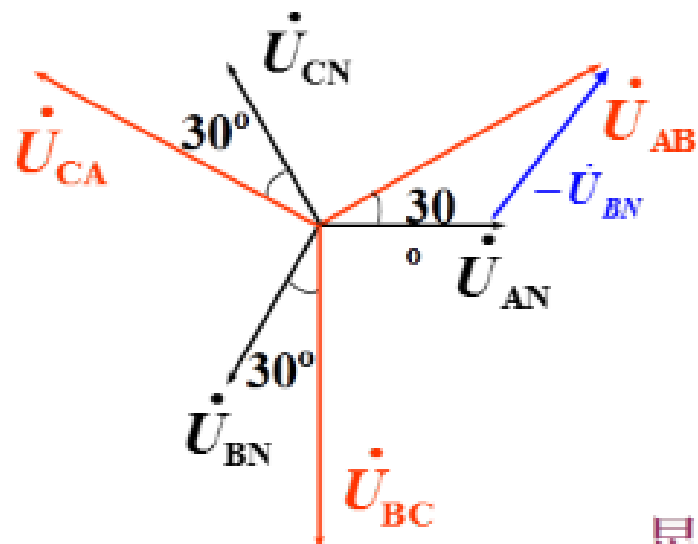
负序(逆序): $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$

相序的**实际意义**：对三相电动机，如果相序反了，就会反转。



以后如果不加说明，一般都认为是正相序。

• Y (Δ) 电源，线/相电压关系



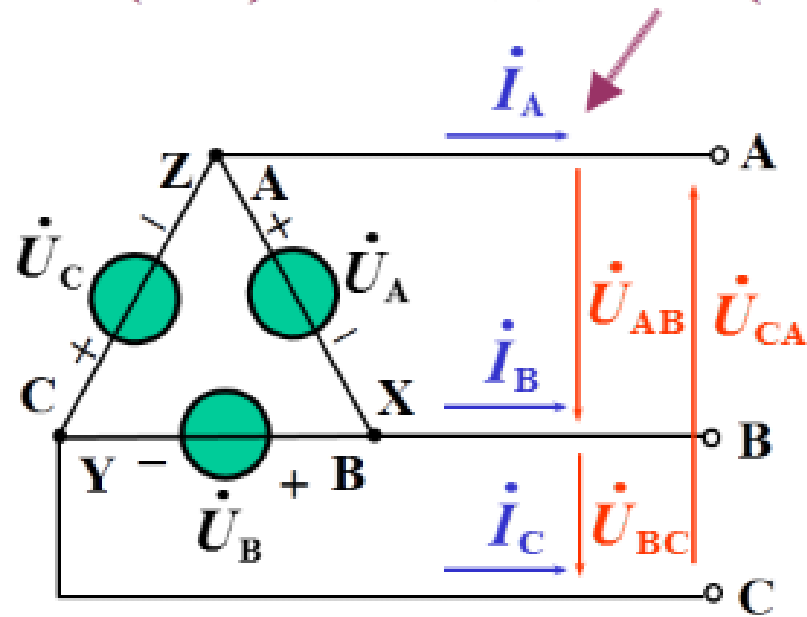
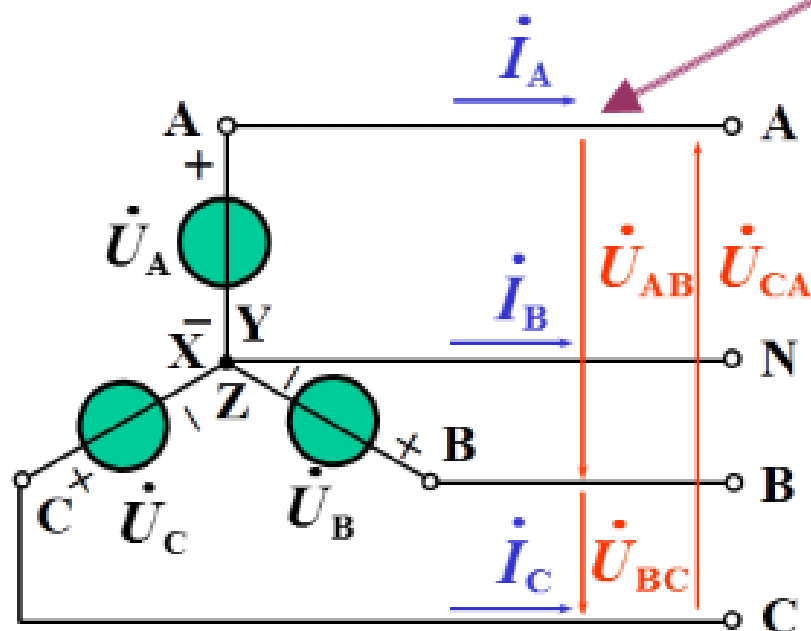
$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_{AN} \angle 30^\circ$$

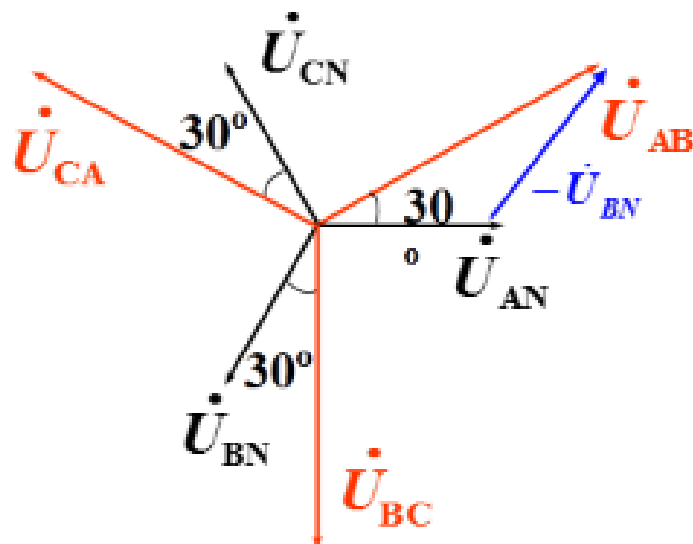
$$\dot{U}_{BC} = \sqrt{3}\dot{U}_{BN} \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \sqrt{3}\dot{U}_{CN} \angle 30^\circ$$

星形联接(Y接)

三角形联接(Δ接)





$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3} \dot{U}_{AN} \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{BC} = \sqrt{3} \dot{U}_{BN} \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \sqrt{3} \dot{U}_{CN} \angle 30^\circ$$

线电压对称(大小相等, 相位互差120°)

结论: Y接法的对称三相电源

(1) 相电压对称, 则线电压也对称。

(2) 线电压大小等于相电压的 $\sqrt{3}$ 倍, 即 $U_l = \sqrt{3}U_p$ 。

(3) 线电压相位领先对应相电压30°。

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} \rightarrow \dot{U}_{AN} \\ \dot{U}_{BC} \rightarrow \dot{U}_{BN} \\ \dot{U}_{CA} \rightarrow \dot{U}_{CN} \end{cases}$$

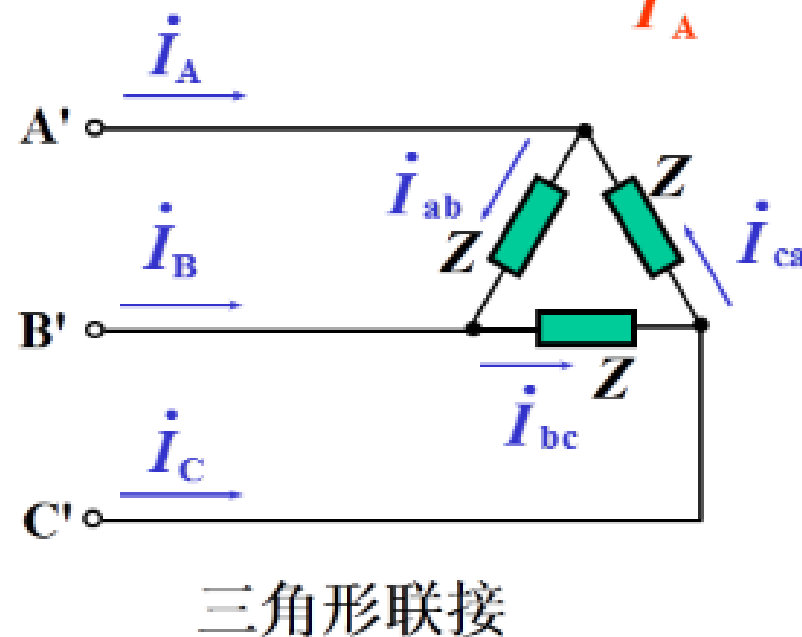
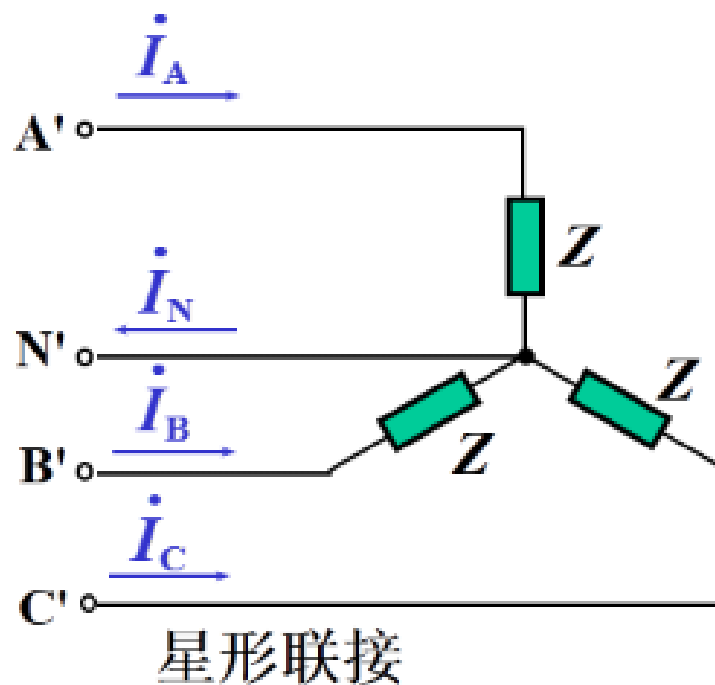
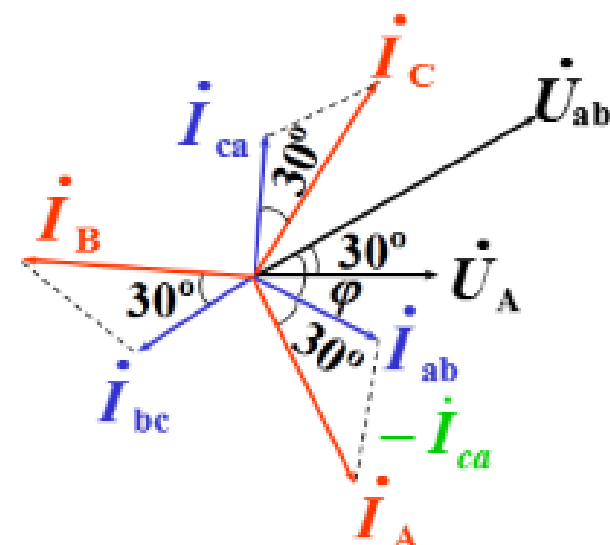
Δ接法: 线电压等于对应的相电压。

• Y (Δ) 负载，线/相电流关系

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = \sqrt{3}\dot{I}_{ab} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = \sqrt{3}\dot{I}_{bc} \angle -30^\circ$$

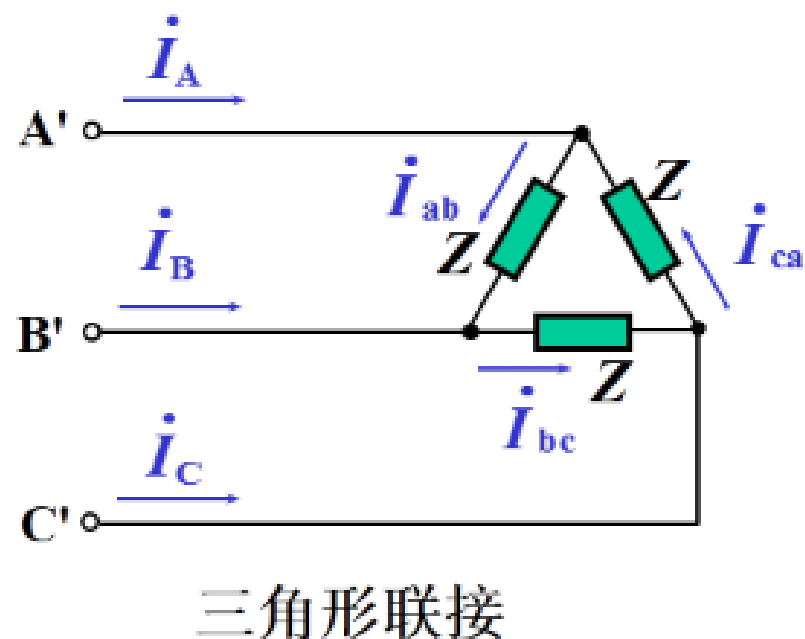
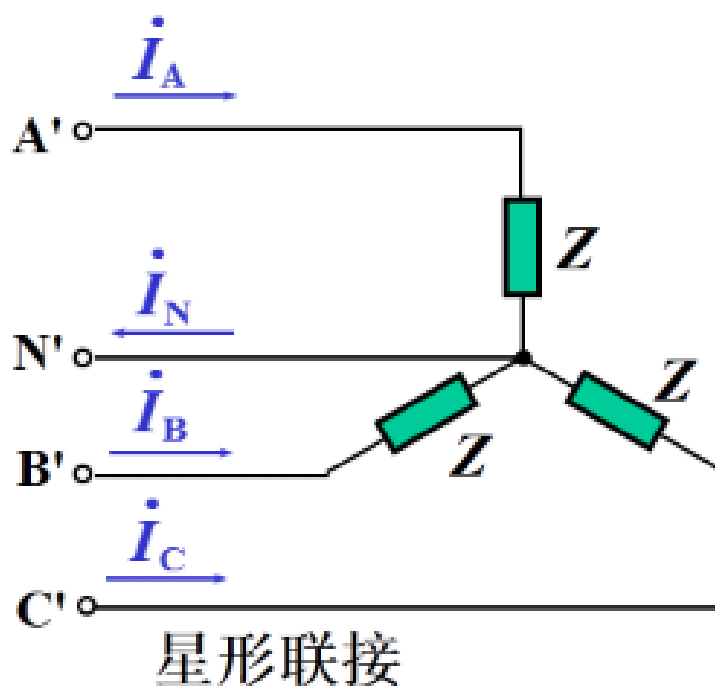
$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = \sqrt{3}\dot{I}_{ca} \angle -30^\circ$$

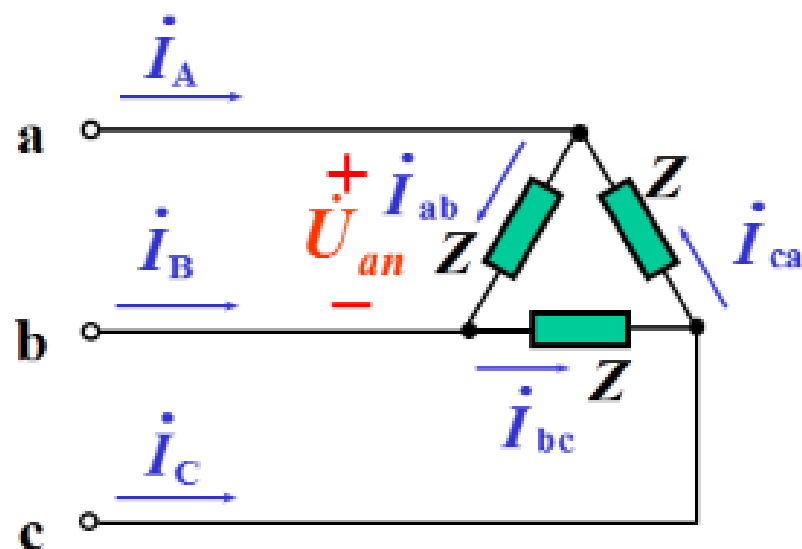
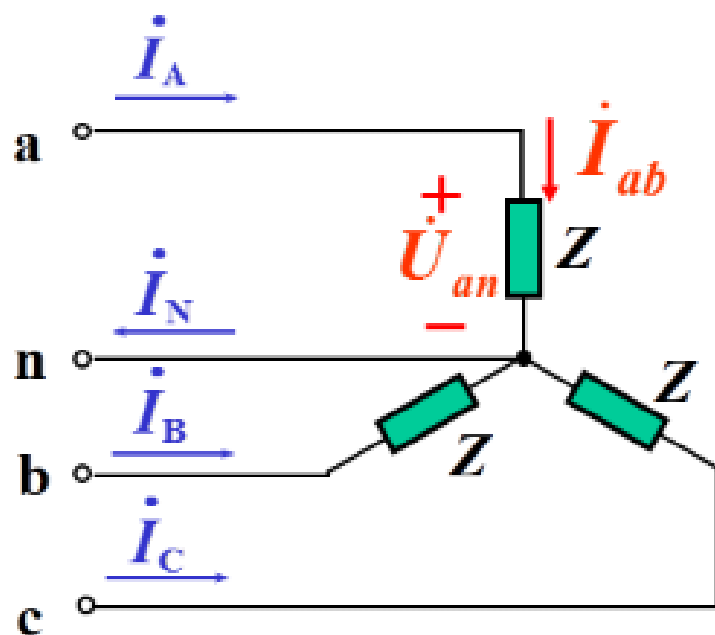


5.4.2 对称三相电路

一、对称三相负载及其联接

1. 对称三相负载(均衡三相负载): 三个相同负载(负载阻抗模相等, 阻抗角相同)以一定方式联接起来。
2. 对称三相负载的联接: 两种基本联接方式





负载的相电压：每相负载上的电压。 $\dot{U}_{an}, \dot{U}_{bn}, \dot{U}_{cn}$

负载的线电压：负载端线间的电压。 $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$

线电流：流过端线的电流。 $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$

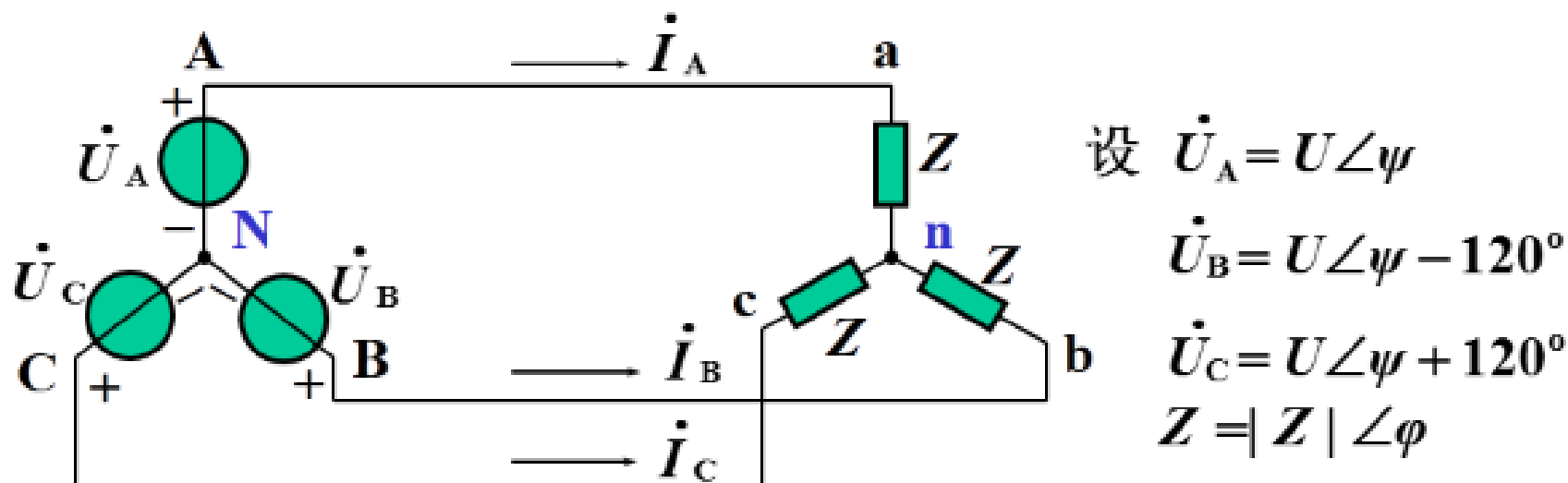
相电流：流过每相负载的电流。 $\dot{I}_{ab}, \dot{I}_{bc}, \dot{I}_{ca}$

3. 对称三相电路：由对称三相电源和对称三相负载联接而成。

按电源和负载的不同联接方式可分为Y-Y， Y_0-Y_0 ，Y- Δ ， Δ -Y， Δ - Δ 等。

二、对称三相电路的计算--一相计算法

1. Y-Y接(三相三线制)， Y_0-Y_0 (三相四线制)



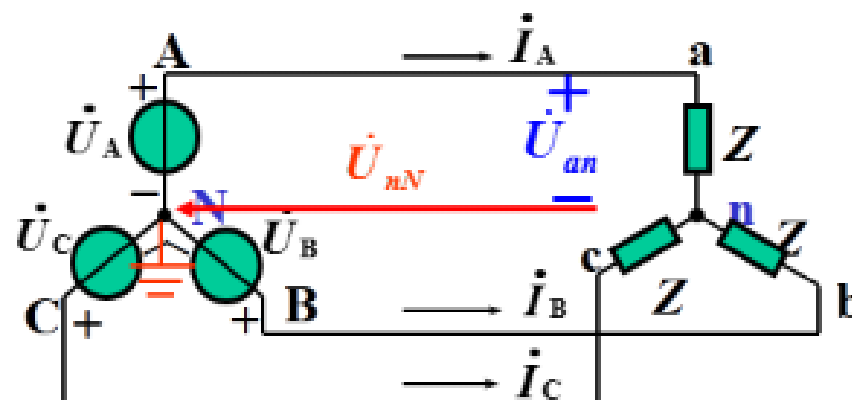
以N点为参考点，n点节点方程：

$$\frac{3}{Z} \dot{U}_{nN} = \frac{1}{Z} \dot{U}_A + \frac{1}{Z} \dot{U}_B + \frac{1}{Z} \dot{U}_C$$

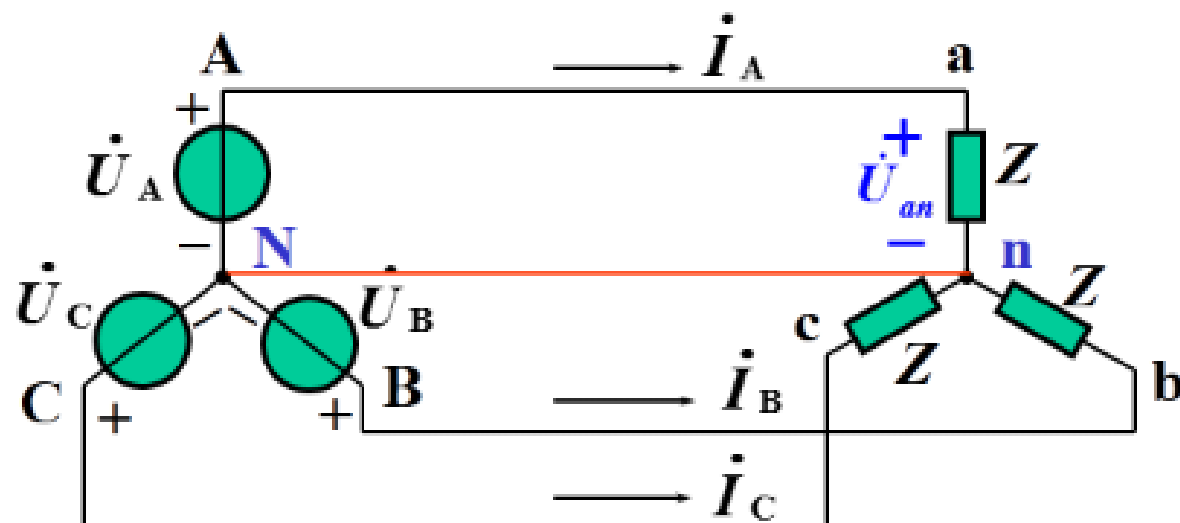
$$\frac{3}{Z} \dot{U}_{nN} = \frac{1}{Z} (\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) = 0$$

$$\dot{U}_{nN} = 0 \quad \text{负载侧相电压:} \quad \begin{cases} \dot{U}_{an} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{nN} = \dot{U}_A = U \angle \psi \\ \dot{U}_{bn} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{nN} = \dot{U}_B = U \angle \psi - 120^\circ \\ \dot{U}_{cn} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{nN} = \dot{U}_C = U \angle \psi + 120^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{an}}{Z} = \frac{\dot{U}_A}{Z} = \frac{U}{|Z|} \angle \psi - \varphi \\ \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{bn}}{Z} = \frac{\dot{U}_B}{Z} = \frac{U}{|Z|} \angle \psi - 120^\circ - \varphi \\ \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{cn}}{Z} = \frac{\dot{U}_C}{Z} = \frac{U}{|Z|} \angle \psi + 120^\circ - \varphi \end{cases}$$

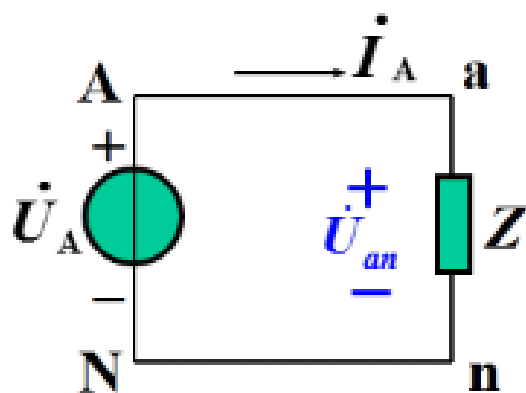


结论：只需计算A相即可推出另外两相负载电压和电流



$$\dot{U}_{nN} = 0$$

一相计算电路:



由一相计算电路可得:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{an}}{Z} = \frac{\dot{U}_A}{Z} = \frac{U}{|Z|} \angle \psi - \varphi$$

由对称性可写出: $\dot{I}_B = \frac{U}{|Z|} \angle \psi - 120^\circ - \varphi$, $\dot{I}_C = \frac{U}{|Z|} \angle \psi + 120^\circ - \varphi$

结论:

1. $U_{nN}=0$ ，电源中点与负载中点等电位。

有无中线对电路情况没有影响。没有中线(Y-Y接，三相三线制)，可将中线连上，此时中线中没有电流。因此，Y-Y接电路与 Y_0-Y_0 接(有中线)电路计算方法相同。且中线有阻抗时可短路掉。

2. 对称情况下，各相电压、电流都是对称的，可采用一相(A相)等效电路计算。只要算出一相的电压、电流，则其它两相的电压、电流可按对称关系直接写出。

3. Y形联接的对称三相负载，其相、线电压、电流的关系为：

$$\dot{U}_{ab} = \sqrt{3}\dot{U}_{an}\angle 30^\circ, \dot{I}_A = \dot{I}_{ab}$$

结论:

1. $U_{nN}=0$, 电源中点与负载中点等电位。

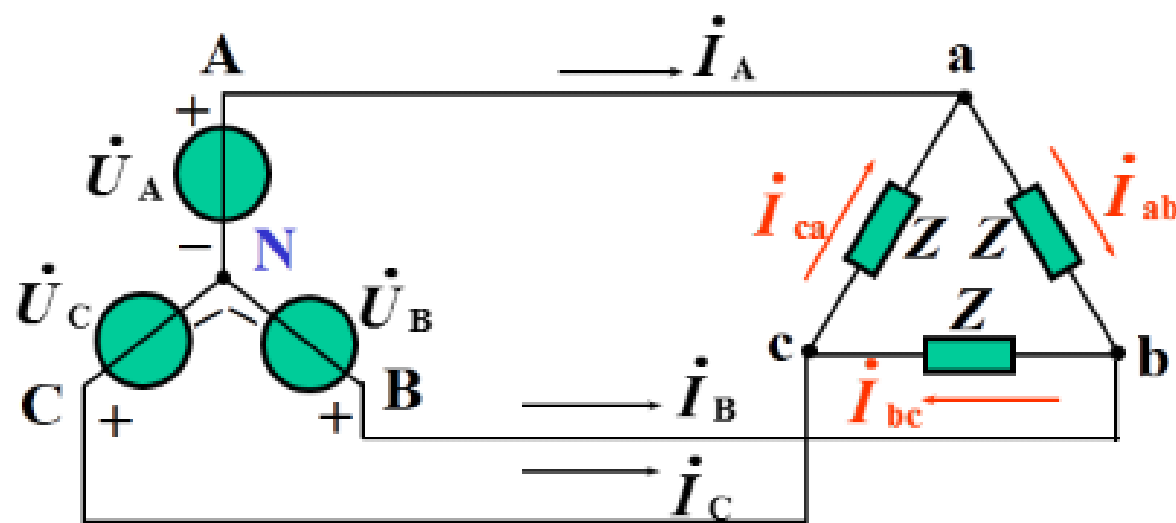
有无中线对电路情况没有影响。没有中线(Y-Y接, 三相三线制), 可将中线连上, 此时中线中没有电流。因此, Y-Y₀电路与Y₀-Y₀接(有中线)电路计算方法相同。且中线有阻抗时可短路掉。

2. 对称情况下, 各相电压、电流都是对称的, 可采用一相(A相)等效电路计算。只要算出一相的电压、电流, 则其它两相的电压、电流可按对称关系直接写出。

3. Y形联接的对称三相负载, 其相、线电压、电流的关系为:

$$\dot{U}_{ab} = \sqrt{3}\dot{U}_{an}\angle 30^\circ, \quad \dot{I}_A = \dot{I}_{ab}$$

2. Y-Δ接



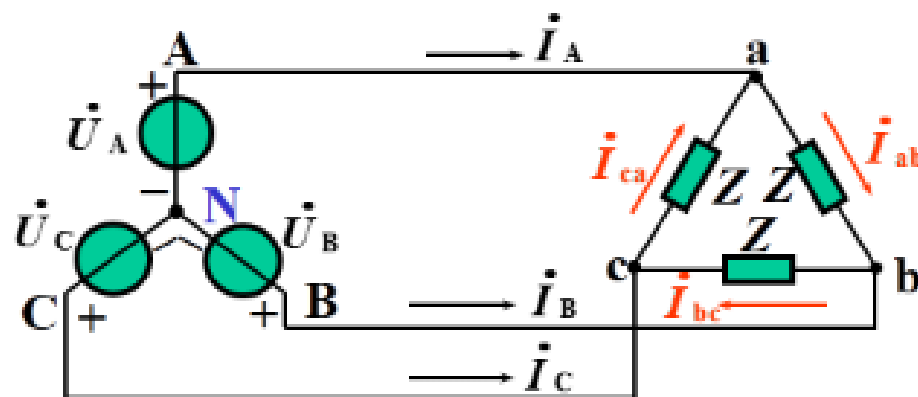
设 $\dot{U}_A = U \angle \psi$
 $\dot{U}_B = U \angle \psi - 120^\circ$
 $\dot{U}_C = U \angle \psi + 120^\circ$
 $Z = |Z| \angle \varphi$

解法一：负载上相电压=负载线电压=电源线电压

$$\begin{cases} \dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB} = \sqrt{3}U \angle \psi + 30^\circ \\ \dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC} = \sqrt{3}U \angle \psi - 90^\circ \\ \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA} = \sqrt{3}U \angle \psi + 150^\circ \end{cases}$$

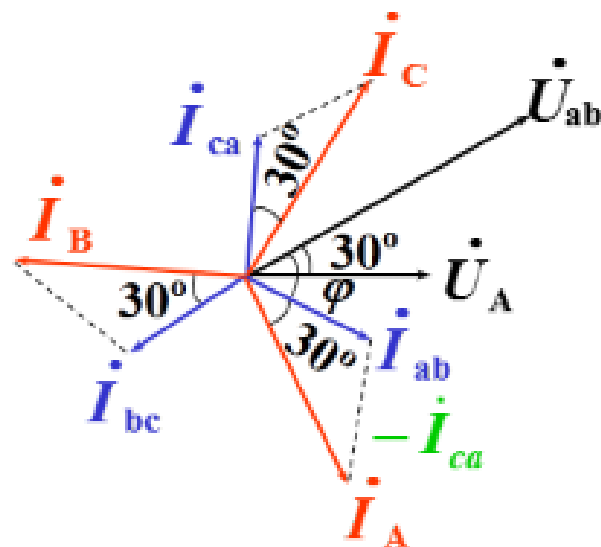
计算相电流:

$$\begin{cases} \dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z} = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|} \angle \psi + 30^\circ - \varphi \\ \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z} = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|} \angle \psi - 90^\circ - \varphi \\ \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z} = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|} \angle \psi + 150^\circ - \varphi \end{cases}$$



线电流:

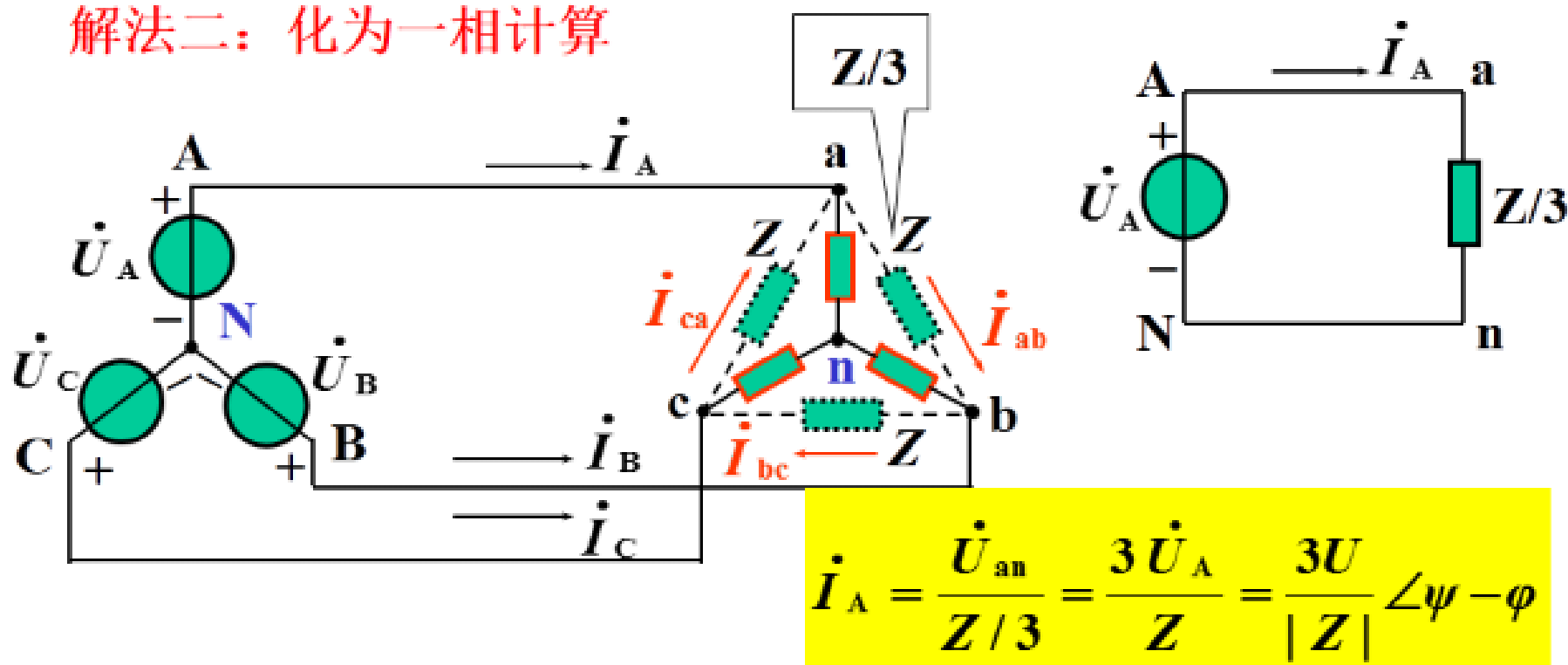
$$\begin{cases} \dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = \sqrt{3} \dot{I}_{ab} \angle -30^\circ \\ \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = \sqrt{3} \dot{I}_{bc} \angle -30^\circ \\ \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = \sqrt{3} \dot{I}_{ca} \angle -30^\circ \end{cases}$$



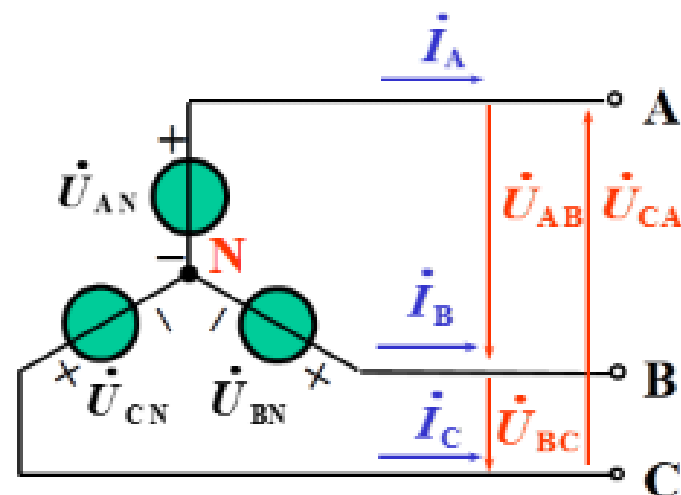
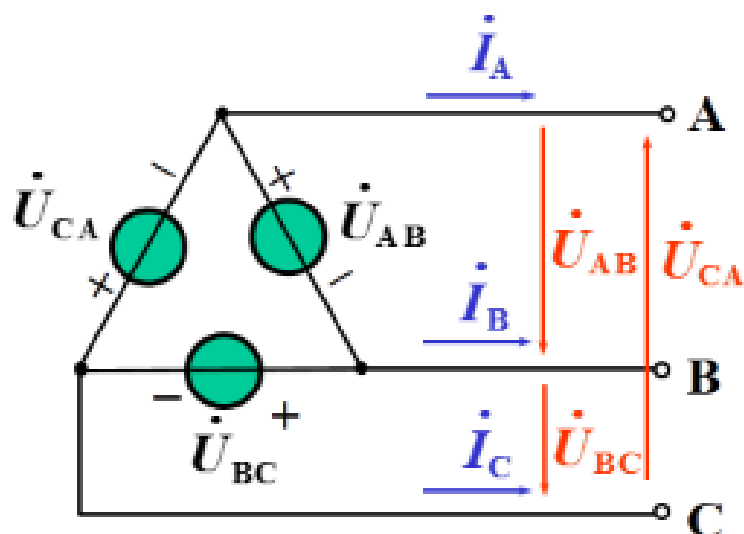
- 结论：**
- (1) 负载上相电压与线电压相等，且对称。
 - (2) 线电流与相电流也是对称的。线电流大小是相电流的 $\sqrt{3}$ 倍，相位落后相应相电流 30° 。

故上述电路也可只计算一相，根据对称性即可得到其余两相值

解法二：化为一相计算

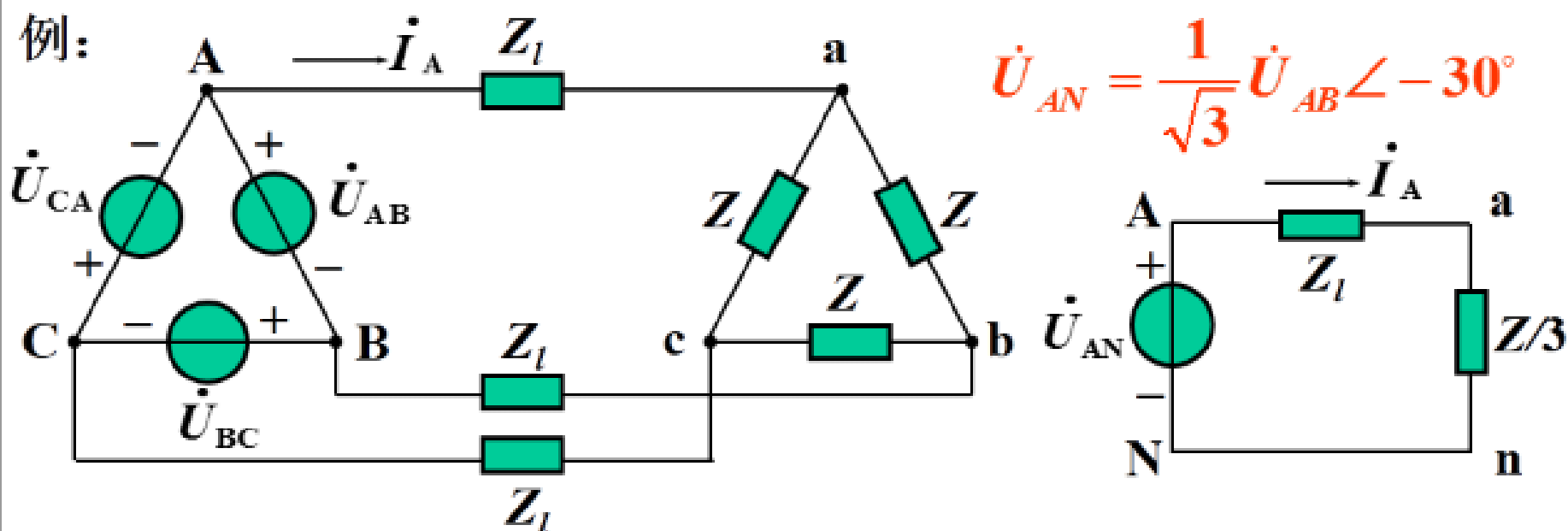


3. 电源为 Δ 接时的对称三相电路的计算(Δ -Y, Δ - Δ)



将 Δ 接电源用Y接电源替代，保证其线电压相等。

$$\begin{cases} \dot{U}_{AN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ \\ \dot{U}_{BN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{BC} \angle -30^\circ \\ \dot{U}_{CN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{CA} \angle -30^\circ \end{cases}$$



小结: 1. 三相电压、电流均对称。

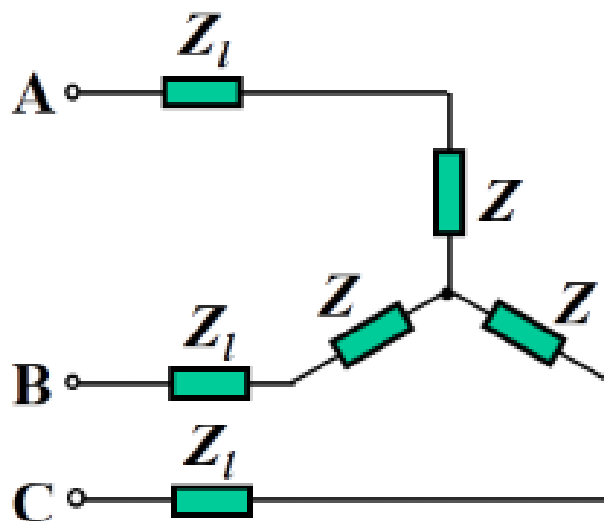
负载为Y接 { 线电压大小为相电压的 $\sqrt{3}$, 相位领先 30° .
 线电流与对应的相电流相同。

负载为 Δ 接 { 线电压与对应的相电压相同。
 线电流大小为相电流的 $\sqrt{3}$, 相位滞后 30° 。

2. 对称三相电路的一般计算方法

- (1) 将所有三相电源、负载都化为等值Y—Y接电路；
- (2) 连接各负载和电源中点，中线上若有阻抗可不计；
- (3) 画出单相计算电路，求出一相的电压、电流；
- (4) 由 Δ 接、Y接时线、相量间的关系，求出原电路的电流电压。
- (5) 由对称性，得出其它两相的电压、电流。

例1.

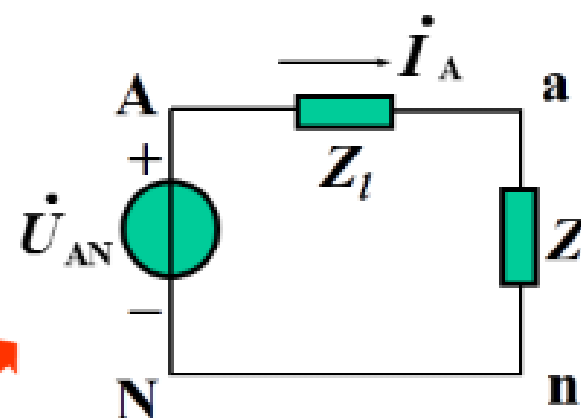
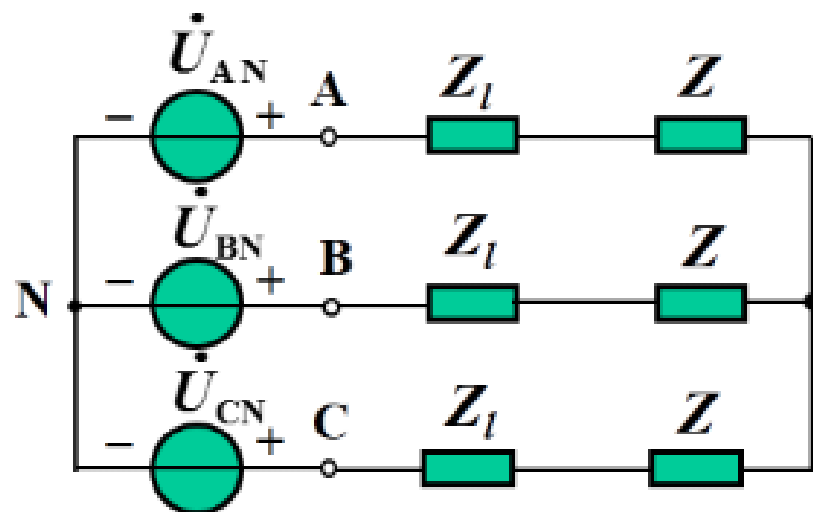


已知对称三相电源线电压为380V,

$$Z=6.4+j4.8\Omega, \quad Z_l=6.4+j4.8\Omega.$$

求负载Z的相电压、线电压和电流。

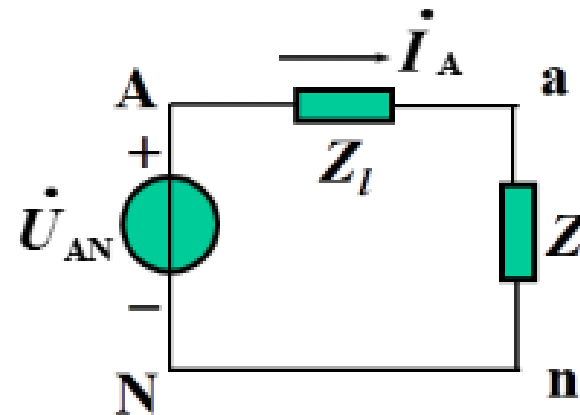
解:



$$\text{设 } \dot{U}_{AB} = 380 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\text{则 } \dot{U}_{AN} = 220 \angle -30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z + Z_l} = \frac{220 \angle -30^\circ}{9.4 + j8.8} = \frac{220 \angle -30^\circ}{12.88 \angle 43.1^\circ} = 17.1 \angle -73.1^\circ \text{ A}$$

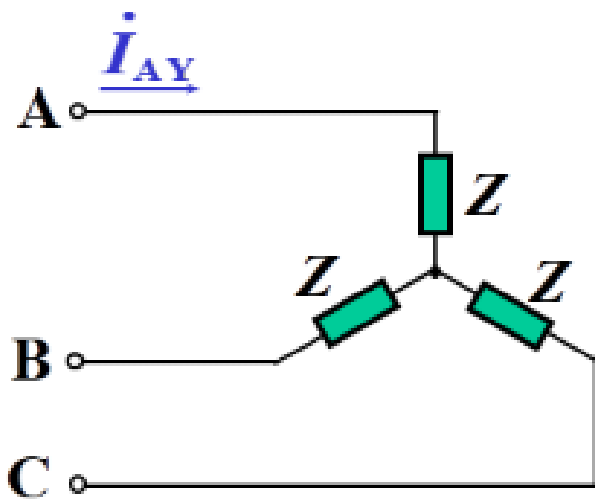


$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z + Z_l} = \frac{220 \angle -30^\circ}{9.4 + j8.8} = \frac{220 \angle -30^\circ}{12.88 \angle 43.1^\circ} = 17.1 \angle -73.1^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_{an} = \dot{I}_A \cdot Z = 17.1 \angle -73.1^\circ \cdot 8 \angle 36.9^\circ = 136.8 \angle -36.2^\circ \text{ V}$$

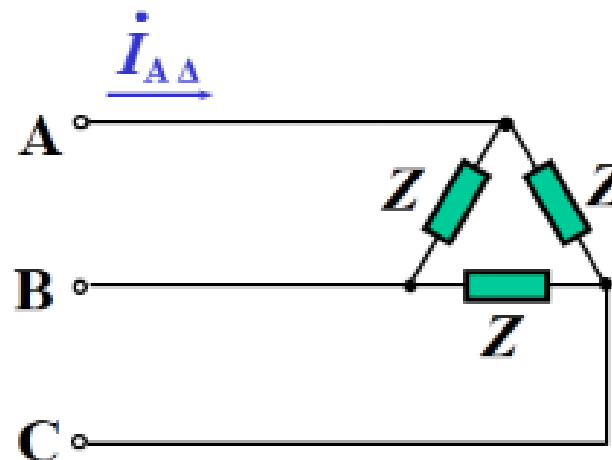
$$\dot{U}_{ab} = \sqrt{3} \dot{U}_{an} \angle 30^\circ = \sqrt{3} \times 136.8 \angle -6.2^\circ \text{ V} = 236.9 \angle -6.2^\circ \text{ V}$$

例2. 一对称三相负载分别接成Y接和 Δ 接。分别求线电流。



解:
$$\dot{I}_{AY} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z}$$

$$\therefore I_{\Delta} = 3I_Y$$

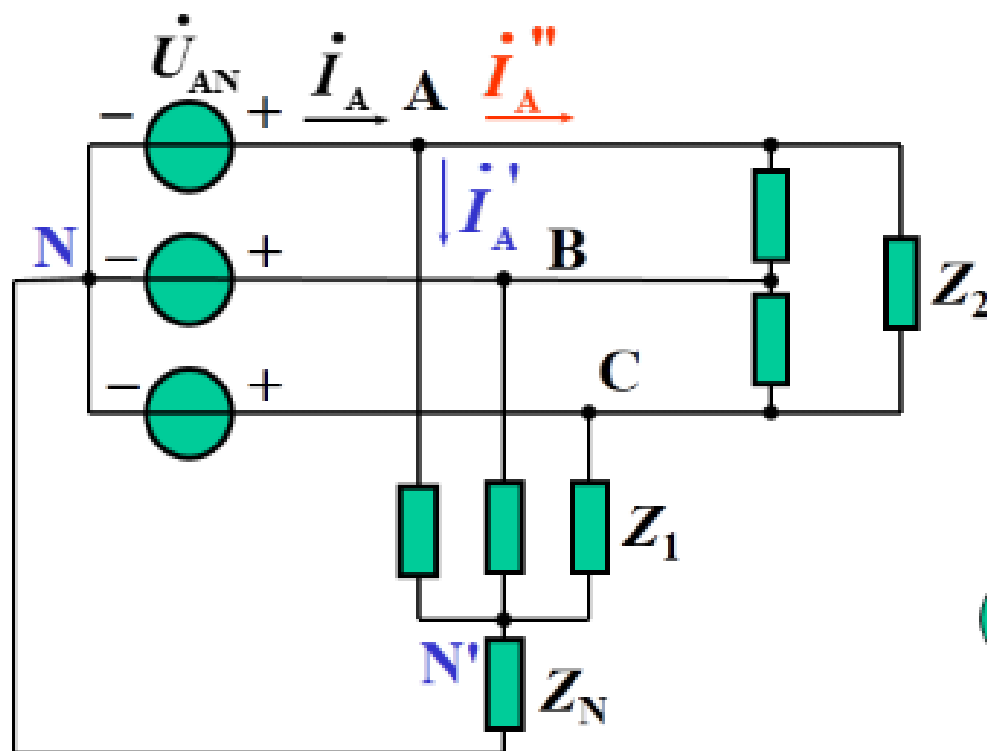


$$\dot{I}_{A\Delta} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z/3} = 3 \frac{\dot{U}_{AN}}{Z}$$

应用: Y- Δ 降压起动。

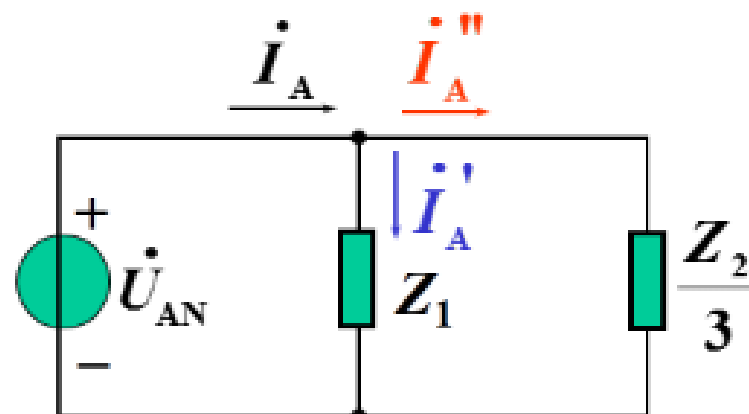
例3. 如图对称三相电路，电源线电压为380V， $|Z_1|=10\Omega$ ， $\cos\varphi_1=0.6$ (滞后)， $Z_2=-j50\Omega$ ， $Z_N=1+j2\Omega$ 。

求：线电流、相电流，并定性画出相量图(以A相为例)。



解：设 $\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

$$\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ \text{ V}$$



$$\cos \phi_1 = 0.6, \phi_1 = 53.1^\circ$$

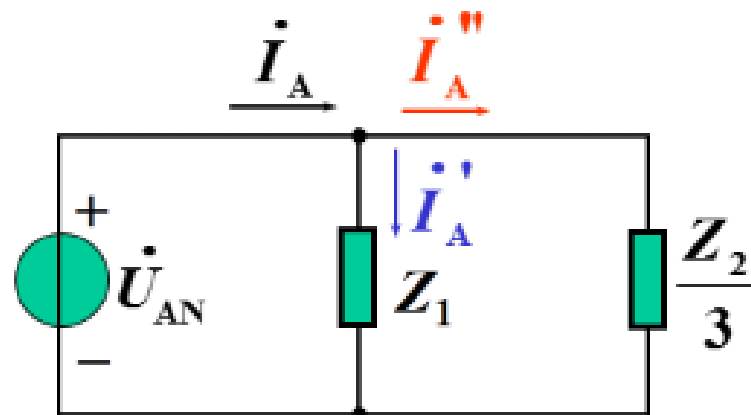
$$Z_1 = 10 \angle 53.1^\circ = 6 + j8 \Omega$$

$$Z_2' = \frac{1}{3} Z_2 = -j \frac{50}{3} \Omega$$

$$\dot{I}_A' = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_1} = \frac{220 \angle 0^\circ}{10 \angle 53.13^\circ} = 22 \angle -53.13^\circ \text{ A} = 13.2 - j17.6 \text{ A}$$

$$\dot{I}_A'' = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_2'} = \frac{220 \angle 0^\circ}{-j50/3} = j13.2 \text{ A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_A' + \dot{I}_A'' = 13.9 \angle -18.4^\circ \text{ A}$$



根据对称性，得B、C相的线电流、相电流：

$$\dot{I}_B = 13.9 \angle -138.4^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = 13.9 \angle 101.6^\circ \text{ A}$$

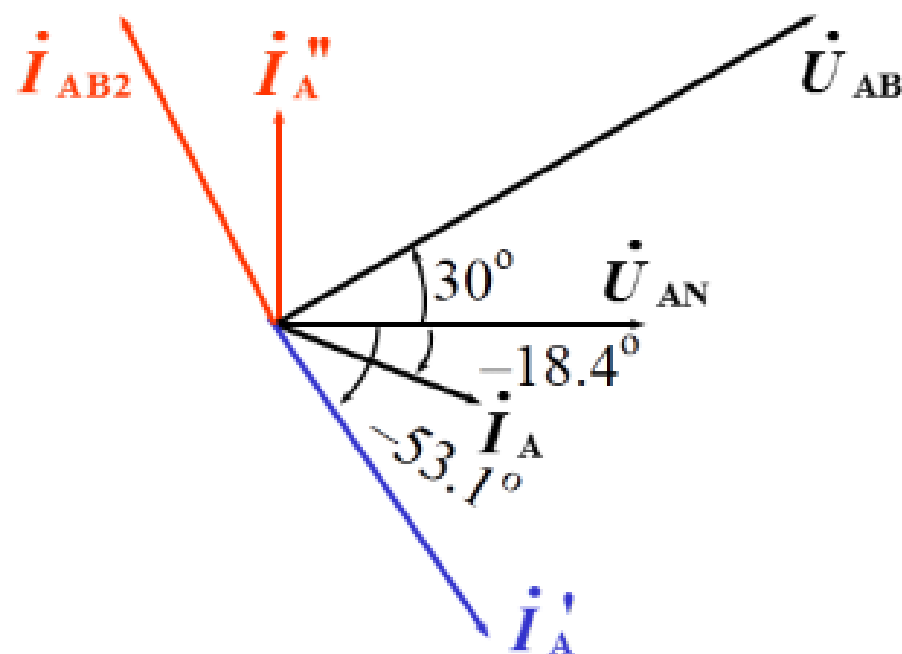
第一组负载的三相电流：

$$\begin{cases} \dot{I}_A' = 22 \angle -53.1^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_B' = 22 \angle -173.1^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_C' = 22 \angle 66.9^\circ \text{ A} \end{cases}$$

第二组负载的相电流：

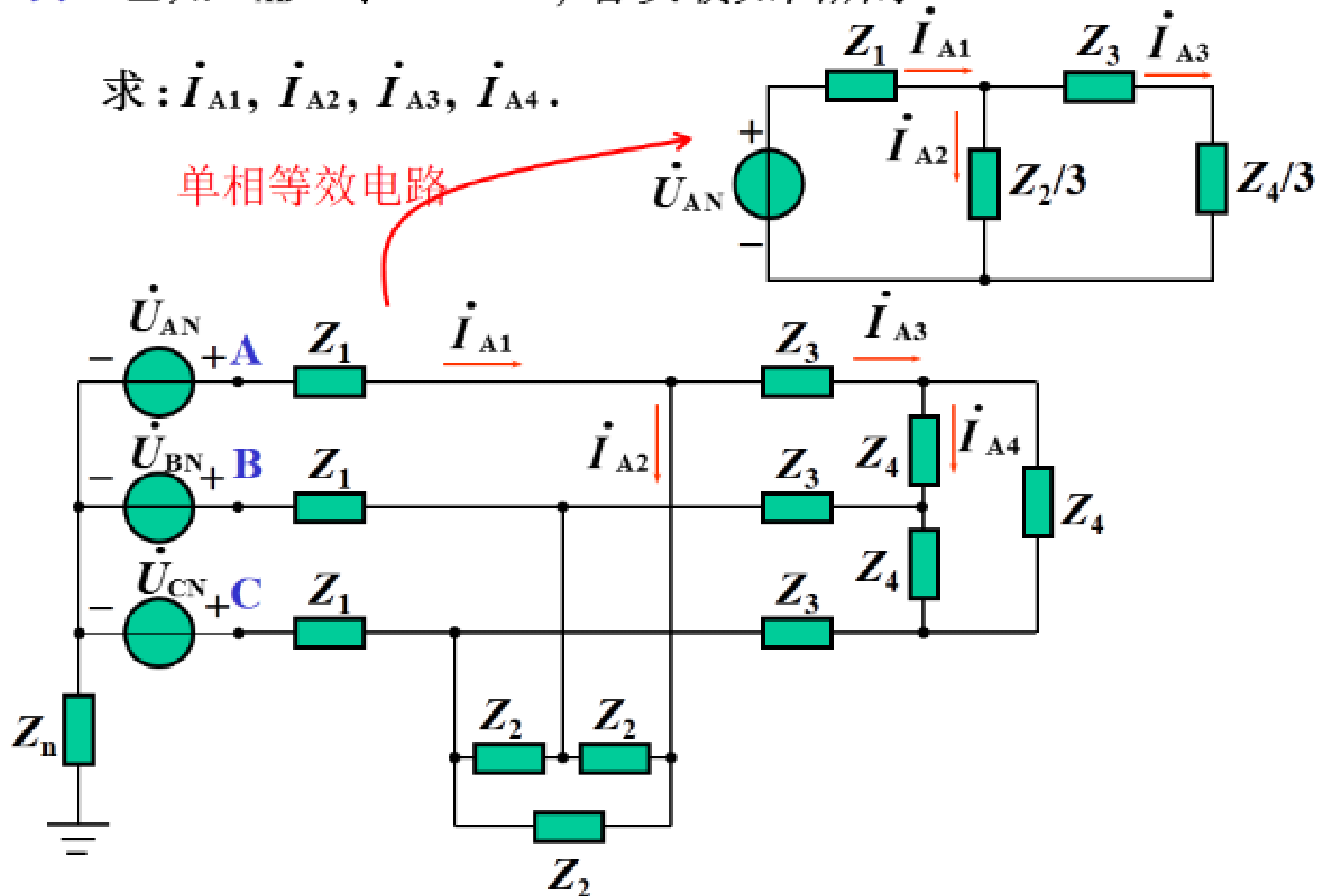
$$\begin{cases} \dot{I}_{AB2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_A'' \angle 30^\circ = 13.2 \angle 120^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_{BC2} = 13.2 \angle 0^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_{CA2} = 13.2 \angle -120^\circ \text{ A} \end{cases}$$

由此可以画出相量图：



例3. 已知 $\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}U\angle 0^\circ \text{ V}$, 各负载如图所示.

求: $\dot{I}_{A1}, \dot{I}_{A2}, \dot{I}_{A3}, \dot{I}_{A4}$.

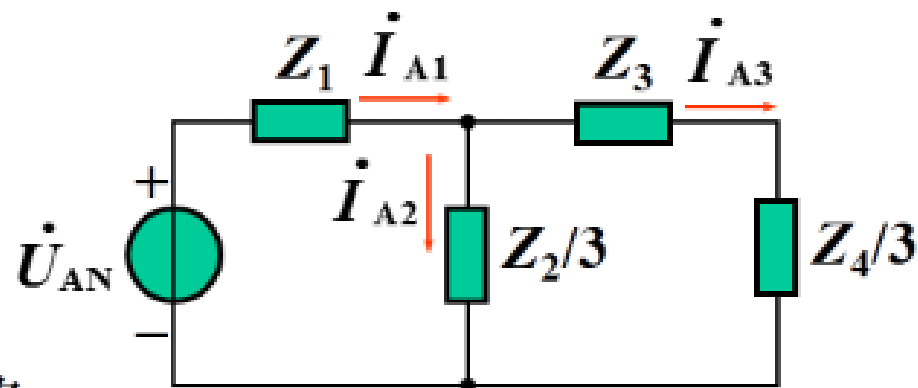


解：首先进行 Δ —Y变换，然后取A相计算电路：

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AN} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ \\ &= U \angle -30^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

负载化为Y接。

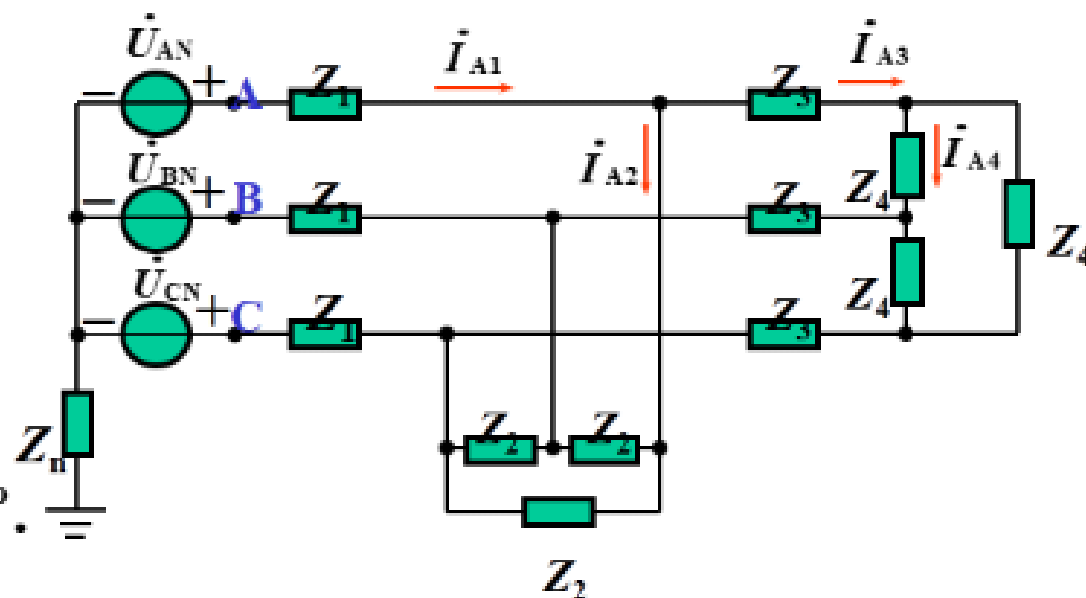
根据对称性，中性电阻 Z_n 短路。



$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_1 + \frac{1}{3} Z_2 // (Z_3 + \frac{1}{3} Z_4)}$$

$\dot{I}_{A2}, \dot{I}_{A3}$ 可由分流得到。

相电流 $\dot{I}_{A4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_{A3} \angle 30^\circ$



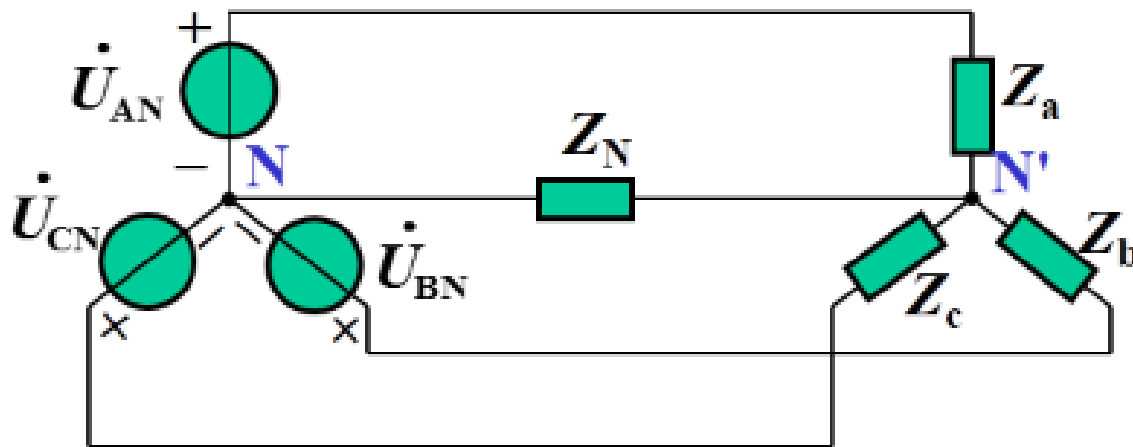
5.4.3 不对称三相电路示例

不对称 { 电源不对称程度小(由系统保证)。
电路参数(负载)不对称情况很多。

讨论对象：电源对称，负载不对称(低压电力网)。

分析方法： { 不能抽单相。
复杂交流电路分析方法。

主要了解：中性点位移。



三相负载 Z_a 、 Z_b 、 Z_c 不相同。

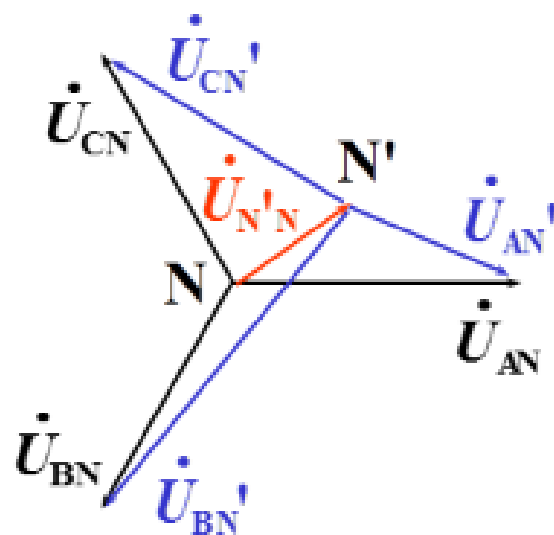
$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_{AN}/Z_a + \dot{U}_{BN}/Z_b + \dot{U}_{CN}/Z_c}{1/Z_a + 1/Z_b + 1/Z_c + 1/Z_N} \neq 0$$

负载各相电压： $\dot{U}_{AN'} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{N'N}$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{N'N}$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{N'N}$$

相量图：

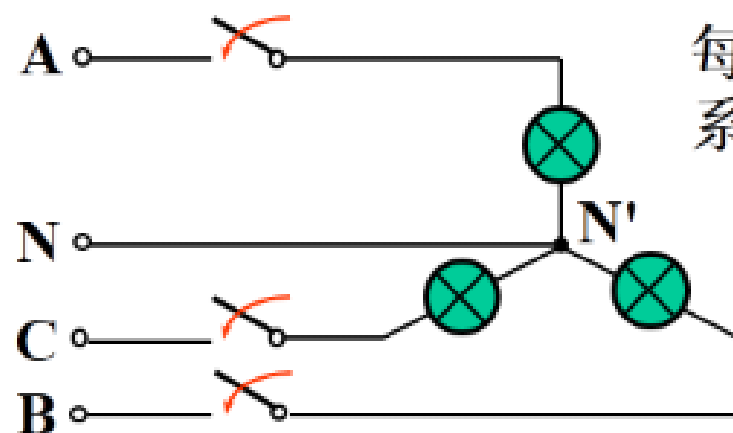


负载中点与电源中点不重合，这个现象称为中点位移。

在电源对称情况下，可以根据中点位移的情况来判断负载端不对称的程度。当中点位移较大时，会造成负载相电压严重不对称，可能使负载的工作状态不正常。

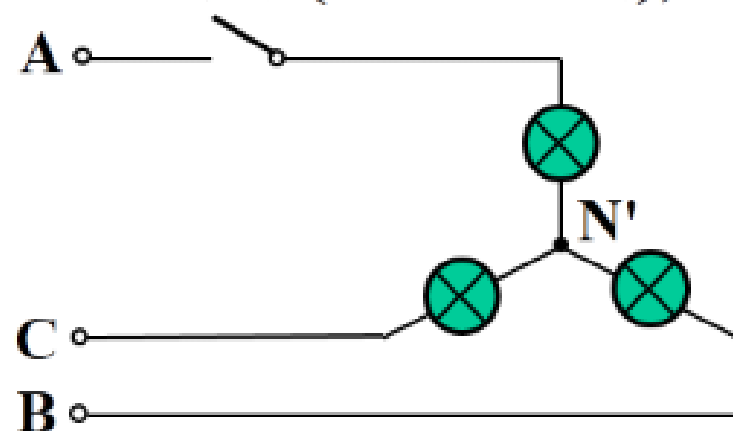
例1. 照明电路:

(1) 正常情况下, 三相四线制, 中线阻抗约为零。



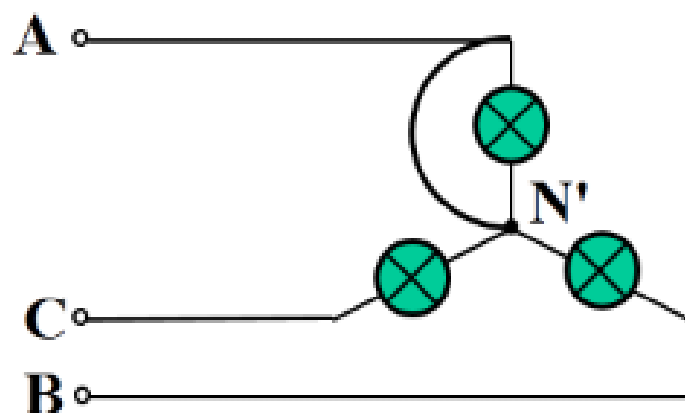
每相负载的工作情况没有相互联系, 相对独立。

(2) 假设中线断了(三相三线制), A相电灯没有接入电路(三相不对称)



灯泡未在额定电压下工作, 灯光昏暗。

(3) A相短路



超过灯泡的额定电压，灯泡可能烧坏。

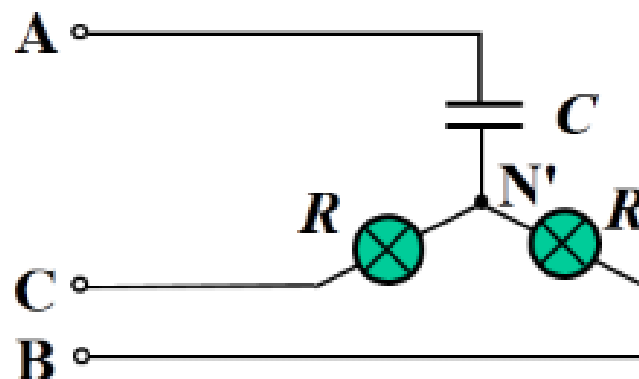
- 结论：** (a) 照明中线不装保险，并且中线较粗。一是减少损耗，二是加强强度(中线一旦断了，负载就不能正常工作)。
- (b) 要消除或减少中点的位移，尽量减少中线阻抗，然而从经济的观点来看，中线不可能做得很粗，应适当调整负载，使其接近对称情况。

例2. 相序仪电路。已知 $1/(\omega C)=R$,

三相电源对称。

求：灯泡承受的电压。

解：



设 $\dot{U}_{AN} = U\angle 0^\circ \text{ V}$, $\dot{U}_{BN} = U\angle -120^\circ \text{ V}$, $\dot{U}_{CN} = U\angle 120^\circ \text{ V}$ (正序)

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{j\omega C \dot{U}_{AN} + \dot{U}_{BN}/R + \dot{U}_{CN}/R}{j\omega C + 1/R + 1/R} = \frac{j\dot{U}_{AN} + \dot{U}_{BN} + \dot{U}_{CN}}{2 + j1}$$

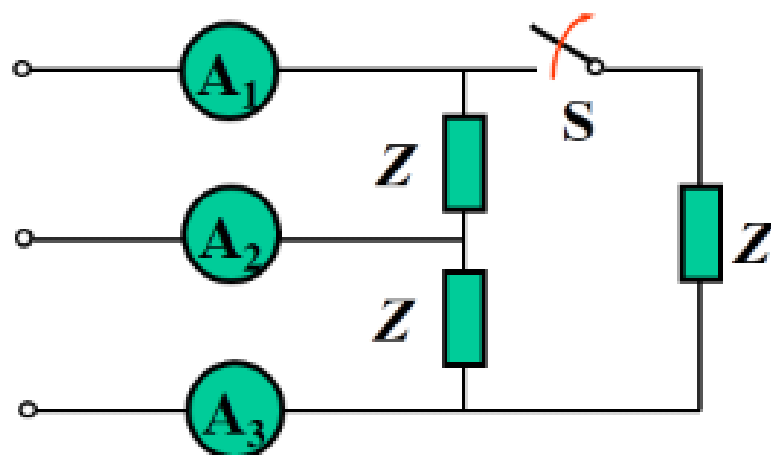
$$= \frac{(-1 + j)\dot{U}_{AN}}{2 + j1} = 0.632\angle 108.4^\circ \dot{U}_{AN} = 0.632U\angle 108.4^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{N'N} = U\angle -120^\circ - 0.632U\angle 108.4^\circ = 1.5U\angle -101.5^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{N'N} = U\angle 120^\circ - 0.632U\angle 108.4^\circ = 0.4U\angle 138.4^\circ \text{ V}$$

若以接电容一相为A相，则B相电压比C相电压高。B相等较亮，C相较暗(正序)。据此可测定三相电源的相序。

例3.



如图电路中，电源三相对称。当开关S闭合时，电流表的读数均为5A。

求：开关S打开后各电流表的读数。

解：开关S打开后，电流表A₂中的电流与负载对称时的电流相同。而A₁、A₃中的电流相当于负载对称时的相电流。

电流表A₂的读数=5A

电流表A₁、A₃的读数= $5 / \sqrt{3} = 2.89\text{A}$

5.4 三相电路的功率

1. 对称三相负载的 瞬时功率

$$\text{设 } u_A = \sqrt{2}U \sin \omega t$$

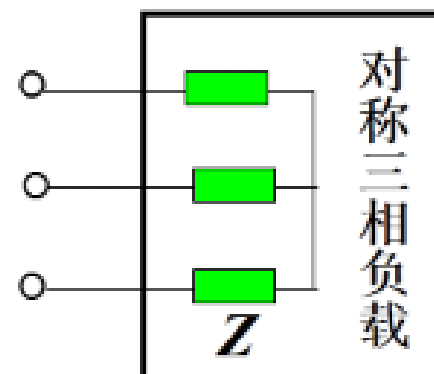
$$i_A = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi)$$

$$p_A = u_A i_A = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi)$$

$$p_B = u_B i_B = UI \cos \varphi - UI \cos[(2\omega t - 240^\circ) - \varphi]$$

$$p_C = u_C i_C = UI \cos \varphi - UI \cos[(2\omega t + 240^\circ) - \varphi]$$

$$p = p_A + p_B + p_C = 3UI \cos \varphi$$



对称三相负载 $Z \angle \varphi$

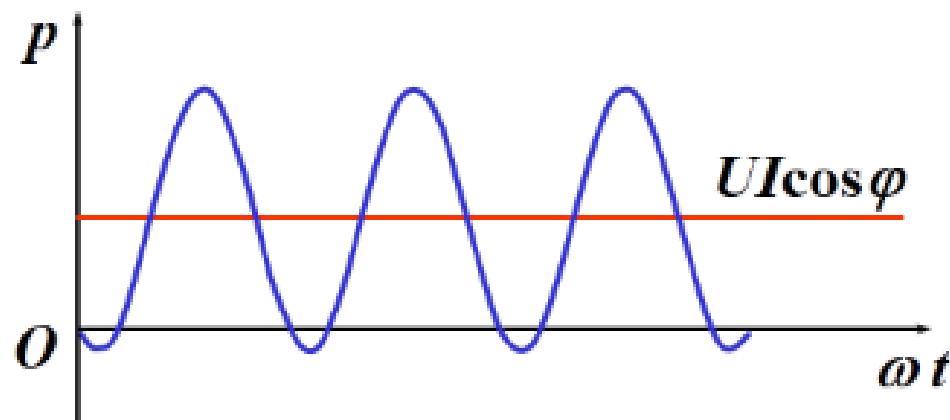
单相：瞬时功率脉动

三相：瞬时功率恒定，

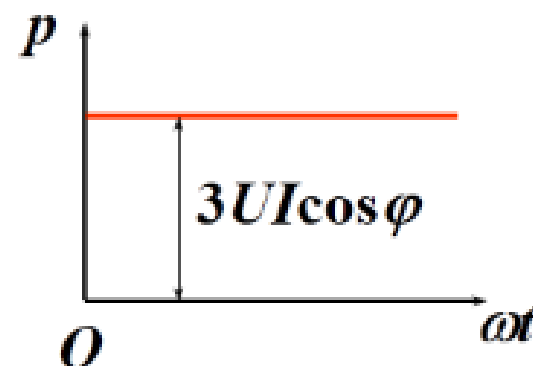
转矩 $m \propto p$

可以得到均衡的机械力矩。

$$p = p_A + p_B + p_C = 3UI \cos \varphi$$



单相：瞬时功率脉动



三相：瞬时功率恒定，
转矩 $m \propto p$
可以得到均衡的机械力矩。

2. 对称三相电路的平均功率 P

一相负载的功率 $P_p = U_p I_p \cos \varphi$

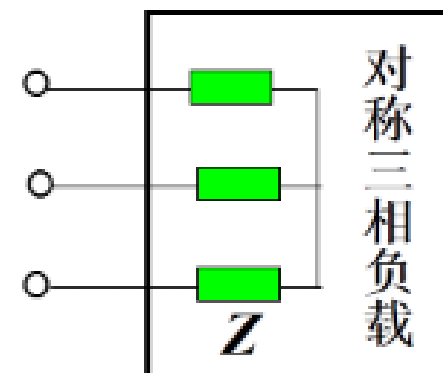
三相总功率 $P = 3P_p = 3U_p I_p \cos \varphi$

Y接: $U_l = \sqrt{3}U_p, I_l = I_p$

$$P = 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} U_l I_l \cos \varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi$$

Δ 接: $U_l = U_p, I_l = \sqrt{3}I_p$

$$P = 3U_l \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} I_l \cos \varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi$$



对称三相负载 $Z \angle \varphi$

注意:

- (1) φ 为相电压与相电流的相位差角(阻抗角), 不要误以为是线电压与线电流的相位差。
- (2) $\cos \varphi$ 为每相的功率因数, 在对称三相制中即三相功率因数:

$$\cos \varphi_A = \cos \varphi_B = \cos \varphi_C = \cos \varphi。$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3}U_l I_l} = \frac{P}{3U_p I_p}$$

- (3) 电源发出的功率(或负载吸收的功率)。

3. 无功功率

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = 3Q_p$$

$$Q = 3U_p I_p \sin \varphi = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi$$

4. 视在功率

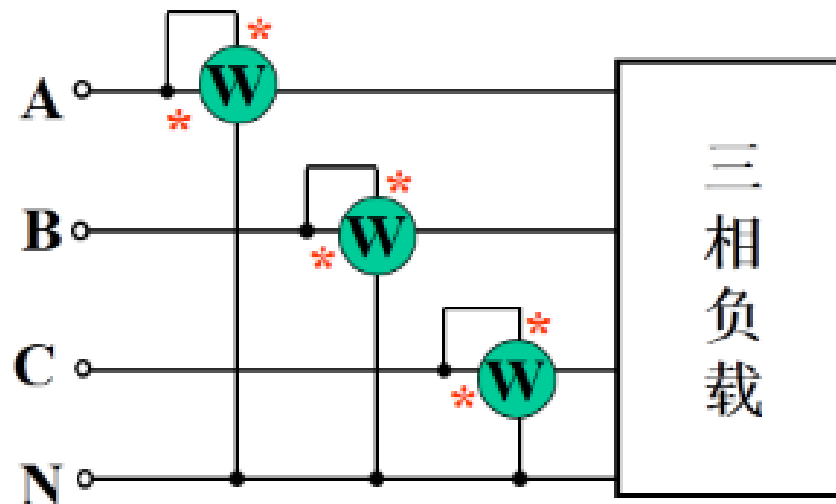
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_p I_p = \sqrt{3}U_l I_l$$

功率因数也可定义为: $\cos \varphi = P/S$ (不对称时 φ 无意义)

一般来讲, P 、 Q 、 S 都是指三相总和。

5. 三相功率的测量(对称, 不对称)

(1) 三瓦表法:

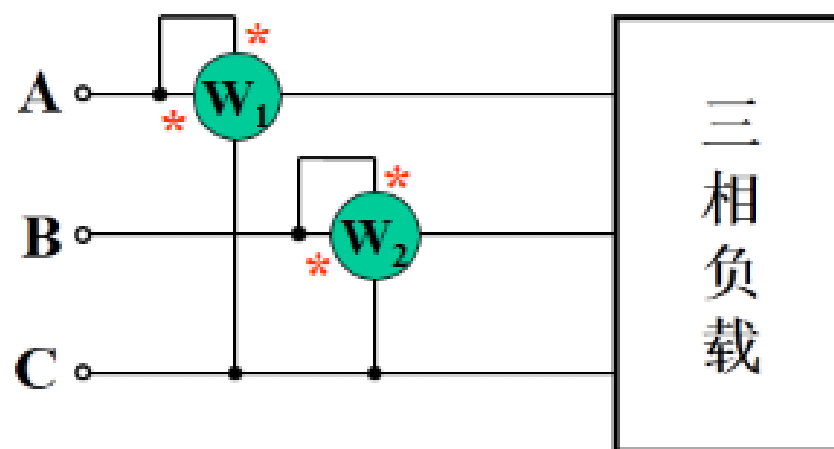


$$p = u_{AN}i_A + u_{BN}i_B + u_{CN}i_C$$

$$P = P_A + P_B + P_C$$

若负载对称, 则需一块表, 读数乘以 3。

(2) 二瓦表法:



这种测量线路的接法是将两个功率表的电流线圈串到任意两相中，电压线圈的同名端接到其电流线圈所串的线上，电压线圈的非同名端接到另一相没有串功率表的线上。（有三种接线方式）

若 W_1 的读数为 P_1 ， W_2 的读数为 P_2 ，则 $P=P_1+P_2$
即为三相总功率。

证明： (设负载为Y接)

$$p = u_{AN} i_A + u_{BN} i_B + u_{CN} i_C$$

$$i_A + i_B + i_C = 0 \quad (\text{KCL})$$

$$i_C = -(i_A + i_B)$$

$$p = (u_{AN} - u_{CN}) i_A + (u_{BN} - u_{CN}) i_B$$

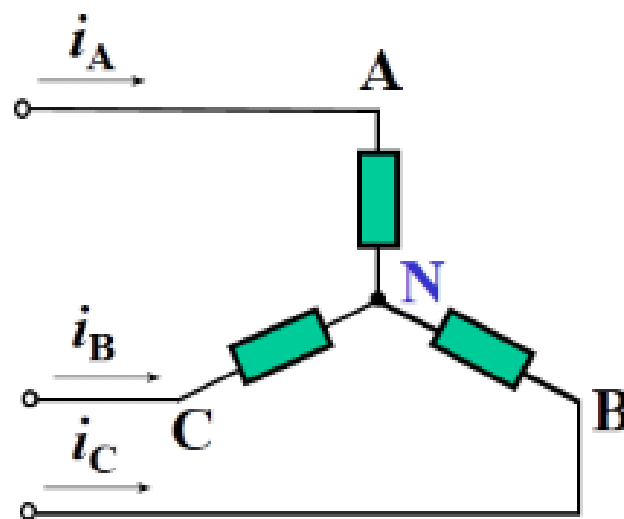
$$= u_{AC} i_A + u_{BC} i_B$$

$$P = U_{AC} I_A \cos \varphi_1 + U_{BC} I_B \cos \varphi_2$$

φ_1 : u_{AC} 与 i_A 的相位差, φ_2 : u_{BC} 与 i_A 的相位差。

上面两块表的接法正好满足了这个式子的要求, 所以两个功率表的读数的代数和就是三相总功率。

最后表达式仅与线电压有关, 所以也适用 Δ 接。



注意:

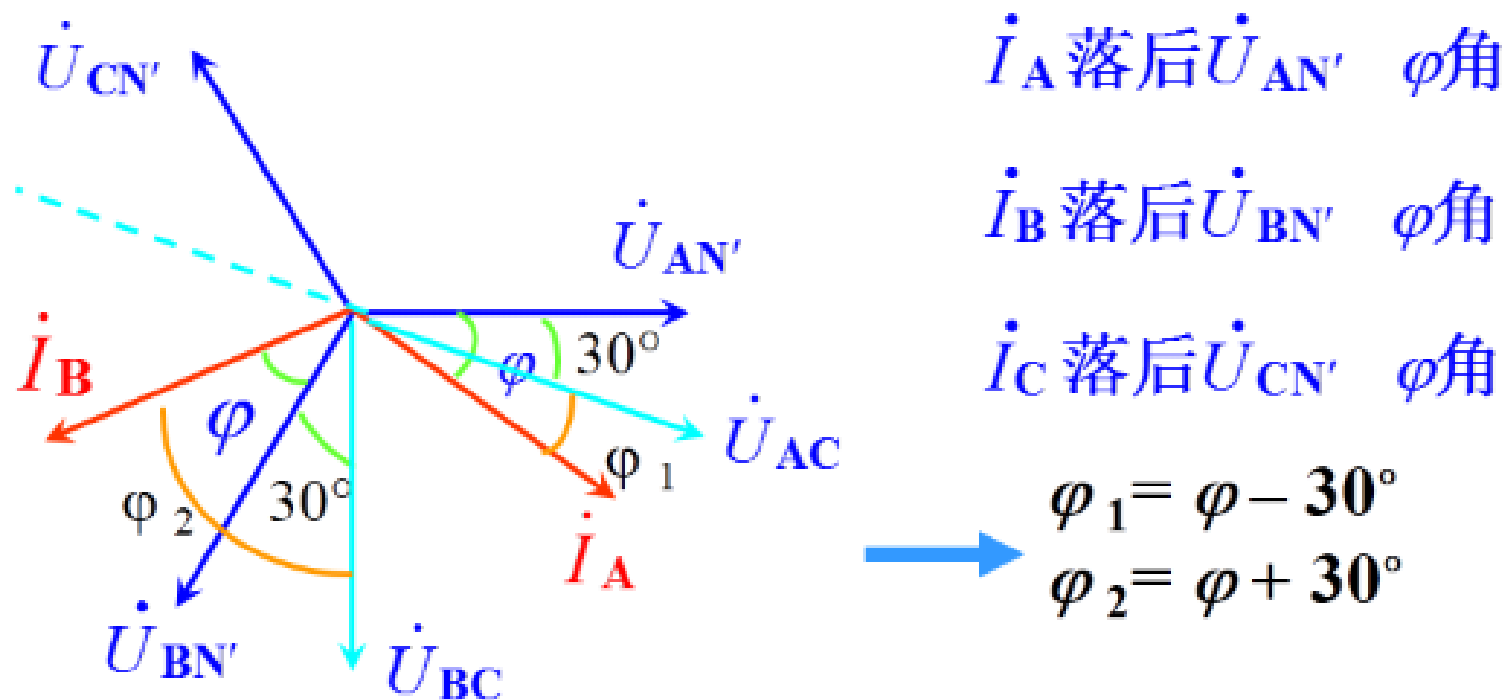
1. 只有在 $i_A + i_B + i_C = 0$ 这个条件下, 才能用二表法(即Y接, Δ 接)。不能用于不对称三相四线制。
2. 两块表读数的代数和为三相总功率, 每块表的单独读数无意义。
3. 按正确极性接线时, 二表中可能有一个表的读数为负, 此时功率表指针反转, 将其电流线圈极性反接后, 指针指向正数, 但此时读数应记为负值。
4. 两表法测三相功率的接线方式有三种, 注意功率表的同名端。
5.
$$P = U_{AC}I_A \cos \varphi_1 + U_{BC}I_B \cos \varphi_2 = U_l I_l \cos(30^\circ - \varphi) + U_l I_l \cos(30^\circ + \varphi)$$

由相量图分析：

$$P=P_1+P_2=U_{AC}I_A\cos\varphi_1+U_{BC}I_B\cos\varphi_2$$

$$=U_L I_L \cos\varphi_1 + U_L I_L \cos\varphi_2$$

假设负载为感性，相电流(即线电流)落后相电压 φ 角。



所以 $P_1 = U_L I_L \cos \varphi_1 = U_L I_L \cos(\varphi - 30^\circ)$

$$P_2 = U_L I_L \cos \varphi_2 = U_L I_L \cos(\varphi + 30^\circ)$$

$$P = U_L I_L [\cos(\varphi - 30^\circ) + \cos(\varphi + 30^\circ)] = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$$



讨论	P_1	P_2	$P_1 = P_1 + P_2$
$\varphi = 0$	$\frac{\sqrt{3}}{2} U_L I_L$	$\frac{\sqrt{3}}{2} U_L I_L$	$\sqrt{3} U_L I_L$
$\varphi > 60^\circ$	正数	负数(零)	(感性负载)
$\varphi < -60^\circ$	负数(零)	正数	(容性负载)
$\varphi = 90^\circ$	$\frac{1}{2} U_L I_L$	$-\frac{1}{2} U_L I_L$	0

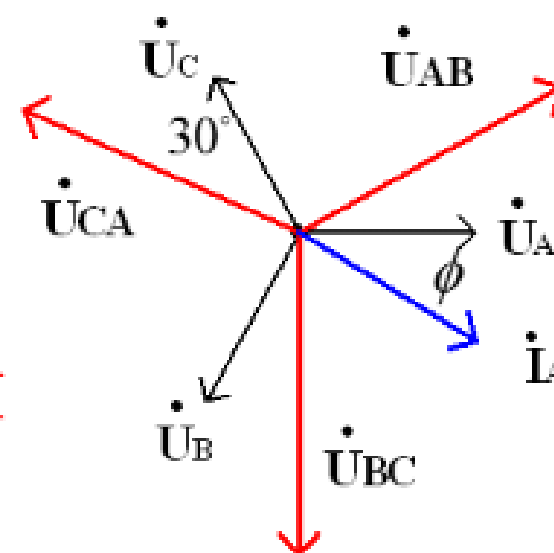
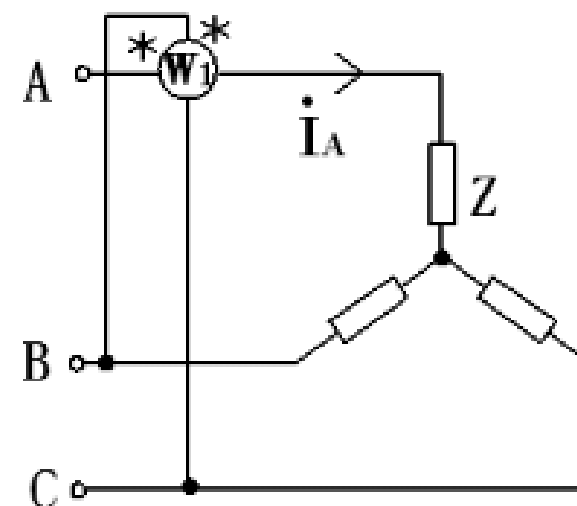
6. 对称三相电路无功功率测量

单表法测对称三相电路无功功率

$$\begin{aligned}\dot{U}_A &= U \angle 0^\circ \rightarrow \dot{U}_{AB} = \sqrt{3}U \angle 30^\circ \\ \square \\ I_A &= I \angle -\phi \quad \downarrow \quad \dot{U}_{BC} = \sqrt{3}U \angle -90^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P &= U_{BC} I_A \cos(\Phi_{\dot{U}_{BC}} - \Phi_{\dot{I}_A}) \\ &= U_{\text{线}} I_{\text{线}} \cos(-90^\circ + \Phi) \\ &= U_{\text{线}} I_{\text{线}} \sin \Phi\end{aligned}$$

$$Q = \sqrt{3} U_{\text{线}} I_{\text{线}} \sin \Phi = \sqrt{3} \times \text{功率表读数}$$



7. 两表法测对称三相电路无功功率

$$\begin{aligned} P_1 - P_2 &= I_l U_l \cos(30^\circ - \varphi) - I_l U_l \cos(30^\circ + \varphi) \\ &= 2U_l I_l \sin 30^\circ \sin \varphi = U_l I_l \sin \varphi \end{aligned}$$

$$Q_{\text{三相}} = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi = \sqrt{3} (P_1 - P_2)$$

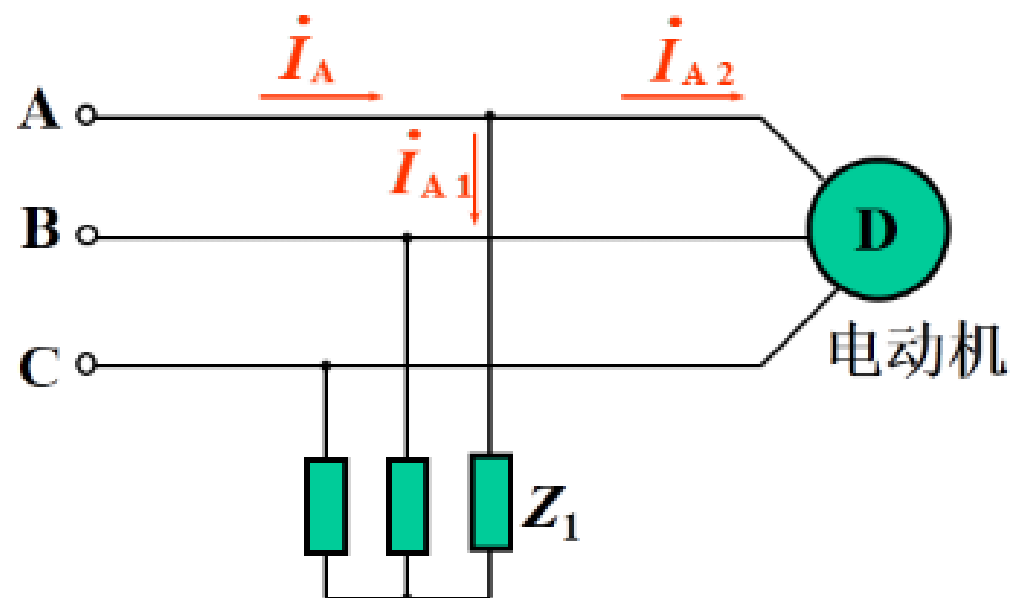
作业

- 5.4-4, 6, 9, 11
- 5.4-13 两瓦法

例: $U_l = 380\text{V}$, $Z_1 = 30 + \text{j}40\Omega$, 电动机 $P = 1700\text{W}$, $\cos\varphi = 0.8$ (滞后)。

求: (1) 线电流和电源发出总功率;

(2) 用两表法测电动机负载的功率, 画接线图, 求两表读数。



解: (1) $\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z} = \frac{220\angle 0^\circ}{30 + \text{j}40} = 4.41\angle -53.1^\circ \text{ A}$$

电动机负载:

$$P = \sqrt{3}U_l I_{A2} \cos\varphi = 1700\text{W}$$

$$I_{A2} = \frac{P}{\sqrt{3}U_l \cos\varphi} = \frac{P}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.8} = 3.23\text{A}$$

$$\cos\varphi = 0.8, \varphi = 36.9^\circ$$

$$\dot{I}_{A2} = 3.23 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{B2} = 3.23 \angle -156.9^\circ \text{ A}$$

总电流:

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} \\ &= 4.41 \angle -53.1^\circ + 3.23 \angle -36.9^\circ = 7.56 \angle -46.2^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_{\text{总}} &= \sqrt{3}U_l I_A \cos\varphi_{\text{总}} \\ &= \sqrt{3} \times 380 \times 7.56 \cos 46.2^\circ = 3.44\text{kW}\end{aligned}$$

$$P_{Z1} = 3 \times I_{A1}^2 \times R_1 = 3 \times 4.41^2 \times 30 = 1.74\text{kW}$$

(2) 两表的读数如图。

$$\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{BC} = 380\angle -90^\circ \text{ V}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AC} &= -\dot{U}_{CA} = -380\angle 150^\circ \text{ V} \\ &= 380\angle -30^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

$$\dot{I}_{A2} = 3.23\angle -36.9^\circ \text{ A}$$

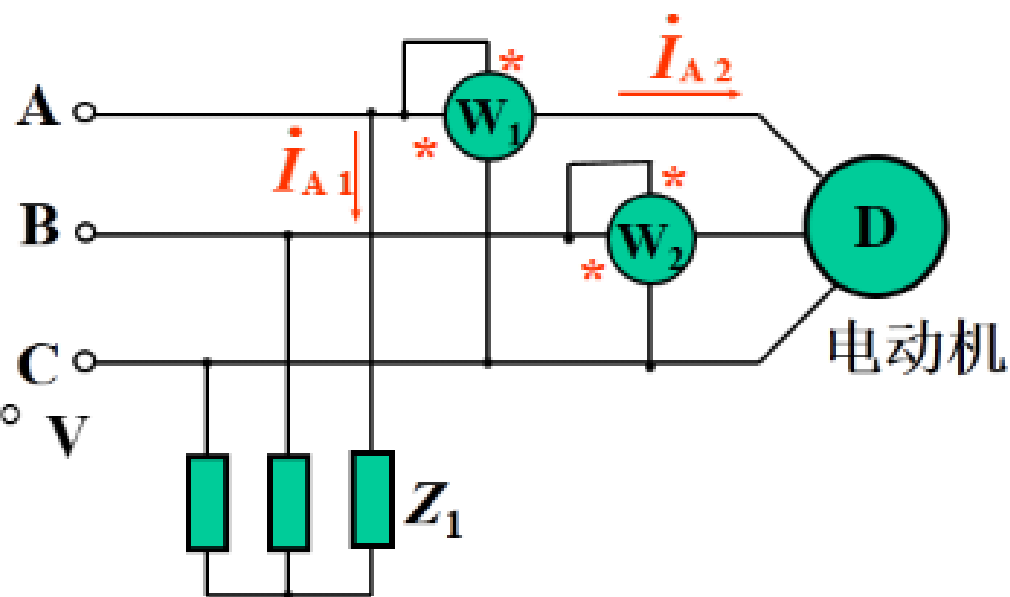
$$\dot{I}_{B2} = 3.23\angle -156.9^\circ \text{ A}$$

表 W_1 的读数 P_1 :

$$P_1 = U_{AC} I_{A2} \cos \varphi_1$$

表 W_2 的读数 P_2 :

$$P_2 = U_{BC} I_{B2} \cos \varphi_2$$



$$\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$$

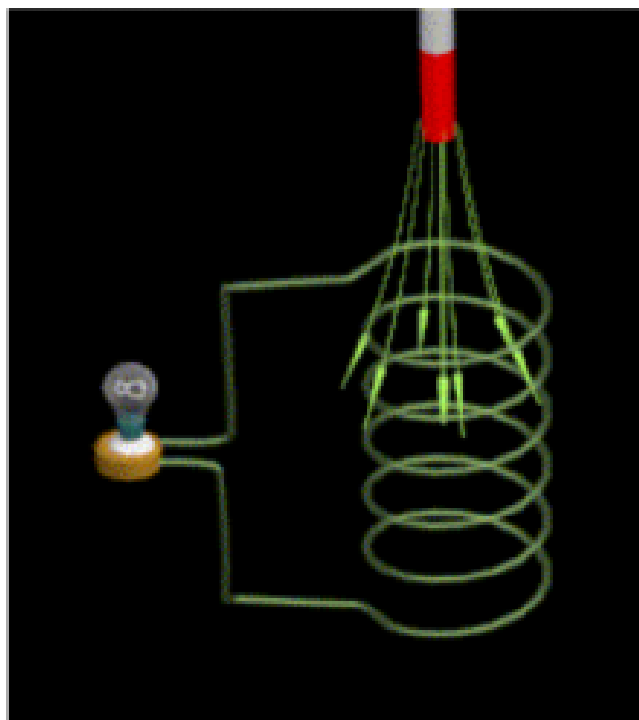


图 变化的磁场产生感应电场

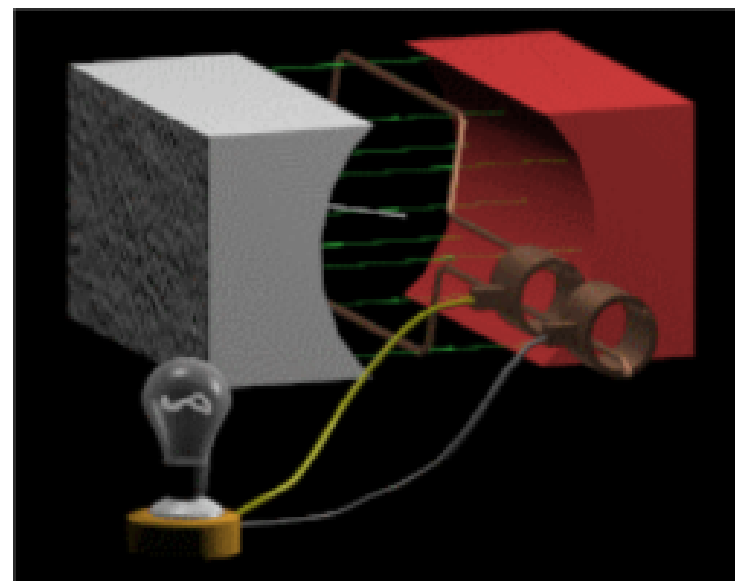


图 动生电动势

- 1) 三相交流电相比于单相交流电具有很多优点，它在发电、输配电以及电能转换成机械能等工程应用领域中展示了明显的优越性。
- 2) 基于工程应用背景的需要，目前，大型发电机、变压器都是三相的；而在中小型电动机、发电机应用系列中，则有单相的，特别是在家用电器中，大都采用单相电机。如以由同样材料所制造的三相异步电动机为例，其容量比单相电动机容量可大50%。
(注：因电机为复杂的非线性系统，故难以解析地证明或评价这一定量数据，但杨炳中教授在其新型双值电容异步电动机多系列产品设计，并成功制造的实践中，可印证这一定量数据的科学性)。
 - 3) 关于“在输送同样功率的情况下，三相输电线较单相输电线可节省有色金属25%，而且电能损耗较单相输电时少”的论述是科学正确的，其论据在于：以三相四线制（星型联结）供电为例，则在三相和单相输电线分别输送同功率的设定条件下，若进而设三相相线中电流密度与单相输电线中电流密度相同，今三相供电时需4根输电线（其中，中线要细得多），而单相供电时对应于同样的线电流和相电压，则需6根输电线，相比之下，节省有色金属量大于25%，自在理中。由此继续推算线耗差异，结论也十分清楚。

有关电机、变压器的问题，我觉得可以这样分析，单相磁路需要有返回通路，三相，尤其是变压器则不需要。三相磁通总和在任意时刻为零。具体节省材料和容量不太好说。对于输电问题，这个好说，如果采用单相，则输入相同的功率，若三相四线制（中线没用），则总单位横截面技数是4（一个同等规模的中线），若采用单相，则总的横截面积数是 $3 \times 1 + 3 \times 1$ （相、中线的线径相同），至少多2个横截面积（上述结果是在相同哼唧面积承载相同电流的条件下得到的）。不知这样说是否合理。