诚信考试　沉着应考　杜绝违纪

浙江大学 2016 - 2017 学年 春夏 学期

《 微积分甲 II 》课程期终考试试卷

课程号：＿＿＿＿＿，开课学院：数学科学学院

考试试卷：√A 卷、B 卷（请在选定项上打 √）

考试形式：√闭、开卷（请在选定项上打 √），允许带＿＿＿＿入场

考试日期：2017 年 6 月＿＿日，考试时间：120 分钟

考生姓名：＿＿＿＿＿学号：＿＿＿＿＿所属院系：＿＿＿＿＿

题序	1-2	3-5	6-7	8-9	10-11	12-13	14-15	总 分
得分								
评卷人								

以下 1 至 10 题每题 6 分，11 至 15 题每题 8 分。答题时应写出必要的解答过程。

1. 已知四面体 $OABC$ 顶点 $O(0,0,0)$ $A(1,2,3)$，$B(0,-1,2)$，$C(2,1,0)$，求四面体 $OABC$ 的体积及顶点 C 在 O、A、B 三点所决定的平面上投影点 D 的坐标。

2. 设圆 C 为球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 与平面 $x+z=a$ 的交线，a 为正实数。求圆 C 在 Oxy 平面上的投影，并求圆 C 的圆心及半径。

3. 求曲面 $S: z=x^2+\frac{y^2}{4}+3$ 上平行于平面 $\pi: 2x+y+z=0$ 的切平面方程。

4. 设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}=1+\sqrt{3}$ 所决定的隐函数，求 $z=z(x,y)$ 在点 $P(1,1,1)$ 处的全微分。

5. 求函数 $f(x,y)=x^3-4x^2+2xy-y^2$ 的极值点。

6. 设周期为2π 的函数 $f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi<x<0 \\ 1, & 0\le x\le\pi\end{cases}$，求 $f(x)$ 以 2π 为周期的傅里叶级数，

并利用展开式，求级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}$ 的和。

7. 计算 $\iint_D \max\{xy,1\}d\sigma$，其中 $D=\{(x,y):0\le x\le 2,0\le y\le 2\}$。

8. 计算 $\int_{-1}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}dy\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{1}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dz$。

9. 设 L 为双纽线 $(x^2+y^2)^2=a^2(x^2-y^2)$，a 为正实数，求曲线积分 $\oint_L |x|\,ds$。

10. 设S是半球面$z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$，$R>0$，计算曲面积分$\iint\limits_S (x+y+z+1)^2 dS$。

11. 设在上半平面$D=\{(x,y):y>0\}$内，函数$f(x,y)$具有连续的一阶偏导数，且对任意的$t>0$ 都有$f(tx,ty)=t^{-2}f(x,y)$。证明：对D内的任意分段光滑的有向简单闭曲线L，都有$\oint\limits_L yf(x,y)dx-xf(x,y)dy=0$。

12. 计算$I=\iint\limits_S 4xzdydz-2yzdzdx+(x^2-z^2)dxdy$，其中$S$是曲线$z=e^y$，$0\le y\le 1$，绕$Oz$旋转生成的旋转面，取下侧。

13. 在变力$\vec{F}=yz\vec{i}+zx\vec{j}+xy\vec{k}$的作用下，质点由原点沿直线运动到椭球面$x^2+\frac{y^2}{3}+\frac{z^2}{6}=1$上第一卦限上的点$P(a,b,c)$，问$a$，$b$，$c$取何值时，力$\vec{F}$所做的功$W$最大，并求$W$的最大值。

14. 设P为椭球面S：$x^2+y^2+z^2-yz=1$上的动点，S在点P处的切平面与Oxy平面垂直，求点P的轨迹C，并计算曲面积分$I=\iint\limits_{\Sigma}\frac{(x+3)\sqrt{|y-2z|}}{\sqrt{4+y^2+z^2-4yz}}dS$，其中$\Sigma$是椭球面$S$位于曲线$C$上方的部分。

15. 设幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$在$(-\infty,+\infty)$内收敛，其和函数$y(x)$满足：

$$y''-2xy'-4y=0,\quad y(0)=0,\quad y'(0)=1.$$

(I) 证明$a_{n+2}=\frac{2}{n+1}a_n$，$n=1,2,\cdots$；

(II) 求$y(x)$的表达式。