第十八章　光的偏振

18.1　两块偏振化方向互相垂直的偏振片 P_1 和 P_2 之间放置另一偏振片 P，其偏振化方向与 P_1 的偏振化方向成 30°角。若以光强为 I_0 的自然光垂直入射 P_1，求透过偏振片 P_2 的光强（设偏振片都是理想的）。

解　自然光透过 P_1 的光强 $I_1=\dfrac{I_0}{2}$，再由马吕斯定律

透过 P 的光强

$$I_2=I_1\cos^2\alpha=\frac{I_0}{2}\cos^2 30°=\frac{3}{8}I_0$$

透过 P_2 的光强

$$I_3=I_2\cos^2(90°-30°)=\frac{3}{32}I_0$$

18.2　一束自然光投射到两片叠合在一起的偏振片上，若透射光强度为

(1)最大透射光强的 1/3，

(2)入射光强的 1/3，则这两个偏振片的偏振化方向之间的夹角为多大？

解　若两偏振片偏振化方向之间夹角为 θ 时，强度 I_0 的自然光垂直照射后的透射光强度

$$I=\frac{I_0}{2}\cos^2\theta$$

(1)　$I_{\max}=\dfrac{1}{2}I_0$，而 $I=\dfrac{1}{3}I_{\max}$，则 $\cos^2\theta=\dfrac{1}{3}$

$$\theta=\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}=54°44'$$

(2)若 $I=\dfrac{1}{3}I_0$ 时，则 $\cos^2\theta=\dfrac{2}{3}$

$$\theta=\arccos\sqrt{\frac{2}{3}}=35°16'$$

18.3　用一束线偏振光与自然光的混合光束垂直照射偏振片当转动偏振片时，测得透射光光强的最大值是最小值的 5 倍。求入射光中线偏振光和自然光的光强之比。

解　设自然光光强为 $I_{自}$，偏振光光强为 $I_{偏}$，则透射光光强

$$I_{\max}=\frac{I_{自}}{2}+I_{偏}$$

$$I_{\min}=\frac{I_{自}}{2}$$

又因为　$I_{\max}=5I_{\min}$，得

$$I_{自}:I_{偏}=1:2$$

18.4　根据图示的各种情况，试画出反射光线和折射光线，及其偏振状态。图中 i_0 为布儒斯特角，i 为一般角。

解　由布儒斯特定律，如图所示。

18.5　一束自然光入射到折射率为 1.72 的火石玻璃上，设反射光为线偏振光，则光在火石玻璃中的折射角为多大？

解　由布儒斯特定律

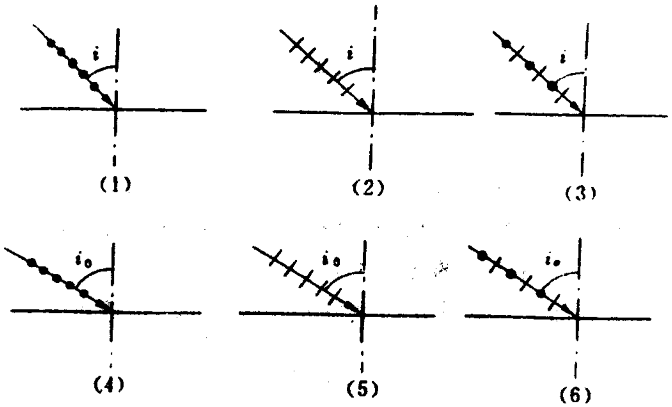
$$\mathrm{tg}\, i_0=\frac{n_2}{n_1}$$

$$i_0=\mathrm{arctg}\,\frac{1.72}{1}=59.8°$$

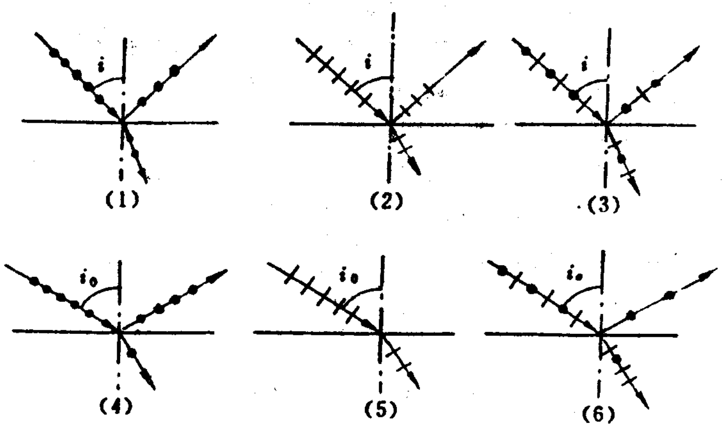
此时折射角

$$\gamma=90°-i_0=30.2°$$

18.6　利用布儒斯特定律可以测定不透明介质的折射率。今测得釉质的布儒斯特角 $i_0=58°$，试求它的折射率。



题 18.4 图

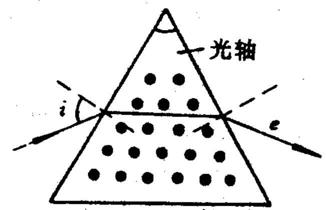


解 18.4 图

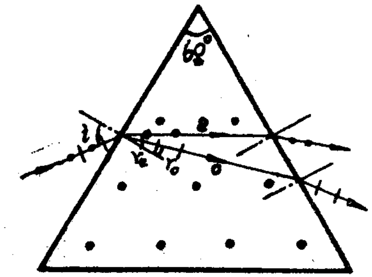
解 由布儒斯特定律

$$n=\mathrm{tg}\,i_0=\mathrm{tg}\,58^\circ=1.60$$

18.7 用方解石切割成一个正三角形棱镜。光轴垂直于正三角形截面，如图所示。当自然光以入射角 i 入射棱镜时，e 光在棱镜内折射线与棱镜底边平行，试问该入射光的入射角应为多少？并画出 o 光的光路。已知 $n_e=1.486$，$n_o=1.658$。



题 18.7 图



解 18.7 图

解 设 o 光在方解石晶体内的折射角为 r_0，e 光的折射角为 r_e，由题知 $r_e=30^\circ$，由折射定律

$$\sin i=n_e\sin r_e=1.486\times\sin 30^\circ=0.743$$

则入射角 $i=47^\circ 59'$

又 $\sin i=n_0\sin r_0$

$$\sin r_0=\frac{\sin i}{n_0}=\frac{0.743}{1.658}=0.448$$

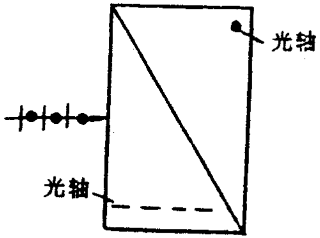
o 光折射角 $r_0=26^\circ 37'$

o 光的光路图如图所示。

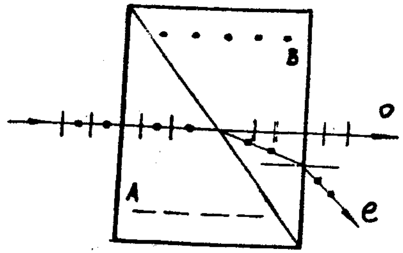
18.8 洛匈棱镜是由两块方解石直角三棱镜粘合而成的。棱镜 A 和 B 的光轴分别平行和垂直于截面，如图所示。自然光垂直入射棱镜 A，试画出 o 光和 e 光的传播方向及光矢量的振动方向。

解 在棱镜 A 中，振动方向平行和垂直截面的光均与光轴垂直，故都是 o 光。两种光沿光轴传播速度相同，没有光程差，也不分离。

穿过分界面进入棱镜 B 后，振动方向平行截面的光其振动方向



题 18.8 图



解 18.8 图

仍与光轴垂直，故传播方向不变，而振动方向垂直截面的光，由于其振动方向平行光轴，成为 e 光，同时 $n_e<n_0$，相当于从光密介质进入光疏介质，折射角大于入射角而发生偏转。

具体光路和光矢量的振动方向如图所示。

18.9　用石英晶片制作用于钠黄光（$\lambda=589.3\text{nm}$）的 1/4 波片，求其最小厚度。已知石英的两个主折射率为 $n_e=1.553$，$n_o=1.541$。

解　设 $\frac{1}{4}$ 波片最小厚度为 d，则有

$$\delta=(n_e-n_0)d=\frac{1}{4}\lambda$$

$$d=\frac{\lambda}{4(n_e-n_0)}=1.2\times10^{-5}\text{m}=0.012\text{mm}$$

18.10　一束强度为 I_o 的线偏振光垂直入射到一块方解石晶片上，晶体的光轴平行于表面，入射光的振动面与光轴的夹角为 30°。

（1）试问透射出来的寻常光和非常光的强度为多少？

（2）当用钠黄光（$\lambda=589.3\text{nm}$）入射时，若要产生 90°的相位差，试问晶片应有多厚？

解　（1）设入射线偏振光的振幅为 A，则 o 光和 e 光的振幅分别为

$$A_0=A\sin\alpha$$

$$A_e=A\cos\alpha$$

故有

$$I_0=A_0^2=A^2\sin^2\alpha=I_0\sin^2 30°=\frac{I_0}{4}$$

$$I_e=A_e^2=A^2\cos^2\alpha=I_0\cos^2 30°=\frac{3}{4}I_0$$

（2）对于方解石晶体 $n_0=1.658$，$n_e=1.486$，由题意

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\delta=\frac{2\pi}{\lambda}(n_0-n_e)d=\frac{\pi}{2}$$

故晶片厚度应为

$$d=\frac{\lambda}{4(n_0-n_e)}=\frac{5.893\times10^{-7}}{4\times(1.658-1.486)}$$

$$=8.6\times10^{-7}\text{m}$$

18.11　在两偏振化方向相互正交的偏振片 P_1 和 P_2 之间放置一块方解石晶体，其光轴平行于晶体表面，且与两偏振片的偏振化方向间的夹角均为 45°。

（1）当一束波长 400nm 的紫光垂直入射偏振片 P_1 时，在偏振片 P_2 后无透射光出现，试问该晶片至少有多厚？

（2）若使两偏振片的偏振化方向相互平行，欲使这束紫光仍不能透过偏振片 P_2，则晶体的厚度应为多少？

解　（1）由题知条件，从 P_2 射出的 o 光和 e 光有 $A_{e2}=A_{02}$，且两束光的相位差为

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}(n_0-n_e)d+\pi$$

当 $\Delta\varphi=(2k+1)\pi$ 时，无透射光，有

$$d=\frac{k\lambda}{n_0-n_e},\qquad k=1,2,\cdots$$

故有

$$d_{\min}=\frac{\lambda}{n_0-n_e}=\frac{4.0\times10^{-7}}{1.658-1.486}$$

$$=2.33\times10^{-6}\text{m}$$
$$=2.33\times10^{-4}\text{cm}$$

(2)当两偏振片的偏振化方向平行时，因为 $\alpha=45°$，仍有 $A_e=A_{e2}$。但相位差为

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}(n_0-n_e)d$$

当 $\Delta\varphi=(2k+1)\pi$ 时，无透射光，因此

$$d=\frac{(2k+1)\lambda}{2(n_0-n_e)},\qquad k=0,1,2,\cdots$$

故有

$$d_{\min}=\frac{\lambda}{2(n_0-n_e)}$$
$$=1.16\times10^{-6}\text{m}$$
$$=1.16\times10^{-4}\text{cm}$$

18.12 两块偏振化方向相互正交的偏振片之间放置着一片 1/4 波片。当自然光垂直入射时，旋转波片，问在什么位置时透射光强最大？

解 当自然光经 $\frac{1}{4}$ 波片分成 o 光和 e 光，再从第二块偏振片射出时，两光线的相位差为

$$\Delta\varphi=\frac{\pi}{2}+\pi$$

设 $\frac{1}{4}$ 波片的光轴与第一偏振片的偏振化方向的夹角为 α，则有

$$A_{e2}=A_{02}=A\sin\alpha\cos\alpha$$

相干后

$$A_{合}=\sqrt{A_{e2}^2+A_{02}^2+2A_{e2}A_{02}\cos\Delta\phi}$$
$$=\sqrt{2}A\sin\alpha\cos\alpha$$
$$=\frac{\sqrt{2}}{2}A\sin2\alpha$$

由此可见，当 $\sin2\alpha=1$，$\alpha=\frac{\pi}{4}$，$A_{合}$ 有最大值，透射光强度最大。

18.13 试说明：一束圆偏振光(1)垂直入射到 1/4 波片上，透射光的偏振态；(2)垂直入射到 1/8 波片上，透射光的偏振态。

解 圆偏振光中，$A_0=A_e$，且相位差 $\Delta\varphi=\frac{\pi}{2}$。

(1)经过 $\frac{1}{4}$ 波片后，两光线的相位差变为 $\Delta\phi=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}=\pi$，故合成后透射光为线偏振光；

(2)经过 $\frac{1}{8}$ 波片后，两光线的相位差变为 $\Delta\phi=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$，故合成后透射光为椭圆偏振光。

18.14 一束圆偏振光经过一片(理想的)偏振片后，透射光强度为 I，求入射光的强度。

解 圆偏振光可分解为振动方向互相垂直、振幅相等、相位差为 $\frac{\pi}{2}$ 的两束线偏振光，设该两束线偏振光的光强 $I_x=I_y$，则圆偏振光的光强 $I_0=2I_x$。

经过理想的偏振片，只剩下 I_x 或 I_y，即透射光的光强 $I=I_x$ 或 $I=I_y$，所以

$$I_0=2I$$

*18.15 波长为 589nm 的左旋圆偏振光垂直入射到石英制成的波晶片上，片厚 5.56×10^{-2}cm。试决定出射光的偏振状态。

解 左旋圆偏振光中 $A_e=A_0$，$\Delta\varphi=\frac{3\pi}{2}$，经过石英晶片后的附加相位差为

$$\Delta\varphi_{附}=\frac{2\pi}{\lambda}(n_e-n_0)d$$
$$=\frac{2\pi\times(1.553-1.541)\times5.56\times10^{-4}}{5.89\times10^{-7}}$$
$$=22.66\pi$$