

# 第4章 电路分析方法与电路定理

## 4.1 等效变换法

4.1.1 无源电路的等效变换

4.1.2 电源的等效变换

4.1.3 电源转移

4.1.4 输入电阻和输出电阻

## 4.2 列写方程法

4.2.1 支路电流法

4.2.2 节点电压法

4.2.3 回路电流法



# 第4章 电路分析方法与电路定理

## 4.3 电路定理

4.3.1 叠加定理

4.3.2 替代定理

4.3.3 戴维南（诺顿）定理

4.3.4 最大功率传输定理

4.3.5 特勒根定理与互易定理

4.3.6\* 对称性原理

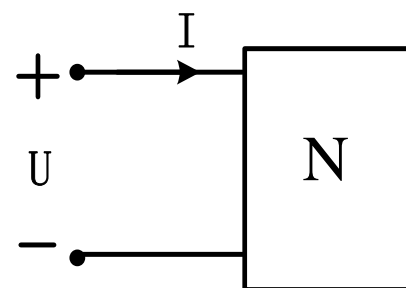
4.3.7\* 密勒定理

## 4.1 等效变换法

(Passive network ; Equivalent transformation)

### 4.1.1 等效的概念

**一端口网络：**任一复杂电路通过**两个**连接端钮与外电路相连，这样具有两个端钮的网络即称为一端口网络或二端组网络。

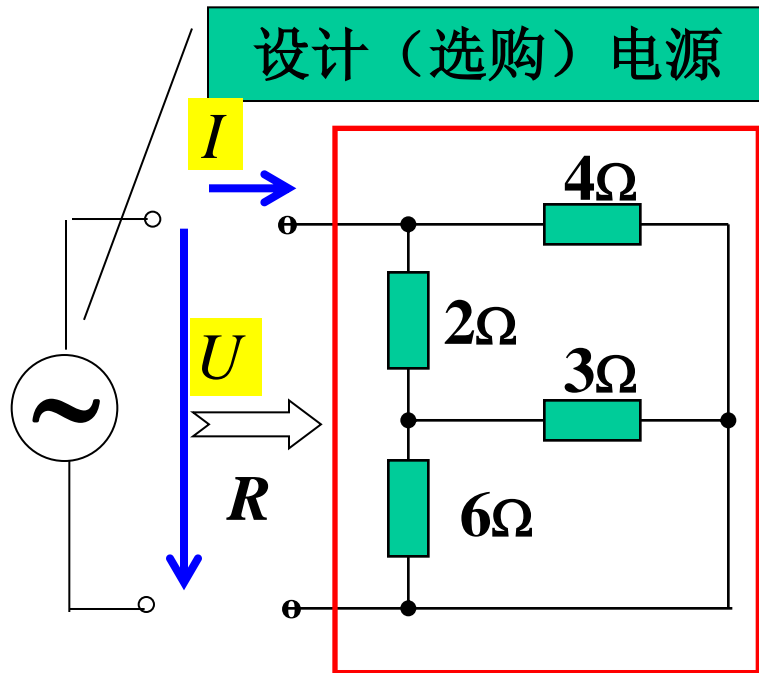


A-有源； P-无源； N-有源、无源

**等效变换的条件：**两个**内部结构完全不同**的一端口网络P1、P2，如果他们端口上的电压—电流之间的**伏安特性**完全相同，则称为两者等效。

## 4.1.2 无源电路的等效变换

### 端口看进去的等效电阻



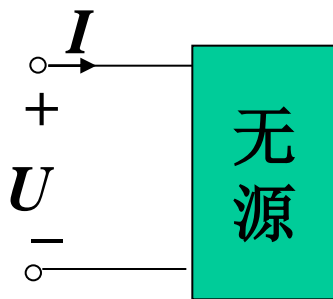
- 1、等效的原则
- 2、等效电阻的计算方法

**结论：**一个无源一端口电阻网络可以用入端电阻来等效。

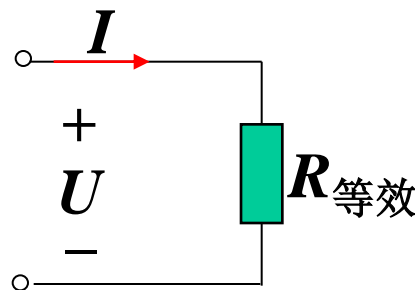
$$R_{\text{等效}} = \frac{U}{I}$$

➤ 利用串并联公式

➤ 利用端口测试—加源法

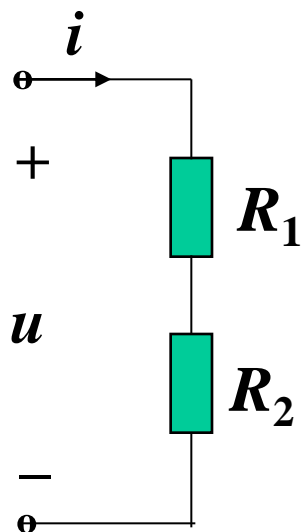


等效为



表述端口电压  
电流关系  
注意参考方向

## 两电阻串联

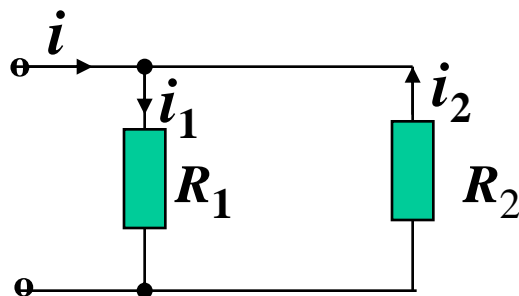


$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$u_{R_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u$$

$$u_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

## 两电阻并联



$$G_{eq} = G_1 + G_2$$

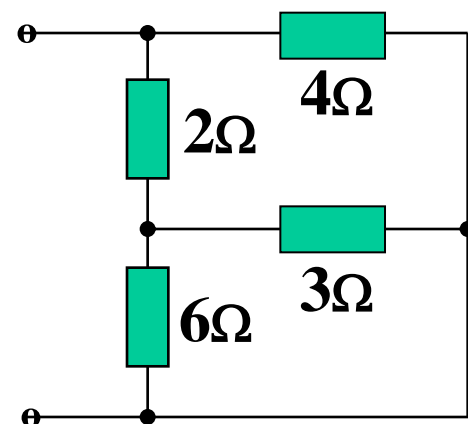
$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$i_1 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} u = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

$$i_2 = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} u$$

参考方向尽量按照  
真实方向选取！

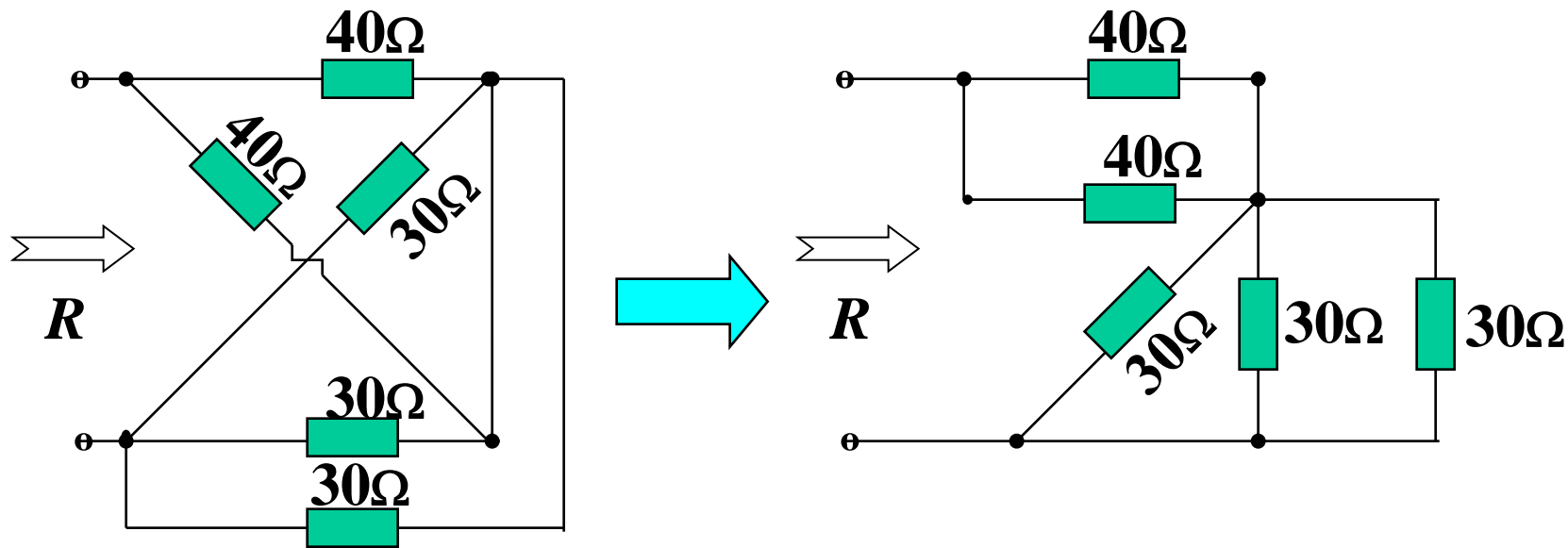
## 电阻的混联



$$R \Leftrightarrow 4 // (2 + 3 // 6)$$

$$R = 2 \Omega$$

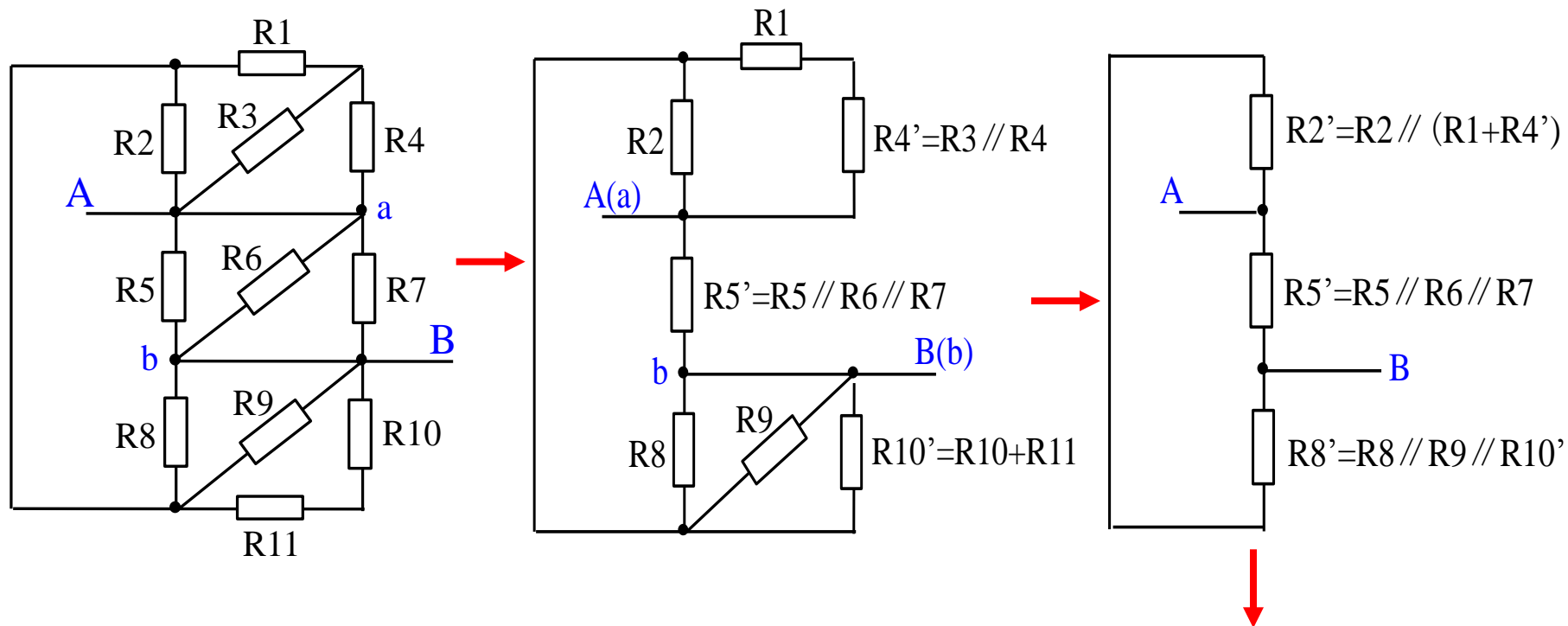
例1.



$$R \Rightarrow (40 // 40 + 30 // 30 // 30)$$

$$R = 30\Omega$$

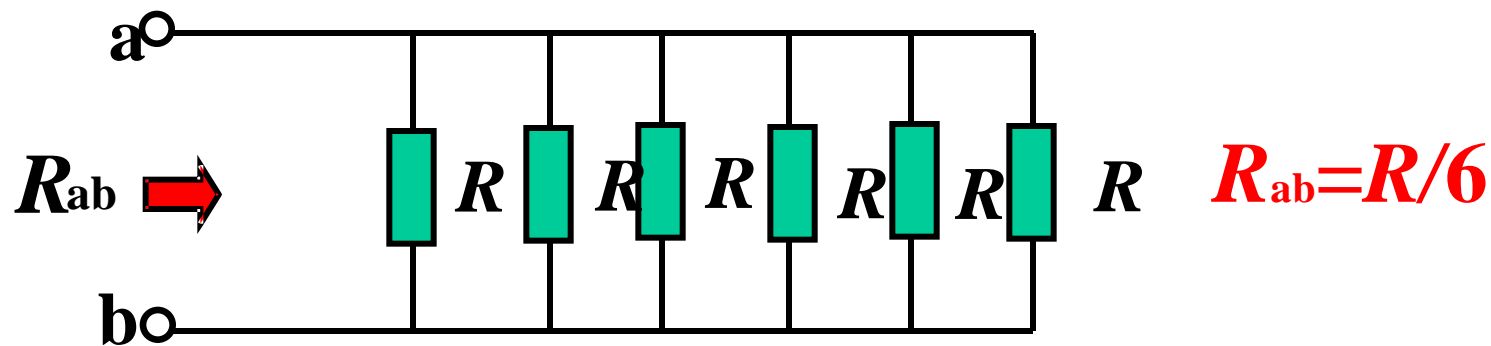
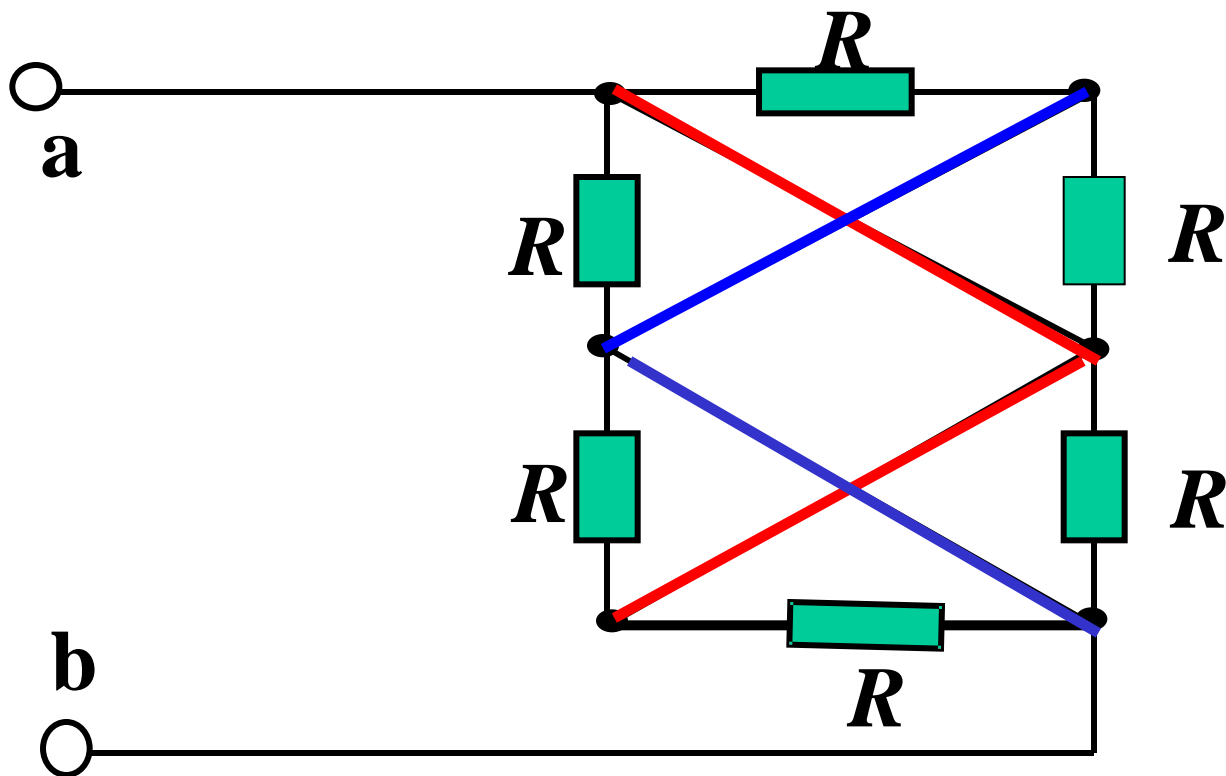
## 例2. 求AB端的等效电阻



$$R_{AB} = R_5' \parallel (R_2' + R_8')$$

例4.

电阻网络简化  
思考题





例5. 求图1电路中 $ab$ 端和 $cd$ 端的等效电阻 $R_{ab}$ 、 $R_{cd}$ 。

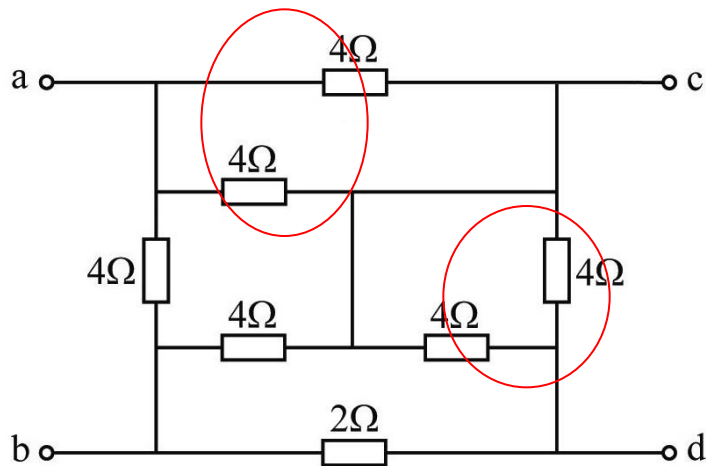


图 1

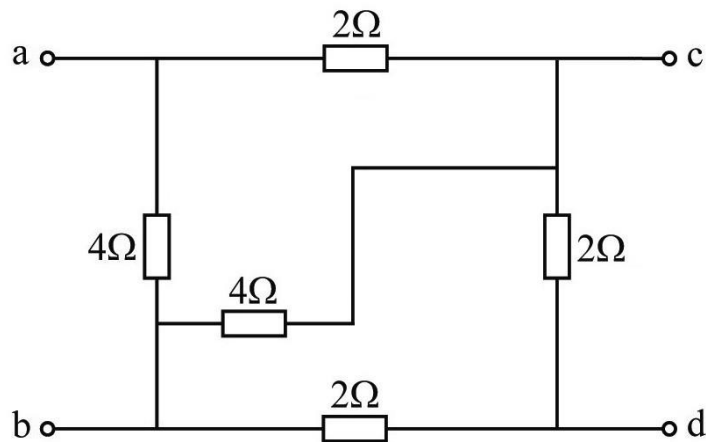


图 2

解：原图可简化为图2所示电路。

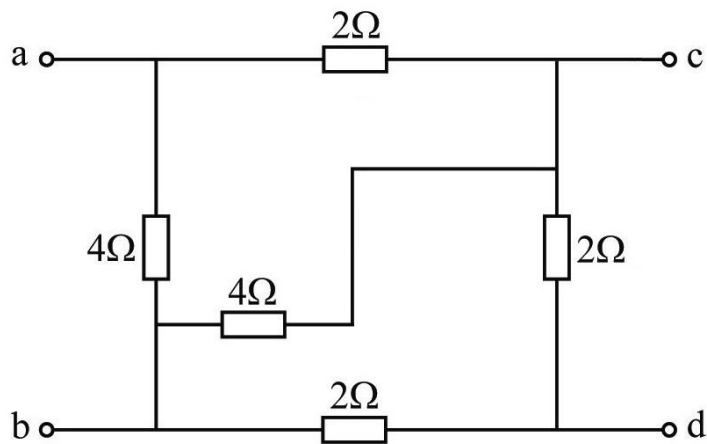


图 2

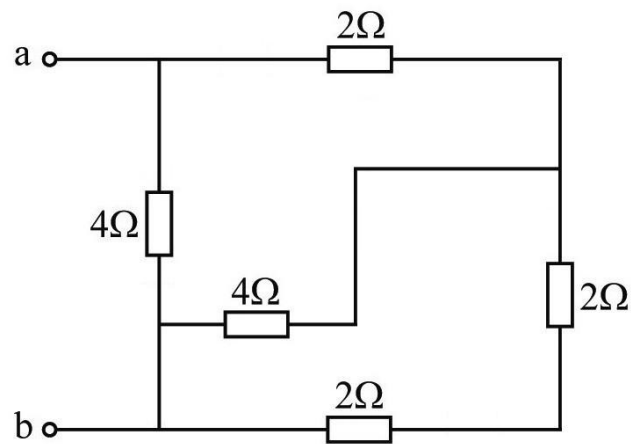


图 3

从  $ab$  端看，电路可简化为图 3所示

$$R_{ab} = 2\Omega$$

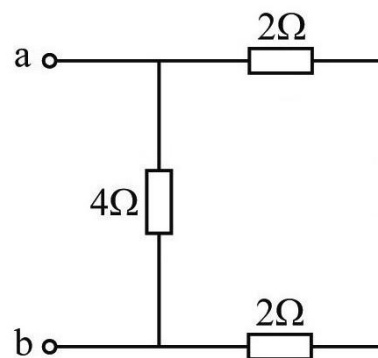
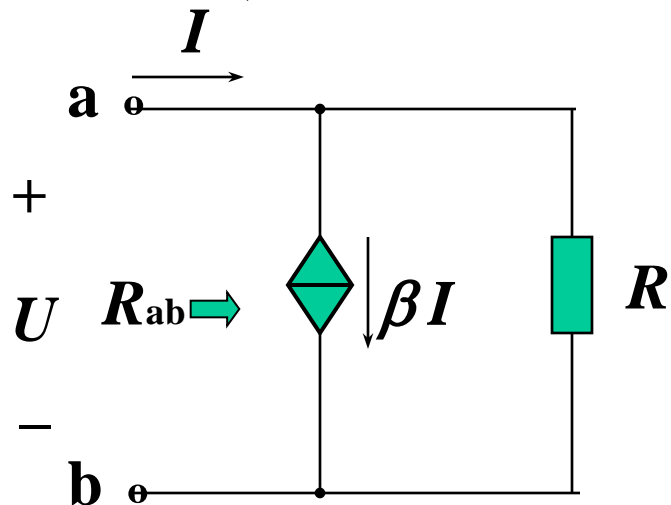


图 4



例 6. 求 a,b 两端的入端电阻  $R_{ab}$



解：通常有两种求入端电阻的方法

① 加压求流法

② 加流求压法

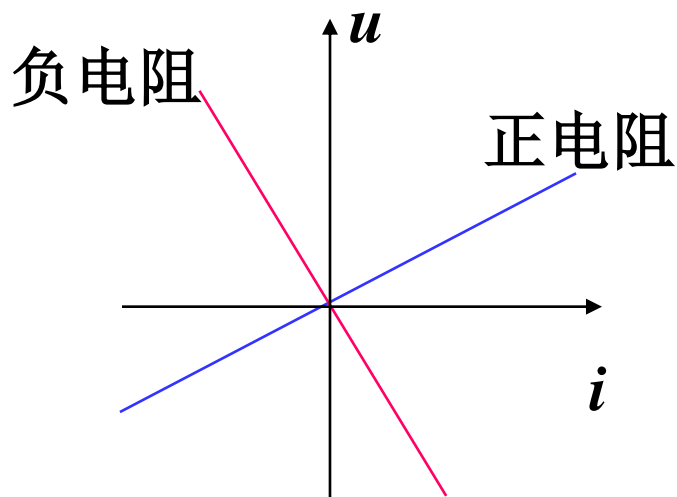
下面用加流求压法求  $R_{ab}$

$$U = (I - \beta I)R = (1 - \beta)IR$$

$$R_{ab} = U/I = (1 - \beta)R$$

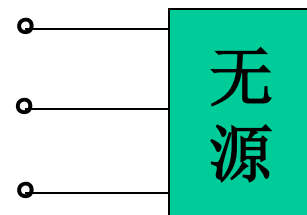
当  $\beta < 1$ ,  $R_{ab} > 0$ , 正电阻

当  $\beta > 1$ ,  $R_{ab} < 0$ , 负电阻

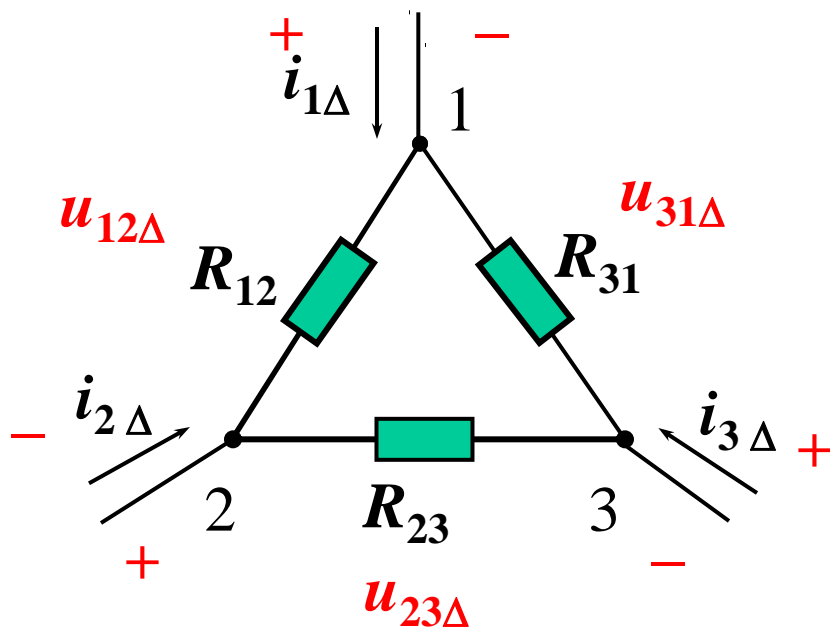


## 4.1.2 星形联接与三角形联接的电阻的等效变换 ( $\Delta$ —Y 变换)

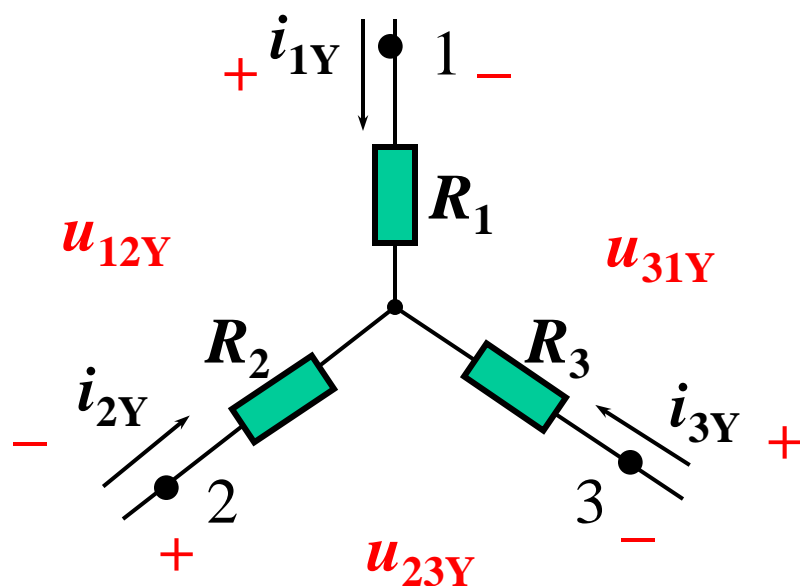
三端无源网络:引出三个端钮的网络, 并且内部没有独立源。



三端无源网络的两个例子:  $\Delta$ , Y 网络:

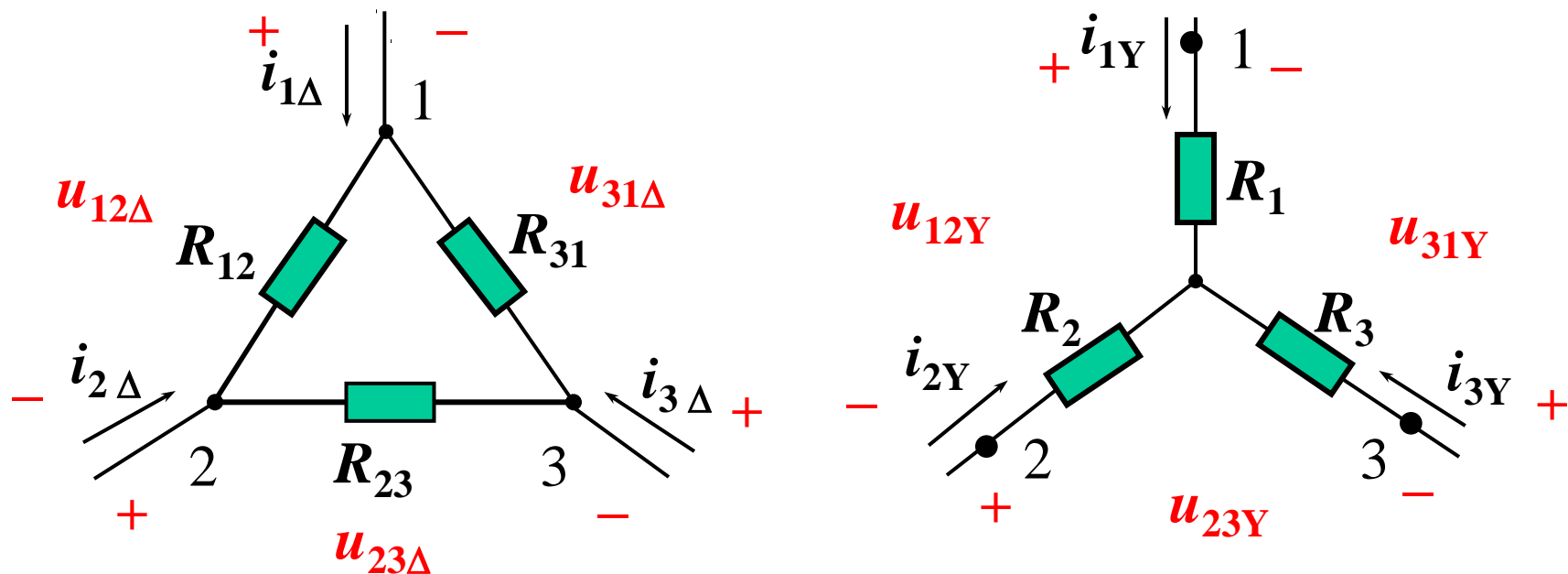


$\Delta$  型网络



Y 型网络

## $\Delta$ —Y 变换的等效条件:



等效的条件:  $i_{1\Delta} = i_{1Y}, i_{2\Delta} = i_{2Y}, i_{3\Delta} = i_{3Y},$

且  $u_{12\Delta} = u_{12Y}, u_{23\Delta} = u_{23Y}, u_{31\Delta} = u_{31Y}$

**证明：** 两个三端电路当其电阻满足一定的关系时，可相互等效

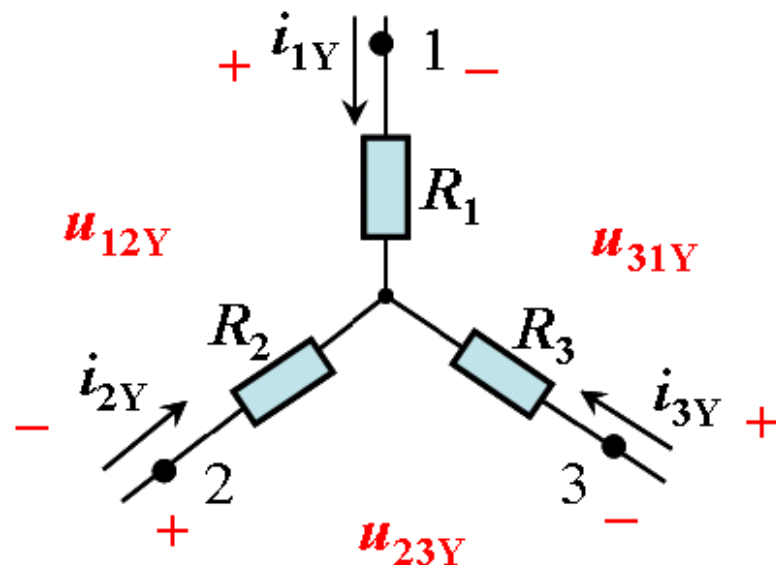
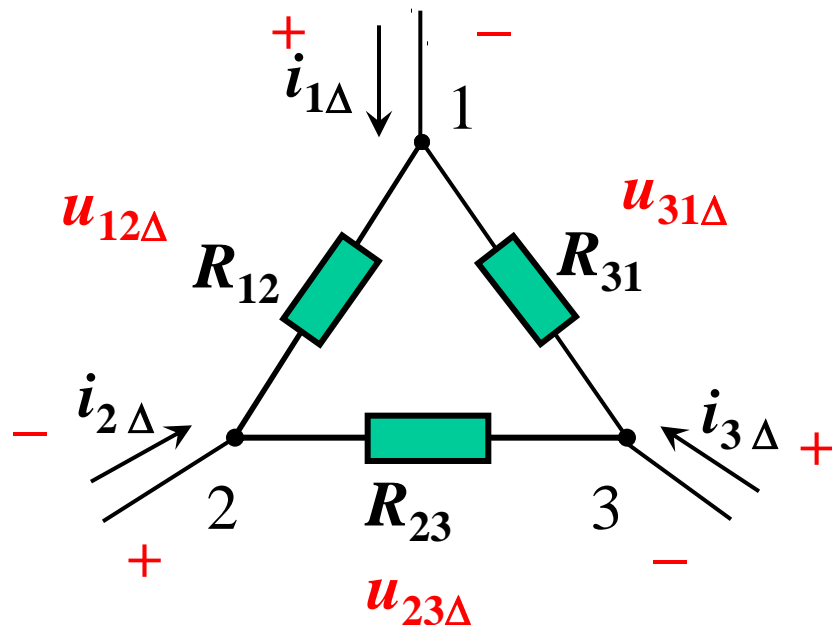
断开3端，1—2端电阻应相等

$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

同理，分别断开2和1端，有等式

$$R_2 + R_3 = \frac{R_{23}(R_{12} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 + R_1 = \frac{R_{31}(R_{23} + R_{12})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$



Y接→Δ接的变换结果:

$$\begin{cases} R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} \\ R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \\ R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2} \end{cases}$$

Y变Δ

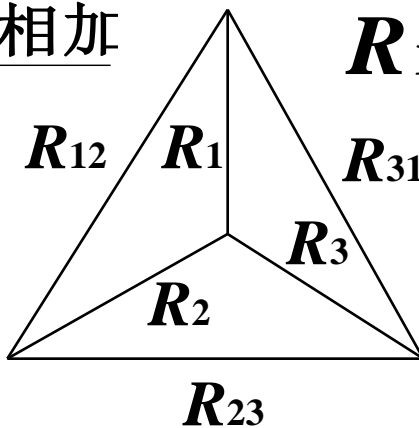
$$R_{\Delta} = \frac{\text{Y电阻两两乘积相加}}{\text{不相关电阻}}$$

Δ接→Y接的变换结果:

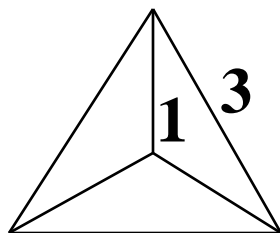
$$\begin{cases} R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{cases}$$

Δ变Y

$$R_Y = \frac{\Delta \text{相邻电阻乘积}}{\sum R_{\Delta}}$$

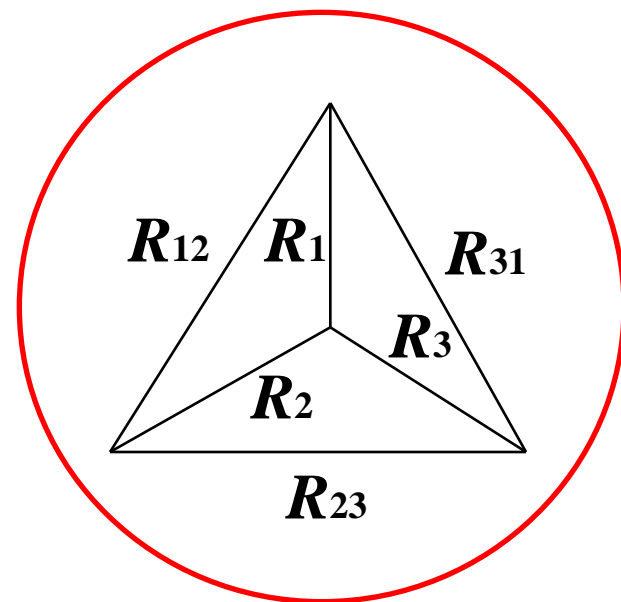


特例：若三个电阻相等(对称)，则有



$$R_{\Delta} = 3R_Y$$

(外大内小)



注意：

- (1) 等效对外部(端钮以外)有效，对内不成立。
- (2) 等效电路与外部电路无关。

Y变Δ

$$R_{\Delta} = \frac{Y \text{电阻两两乘积相加}}{\text{不相关电阻}}$$

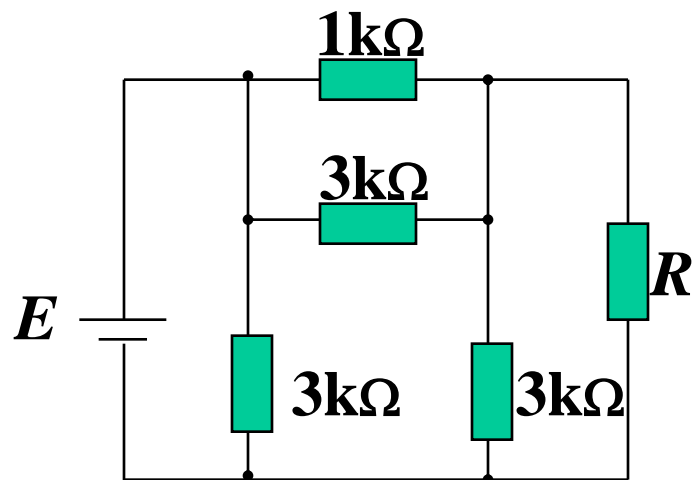
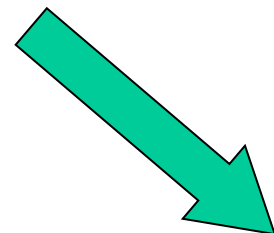
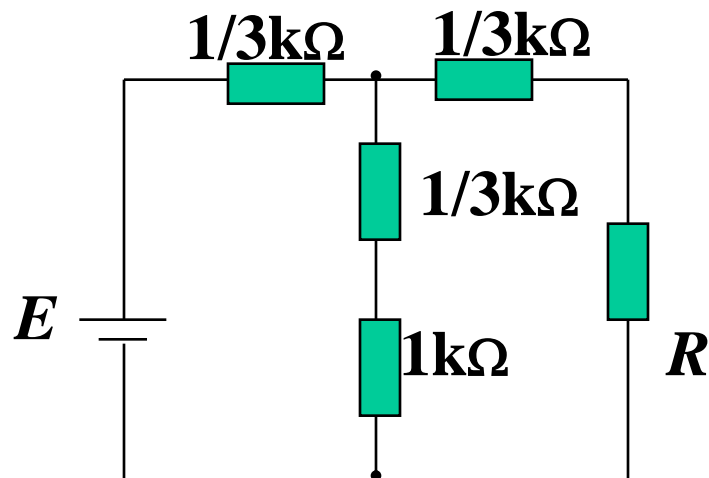
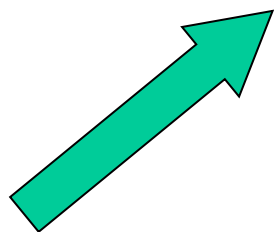
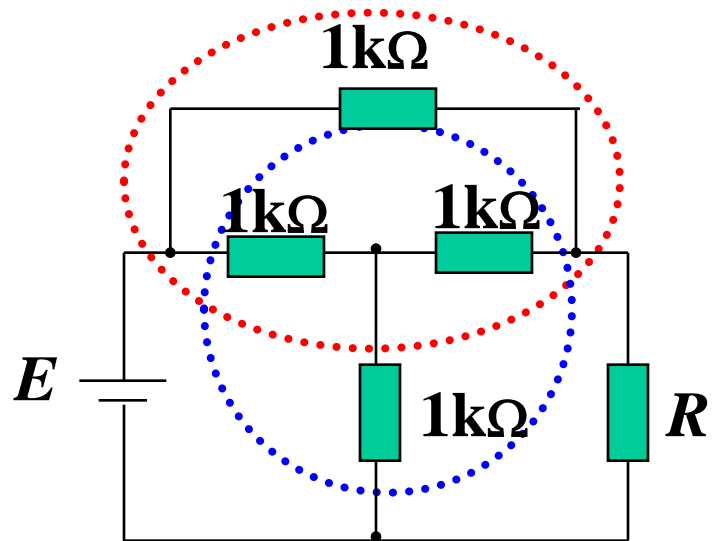
Δ变Y

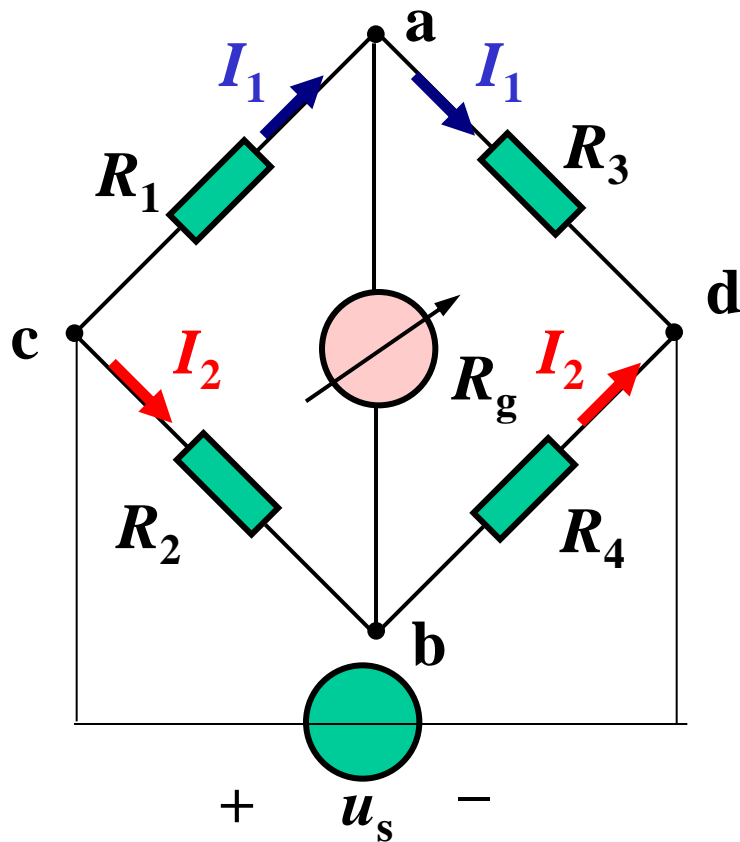
$$R_Y = \frac{\Delta \text{相邻电阻乘积}}{\sum R_{\Delta}}$$



## 应用：简化电路

### 例1. 桥 T 电路





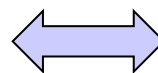
$U_{ab}=0$   $I_{ab}=0$  同时满足, 电桥平衡

$$\frac{u_{ca}}{R_1} = \frac{u_{ad}}{R_3}$$

$$\frac{u_{cb}}{R_2} = \frac{u_{bd}}{R_4}$$

电桥平衡条件

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$



$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$



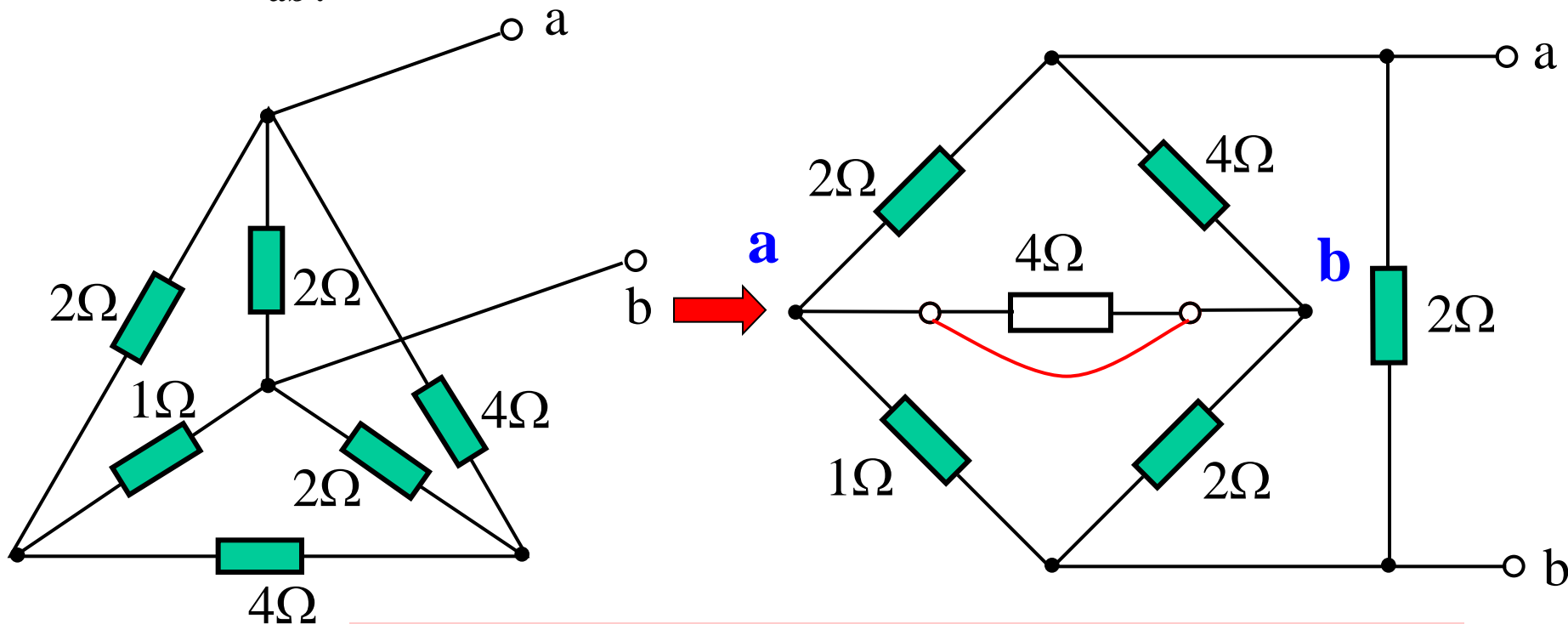
如果 $R_g$ 支路含源, 上述条件是否还是平衡桥的条件?

**自然等位点:** 两点之间电位差为零  
**强迫等位点:** 由短路线构成

电阻支路的两端若是自然等位点, 则它们之间可以短接, 也可以断开。

例2：求  $R_{ab}$ 。

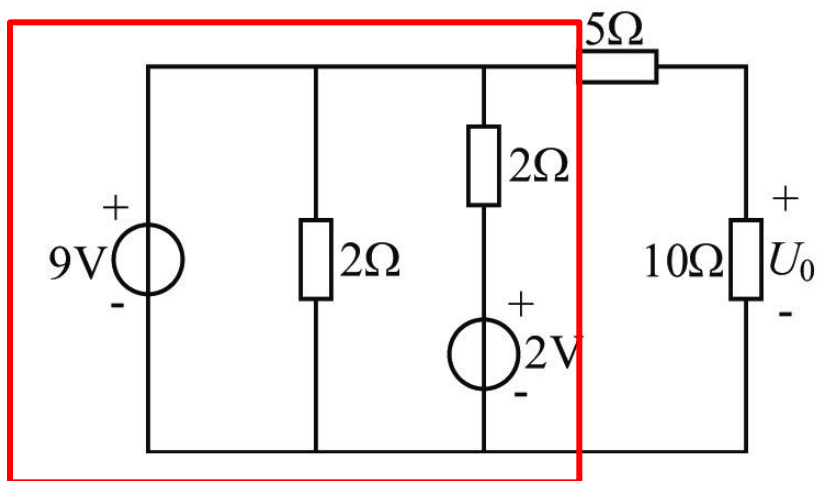
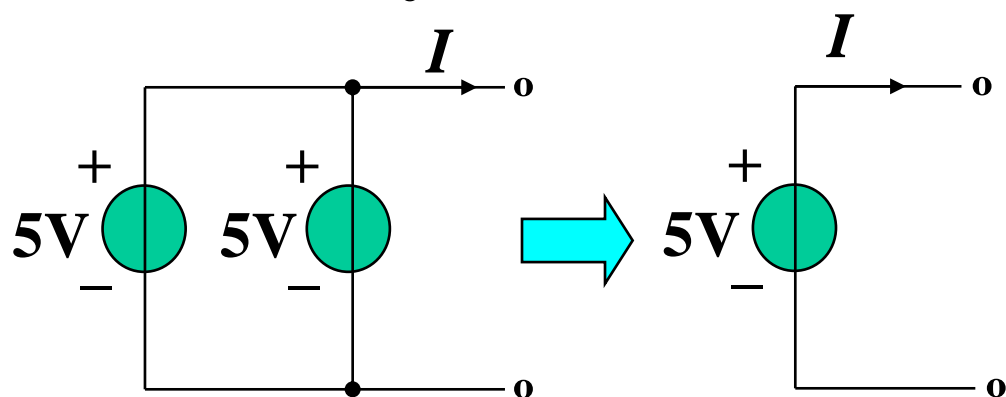
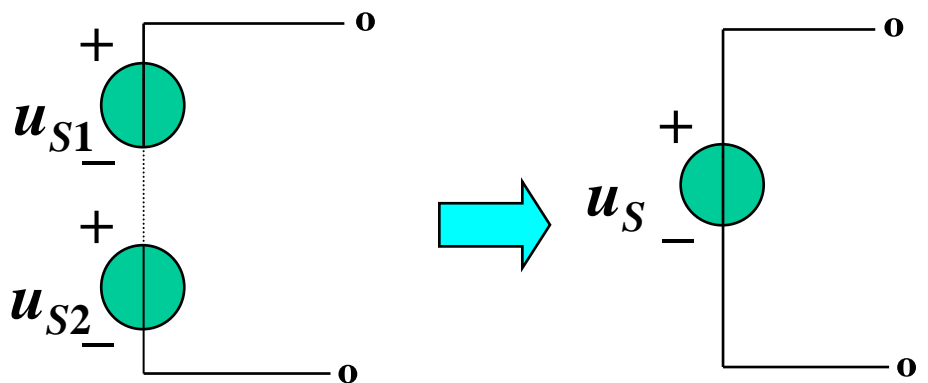
电桥平衡



(a) 开路：  $R_{ab} = 2 // (4 + 2) // (2 + 1) = 1\Omega$

(b) 短路：  $R_{ab} = 2 // (4 // 2 + 2 // 1) = 1\Omega$

结论：电阻支路的两段若是自然等位点，则它们之间可以短接，也可以断开。



电压源串联:

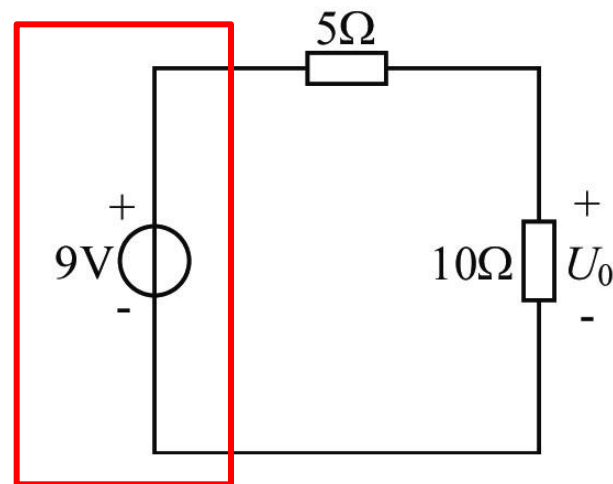
$$u_S = \sum u_{Sk} \quad (\text{注意参考方向})$$

$$u_s = u_{s1} + u_{s2}$$

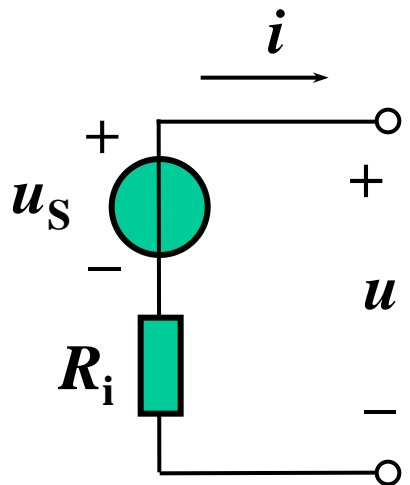
理想电压源间并联:

电压相同的电压源才能并联，  
且每个电源的电流不确定。

理想电压源与其它并联:

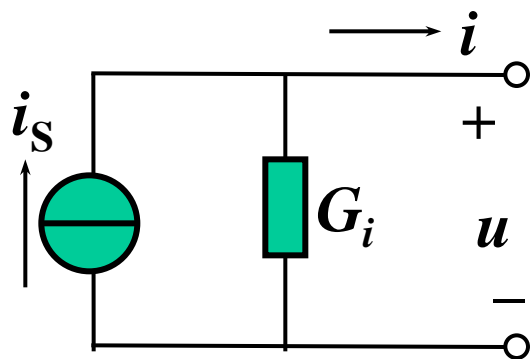
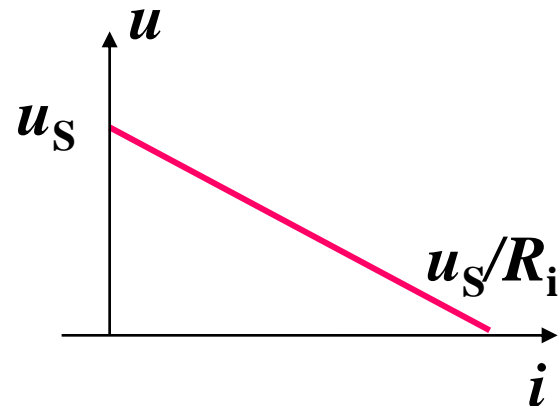


## 4.1.4 实际电压源与电流源之间的等效变换



$$u = u_S - R_i i$$

$$i = u_S/R_i - u/R_i$$

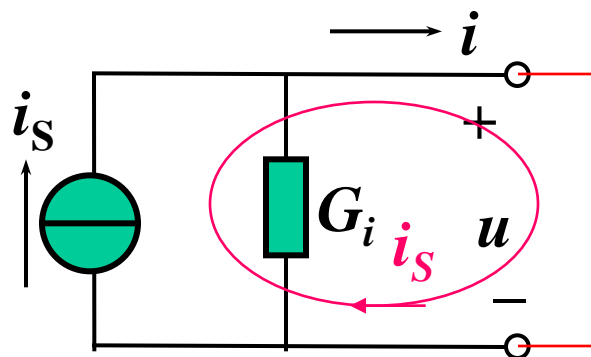
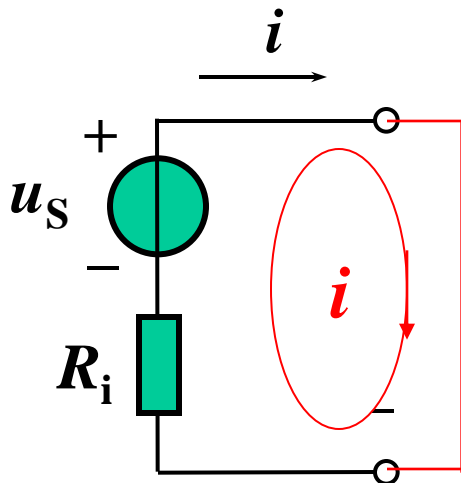


$$i = i_S - G_i u$$

两种电源结构相互等效的条件：

$$i_s = \frac{u_s}{R_i}, \quad G_i = \frac{1}{R_i}$$

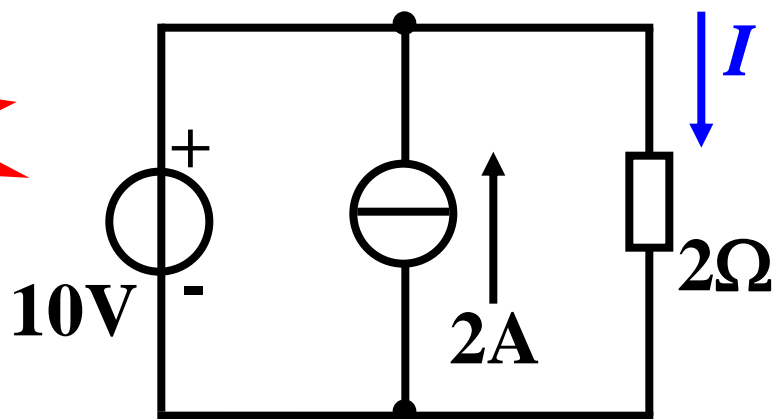
伏安特性等效，与外加负载无关！



注意:

- (1) 变换关系 { 数值关系:  
方向: 电流源电流方向与电压源电压方向相反。
- (2) 所谓的等效是对外部电路等效, 对内部电路是不等效的。
  - 开路的电压源中无电流流过  $R_i$ ;  
开路的电流源可以有电流流过并联电导  $G_i$ 。
  - 电压源短路时, 电阻中  $R_i$  有电流;  
电流源短路时, 并联电导  $G_i$  中无电流。
- (3) 上述结论可推广至受控源。
- (4) 理想电压源与理想电流源不能相互转换。

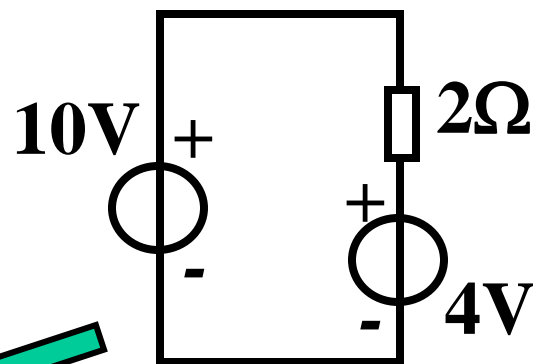
# 讨论题



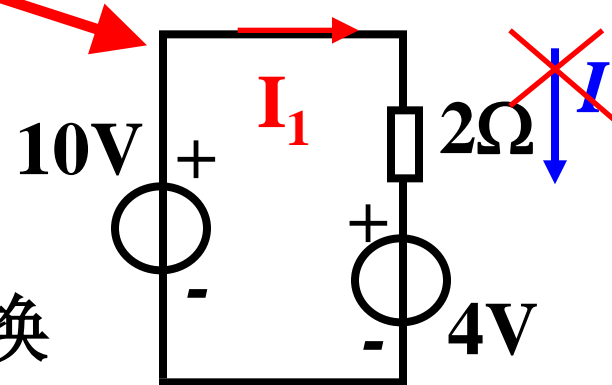
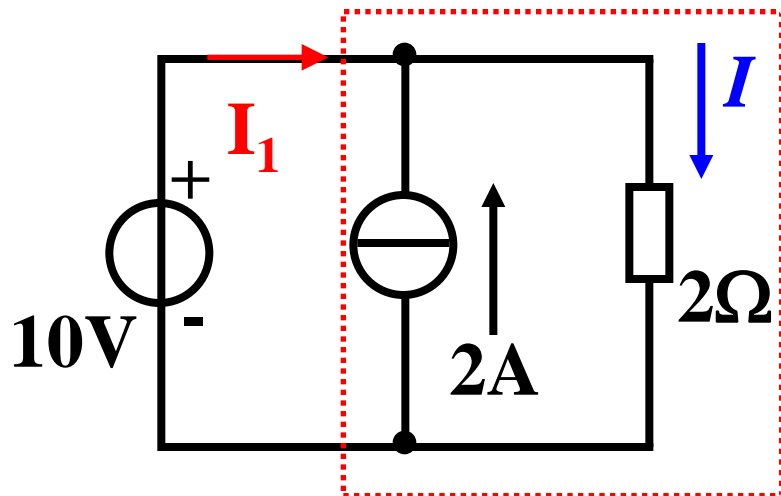
$$I = ?$$

哪个答案对

$$\left\{ \begin{array}{l} I = \frac{10}{2} = 5 \text{ A} \quad \checkmark \\ I = \frac{10}{2} + 2 = 7 \text{ A} \quad \times \\ I = \frac{10 - 4}{2} = 3 \text{ A} \quad \times \end{array} \right.$$



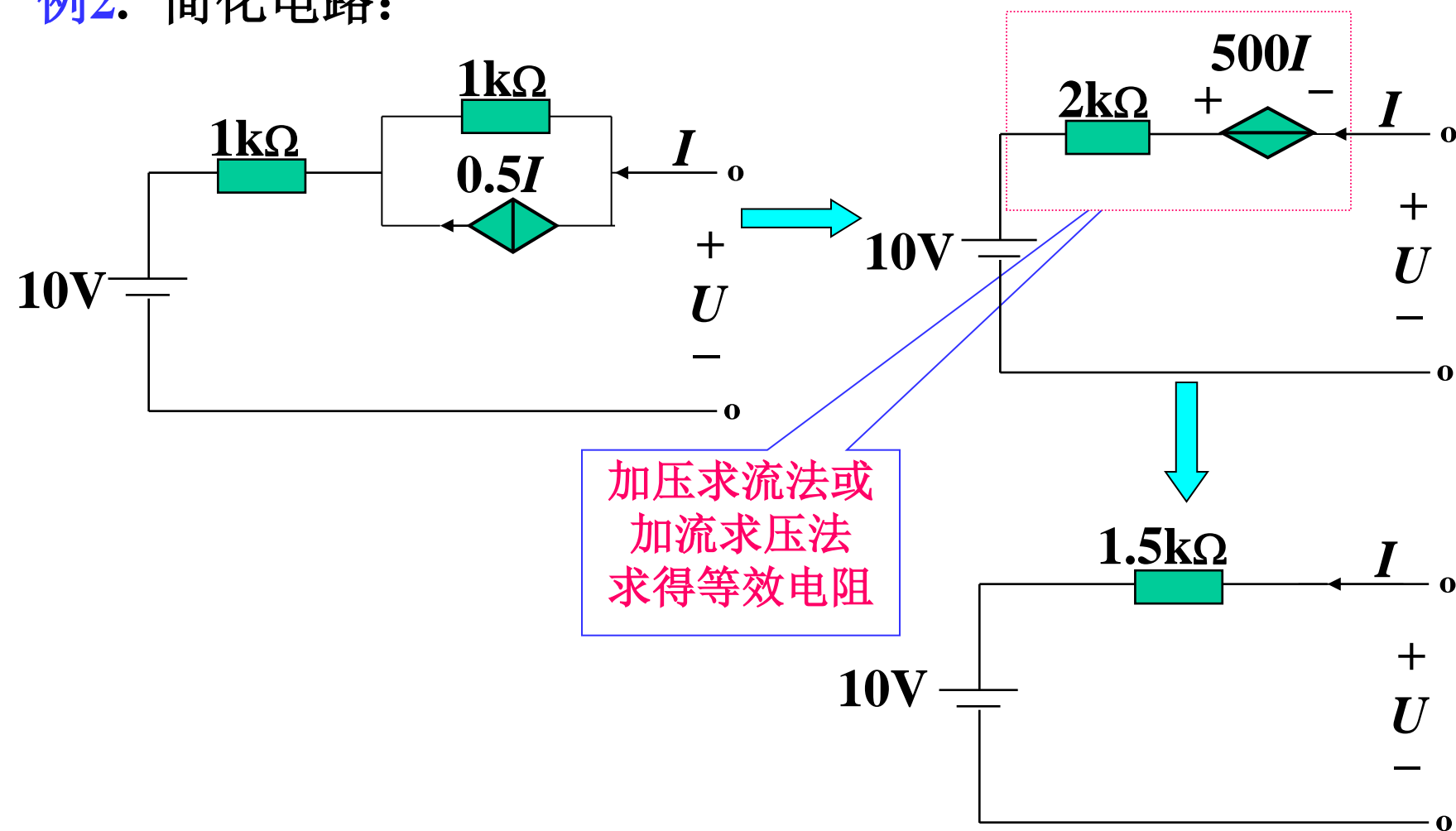
此例中，求I



求 I 时能否进行图示电源等效变换



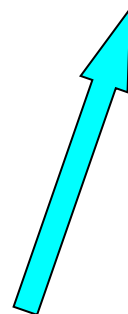
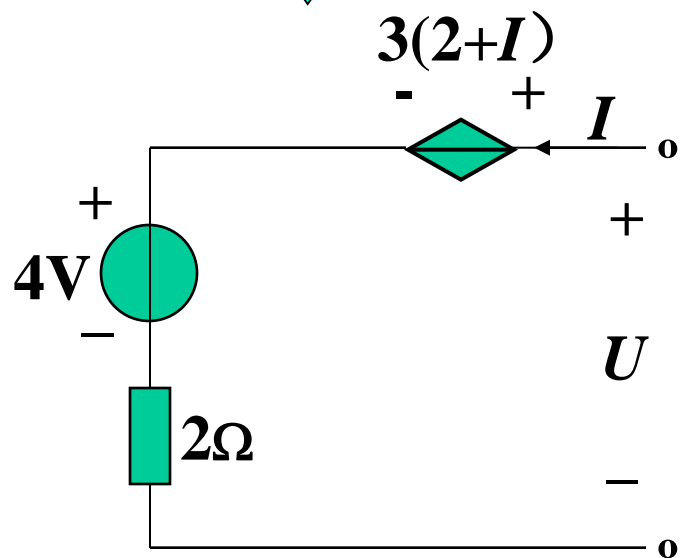
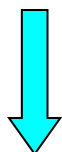
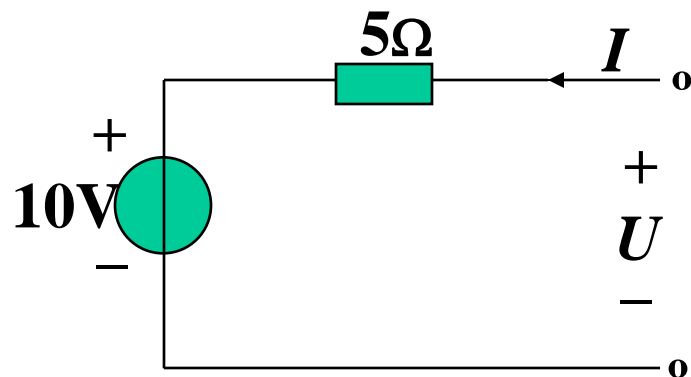
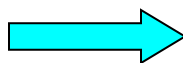
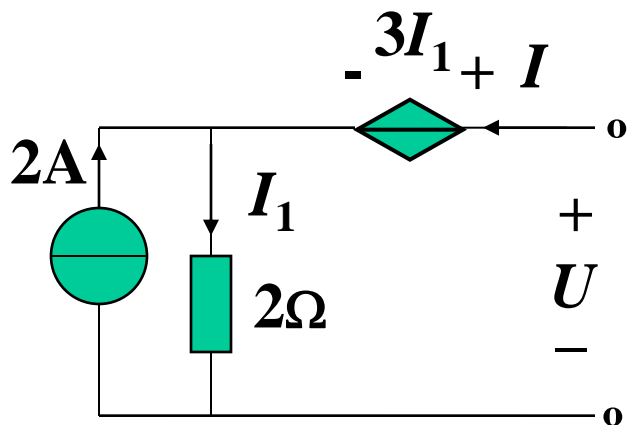
## 例2. 简化电路:



**注:** 受控源和独立源一样可以进行电源转换。

例3.

$$U = 3I_1 + 2I_1 = 5I_1 = 5(2 + I) = 10 + 5I$$



$$U = 3(2 + I) + 4 + 2I = 10 + 5I$$

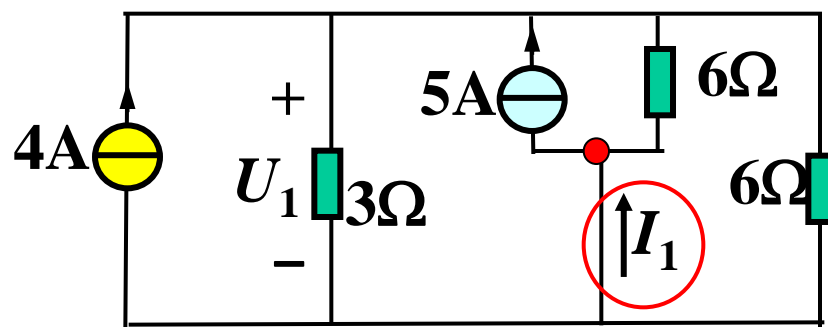
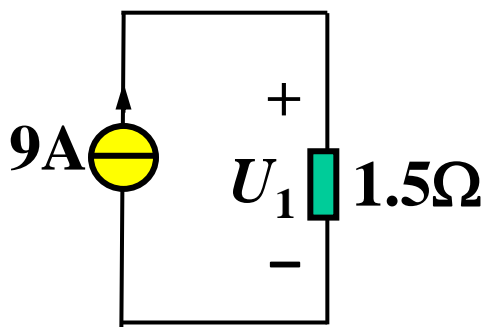
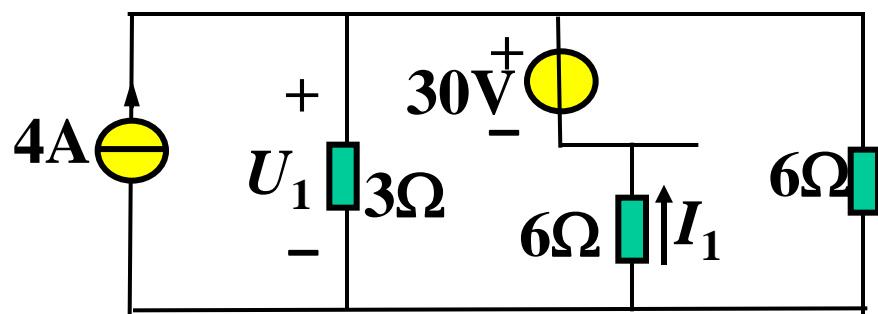
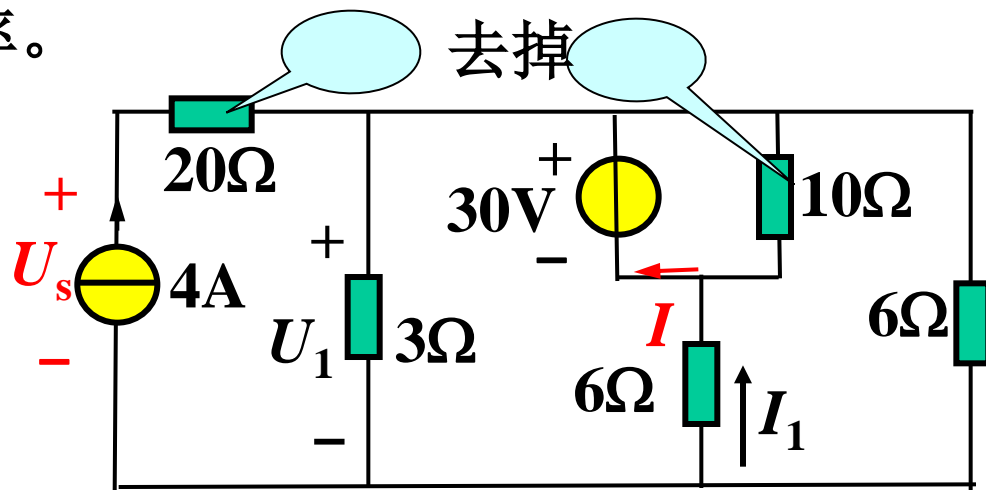
例4. 求电压源和电流源的功率。

$$4A: P_{\text{发}} = 4 \times U_s$$

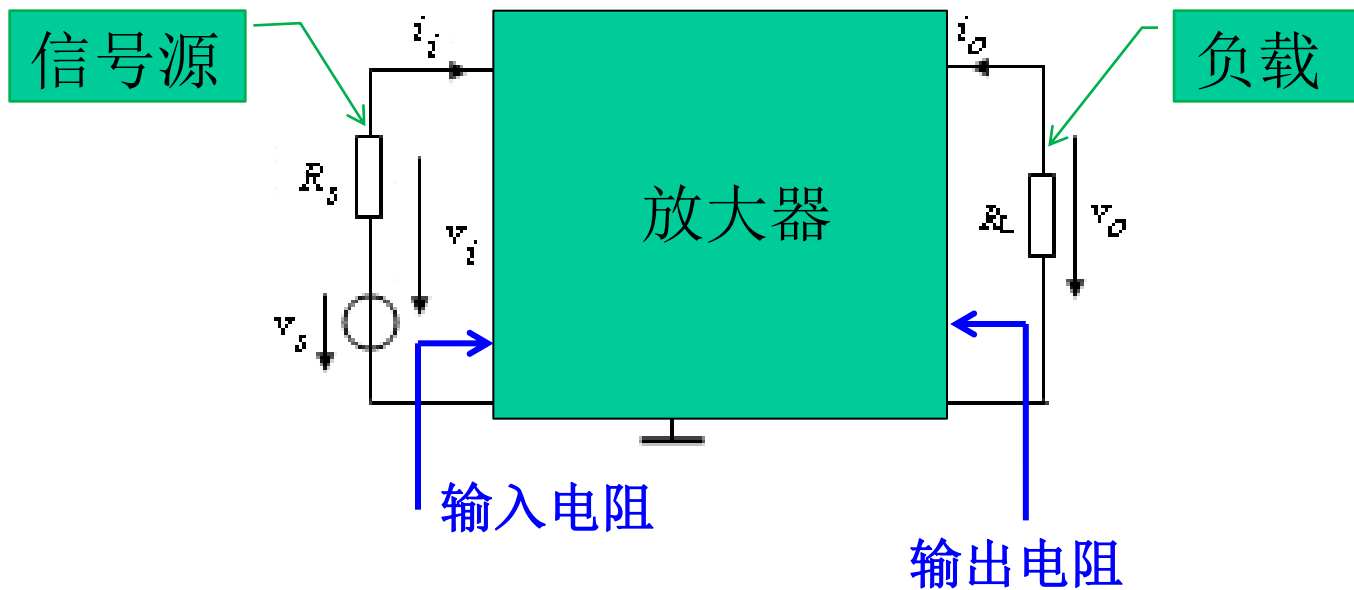
$$30V: P_{\text{发}} = 30 \times I$$

$$U_s = U_1 + 20 \times 4V$$

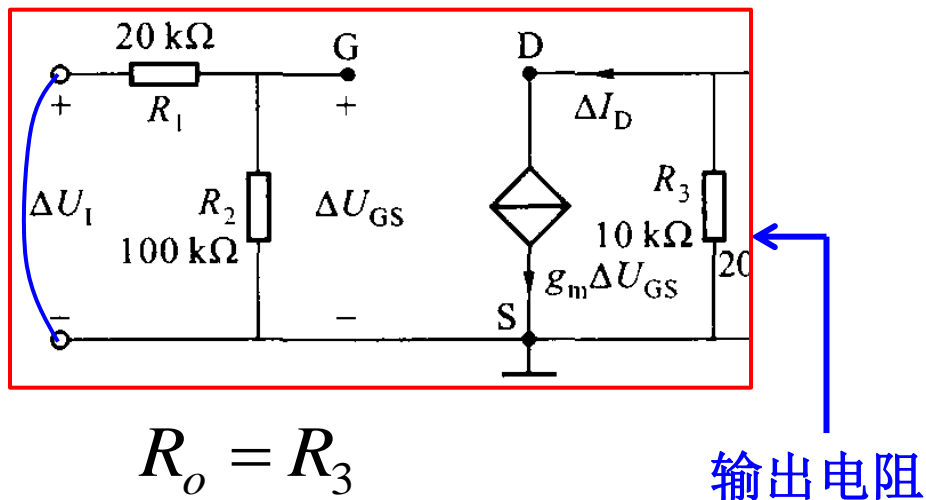
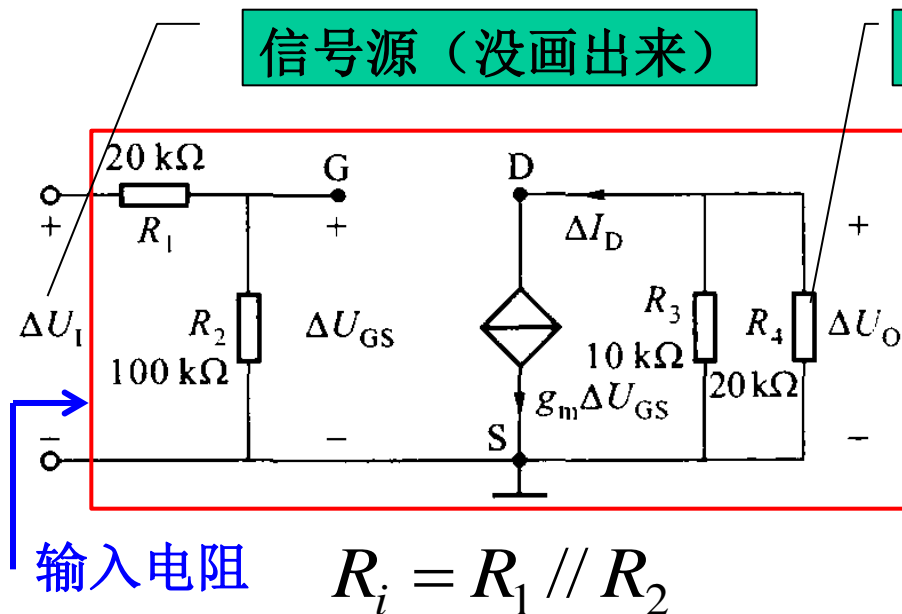
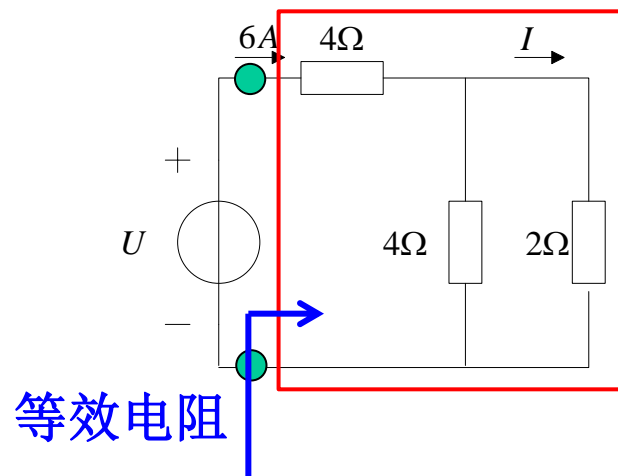
$$I = I_1 + 30/10A$$



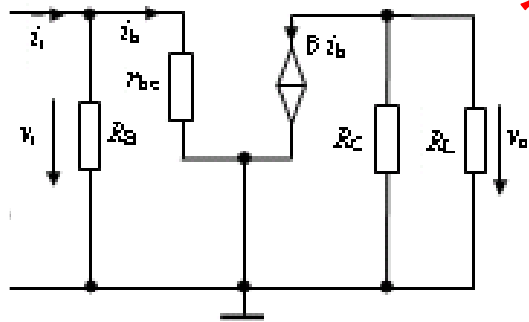
电源等效变换



# 输入电阻和输出电阻



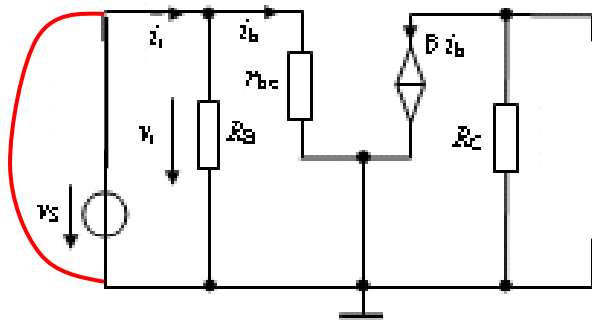
求输入电阻



$$R_i = R_B // r_{be}$$

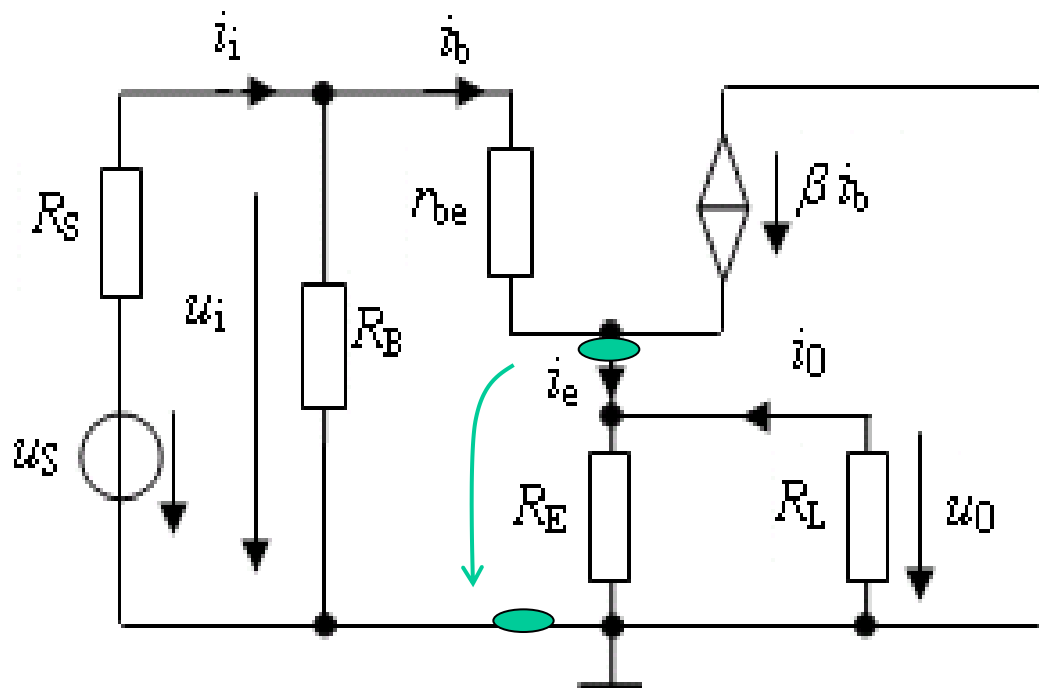
4-11(b)

求输出电阻



$$R_o = R_C$$

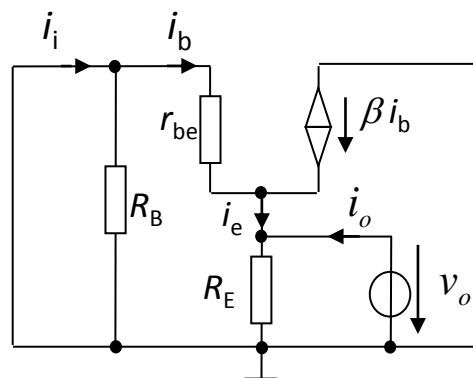
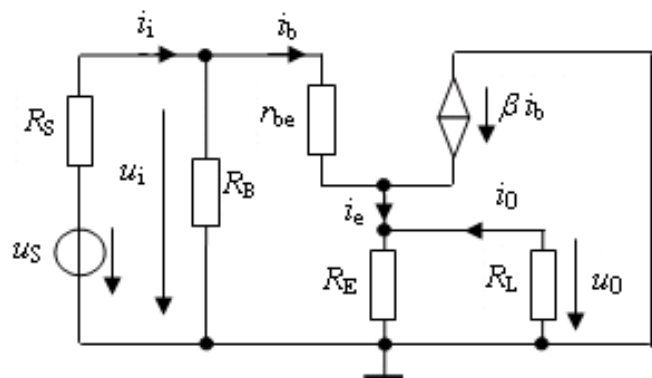
## 求输入电阻



$$u_i = r_{be}i_b + R_E // R_L i_e$$

$$= r_{be}i_b + R_E // R_L i_b(1 + \beta)$$

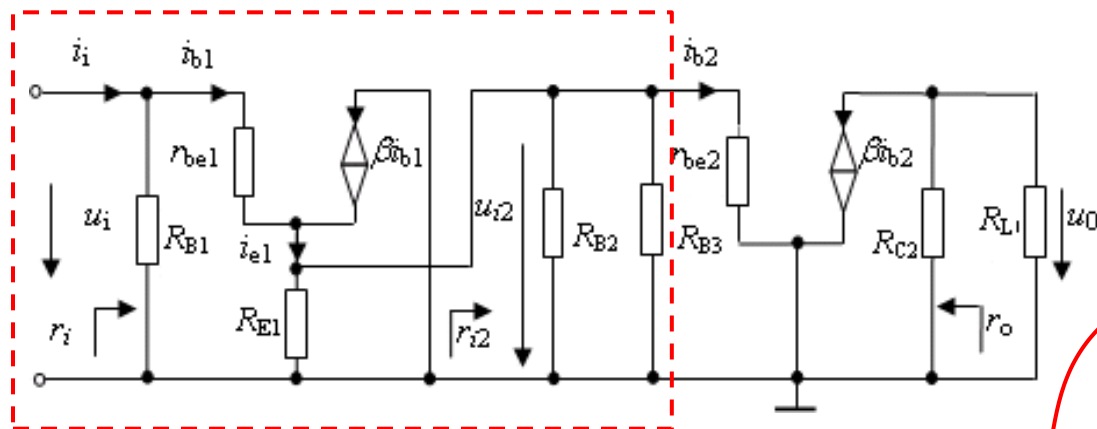
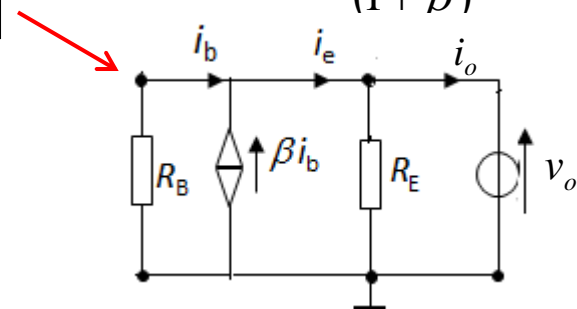
$$R_i = R_B // \{r_{be} + R_E // R_L(1 + \beta)\}$$



$$R_o = \frac{v_o}{i_o} = R_E // R_o'$$

$$R_o' = \frac{v_o}{-i_e} = \frac{v_o}{-i_b(1+\beta)} = \frac{r_{be}}{(1+\beta)}$$

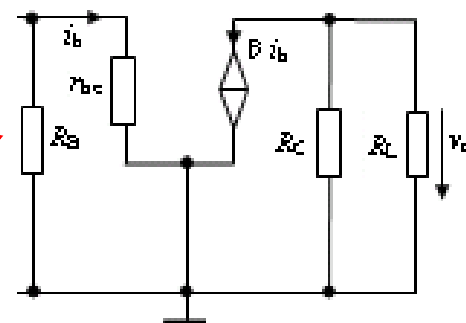
求输出电阻



$$R_o' = \frac{r_{be1}}{(1+\beta)}$$

$$R_B = R_o' // R_{B1} // R_{B2}$$

$$R_o = R_{c2}$$





# 作业

2、4、6为交叉线

- 等效变换

4. 2, 4, 5, 8, 11\*

- 支路法

4. 12, 13

- 回路法

4. 15, 16, 18

- 节点法

4. 19, 21, 22, 23

4. 24, 25

- 定理

4. 27, 30, 31, 32\*

4. 35, 36, 37, 38, 39

~~4. 41, 42, 43, 44, 47~~

只列写方程，三阶以上不求解

特勒根（普通班略）