## Curso Modelos Biomatemáticos I

Luis Guillermo García Jácome

2025-05-18

## Tabla de contenidos

Inicio Contacto			
I	Μć	odulo 5	5
1	Mod	lelo exponencial	7
	1.1	Introducción	7
	1.2	Modelo general de crecimiento poblacional	7
	1.3	Supuestos del modelos	7
	1.4	Desarrollo y comportamiento	7
	1.5	Solución del modelo	7
	1.6	Práctica: Simulación con hojas de cálculo	8
2	Mod	lelo logístico	9
	2.1	Introducción	9
	2.2	Supuestos del modelo	9
	2.3	Desarrollo	9
	2.4	Explicación del término logístico	9
	2.5	Práctica: Simulación con hojas de cálculo	10
	2.6	Puntos de equilibrio	10
	2.7	Análisis gráfico	10
	2.8	Caos	10
	2.9	Diagrama de bifurcación	10
	2.10	Sistemas dinámicos, Laplace y otros sistemas caóticos (opcional)	11
3	Prin	cipio de Hardy-Weinberg y deriva génica	12
	3.1	Introducción	12
	3.2	Principio de Hardy-Weinberg	12
		3.2.1 Evolución biológica y explicación de la simulación	12
		3.2.2 Exploración de la simulación	12
		3.2.3 Desarrollo del modelo	13
		3.2.4 Demostración de principio de Hardy-Weinberg	13
	0.0	3.2.5 Construcción de gráfica	13
	3.3	Deriva génica	13
		3.3.1 Simulación de deriva génica	13

3.3.2	Deriva génica y sus propiedades	13
3.3.3	Efecto fundador y efecto de cuello de botella	13

## Inicio

Bienvenid@ a la página del curso  $Modelos\ biomatemáticos\ I,$  que se imparte en la Facultad de Ciencias de la UNAM.

En esta página encontrarás algunos contenidos teóricos del curso.

#### **Contacto**

• Luis Guillermo García Jácome: lggj37[at]ciencias.unam.mx

# Parte I Módulo 5

En este módulo iniciamos nuestro estudio de los  $sistemas\ dinámicos$ , es decir sistemas que cambian con el tiempo.

En particular se discuten dos de los modelos más funamentales en la ecología: el modelo exponencial y el modelo logístico. Posteriormente se discuten algunos de los modelos más básicos en evolución: el modelo de fecuencia alélica de Hardy-Weinberg y el modelo de selección haploide.

## 1 Modelo exponencial

Contenido: 5 videos

Duración estimada: 45 minutos

#### 1.1 Introducción

En este capítulo estudiamos el modelo de crecimiento más simple que existe: el modelo exponencial. Este modelo es central ya que es la base de cualquier modelo de crecimiento.

Primero se presenta el modelo de crecimiento más general que hay del cual se derivan todos los demás. Después se presentan los supuestos y desarrollo del modelo exponencial y se realizan algunos ejemplos para ver su comportamiento. Posteriormente se presenta la solución analítica del modelo. Finalmente se realiza una simulación del modelo usando hojas de cálculo.

#### 1.2 Modelo general de crecimiento poblacional

https://youtu.be/Kknacsz4RVc

#### 1.3 Supuestos del modelos

https://youtu.be/tlNwtaiWrFA

#### 1.4 Desarrollo y comportamiento

https://youtu.be/eBPUSfxLbgs

#### 1.5 Solución del modelo

https://youtu.be/ExQ9xa7gRXs

### 1.6 Práctica: Simulación con hojas de cálculo



🕊 Tip

Se recomienda que realices esta práctica a la par que ves el video.

https://youtu.be/yQTK2\_ogmzo

## 2 Modelo logístico

Contenido: 8 videos (+2 videos opcionales)

Duración estimada: 1 hora 7 minutos (+20 minutos opcionales)

#### 2.1 Introducción

En este capítulo estudiamos el *modelo logístico*. Este modelo hace supuestos más realistas que el modelo exponencial al considerar que los recursos son limitados. Este ligero cambio en los supuestos tienen consecuencias muy grandes para el comportamiento del modelo.

Primero describimos como el supuesto de recursos limitados se ve reflejado en cómo se modelan las tasas de nacimiento y de mortalidad per cápita. Luego desarrollamos el modelo y damos una explicación intuitiva de qué significa la expresión resultante. Posteriormente se realizan simulaciones usando una hoja de cálculo (que está basada en nuestra Simulación del modelo exponencial). Después exploramos la idea de lo que son los puntos o valores de equilibrio y realizamos el análisis gráfico del modelo. Finalmente introducimos el concepto de caos y construimos el diagrama de bifurcación del modelo logístico.

#### 2.2 Supuestos del modelo

https://youtu.be/SaM4Szual0o

#### 2.3 Desarrollo

https://youtu.be/hThtO6tZiRM

#### 2.4 Explicación del término logístico

https://youtu.be/brbGvtYykpA

#### 2.5 Práctica: Simulación con hojas de cálculo



**?** Tip

Se recomienda que realices esta práctica a la par que ves el video.

! Importante

Esta práctica se basa en la hoja de cálculo resultante de la simulación del modelo exponencial. Así que debes realizarla previamente.

https://youtu.be/ikalgvkZijI

#### 2.6 Puntos de equilibrio

https://youtu.be/A2I2Ot76ytc

#### 2.7 Análisis gráfico

https://youtu.be/-ilKIBHGedM

#### **2.8 Caos**

https://youtu.be/AGa4-FhH0gE

i Explora la simulación del modelo logístico

Aquí puedes abrir el simulador del modelo logístico en tu navegador web. Para ejecutarlo en tu computadora localmente puedes descargar NetLogo y descargar el archivo del modelo.

#### 2.9 Diagrama de bifurcación

https://youtu.be/5Gts1arBbkQ

## 2.10 Sistemas dinámicos, Laplace y otros sistemas caóticos (opcional)

Estos son videos que hice para otro curso donde se aborda el tema de caos desde una perspectiva más histórica y se ven otros ejemplos de sistemas caóticos. Al final de estos videos se explica de nuevo el caos en el modelo logístico.

https://youtu.be/B9FRN82vSQQ

#### Explora la simulación de 2 y 3 cuerpos

Aquí puedes abrir el simulador del modelo de 2 y 3 cuerpos en tu navegador web. Solo que nota que este modelo es muy demandante de recursos como para ejecutarse en el navegador por lo que **corre muy lento**. Te sugiero descargarlo y ejecutarlo localmente en tu computadora para que se ejecute más rápido.

Para ejecutarlo en tu computadora localmente puedes descargar NetLogo y descargar el archivo del modelo.

https://youtu.be/TD7RBtIaagg

## 3 Principio de Hardy-Weinberg y deriva génica

Contenido: 8 videos

Duración estimada: 1 hora 30 minutos

#### 3.1 Introducción

En este capítulo iniciamos nuestro estudio de algunos modelos de evolución biológica. Para poder entender cómo cambian las poblaciones durante la evolución primero debemos entender cómo se ve una población que no evoluciona. Esto es justo lo que el principio de Hardy-Weinberg nos ofrece.

Primero se discute brevemente qué es la evolución biológica y se explica y explora una simulación computacional de una población donde no opera ninguna fuerza evolutiva. Posteriormente pasamos a traducir este modelo al lenguaje matemático y a demostrar el principio o equilibrio de Hardy-Weinberg. Finalmente aprovechamos nuestra simulación computacional para explorar una fuerza evolutiva: la deriva génica.

#### 3.2 Principio de Hardy-Weinberg

#### 3.2.1 Evolución biológica y explicación de la simulación

https://youtu.be/TS11j2D3vIY

#### 3.2.2 Exploración de la simulación

https://youtu.be/UajMHYBmXww

i Explora la simulación del principio de Hardy-Weinberg

Aquí puedes abrir el simulador del modelo logístico en tu navegador web.

Para ejecutarlo en tu computadora localmente puedes descargar NetLogo y descargar el archivo del modelo.

#### 3.2.3 Desarrollo del modelo

https://youtu.be/IamdjHVTIzY

#### 3.2.4 Demostración de principio de Hardy-Weinberg

https://youtu.be/prSZYjM\_Z24

#### 3.2.5 Construcción de gráfica



Tip

Se recomienda que realices esta práctica a la par que ves el video.

https://youtu.be/rlH6Xtc\_qGw

#### 3.3 Deriva génica

#### 3.3.1 Simulación de deriva génica

https://youtu.be/GFmFYK0mffk

#### 3.3.2 Deriva génica y sus propiedades

https://youtu.be/Nm4zvzWxPbU

#### 3.3.3 Efecto fundador y efecto de cuello de botella

La «reproducción aleatoria» que subyace a la deriva génica no significa que uno no pueda conocer los mecanismos que producen la deriva génica. Hay distintos procesos que pueden favorecer que opere la deriva génica en una población. Dos de ellos son el efecto fundador y el efecto de cuello de botella. Estos se caracterizan por generar condiciones donde las poblaciones son muy pequeñas favoreciendo así que la deriva génica sea más fuerte y tenga efectos significativos sobre las frecuencias alélicas de una población. A continuación se presentan un par de ejemplos de estos procesos:

https://youtu.be/wzIXweZ7pyE