

\_\_\_\_\_ 年级 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

1. 所有题目需写出解题过程，单写答案不得分；

2. 要求字迹清楚，一律用黑色中性笔作答。

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、求极限（每小题 12 分，本题共 36 分）

1、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x^2}{x + x^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x + \cos x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+\sin x}}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、求导数或微分（每小题 18 分，本题共 36 分）

1、已知  $y = \ln(x+y) + e^{x^2}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ ,  $dy$



2、 $\begin{cases} x = \sin(e^t) \\ y = t^2 + \cos t \end{cases}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{d^2y}{dx^2}$

三、已知  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} + a, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  求  $a$  的值使得  $f(x)$  连续, 并判断  $f(x)$  在  $0$  点是否可导, 若可导, 求其导函数 (本题共 15 分)

四、设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  连续, 且  $f(0) < 0$ ,  $f(1) > 1$ , 求证:  $\exists \xi \in (0, 1)$  使得  $f(\xi) = \xi$  (本题 13 分)

