

Специальная математика и основы статистики

Статистическое изучение динамики социально- экономических явлений

Вопрос 1. Специфика данных в виде динамических (временных) рядов

Изучение *изменения различных явлений во времени* – одна из важнейших задач эконометрики, которая решается путем составления и анализа, так называемых рядов динамики (иногда их также называют временными, динамическими или хронологическими рядами, сериями времени).

Ряд динамики представляет собой числовые значения определенного статистического показателя в последовательные моменты или периоды времени.

Числовые значения того или иного статистического показателя, составляющие ряд динамики, называют *уровнями* ряда и обычно обозначают через y . Первый член ряда y_0 (или y_1) называют *начальным уровнем*, а последний y_T – *конечным*. Моменты или периоды времени, к которым относятся уровни, обозначают через t .

Классификация рядов динамики:

1. *По времени*. В зависимости от характера изучаемого явления уровни рядов динамики могут относиться или к определенным датам (моментам) времени, или к отдельным периодам. В соответствии с этим ряды динамики подразделяются на моментные и интервальные.

Моментные ряды динамики отображают состояние изучаемых явлений на определенные даты (моменты) времени.

Интервальные ряды динамики отражают итоги развития (функционирования) изучаемых явлений за отдельные периоды (интервалы) времени.

Ряды с нарастающими итогами – при составлении таких рядов производится последовательное суммирование смежных уровней.

2. *По форме представления уровней*. Могут быть построены ряды динамики, уровни которых представляют собой абсолютные, относительные и средние величины.

3. *По расстоянию между датами* (интервалам времени) выделяют:

Полные ряды динамики (равноотстоящие ряды) имеют место тогда, когда даты регистрации или окончания периодов следуют друг за другом с равными интервалами.

Неполные ряды динамики – когда принцип равных интервалов не соблюдается.

4. По числу показателей выделяют:

Изолированный ряд динамики (одномерный) – имеют место, когда ведется анализ во времени одного показателя.

Комплексный ряд динамики (многомерный) получается в том случае, когда в хронологической последовательности дается система показателей, связанных между собой единством процесса или явления.

5. По наличию тенденции выделяют:

Стационарные ряды – однородные ряды, имеющие вид непрерывных случайных колебаний около некоторого среднего значения.

Нестационарные ряды – ряд, имеющий тенденцию развития.

Вопрос 2. Аналитические показатели динамики

На 1-ом шаге анализа ВР необходимо определить сложившиеся закономерности в динамике исследуемого явления. Закономерности выявляются на основе показателей динамики.

В зависимости от применяемого способа сопоставления показатели динамики могут вычисляться на постоянной и переменной базах сравнения.

Базисные – показатели, при расчете которых каждый уровень сравнивается с одним и тем же уровнем, именуемым базисным.

Цепные – показатели, при расчете которых последующий уровень сравнивается с предыдущим.

1) *Абсолютный прирост* выражает абсолютную скорость изменения ряда динамики и определяется как разность между данным уровнем и уровнем, принятым за базу сравнения:

- базисный: $\Delta_б = y_i - y_0$

- цепной: $\Delta_ц = y_i - y_{i-1}$

2) *Коэффициент роста* определяется как отношение данного уровня к предыдущему или базисному, показывает относительную скорость изменения ряда:

- базисный: $K_б = \frac{y_i}{y_0}$

- цепной: $K_ц = \frac{y_i}{y_{i-1}}$

3) *Темп роста* – это коэффициент роста, выраженный в процентах:

- базисный: $T_б = K_б \cdot 100\% = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100\%$

- цепной: $T_ц = K_ц \cdot 100\% = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\%$

4) *Темп прироста* определяется как отношение абсолютного прироста данного уровня к предыдущему или базисному:

- базисный: $Тпр_б = \frac{\Delta_б}{y_0} \cdot 100\% = \frac{y_i - y_0}{y_0} \cdot 100\%$

- цепной: $T_{пр_{ц}} = \frac{\Delta_{ц}}{y_{i-1}} \cdot 100\% = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100\%$

Кроме того, темп прироста можно рассчитать: как разность между темпом роста и 100 % или как разность между коэффициентом роста и 1 (единицей): $T_{пр_{б/ц}} = T_{б/ц} - 100\% = K_{б/ц} - 1$

5) *Абсолютное значение одного процента прироста* служит косвенной мерой базисного уровня. Представляет собой одну сотую часть базисного уровня, но одновременно представляет собой и отношение абсолютного прироста к соответствующему темпу роста:

$$A_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{T_{пр}} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100\%} = \frac{y_{i-1}}{100} = 0,01 \cdot y_{i-1}$$

6) *Средние уровни ряда* рассчитываются в зависимости от вида временного ряда:

- для интервальных рядов абсолютных показателей: $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$

- для моментных рядов с равными интервалами: $\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + y_n}{2}}{n-1}$

- для моментных рядов с неравными интервалами: $\bar{y} = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t}$

7) *Средний абсолютный прирост* (средняя скорость роста) определяется как средняя арифметическая из показателей скорости роста за отдельные периоды времени: $\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$

8) *Средний коэффициент роста* рассчитывается по формуле средней геометрической из показателей коэффициентов роста за отдельные периоды: $\bar{K} = \sqrt[n-1]{K_1 \cdot \dots \cdot K_{n-1}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$

9) *Средний темп роста* – это средний коэффициент роста, который выражается в процентах: $\bar{T} = \bar{K} \cdot 100\%$

10) *Средний темп прироста*: $\bar{T}_{пр} = \bar{T} - 100\% = (\bar{K} - 1) \cdot 100\%$

11) *Среднее абсолютное значение 1% прироста* определяется по формуле: $\bar{A} = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{T}_{пр}}$

Вопрос 3. Методы выявления и описания тренда

Компонентный состав ВР

Уровни ВР являются суммой двух составляющих: *систематической* (детерминированной, регулярной) и *случайной* (нерегулярной, непредсказуемой), не зависящей от времени.

Каждый уровень ВР может быть представлен как функция 4 факторов:

1) *долговременного*, формирующего общую тенденцию развития процесса (тренд), которая может быть выражена монотонной функцией (обозначается T_t , где t обозначает момент времени);

2) *сезонного*, формирующего повторяющиеся в определённые времена года колебания ВР (обозначается S_t);

3) циклического, формирующего изменения ВР под действием долговременных циклов (обозначается C_t);

4) случайного (обозначается E_t).

Факторы, под действием которых формируется случайная (нерегулярная) компонента, делятся на два вида: 1) факторы резкого, внезапного действия; 2) текущие факторы.

Первый тип факторов (например, стихийные бедствия, эпидемии и др.), как правило, вызывает более значительные отклонения по сравнению со случайными колебаниями – иногда такие отклонения называют катастрофическими колебаниями.

Факторы второго типа вызывают случайные колебания, являющиеся результатом действия большого числа побочных причин. Влияние каждого из текущих факторов незначительно, но ощущается их суммарное воздействие.

Конкретные функциональные взаимосвязи между этими компонентами могут иметь самый разный вид. Однако можно выделить два основных способа, с помощью которых они могут взаимодействовать – аддитивно и мультипликативно:

* Аддитивная модель: $y_t = T_t + S_t + C_t + E_t$

* Мультипликативная модель: $y_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot E_t$

* Модель смешанного типа: $y_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t + E_t$

Выбор одной из трех моделей осуществляется на основе анализа структуры сезонных колебаний. Если амплитуда колебаний приблизительно постоянна, строят аддитивную модель ВР, в которой значения сезонной компоненты предполагаются постоянными для различных циклов. Если амплитуда сезонных колебаний возрастает или

уменьшается, строят мультипликативную модель временного ряда, которая ставит уровни ряда в зависимость от значений сезонной компоненты.

Анализ и моделирование основной тенденции ВР

Под тенденцией среднего уровня понимают некоторое общее направление развития явления. Предполагается, что её можно описать некоторой математической функцией времени.

Методы выявления тренда

1) Методы механического сглаживания

Алгоритм для простых скользящих средних (если характерно линейное развитие)

1. Определить интервал сглаживания m ($m \leq n/3$).

2. Рассчитать средние арифметические из уровней ряда, входящих в интервал сглаживания:

Если $m=2p+1$, то $\bar{y}_t = \frac{y_{t-p} + \dots + y_t + \dots + y_{t+p}}{m}$

Если $m=2p$, то необходимо использовать центрирование, заключающееся в нахождении двух скользящих средних и определения средней из двух соседних средних.

Если используются поквартальные данные, то можно использовать формулу: $\bar{y}_t = \frac{\frac{1}{2}y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + \frac{1}{2}y_{t+2}}{4}$

Если помесечные, то : $\bar{y}_t = \frac{\frac{1}{2}y_{t-6} + y_{t-5} + \dots + y_t + \dots + y_{t+5} + \frac{1}{2}y_{t+6}}{12}$

Алгоритм для взвешенных скользящих средних (если характерно нелинейное развитие)

1. Для каждого участка сглаживания выбрать МНК-методом полином вида: $y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots$

2. Рассчитать взвешенные скользящие средние по формулам:

Если $m=5$, то $\bar{y}_t = \frac{1}{35}(-3y_{t-2} + 12y_{t-1} + 17y_t + 12y_{t+1} - 3y_{t+2})$

Если $m=7$, то $\bar{y}_t = \frac{1}{21}(-2y_{t-3} + 3y_{t-2} + 6y_{t-1} + 7y_t + 6y_{t+1} + 3y_{t+2} - 2y_{t+3})$

Если $m=9$, то $\bar{y}_t = \frac{1}{231}(-21y_{t-4} + 14y_{t-3} + 39y_{t-2} + 54y_{t-1} + 59y_t + 54y_{t+1} + 39y_{t+2} + 14y_{t+3} - 21y_{t+4})$

2) Методы аналитического выравнивания

Аналитическое выравнивание состоит из двух этапов:

- выбор типа кривой, описывающей ВР;
- оценка параметров кривой.

Выбор кривой может осуществляться:

1) графически;

2) методом последовательных разностей, когда вычисляются

$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$, $\Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1}$ и т.д.

Расчет ведется до тех пор, пока разности не будут примерно одинаковыми. Порядок разностей принимается за степень полинома, описывающего тренд.

3) экспоненциальное сглаживание, которое применяется при стабильных темпах роста

4) на основе сравнения коэффициентов автокорреляции 1-го порядка: если тренд линейный, то наибольшее значение будет у автокорреляционной функции (АКФ) 1-го порядка исходного ряда; если тренд – экспонента, то у АКФ 1-го порядка по логарифмам уровней исходного ряда.

Вопрос 4. Методы выявления и описания сезонной составляющей динамического ряда

Методы выявления периодических колебаний

- 1) По виду графика.
- 2) По значениям автокорреляционной функции.

Методы выявления сезонных колебаний

Сезонные колебания – периодические колебания внутри года. Они характеризуются *индексом сезонности* I_s , который показывает насколько в среднем значения показателя за каждый месяц (квартал) отличаются от среднего уровня. Совокупность индексов сезонности за несколько лет (не менее 3) образует *сезонную волну*.

Алгоритм:

1) Если ВР не содержит тренд:

Для каждого месяца (квартала) определяется средняя величина уровня \bar{y}_i , затем средний уровень для всего ряда \bar{y} и тогда $I_{Si} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\%$, $i = \overline{1,12}$ для помесечных данных, $i = \overline{1,4}$ для поквартальных данных.

2) Если ВР содержит тренд.

- для мультипликативной модели: найти тренд и вычислить расчётные значения \hat{y}_t ; определить показатели сезонности $f_t = \frac{y_t}{\hat{y}_t}$; индексы сезонности находятся как среднее по показателям сезонности f_t по одноименным периодам; проводится проверка, заключающаяся в определении среднего индекса сезонности \bar{I}_S (он должен быть равен 1; если $\bar{I}_S \neq 1$, то необходимо провести выравнивание индексов путем их умножения на поправочный коэффициент $\frac{1}{\bar{I}_S}$); прогнозирование осуществляется на основе уравнения: $y_t = I_{Si}\hat{y}_t + \varepsilon_t$;

- для аддитивной модели: найти тренд и вычислить расчётные значения \hat{y}_t ; определить показатели сезонности $g_t = y_t - \hat{y}_t$; индексы сезонности находятся как среднее по показателям сезонности g_t по одноименным периодам; проводится проверка, заключающаяся в определении среднего индекса сезонности \bar{I}_S (он должен быть равен 0; если $\bar{I}_S \neq 0$, то необходимо провести выравнивание индексов путем вычитания из полученных индексов их среднего значения); прогнозирование осуществляется на основе уравнения: $y_t = I_{Si} + \hat{y}_t + \varepsilon_t$.