



数据结构与算法

有心在 志所在
众志成城
大爱无疆

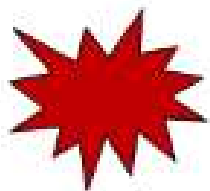


坚决打赢疫情防控阻击战！！

疫情面前，让我们一起努力！



栈的定义-总结



上述过程中，我们可以总结：
栈中增加元素时， $Top++$ ；
栈中减少元素时， $Top--$ 。

换句话说，栈的基础操作的关键是**Top**指针。

栈的特性：**后进先出**

如何在实际问题中，运用栈的特性。



23



栈与递归

- 递归的定义 若一个对象部分地包含它自己，或用它自己给自己定义，则称这个对象是递归的；若一个过程直接地或间接地调用自己，则称这个过程是递归的过程。

```
long Fact ( long n ) {  
    if ( n == 0) return 1;  
    else return n * Fact (n-1); }
```



栈与递归

- ✓有人送了我金、银、铜、铁、木五个宝箱，我想打开金箱子，却没有打开这个箱子的钥匙。
- ✓在金箱子上面写着一句话：“打开我的钥匙装在银箱子里。”
- ✓于是我来到银箱子前，发现还是没有打开银箱子的钥匙。
- ✓银箱子上也写着一句话：“打开我的钥匙装在铜箱子里。”
- ✓于是我再来到铜箱子前，发现还是没有打开铜箱子的钥匙。
- ✓铜箱子上也写着一句话：“打开我的钥匙装在铁箱子里。”
- ✓于是我又来到了铁箱子前，发现还是没有打开铁箱子的钥匙。
- ✓铁箱子上也写着一句话：“打开我的钥匙装在木箱子里。”



金银宝箱在手，奖品应有尽有



栈与递归

- ✓我来到木箱子前，打开了木箱，
- ✓并从木箱里拿出铁箱子的钥匙，打开了铁箱，
- ✓从铁箱里拿了出铜箱的钥匙，打开了铜箱，
- ✓再从铜箱里拿出银箱的钥匙打开了银箱，
- ✓最后从银箱里取出金箱的钥匙，打开了我想打开的金箱子。
- ✓晕吧.....很啰嗦地讲了这么长一个故事。

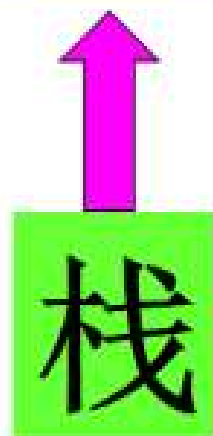
```
void FindKey ( 箱子 ) {  
    if ( 木箱子) return ;  
    else FindKey ( 下面的箱子 ) }
```



栈与递归

当多个函数构成嵌套调用时，遵循

后调用先返回





栈与递归

- 以下三种情况常常用到递归方法
 - 递归定义的数学函数
 - 具有递归特性的数据结构
 - 可递归求解的问题



栈与递归

1. 递归定义的数学函数:

- 阶乘函数:
$$Fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{若 } n = 0 \\ n \cdot Fact(n-1) & \text{若 } n > 0 \end{cases}$$
- 2阶Fibonacci数列:

$$Fib(n) = \begin{cases} 1 & \text{若 } n = 1 \text{ 或 } 2 \\ Fib(n-1) + Fib(n-2) & \text{其它} \end{cases}$$



栈与递归

用分治法求解递归问题

分治法：对于一个较为复杂的问题，能够分解成几个相对简单的且解法相同或类似的子问题来求解

必备三个条件

- 1、能将一个问题转变成一个新问题，而新问题与原问题的解法相同或类同，不同的仅是处理的对象，且这些处理对象是变化有规律的
- 2、可以通过上述转化而使问题简化
- 3、必须有一个明确的递归出口，或称递归的边界



栈与递归

分治法求解递归问题算法的一般形式:

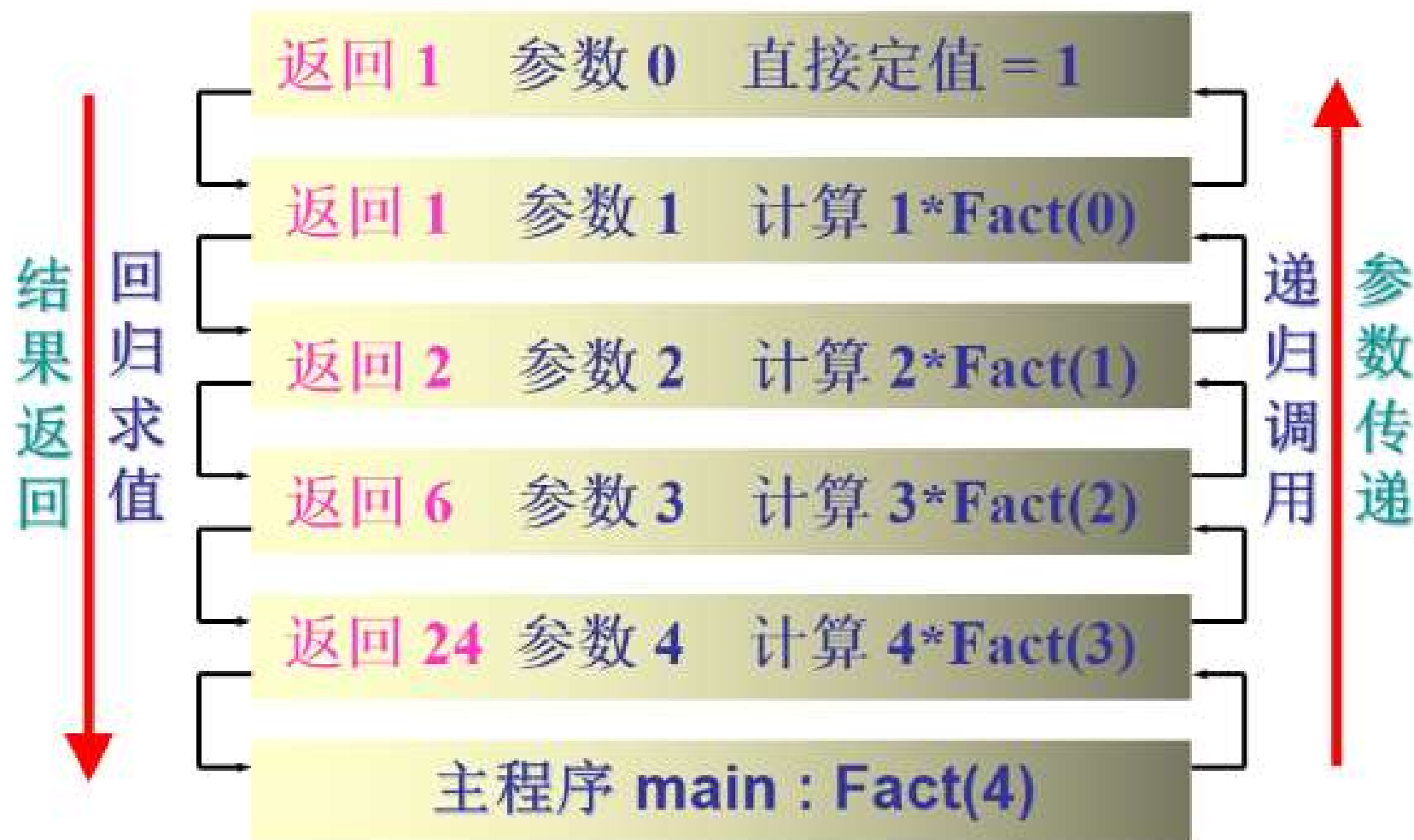
```
void p (参数表) {  
    if (递归结束条件) 可直接求解步骤; -----基本项  
    else p (较小的参数); -----归纳项  
}
```

```
long Fact ( long n ) {  
    if ( n == 0) return 1; //基本项  
    else return n * Fact (n-1); //归纳项}
```



求解阶乘 $n!$ 的过程

```
if ( n == 0 ) return 1;  
else return n * Fact (n-1);
```

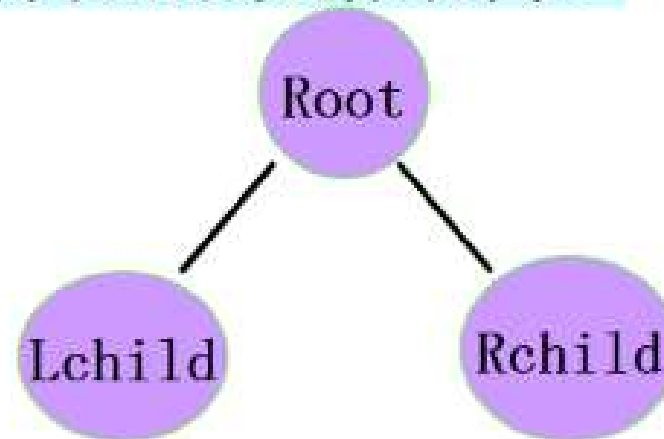




栈与递归

2. 具有递归特性的数据结构:

- 树



- 广义表

$A = (a, A)$

3. 可递归求解的问题:

- 迷宫问题 Hanoi塔问题



汉诺塔

栈上递归



在印度圣庙里，一块黄铜板上插着三根宝石针。
主神梵天在创造世界时，在其中一根针上穿好了由大到小的64片金片，这就是汉诺塔。
僧侣不停移动这些金片，一次只移动一片，小片必在大片上面。
当所有的金片都移到另外一个针上时，世界将会灭亡。

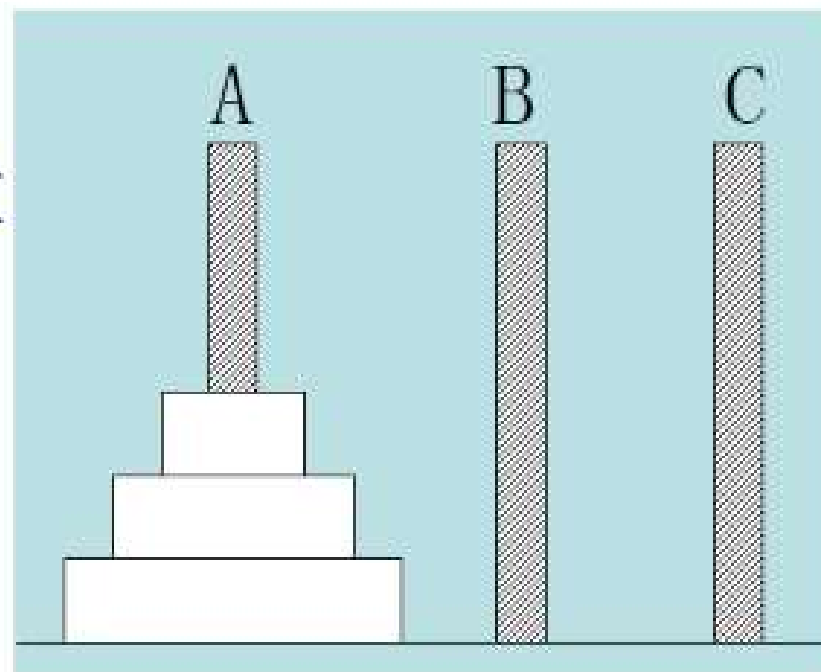


栈与递归

Hanoi塔问题

规则：

- (1) 每次只能移动一个圆盘
- (2) 圆盘可以插在A, B和C中的任一塔座上
- (3) 任何时刻不可将较大圆盘压在较小圆盘之上



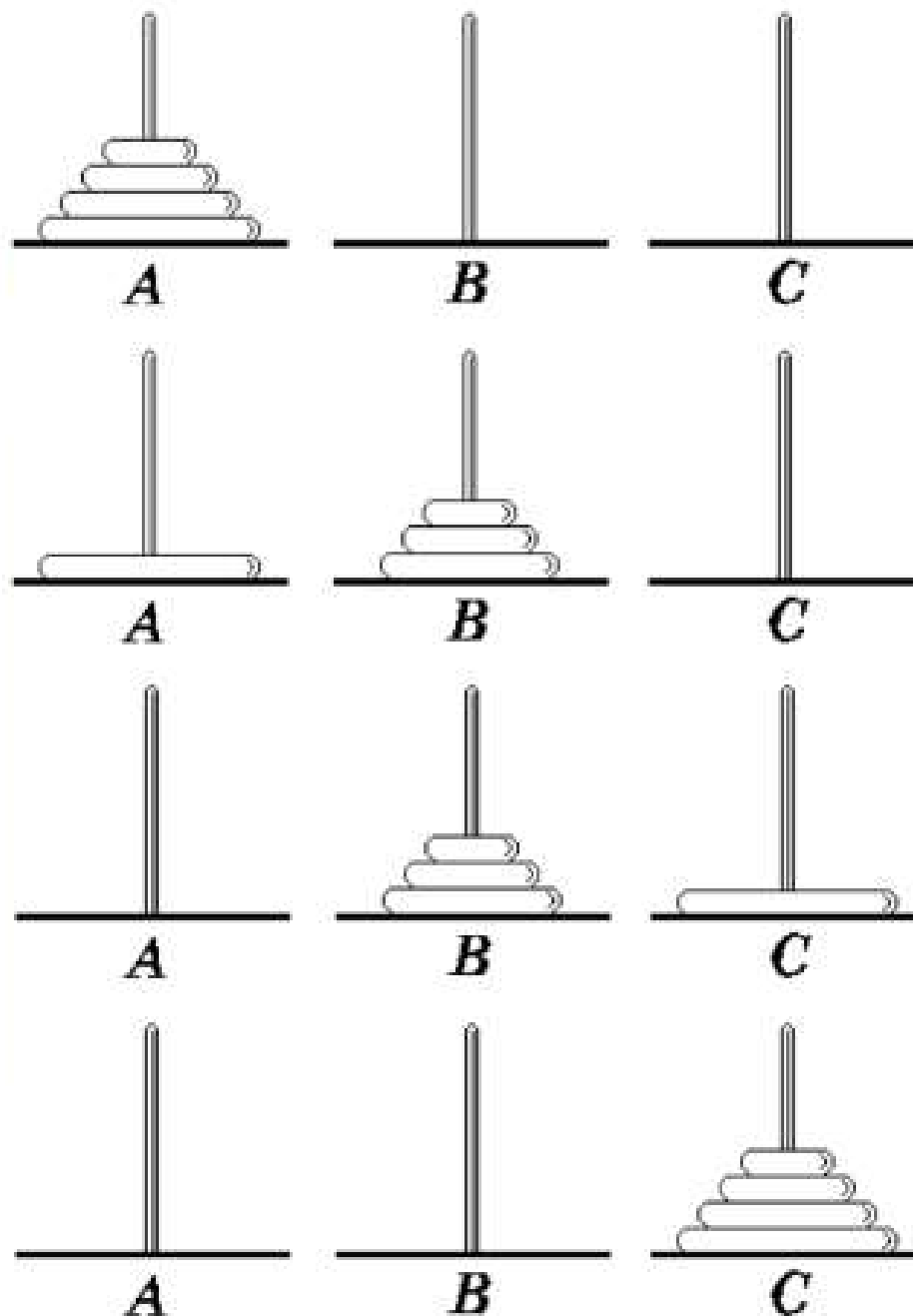
Hanoi塔问题

$n = 1$ ，则直接从 A 移到 C。否则

(1) 用 C 柱做过渡，将 A 的 $(n-1)$ 个移到 B

(2) 将 A 最后一个直接移到 C

(3) 用 A 做过渡，将 B 的 $(n-1)$ 个移到 C





跟踪程序，给出下列程序的运行结果，以深刻地理解递归的调用和返回过程

```
#include<iostream.h>
int c=0;
void move(char x,int n,char z)
{cout<<++c<<"<<n<<"<<x<<"<<z<<endl;}
void Hanoi(int n,char A,char B,char C)
{ if(n==1) move(A,1,C);
  else
  {Hanoi(n-1,A,C,B);
   move(A,n,C);
   Hanoi(n-1,B,A,C); }}
void main(){Hanoi(3,'a','b','c');}
```

```
1,1,a,c
2,2,a,b
3,1,c,b
4,3,a,c
5,1,b,a
6,2,b,c
7,1,a,c
```




栈与递归

递归的优缺点

优点：结构清晰，程序易读

缺点：每次调用要生成工作记录，保存状态信息，入栈；返回时要出栈，恢复状态信息。时间开销大。

递归→非递归



函数调用过程

栈与递归

调用前，系统完成：

- (1) 将**实参, 返回地址**等传递给被调用函数
- (2) 为被调用函数的**局部变量**分配存储区
- (3) 将控制转移到被调用函数的**入口**

调用后，系统完成：

- (1) 保存被调用函数的计算**结果**
- (2) 释放被调用函数的**数据区**
- (3) 依照被调用函数保存的**返回地址**将控制转移到调用函数



大家还记得？

数制转换是计算机实现计算和处理的基本问题。

比如，将十进制数**N**转换为**j**进制的数，其解决的方法很多，其中一个常用的算法是**除j取余法**。

其算法原理是：

$$N = (N \text{ div } j) * j + N \text{ mod } j$$

其中：**div**为整除，**mod**为求余



栈的应用

例如: $(1348)_{10} = (2504)_8$,

其运算过程如下:

计算顺序 ↓	n	n div 8	n mod 8	↑ 输出顺序
	1348	168	4	
	168	21	0	
	21	2	5	
	2	0	2	

由于上述计算过程与打印输出的过程相反。因此, 若将计算过程中得到的八进制数的各位顺序进栈, 则按出栈序列打印输出的即为与输入对应的八进制数。



栈的应用

★ 如何实现上述过程？

关键问题：

记录每次所得余数；
倒序输出这些余数。

栈的“后进先出”恰恰解
决了这个问题。



42



栈的应用

1. 算法思想如下:

- (1) 若 $N \neq 0$, 则将 $N \% j$ 取得的余数压入栈 s 中 , 执行 (2) ;
 若 $N=0$, 将栈 s 的内容依次出栈, 算法结束。
- (2) 用 N / j 代替 N ;
- (3) 当 $N > 0$, 则重复步骤 (1)、 (2) 。

主观题 0.5分

请大家尝试用类C语言描述上述算法。



栈的应用

2. 算法的实现:

```
(1) void conversion( ) { //十进制转换为等值的八进制
(2) Initstack(S);
(3) scanf ("%d",N);
(4) while(N){
(5)     Push(S,N%8);
(6)     N=N/8;
(7) }
(8) while(! StackEmpty(S)){
(9)     Pop(S,e);
(10)    printf("%d",e);
    }
}
```




栈的应用

栈的其他应用

括号匹配的检验

表达式求值

栈的应用，离不开“**后进先出**”。

