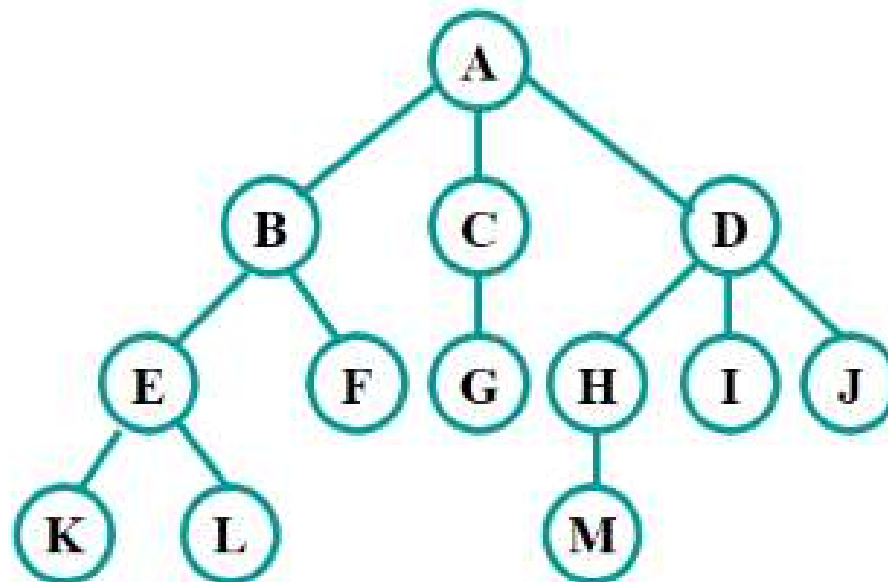
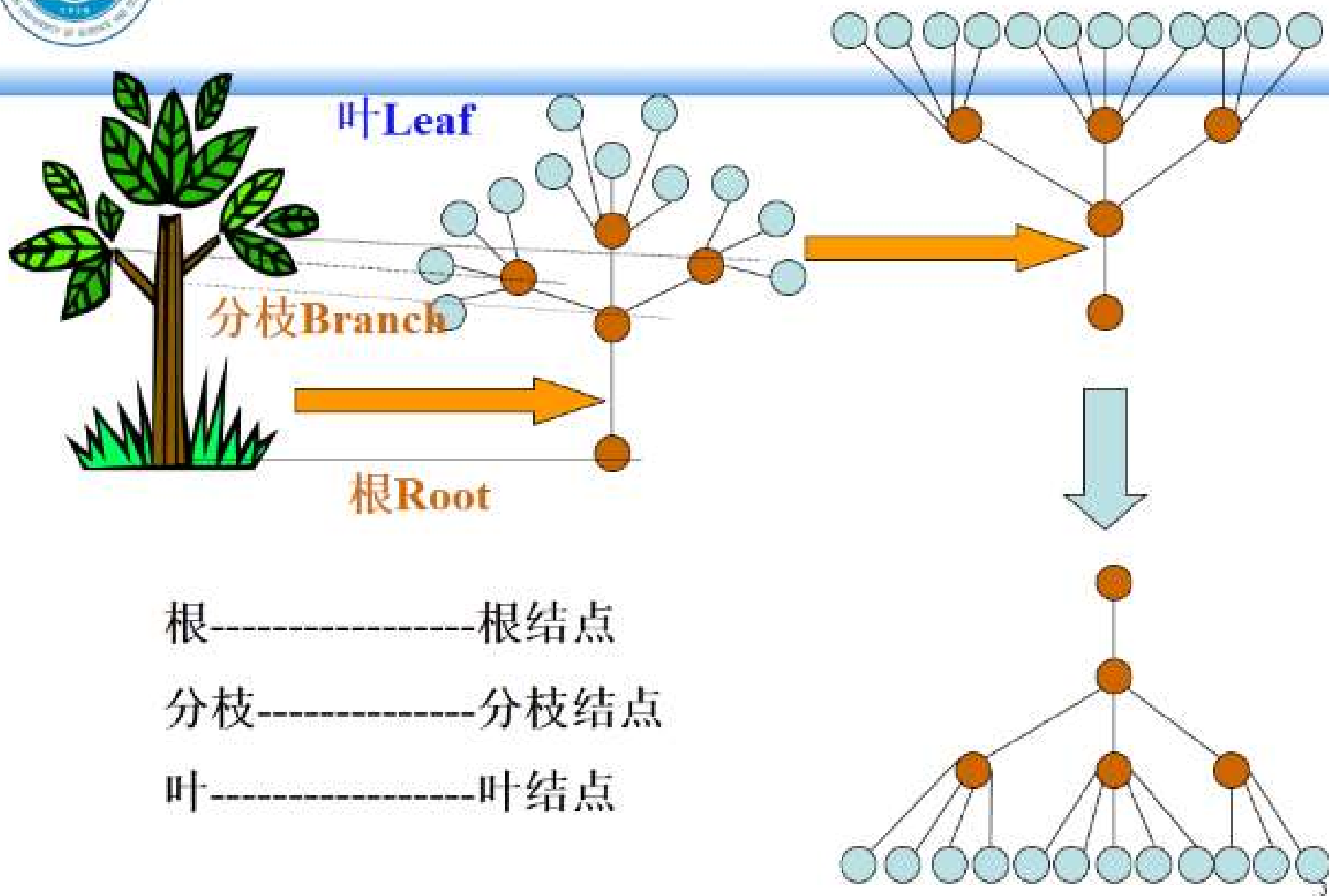


填空题 5分

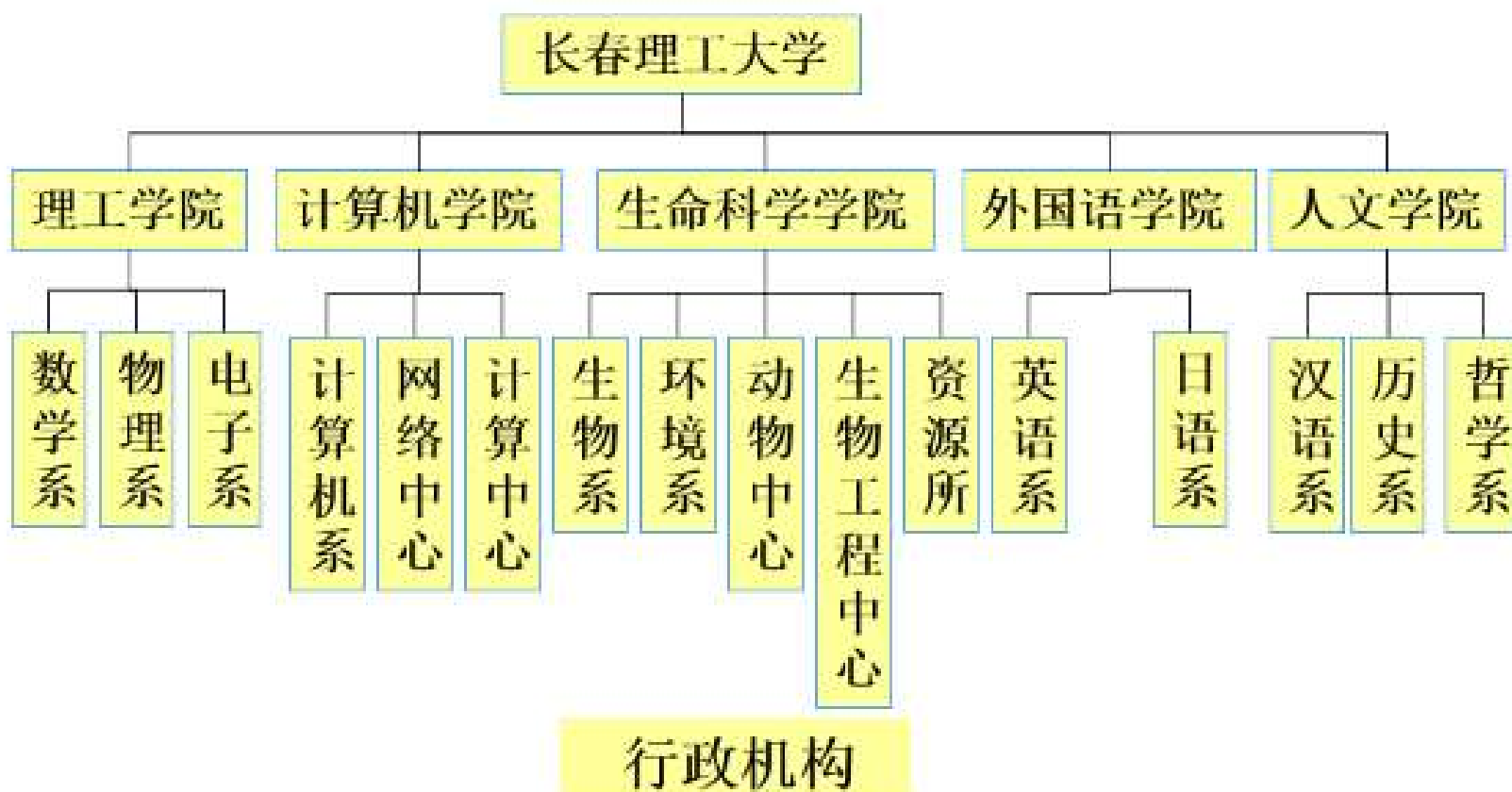
结点**B**的度 [填空1]、结点**I**的双亲 [填空2]、
结点**B**，**C**，**D**为 [填空3]、结点**F**，**G**为 [填空4]、树的深度 [填空5]。







树形结构是一种非线性结构，应用十分广泛。
如：行政机构、家谱、磁盘目录等





树的基本概念

❖ 术语主要来源于家谱和树：

双亲、父母（**Parent**）；子女、孩子（**Child**）：

若 $\langle a, b \rangle \in R$ ，则称 a 是 b 的双亲， b 是 a 的子女(孩子)。

叶结点（**Leaf**）：度为0的结点；

分枝结点（**Branch node**）：度大于0的结点；

结点度（**Degree**）：该结点所拥有的子女数；

树的度：树内各结点度的最大值；

结点的层次（**Level**）：设根结点的层次为1，其它任一结点所在的层次是其双亲的层次加1；



树的基本概念

深度 (Depth)：树中结点的最大层次；或称为高；

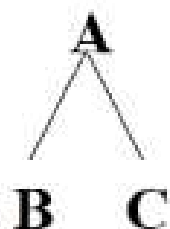
兄弟 (Sibling)：具有同一双亲的结点互称兄弟；

堂兄弟 (Cousin)：双亲在同一层的结点之间互称堂兄弟；

路径 (Path)：如果有结点序列 $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ ，并且前1个结点是后1个结点的双亲；它的长度是 $k-1$ ；

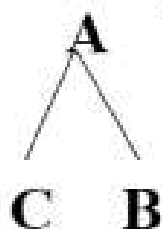
祖先、后代 (ancestor)：一个结点是它所有子树中的结点的祖先，这些结点是它的后代(子孙)；

有序树 (Ordered tree)：每个结点的子女由左到右是有次序的称有序树；否则是无序树；



无序

有序





树的基本概念

❖ **树的定义**：树是 n ($n \geq 0$) 结点的有限集，

在任意非空树中：

- (1) 有且仅有一个特定的结点称为根 (**Root**) 的结点.
- (2) 当 $n > 1$ 时，其余的结点可分为 m 个互不相交的子集 T_1, T_2, \dots, T_m ，每个子集又都是树，称为根的子树 (**Sub tree**) .

树的定义具有递归性



树的基本概念

❖ 抽象数据类型树的定义:

ADT Tree{

数据对象D: D是具有相同特性的数据元素的集合。

数据关系R: 若D为空集, 则称为**空树**;
若D仅含一个数据元素, 则R为空集, 否则 $R=\{H\}$, H是如下二元关系:

- (1) 在D中存在唯一的称为根的数据元素root, 它在关系H下无前驱;
- (2) 若 $D-\{\text{root}\} \neq \emptyset$ 则存在 $D-\{\text{root}\}$ 的一个划分 $D_1, D_2, \dots, D_m, (m>0)$, 对任意 $j \neq k (1 \leq j, k \leq m)$ 有 $D_j \cap D_k = \emptyset$, 且对任意的 $i (1 \leq i \leq m)$, 唯一存在数据元素 $x_i \in D_i$, 有 $\langle \text{root}, x_i \rangle \in H$;



树的基本概念

(3) 对应于 $D - \{\text{root}\}$ 的划分, $H = \{\langle \text{root}, x_1 \rangle, \dots, \langle \text{root}, x_m \rangle\}$ 有唯一的一个划分 $H_1, H_2, \dots, H_m (m > 0)$, 对任意 $j \neq k (1 \leq j, k \leq m)$ 有 $H_j \cap H_k = \emptyset$, 且对任意 $i (1 \leq i \leq m)$, H_i 是 D_i 上的二元关系, $(D_i, \{H_i\})$ 是一棵符合本定义棵树, 称为根 root 的子树。

基本操作:

`InitTree(&T)`

操作结果: 构造空树 T 。

`DestroyTree(&T)`

初始条件: 树 T 存在。

操作结果, 销毁树 T 。



树的基本概念

CreateTree(&T, definition)

初始条件: definition给出树T的定义。

操作结果: 按definition构造树T。

ClearTree(&T)

初始条件: 树T存在。

操作结果: 将树T清为空树。

TreeEmpty(T)

初始条件: 树T存在。

操作结果: 若T为空树, 则返回TRUE, 否则FALSE。

TreeDepth(T)

初始条件: 树T存在。

操作结果: 返回T的深度。



树的基本概念

Root (T)

初始条件：树T存在。

操作结果：返回T的根。

Value(T, cur_e)

初始条件：树T存在，cur_e是T中某个结点。

操作结果：返回cur_e的值。

Assign(T, cur_e, value)

初始条件：树T存在，cur_e是T中某个结点。

操作结果：结点cur_e 赋值为value。

Parent(T, cur_e)：

初始条件：树T存在，cur_e是T中某个结点。

操作结果：若cur_e是T的非根结点，则返回它的双亲，
否则返回“空”。



树的基本概念

`LeftChild(T, cur_e);`

初始条件：树T存在，`cur_e`是T中某个结点。

操作结果：若`cur_e`是T的非叶子结点，则返回它的最左孩子，否则返回“空”。

`RightSibling(T, cur_e);`

初始条件：树T存在，`cur_e`是T中某个结点。

操作结果：若`cur_e`有右兄弟，则返回它的右兄弟，否则返回“空”。



树的基本概念

`InsertChild(&T, &P, i, c);`

初始条件：树T存在, p指向T中某个结点, i指结点的度,
非空树c与T不相交。

操作结果：插入c为T中p所指结点的第i棵子树。

`DeleteChild(&T, &p, i);`

初始条件：树T存在, p指向T中某个结点, i指结点的度,
操作结果：删除T中p所指结点的第i棵子树。

`TraverseTree(T);`

初始条件：树T存在。

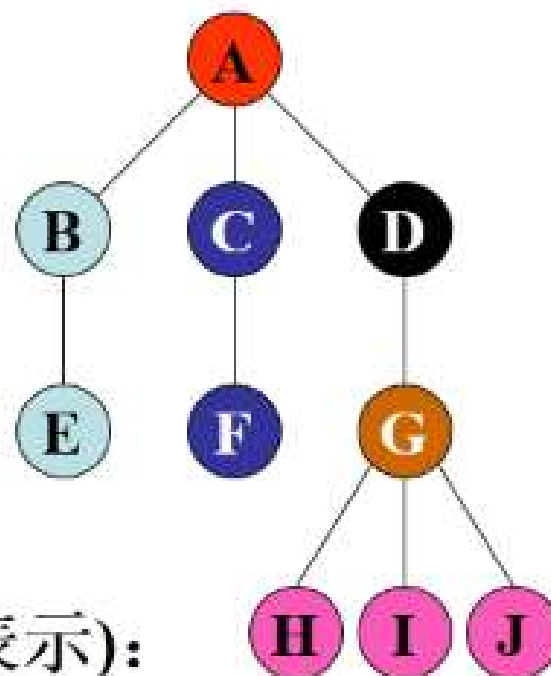
操作结果：按某种次序对T的每个结点进行遍历。

}ADT Tree

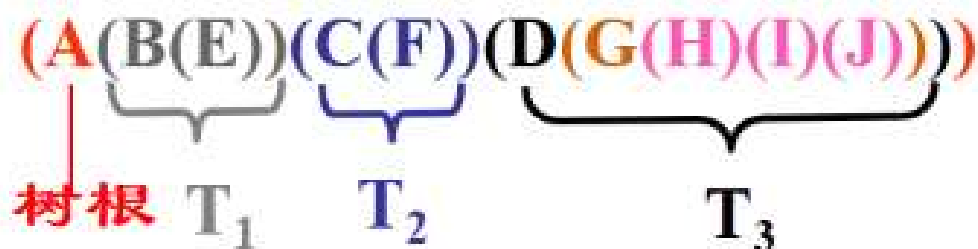
6.1 树 (Tree) 的定义和基本术语

❖ 树的表示方法:

1. 树形表示:

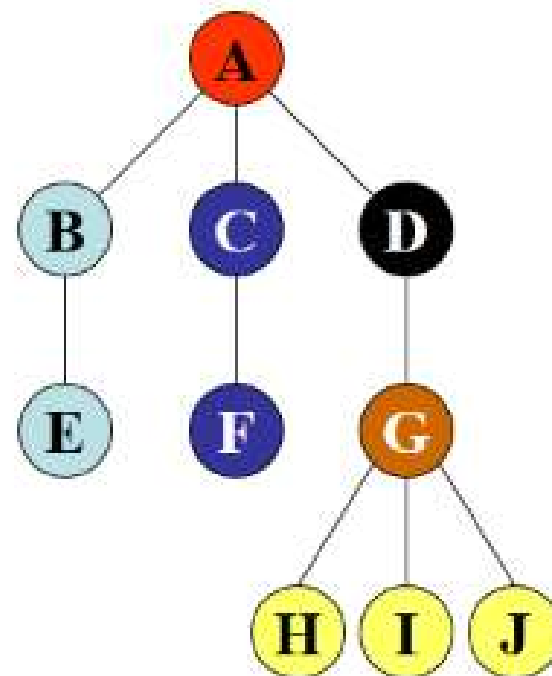
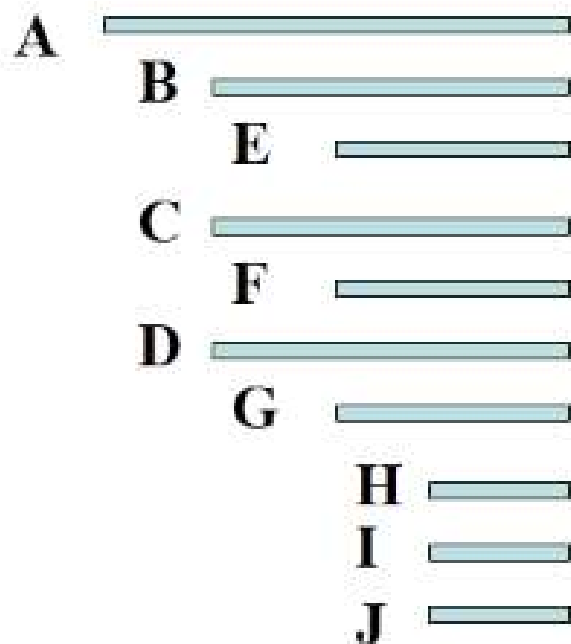


2. 括号表示(广义表表示):



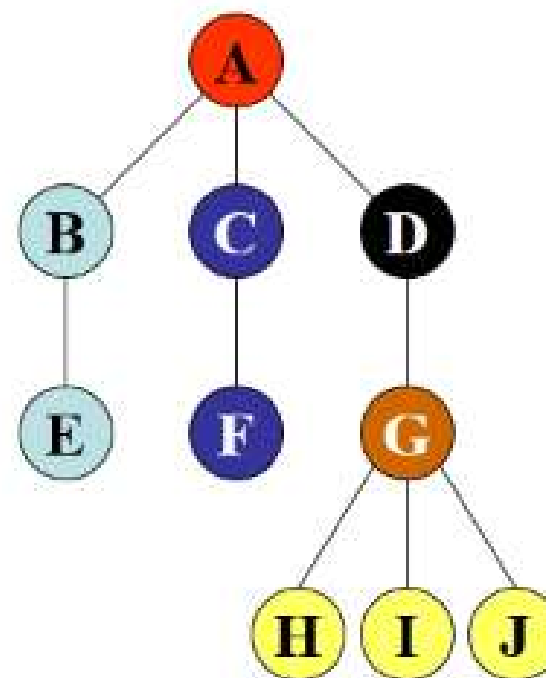
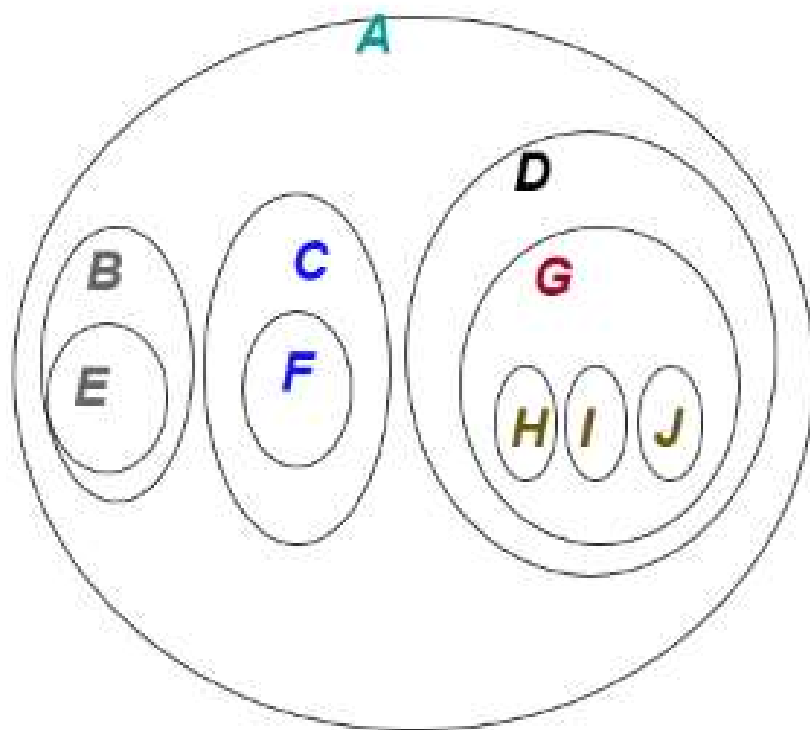
6.1 树 (Tree) 的定义和基本术语

3. 凹入表表示(目录表示法):



6.1 树 (Tree) 的定义和基本术语

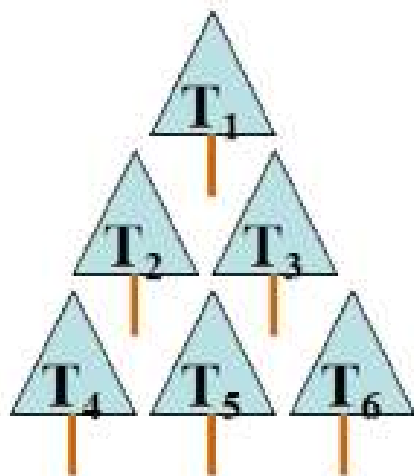
4. 文氏图表示(集合表示):



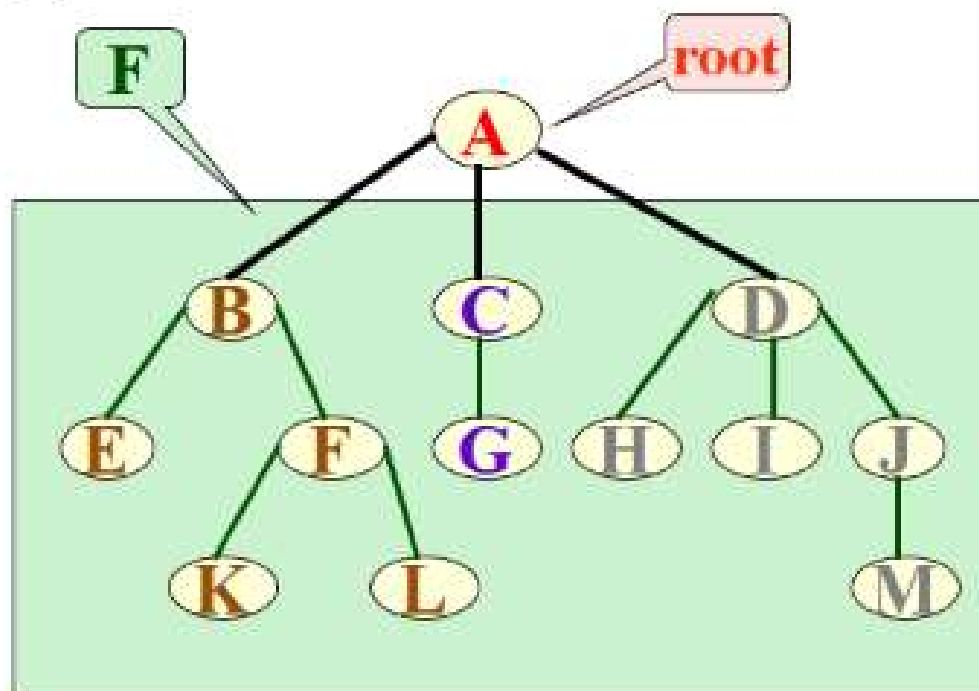


树的基本概念

❖ **森林 (Forest)** : 是 $m(m \geq 0)$ 棵互不相交的树的集合



(例如删除树根后的子树构成一个森林)



任何一棵非空树是一个二元组 **Tree = (root, F)**
其中: **root** 被称为根结点, **F** 被称为子树森林



二叉树的基本概念

6.2.1 二叉树的定义

二叉树：是 n ($n \geq 0$) 结点的有限集，在任意非空树中：

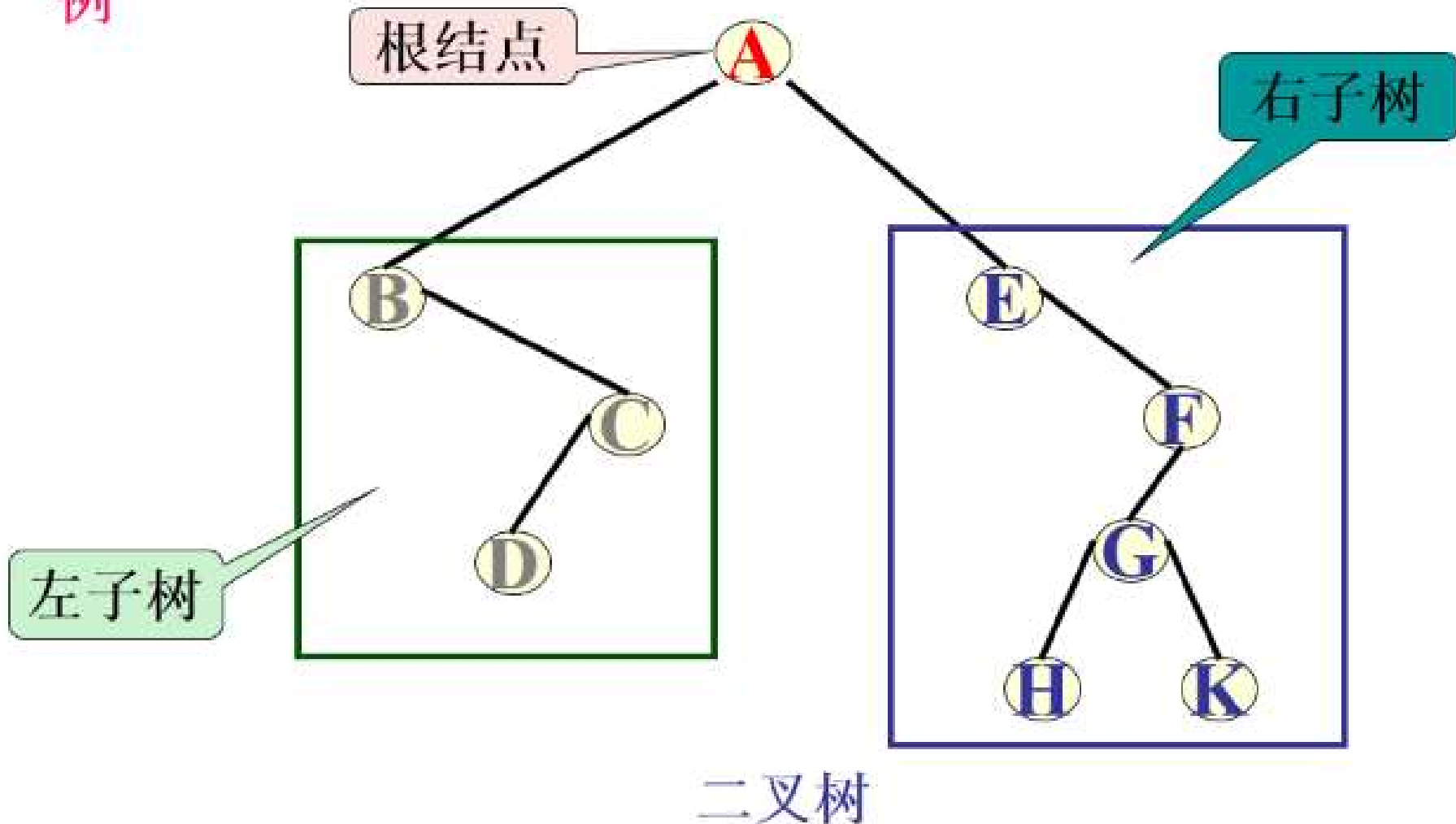
- (1) 有且仅有一个特定的称为根 (**Root**) 的结点；
- (2) 当 $n > 1$ 时，其余的结点最多分为2个互不相交的子集 T_1 , T_2 ，每个又都是二叉树，分别称为根的**左子树**和**右子树**。

二叉树是另一种树形结构。



二叉树的基本概念

例



具有3个结点的二叉树可能有几种不同形态？

A 1

B 2

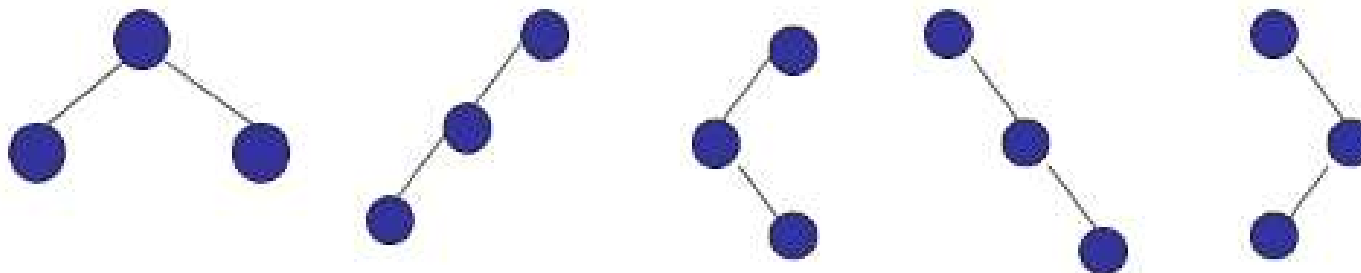
C 3

D 5



二叉树的基本概念

具有3个结点的二叉树可能有几种不同形态？





二叉树的性质

性质1: 在二叉树的第 i 层最多有 2^{i-1} 个结点($i \geq 1$).

用归纳法证明:

归纳基: $i = 1$ 层时, 只有一个根结点, $2^{i-1} = 2^0 = 1$;

归纳假设: $i = k$ 时命题成立;

归纳证明: $i = k+1$ 时, 二叉树上每个结点至多有两棵子树,
则第 i 层的结点数
 $= 2^{k-1} \times 2 = 2^{(k+1)-1} = 2^{i-1}$ 。



二叉树的性质

性质2: 深度为 k 的二叉树最多有 $2^k - 1$ 个结点 ($k \geq 1$).

证明:

基于性质1, 深度为 k 的二叉树上的
结点数最多为

$$2^0 + 2^1 + \dots + 2^{k-1} = 2^k - 1$$



二叉树的性质

性质3: 任一二叉树, 若叶结点数是 n_0 , 度为2的结点数是 n_2 , 则 $n_0 = n_2 + 1$

证明:

设 二叉树上结点总数 $n = n_0 + n_1 + n_2$

又 二叉树上分支总数 $b = n_1 + 2n_2$

而 $b = n - 1 = n_0 + n_1 + n_2 - 1$

由此, $n_0 = n_2 + 1$