第 3 章 确定性推理方法

第 3 章　确定性推理方法

- 前面讨论了把知识用某种模式表示出来存储到计算机中去。但是，为使计算机具有智能，还必须使它具有思维能力。推理是求解问题的一种重要方法。因此，推理方法成为人工智能的一个重要研究课题。
- 下面首先讨论关于推理的**基本概念**，然后着重介绍**鲁宾逊归结原理**及其在机器定理证明和问题求解中的应用。鲁宾逊归结原理使定理证明能够在计算机上实现。

第 3 章　确定性推理方法

ÖªÊ¶ → ÖÇÄÜ?

ÍÆ Àí

×ÔÈ»ÑÝÒï ÍÆÀí

¹é ½áÑÝÒï ÍÆÀí

Óë/»ò ÐÎ ÑÝÒïÍÆÀí

£ ... ÍÆÀí£©

²» È·¶¨ ÐÔÍÆÀí

第 3 章　确定性推理方法

- 3.1　推理的基本概念
- 3.2　自然演绎推理
- 3.3　谓词公式化为子句集的方法
- 3.4　鲁宾逊归结原理
- 3.5　归结反演
- 3.6　应用归结反演求解问题

归结演绎推理

- ✓ 3.1　推理的基本概念
- □ 3.2　自然演绎推理
- □ 3.3　谓词公式化为子句集的方法
- □ 3.4　鲁宾逊归结原理
- □ 3.5　归结反演
- □ 3.6　应用归结反演求解问题

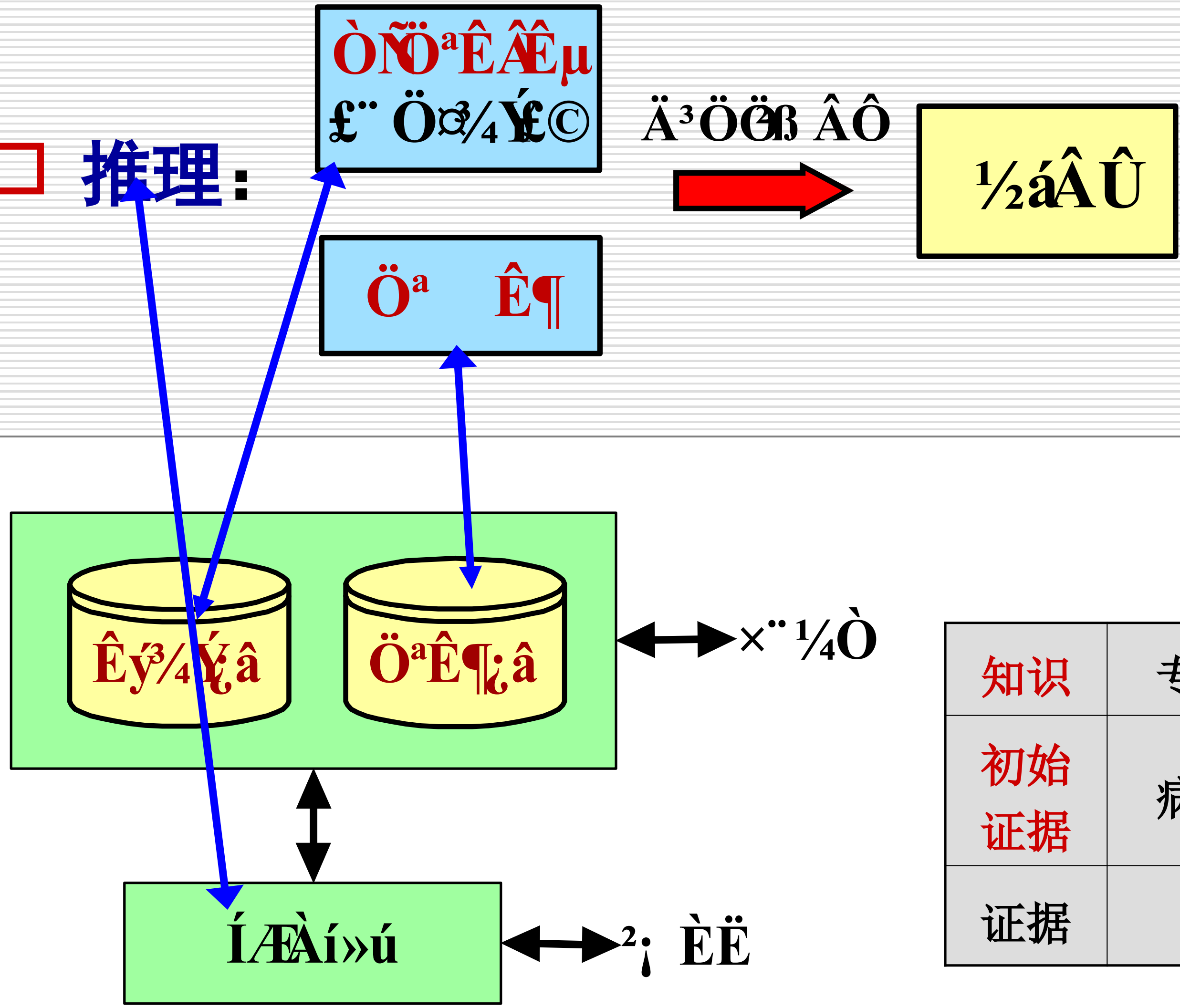
归结演绎推理

3.1 推理的基本概念

- **3.1.1 推理的定义**
- **3.1.2 推理方式及其分类**
- **3.1.3 推理的方向**
- **3.1.4 冲突消解策略**

3.1.1 推理的定义

- 推理：



医疗专家系统

知识	专家的经验、医学常识
初始证据	病人的症状、化验结果
证据	中间结论

3.1 推理的基本概念

- **3.1.1 推理的定义**
- **3.1.2 推理方式及其分类**
- **3.1.3 推理的方向**
- **3.1.4 冲突消解策略**

3.1.2 推理方式及其分类

1. 演绎推理、归纳推理、默认推理

（1）**演绎推理** (deductive reasoning)： 一般 ➜ 个别

- **三段论式**（三段论法）

① 足球运动员的身体都是强壮的；（大前提）

② 高波是一名足球运动员；（小前提）

③ 所以，高波的身体是强壮的。（结　论）

3.1.2 推理方式及其分类

1. 演绎推理、归纳推理、默认推理

（2）**归纳推理** (inductive reasoning): 个别 → 一般

完全归纳推理（必然性推理）

不完全归纳推理（非必然性推理）

检查全部产品合格 $\xrightarrow{\text{完全归纳推理}}$ 该厂产品合格

检查全部样品合格 $\xrightarrow{\text{不完全归纳推理}}$ 该厂产品合格

3.1.2 推理方式及其分类

1. 演绎推理、归纳推理、默认推理

（3）**默认推理**（default reasoning，缺省推理）

- 知识不完全的情况下假设某些条件已经具备所进行的推理。

A 成立

B 成立？

（默认 B 成立）

→ 结 论

制造鸟笼

鸟会飞？

（默认成立）

→ 鸟笼要有盖子

3.1.2 推理方式及其分类

2. 确定性推理、不确定性推理

（1）**确定性推理**：推理时所用的知识与证据都是确定的，推出的结论也是确定的，其真值或者为真或者为假。

命题逻辑、一阶谓词逻辑

（2）**不确定性推理**：推理时所用的知识与证据不都是确定的，推出的结论也是不确定的。

不确定性推理
- 似然推理（概率论）
- 近似推理或模糊推理（模糊逻辑）

3. 单调推理、非单调推理

① **单调推理**：随着推理向前推进及新知识的加入，推出的结论越来越接近最终目标。

基于经典逻辑的演绎推理

② **非单调推理**：由于新知识的加入，不仅没有加强已推出的结论，反而要否定它，使推理退回到前面的某一步，重新开始。

默认推理是非单调推理

X：鸟 → X：不会飞 →

↑

X：企鹅

3.1.2 推理方式及其分类

4．启发式推理、非启发式推理

- **启发性知识**：与问题有关且能**加快**推理过程、**提高**搜索效率的知识。

- 目标：在脑膜炎、肺炎、流感中选择一个
- 产生式规则

  r_1：脑膜炎

  r_2：肺 炎

  r_3：流 感

危险性

流行性

- 启发式知识：“脑膜炎危险”、“目前正在盛行流感”。

3.1 推理的基本概念

- **3.1.1 推理的定义**
- **3.1.2 推理方式及其分类**
- **3.1.3 推理的方向**
- **3.1.4 冲突消解策略**

3.1.3 推理的方向

求解方法 + 控制策略 = 质量与效率

推理方向

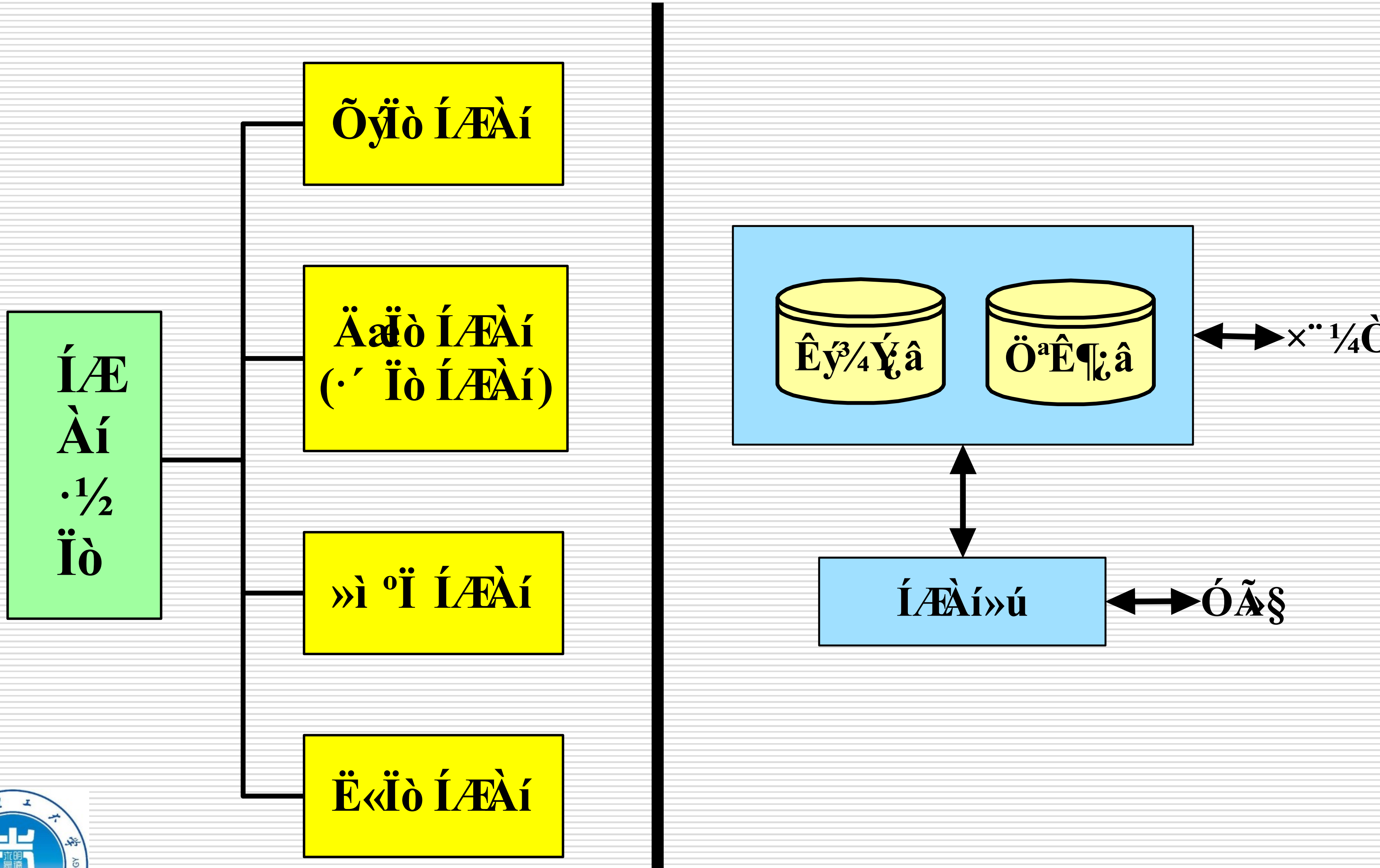
搜索策略

冲突消解策略

求解策略

……

3.1.3 推理的方向


ÍÆÀí·½Ïò
ÕýÏò ÍÆÀí
ÄæÏò ÍÆÀí
(·´ Ïò ÍÆÀí)
»ìºÏ ÍÆÀí
Ë«Ïò ÍÆÀí
Êý¾Ý¿â
ÖªÊ¶¿â
×¨¼Ò
ÍÆÀí»ú
ÓÃ»§

3.1.3 推理的方向

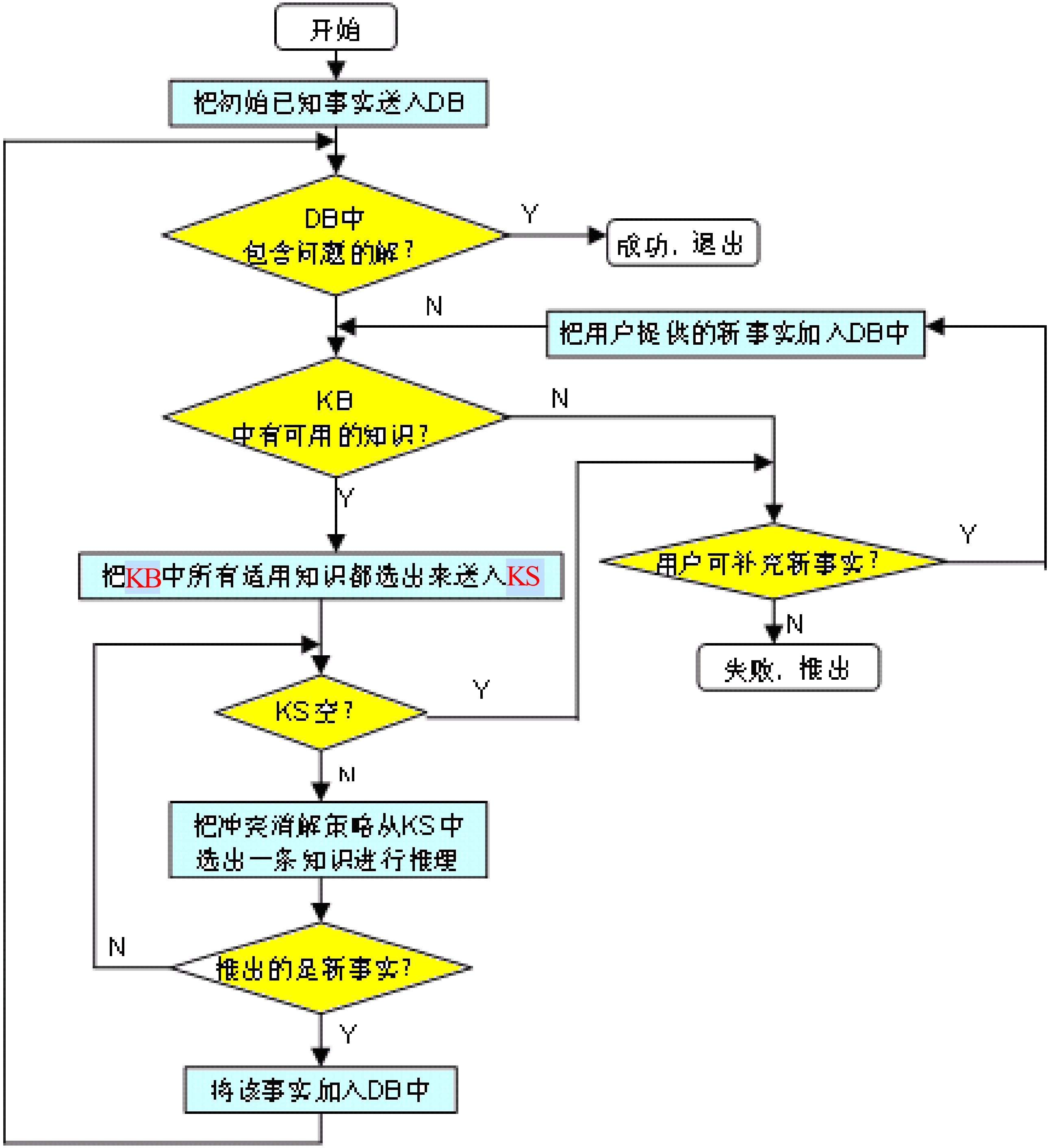
1. 正向推理

- 正向推理（事实驱动推理）：已知事实 → 结论
- 基本思想

（1）从初始已知事实出发，在知识库 *KB* 中找出当前可适用的知识，构成可适用知识集 *KS* 。

（2）按某种冲突消解策略从 *KS* 中选出一条知识进行推理，并将推出的新事实加入到数据库 *DB* 中作为下一步推理的已知事实，再在 *KB* 中选取可适用知识构成 *KS* 。

（3）重复（2），直到求得问题的解或 *KB* 中再无可适用的知识。


开始
把初始已知事实送入DB
DB中
包含问题的解？
Y
成功，退出
N
把用户提供的新事实加入DB中
KB
中有可用的知识？
N
Y
用户可补充新事实？
Y
N
失败，推出
把KB中所有适用知识都选出来送入KS
KS空？
Y
N
把冲突消解策略从KS中
选出一条知识进行推理
N
推出的是新事实？
Y
将该事实加入DB中

3.1.3 推理的方向

1. 正向推理

- 实现正向推理需要解决的问题：
  - 确定匹配（知识与已知事实）的方法
  - 按什么策略搜索知识库
  - 冲突消解策略
- 正向推理简单，易实现，但目的性不强，效率低。

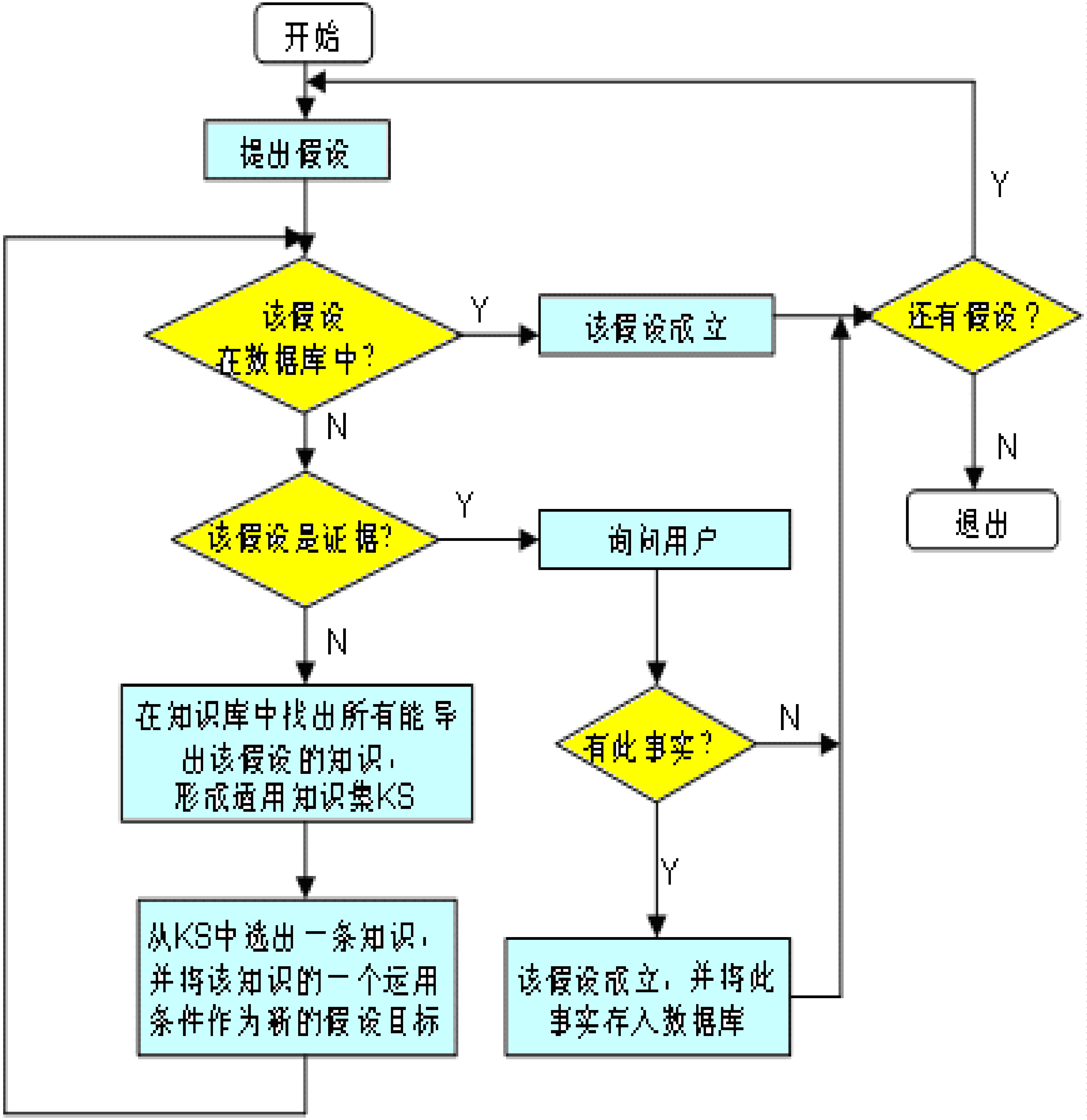
2. 逆向推理

- 逆向推理（目标驱动推理）：以某个假设目标作为出发点
- 基本思想：

① 选定一个假设目标

② 寻找支持该假设的证据，若所需的证据都能找到，则原假设成立；

③ 若无论如何都找不到所需要的证据，说明原假设不成立的；为此需要另作新的假设



开始
提出假设
该假设
在数据库中?
Y
该假设成立
还有假设?
Y
N
退出
N
该假设是证据?
Y
询问用户
N
在知识库中找出所有能导
出该假设的知识,
形成適用知识集KS
有此事实?
N
Y
从KS中选出一条知识,
并将该知识的一个运用
条件作为新的假设目标
该假设成立,并将此
事实存入数据库

2. 逆向推理

- **逆向推理需要解决的问题：**
  - 如何判断一个假设是否是证据？
  - 当导出假设的知识有多条时，如何确定先选哪一条？
  - 一条知识的运用条件一般都有多个，当其中的一个经验证成立后，如何自动地换为对另一个的验证？
  - ……..
- **逆向推理：**
  - 目的性强，利于向用户提供解释，
  - 但选择初始目标时具有盲目性，比正向推理复杂。

3.1.3 推理的方向

3. 混合推理

- **正向推理：** 盲目、效率低
- **逆向推理：** 若提出假设目标不符合实际，会降低效率

- **正反向混合推理：**

① 已知事实不充分

② 正向推理推出的结论可信度不高

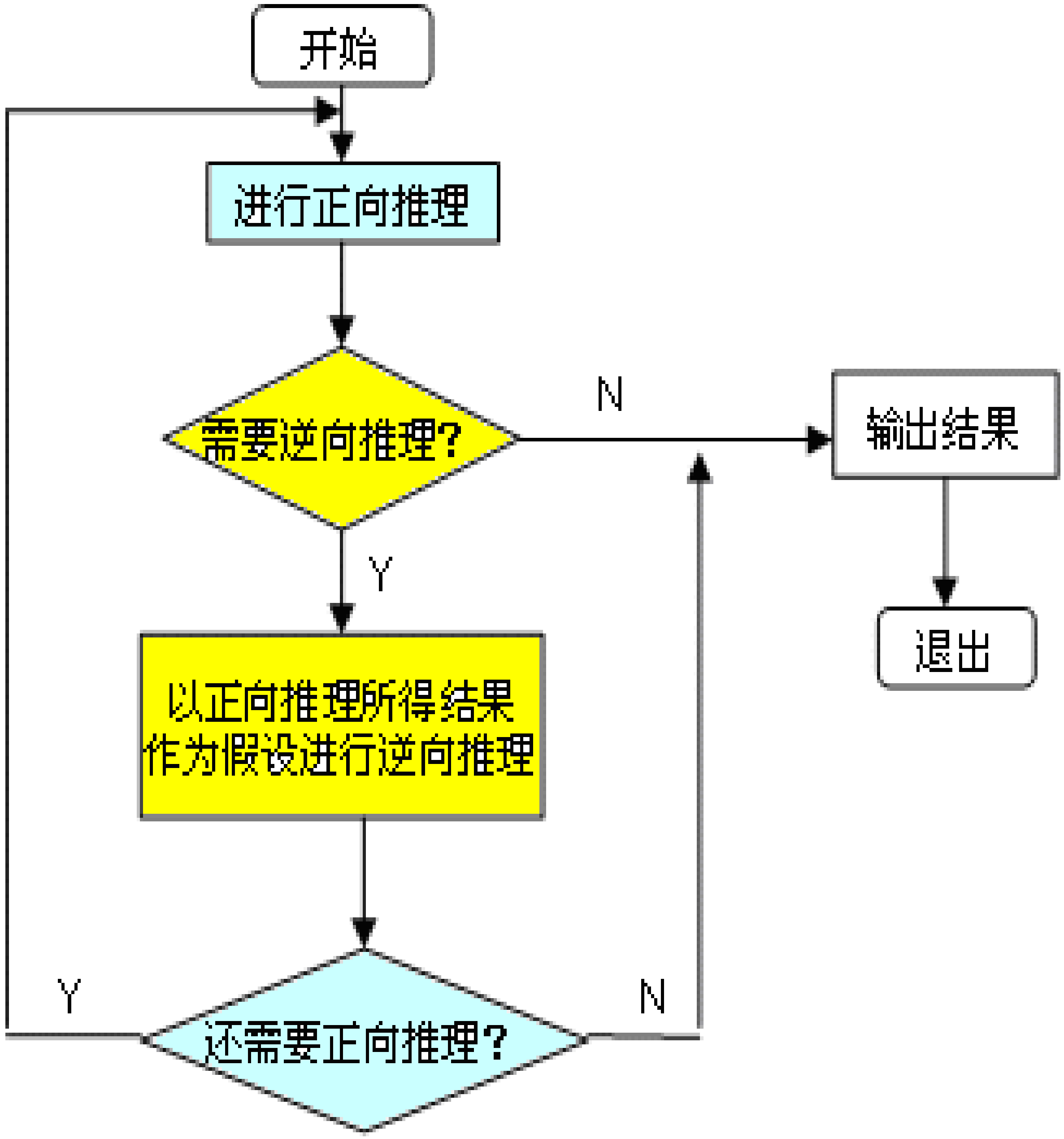
③ 希望得到更多的结论

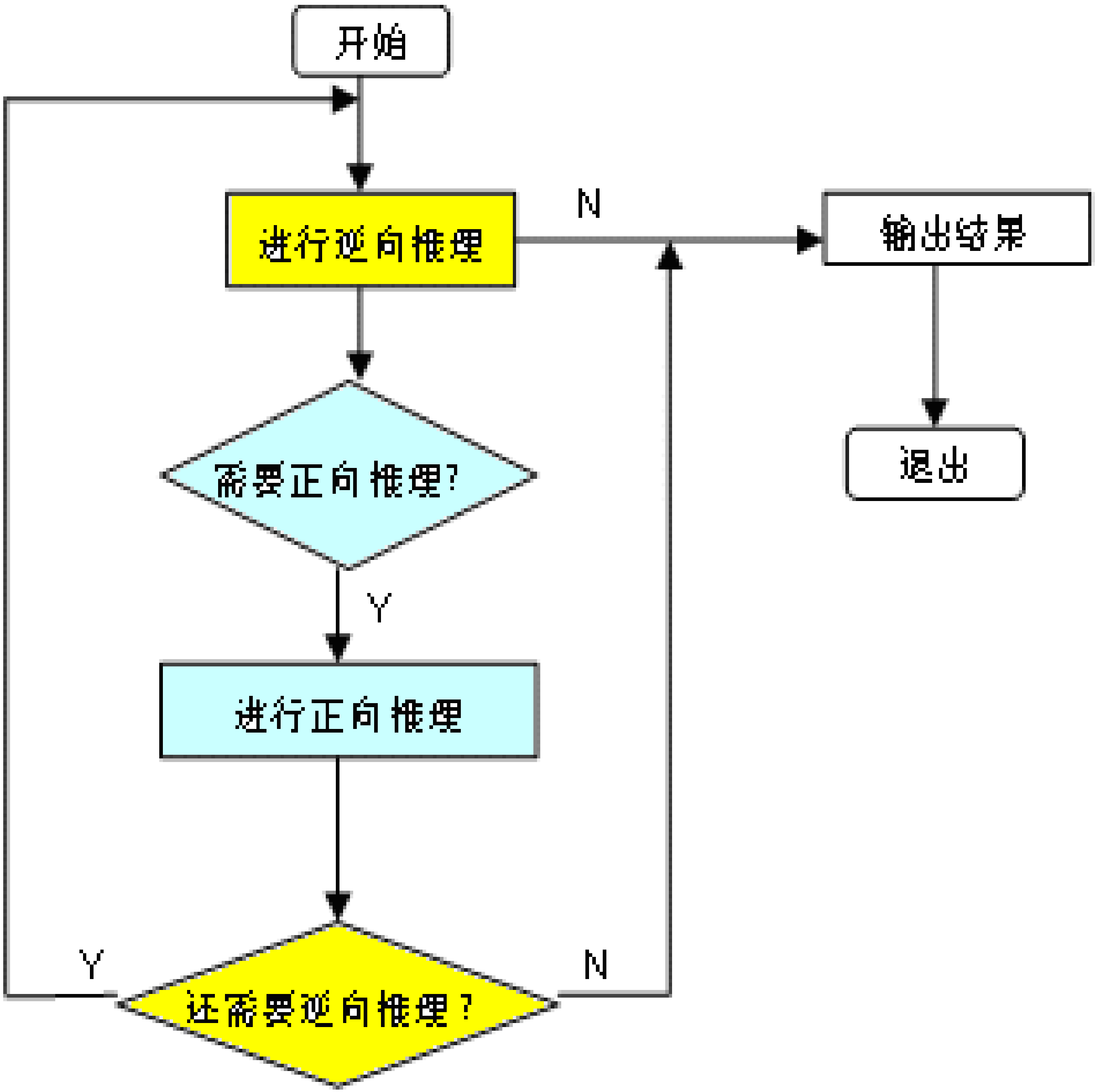
3. 混合推理

- **正反向混合推理：**

①先正向后逆向：先进行正向推理，帮助选择某个目标，即从已知事实演绎出部分结果，然后再用逆向推理**证实该目标**或**提高其可信度**；

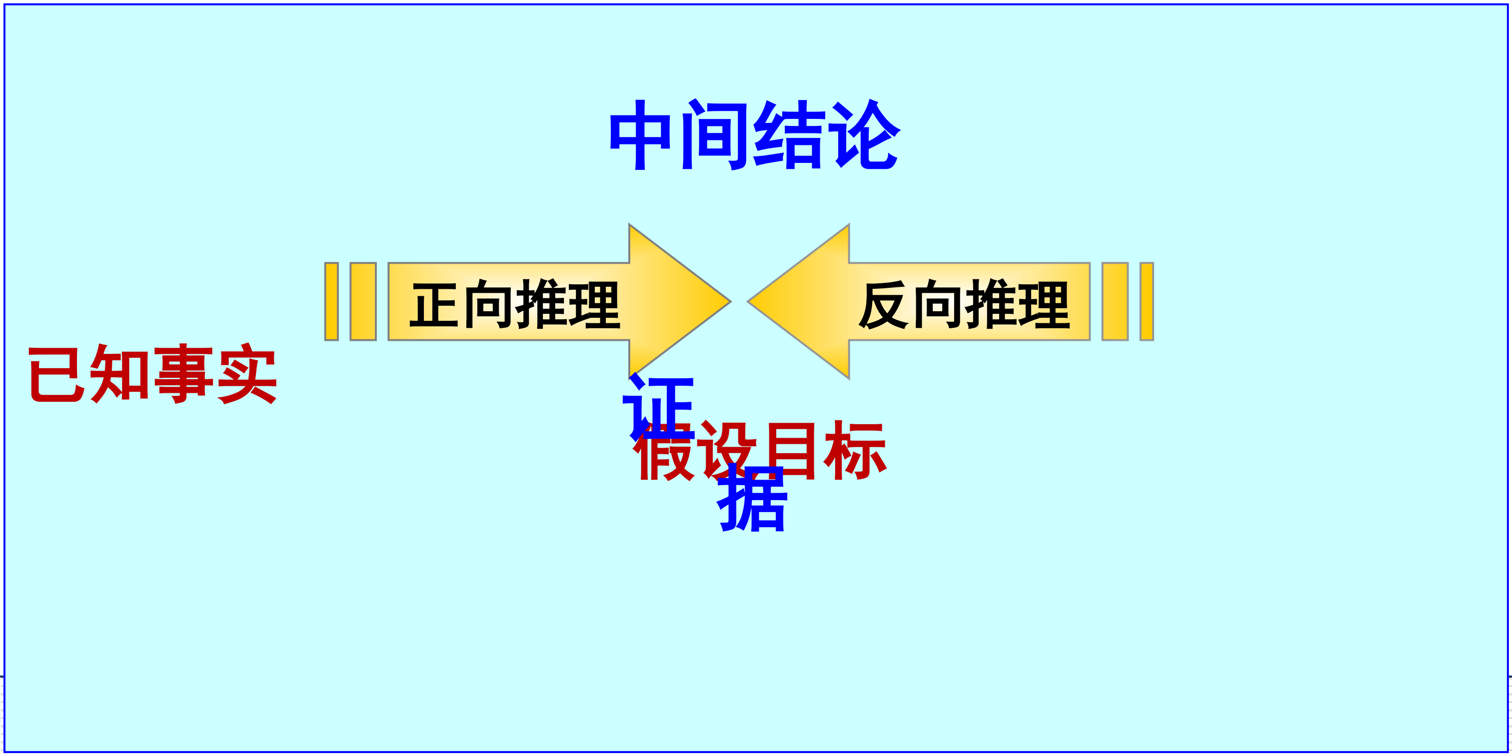
②先逆向后正向：先假设一个目标进行逆向推理，然后再利用逆向推理中得到的信息进行正向推理，以**推出更多的结论**


开始
进行正向推理
需要逆向推理?
N
输出结果
退出
Y
以正向推理所得结果
作为假设进行逆向推理
Y
N
还需要正向推理?


开始
进行逆向推理
N
输出结果
退出
需要正向推理?
Y
进行正向推理
Y
还需要逆向推理？
N

4. 双向推理

- **双向推理：正向推理与逆向推理同时进行，且在推理过程中的某一步骤上"碰头"的一种推理。**



3.1.3 推理的方向

4. 双向推理

3.1 推理的基本概念

- **3.1.1 推理的定义**
- **3.1.2 推理方式及其分类**
- **3.1.3 推理的方向**
- **3.1.4 冲突消解策略**

3.1.4 冲突消解策略

- **已知事实与知识的三种匹配情况：**

① 恰好匹配成功（一对一）；

② 不能匹配成功；

③ 多种匹配成功（一对多、多对一、多对多）

冲突消解

3.1.4 冲突消解策略

- **多种冲突消解策略：**

①按规则的针对性排序 （针对性 ＞ 通用性）

②按已知事实的新鲜性排序 （新鲜 ＞ 不新鲜）

③按匹配度排序 （匹配度高 ＞ 匹配度低）

④按条件个数排序 （条件少 ＞ 条件多）

***r*1: IF *A*1 AND *A*2 THEN *H*1**

***r*2: IF *A*1 AND *A*2 AND *A*3 AND *A*4 THEN *H*2**

第 3 章　确定性推理方法

□ 3.1　推理的基本概念

✓ 3.2　自然演绎推理

□ 3.3　谓词公式化为子句集的方法

□ 3.4　鲁宾逊归结原理

□ 3.5　归结反演

□ 3.6　应用归结反演求解问题

3.2 自然演绎推理

- 自然演绎推理：从一组已知为真的事实出发，运用**经典逻辑的推理规则**推出结论的过程。

- 推理规则：P 规则、T 规则、假言推理、拒取式推理

  - **假言推理**：$P, P\to Q \Rightarrow Q$
  - “如果 x 是金属，则 x 能导电”，“铜是金属” 推出 “铜能导电”

  - **拒取式推理**：$P\to Q, \neg Q \Rightarrow \neg P$
  - “如果下雨，则地下就湿”，“地上不湿” 推出 “没有下雨”

3.2 自然演绎推理

- **错误 1——否定前件：** $P \to Q, \neg P \not\Rightarrow \neg Q$

（1）如果下雨，则地上是湿的（$P \to Q$）；
（2）没有下雨（$\neg P$）；
（3）所以，地上不湿（$\neg Q$）

- **错误 2——肯定后件：** $P \to Q, Q \not\Rightarrow P$

（1）如果行星系统是以太阳为中心的，则金星会显示出位相变化（$P \to Q$）；
（2）金星显示出位相变化（Q）；
（3）所以，行星系统是以太阳为中心（P）。

3.2 自然演绎推理

■ 例 3. 1　已知事实：

① 凡是**容易的课程**小王 (Wang) 都**喜欢**；

② C 班的课程都是容易的；

③ AI 是 C 班的一门课程。

◆ 求证：小王喜欢 AI 这门课程。

- **证明：**
- **定义谓词：**

$EASY(x)$： x 是容易的

$LIKE(x, y)$： x 喜欢 y

$C(x)$： x 是 C 班的一门课程

- **已知事实和结论用谓词公式表示：**

$(\forall x)(EASY(x) \rightarrow LIKE(Wang, x))$

$(\forall x)(C(x) \rightarrow EASY(x))$

$C(\mathrm{AI})$

$LIKE(Wang, \mathrm{AI})$

3.2 自然演绎推理

$(\forall x)(EASY(x)\rightarrow LIKE(Wang, x))$

$EASY(z)\rightarrow LIKE(Wang, z)$ 全称固化

$(\forall x)(C(x)\rightarrow EASY(x))$

$C(y)\rightarrow EASY(y)$ 全称固化

所以 $C(\mathrm{AI}), C(y)\rightarrow EASY(y)$

$\Rightarrow EASY(\mathrm{AI})$ *P* 规则及假言推理

所以 $EASY(\mathrm{AI}), EASY(z)\rightarrow LIKE(Wang, z)$

$\Rightarrow LIKE(Wang, \mathrm{AI})$ *T* 规则及假言推理

3.2 自然演绎推理

□ 优点

- ◆ 表达定理证明过程自然，易理解
- ◆ 拥有丰富的推理规则，推理过程灵活
- ◆ 便于嵌入领域启发式知识

□ 缺点

- ◆ 易产生组合爆炸，得到的中间结论一般指数级递增

- 3.1　推理的基本概念
- 3.2　自然演绎推理
- 3.3　谓词公式化为子句集的方法
- 3.4　鲁宾逊归结原理
- 3.5　归结反演
- 3.6　应用归结反演求解问题

归结演绎推理

归 结 演 绎 推 理

- **反证法：** $P \Rightarrow Q$ **，当且仅当** $P \wedge \neg Q \Leftrightarrow F$ **，即** $\boldsymbol{Q}$ **为** $\boldsymbol{P}$ **的逻辑结论，当且仅当** $P \wedge \neg Q$ **是不可满足的**

- **定理：** $\boldsymbol{Q}$ **为** $\boldsymbol{P_1, P_2, \ldots, P_n}$ **的逻辑结论，当且仅当**

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n) \wedge \neg Q$$

是不可满足的

归 结 演 绎 推 理

- **思路：定理** $P \Rightarrow Q$ ⟶ $P \wedge \neg Q$

不可满足 → **子句集不可满足**

子句集不可满足

⇓⇓

鲁宾逊归结原理

3.3 谓词公式化为子句集的方法

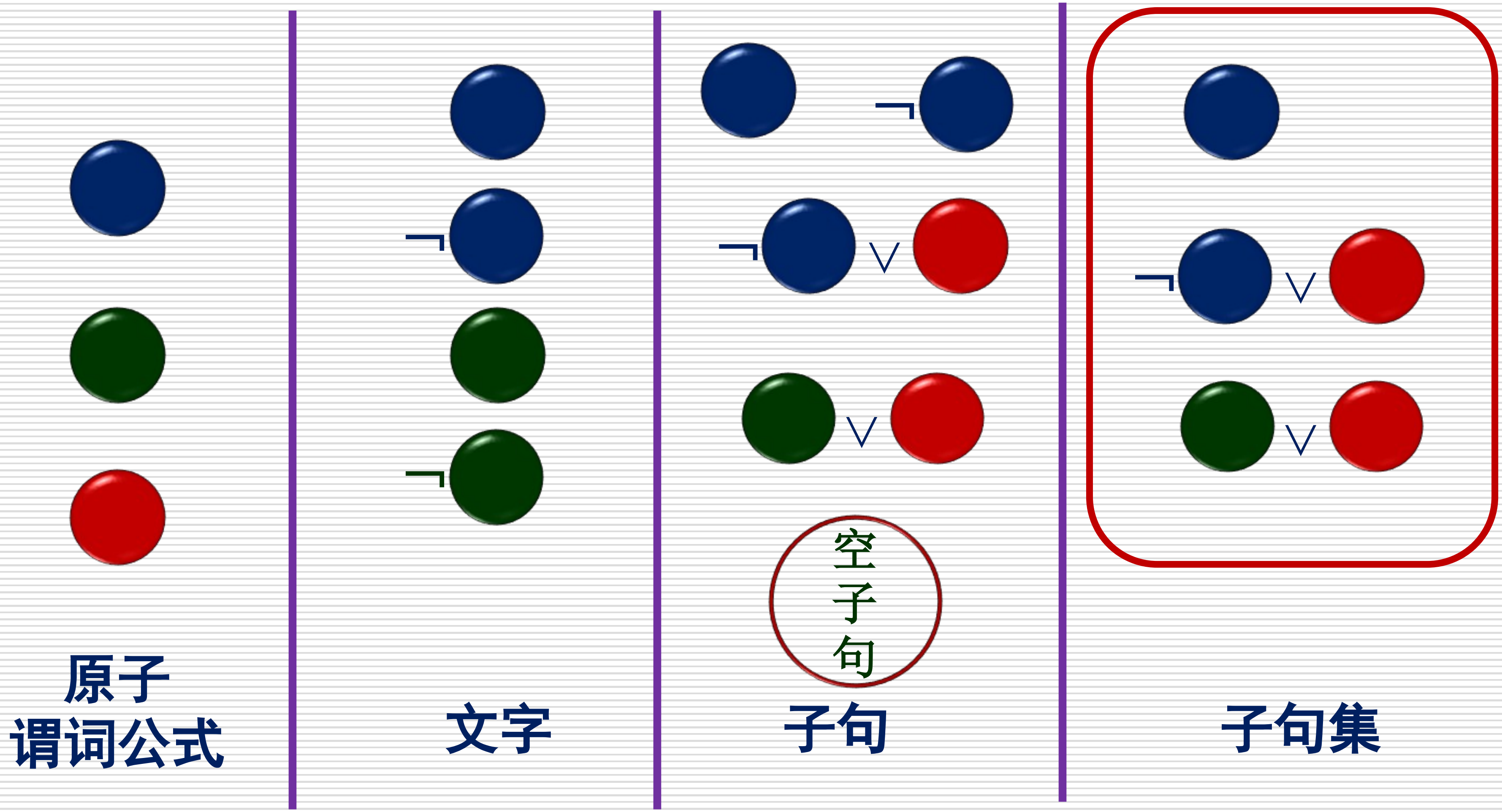
- 原子（atom）谓词公式： 一个不能再分解的命题。
- 文字（literal）：原子谓词公式及其否定。
- P：正文字，$\neg P$：负文字。
- 子句（clause）：任何文字的**析取式**。任何文字本身也都是

$$P(x) \vee Q(x), \qquad \neg P(x, f(x)) \vee Q(x, g(x))$$

- 空子句（NIL）：不包含任何文字的子句。
- 子句集

空子句是永假的，不可满足的。

3.3 谓词公式化为子句集的方法



3.3 谓词公式化为子句集的方法

□ **例 3.2 将下列谓词公式化为子句集。**

$$(\forall x)((\forall y)P(x,y) \to \neg(\forall y)(Q(x,y) \to R(x,y)))$$

■ **解：（1）消去谓词公式中的“→”和“↔”符号**

$P \to Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$, $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$

$$\Leftrightarrow (\forall x)(\neg(\forall y)P(x,y) \vee \neg(\forall y)(\neg Q(x,y) \vee R(x,y)))$$

（2）把否定符号 ¬ 移到紧靠谓词的位置上

双重否定律 $\neg(\neg P) \Leftrightarrow P$

德.摩根律 $\neg(P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q, \neg(P \vee Q) \Leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$

量词转换律 $\neg(\exists x)P \Leftrightarrow (\forall x)\neg P, \quad \neg(\forall x)P \Leftrightarrow (\exists x)\neg P$

$$\Leftrightarrow (\forall x)((\exists y)\neg P(x,y) \vee (\exists y)(Q(x,y) \wedge \neg R(x,y)))$$

（3）变量标准化

$(\exists x)P(x) \equiv (\exists y)P(y), \quad (\forall x)P(x) \equiv (\forall y)P(y)$

$$\Leftrightarrow (\forall x)((\exists y)\neg P(x,y) \vee (\exists z)(Q(x,z) \wedge \neg R(x,z)))$$

3.3 谓词公式化为子句集的方法

$$\Leftrightarrow (\forall x)((\exists y)\neg P(x,y) \vee (\exists z)(Q(x,z) \wedge \neg R(x,z)))$$

（4）消去存在量词

a. 存在量词不出现在全称量词的辖域内。 $(\exists x)P(x) \Rightarrow P(y)$

b. 存在量词出现在一个或者多个全称量词的辖域内。

对于一般情况

$$(\forall x_1)((\forall x_2)\cdots((\forall x_n)((\exists y)P(x_1,x_2,\cdots,x_n,y)))\ldots)$$

存在量词y的Skolem函数为 $y = f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$

Skolem 化：用 Skolem 函数代替每个存在量词量化的变量的过程。

（5）化为前束形

前束形 ＝（前缀）｛母式｝

（前缀）：全称量词串。

｛母式｝：不含量词的谓词公式。

（6）化为 Skolem 标准形

$$P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

$$P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

$(\forall x_1)(\forall x_2)\cdots(\forall x_n)M$

…，称为 Skolem 标准形的母式。

$$\Leftrightarrow (\forall x)((\neg P(x,f(x)) \vee Q(x,g(x))) \wedge (\neg P(x,f(x)) \vee \neg R(x,g(x))))$$

（7）略去全称量词

$$\Leftrightarrow (\neg P(x,f(x)) \vee Q(x,g(x))) \wedge (\neg P(x,f(x)) \vee \neg R(x,g(x)))$$

（8）消去合取词

$$\Leftrightarrow \{\neg P(x,f(x)) \vee Q(x,g(x)),\quad \neg P(x,f(x)) \vee \neg R(x,g(x))\}$$

（9）子句变量标准化

$$\Leftrightarrow \{\neg P(x,f(x)) \vee Q(x,g(x)),\quad \neg P(y,f(y)) \vee \neg R(y,g(y))\}$$

3.3 谓词公式化为子句集的方法

例 3.3 将下列谓词公式化为子句集。

$$(\forall x)\{[\neg P(x) \vee \neg Q(x)] \to (\exists y)[S(x,y) \wedge Q(x)]\} \wedge (\forall x)[P(x) \vee B(x)]$$

- **（1）消去蕴含符号**

$$(\forall x)\{\neg[\neg P(x) \vee \neg Q(x)] \vee (\exists y)[S(x,y) \wedge Q(x)]\} \wedge (\forall x)[P(x) \vee B(x)]$$

- **（2）把否定符号移到每个谓词前面**

$$(\forall x)\{[P(x) \wedge Q(x)] \vee (\exists y)[S(x,y) \wedge Q(x)]\} \wedge (\forall x)[P(x) \vee B(x)]$$

- **（3）变量标准化**

$$(\forall x)\{[P(x) \wedge Q(x)] \vee (\exists y)[S(x,y) \wedge Q(x)]\} \wedge (\forall w)[P(w) \vee B(w)]$$

- **（4）消去存在量词，设 y 的函数是 $f(x)$，则**

$$(\forall x)\{[P(x) \wedge Q(x)] \vee [S(x,f(x)) \wedge Q(x)]\} \wedge (\forall w)[P(w) \vee B(w)]$$

3.3 谓词公式化为子句集的方法

例 3.3 将下列谓词公式化为子句集。（续）

（5）化为前束形

$$(\forall x)(\forall w)\{\{[P(x)\wedge Q(x)]\vee[S(x,f(x))\wedge Q(x)]\}\wedge[P(w)\vee B(w)]\}$$

（6）化为标准形

$$(\forall x)(\forall w)\{\{[Q(x)\wedge P(x)]\vee[Q(x)\wedge S(x,f(x))]\}\wedge[P(w)\vee B(w)]\}$$

$$(\forall x)(\forall w)\{Q(x)\wedge[P(x)\vee S(x,f(x))]\wedge[P(w)\vee B(w)]\}$$

（7）略去全称量词

$$Q(x)\wedge[P(x)\vee S(x,f(x))]\wedge[P(w)\vee B(w)]$$

（8）消去合取词，把母式用子句集表示

$$\{Q(x),\ P(x)\vee S(x,f(x)),\ \ P(w)\vee B(w)\}$$

（9）子句变量标准化 $\{Q(x),\ P(y)\vee S(y,f(y)),\ \ P(w)\vee B(w)\}$

3.3 谓词公式化为子句集的方法

例 3.5 将下列谓词公式化为不含存在量词的前束形。

$$(\exists x)(\forall y)((\forall z)(P(z) \wedge \neg Q(x,z)) \rightarrow R(x,y,f(a)))$$

- **（1）消去存在量词**

$$(\forall y)((\forall z)(P(z) \wedge \neg Q(b,z)) \rightarrow R(b,y,f(a)))$$

- **（2）消去蕴含符号**

$$(\forall y)(\neg(\forall z)(P(z) \wedge \neg Q(b,z)) \vee R(b,y,f(a)))$$

$$(\forall y)((\exists z)(\neg P(z) \vee Q(b,z)) \vee R(b,y,f(a)))$$

- **（3）设 z 的函数是 $g(y)$，则**

$$(\forall y)(\neg P(g(y)) \vee Q(b,g(y)) \vee R(b,y,f(a)))$$

3.3 谓词公式化为子句集的方法

谓词公式不可满足性 ⟷ 子句集不可满足性 ？

定理 3.1:

谓词公式不可满足的充要条件是其子句集不可满足。

- □ 3.1　推理的基本概念
- □ 3.2　自然演绎推理
- □ 3.3　谓词公式化为子句集的方法
- □ 3.4　鲁宾逊归结原理
- □ 3.5　归结反演
- □ 3.6　应用归结反演求解问题

归结演绎推理

◆子句集中子句之间是合取关系，只要有一个子句不可满足，则子句集就不可满足。

◆鲁宾逊归结原理（消解原理）的基本思想：

- 检查子句集 S 机器定理证明的基础 句。
- 若不包含，在 S 中选择合适的子句进行归结，一旦归结出空子句，就说明 S 是不可满足的。

3.4 鲁宾逊归结原理

1. 命题逻辑中的归结原理（基子句的归结）

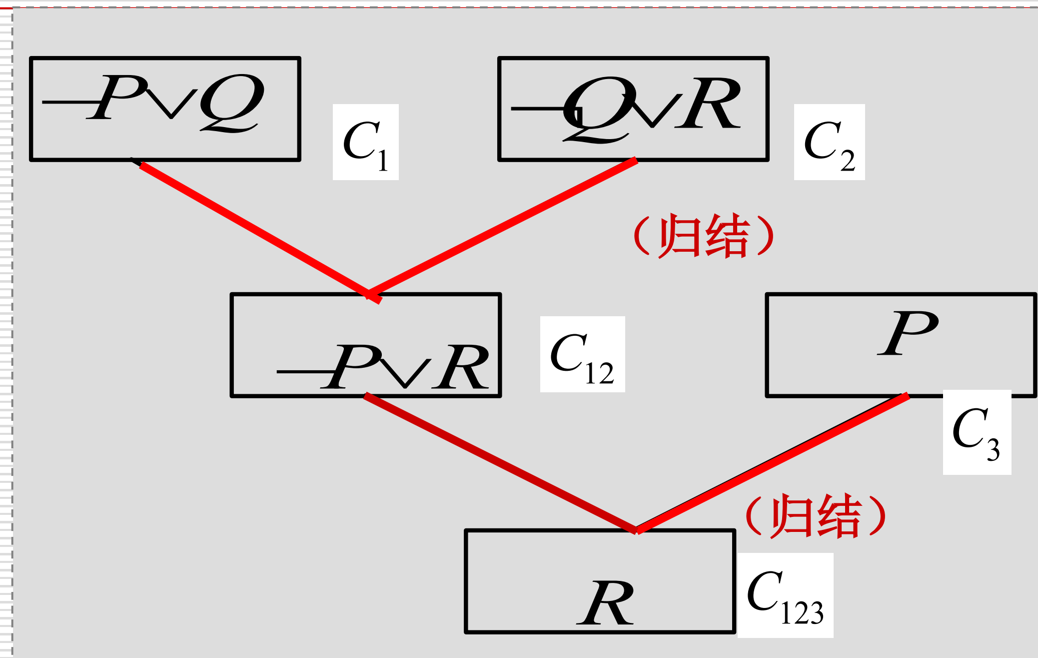
定义 3.1 （归结）：设 C_1 与 C_2 是子句集中的任意两个子句，如果 C_1 中的文字 L_1 与 C_2 中的文字 L_2 互补，那么从 C_1 和 C_2 中分别消去 L_1 和 L_2，并将二个子句中余下的部分析取，构成一个新子句 C_{12}

C_{12}：C_1和C_2的归结式

C_1、C_2：C_{12}的亲本子句

例，设$C_1=\neg P\vee Q$，

$C_2=\neg Q\vee R$，$C_3=P$



3.4 鲁宾逊归结原理

- **定理 3.2：归结式 C_{12} 是其亲本子句 C_1 与 C_2 的逻辑结论。即如果 C_1 与 C_2 为真，则 C_{12} 为真**

证明：设 $C_1 = L \vee C_1'$，$C_2 = \neg L \vee C_2'$

$$L \vee C_1' \Leftrightarrow \neg C_1' \rightarrow L$$

$$\neg L \vee C_2' \Leftrightarrow L \rightarrow C_2'$$

$$C_1 \wedge C_2 = (\neg C_1' \rightarrow L) \wedge (L \rightarrow C_2')$$

$$(\neg C_1' \rightarrow L) \wedge (L \rightarrow C_2') \Rightarrow \neg C_1' \rightarrow C_2'$$

$$\neg C_1' \rightarrow C_2' \Leftrightarrow C_1' \vee C_2' = C_{12}$$

$$C_1 \wedge C_2 \Rightarrow C_{12}$$

3.4 鲁宾逊归结原理

- **推论 1**：设 C_1 与 C_2 是子句集 S 中的两个子句，C_{12} 是它们的归结式，若用 C_{12} **代替** C_1 **与** C_2 后得到新子句集 S_1，则由 S_1 不可满足性可推出原子句集 S 的不可满足性，即：

  S_1 的不可满足性 $\Rightarrow$ S 的不可满足性

- **推论 2**：设 C_1 与 C_2 是子句集 S 中的两个子句，C_{12} 是它们的归结式，若 C_{12} **加入原子句集** S，得到新子句集 S_1，则 S 与 S_1 在不可满足的意义上是等价的，即：

  S_1 的不可满足性 $\Leftrightarrow$ S 的不可满足性

2. 谓词逻辑中的归结原理（含有变量的子句的归结）

例： $C_1 = P(x) \vee Q(x)$ **最一般合一** $C_1\sigma = P(a) \vee Q(a)$

$C_2 = \neg P(a) \vee R(y)$ $\xrightarrow{\sigma = \{a/x\}}$ $C_2\sigma = \neg P(a) \vee R(y)$

？ $C_{12} = Q(a) \vee R(y)$

定义 3.2 ：设是 C_1 与 C_2 两个没有相同变元的子句， L_1 和 L_2 分别是 C_1 和 C_2 中的文字，若 σ 是 L_1 和 $\neg L_2$ 的最一般合一，则称为 C_1 和 C_2 的二元归结式。

$$C_{12} = (C_1\sigma - \{L_1\sigma\}) \vee (C_2\sigma - \{L_2\sigma\})$$

3.4 鲁宾逊归结原理

- 例 3.7 设：

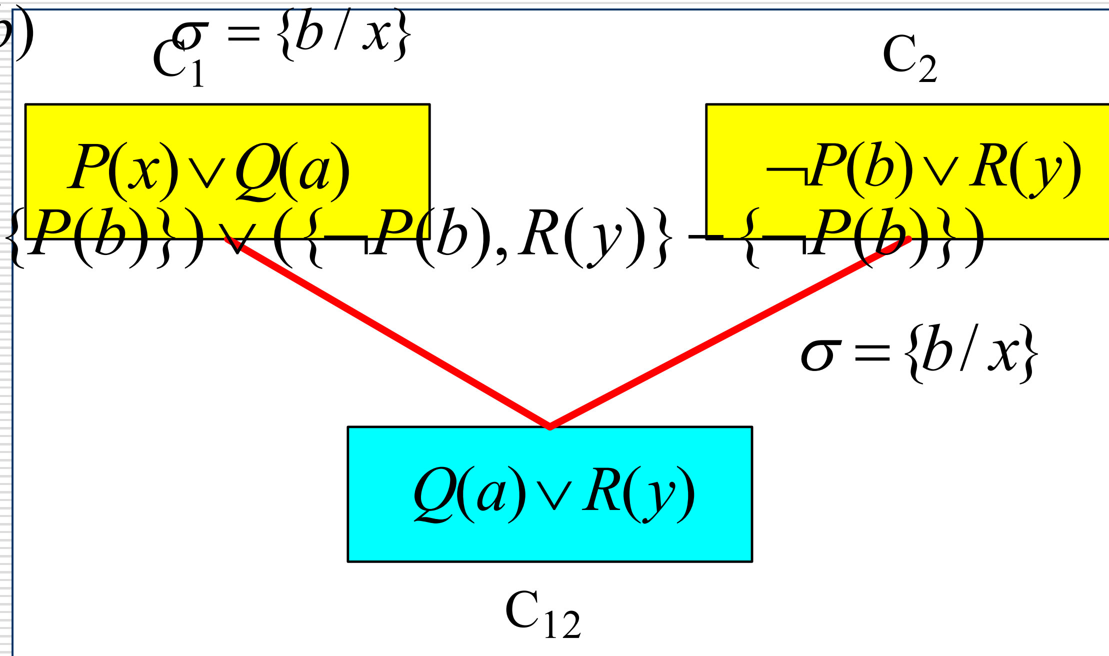
$$C_1 = P(x)\vee Q(a),\quad C_2 = \neg P(b)\vee R(x)$$

求其二元归结式。

- 解：令 $C_2 = \neg P(b)\vee R(y)$

选 $L_1 = P(x), L_2 = \neg P(b)$

$\sigma = \{b/x\}$



则得：

$$C_{12} = (\{P(b),Q(a)\} - \{P(b)\})\vee(\{\neg P(b),R(y)\} - \{\neg P(b)\})$$

$$= \{Q(a),R(y)\}$$

$$= Q(a)\vee R(y)$$

3.4 鲁宾逊归结原理

□ **例3.8 设:**

$$C_1 = P(x) \vee P(f(a)) \vee Q(x), \quad C_2 = \neg P(y) \vee R(b)$$

求其二元归结式。

子句 C_1 的因子

- 解: $\sigma = \{f(a)/x\}$ $\quad C_1\sigma = P(f(a)) \vee Q(f(a)),$

选 $L_1 = P(f(a)), L_2 = \neg P(y)$ $\quad \sigma = \{f(a)/y\}$

则得: $C_{12} = R(b) \vee Q(f(a))$

如果在参加归结的子句内部含有可合一的文字，则在归结之前应对这些文字先进行合一

3.4 鲁宾逊归结原理

- **定义 3.3 子句 C1 和 C2 的归结式是下列二元归结式之一：**

① **C1 和 C2 的二元归结式**

② **C1 的因子和 C2 的二元归结式**

③ **C1 和 C2 的因子的二元归结式**

④ **C1 的因子和 C2 的因子的二元归结式**

3.4 鲁宾逊归结原理

- 对于谓词逻辑，归结式是其亲本子句的**逻辑结论**
- 对于一阶谓词逻辑，即若子句集是不可满足的，则必存在一个从该子句集到**空子句**的归结演绎；若从子句集存在一个到空子句的演绎，则该子句集是不可满足的
- 如果没有归结出**空子句**，则既不能说 S 不可满足，也不能说 S 是可满足的

第 3 章　确定性推理方法

- □ 3.1　推理的基本概念
- □ 3.2　自然演绎推理
- □ 3.3　谓词公式化为子句集的方法
- □ 3.4　鲁宾逊归结原理
- □ 3.5　归结反演
- □ 3.6　应用归结反演求解问题

归结演绎推理

3.5 归结反演

- **应用归结原理证明定理的过程称为归结反演。**
- **用归结反演证明的步骤是：**

① 将已知前提表示为谓词公式 F 。

② 将待证明的结论表示为谓词公式 Q，并否定得到 $\neg Q$ 。

③ 把谓词公式集 $\{F,\ \neg Q\}$ 化为子句集 S 。

④ 应用归结原理对子句集 S 中的子句进行归结，并把每次归结得到的归结式都并入到 S 中。如此反复进行，若出现了**空子句**，则停止归结，此时就证明了 Q 为真。

3.5 归结反演

- **例 3.9 某公司招聘工作人员，A，B，C 三人应试，经面试后公司表示如下想法：**

① **三人中至少录取一人。**

② **如果录取 A 而不录取 B，则一定录取 C。**

③ **如果录取 B，则一定录取 C。**

- **求证：公司一定录取 C。**

3.5 归结反演

- 证明：公司的想法用谓词公式表示：

$P(x)$：录取x

（1）$P(A)\vee P(B)\vee P(C)$

（2）$P(A)\wedge\neg P(B)\rightarrow P(C)$

（3）$P(B)\rightarrow P(C)$

- 把要求证的结论用谓词公式表示出来并否定，得：

（4）$\neg P(C)$

- 把上述公式化成子句集：

（1）$P(A)\vee P(B)\vee P(C)$

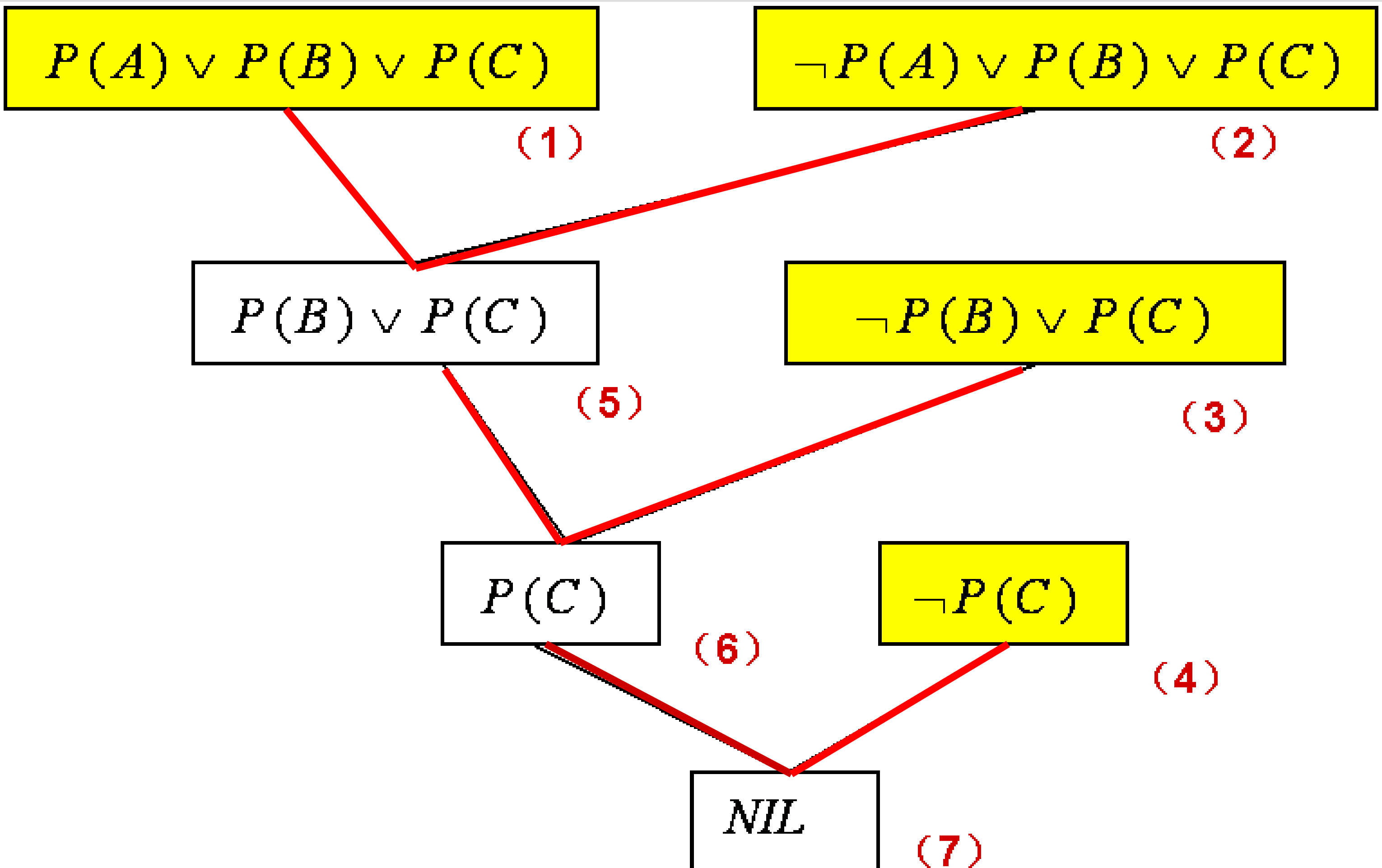
（2）$\neg P(A)\vee P(B)\vee P(C)$

（3）$\neg P(B)\vee P(C)$

（4）$\neg P(C)$

3.5 归结反演

- **应用归结原理进行归结：**



- **例 3.10 已知：**

  规则 1：任何人的兄弟不是女性；

  规则 2：任何人的姐妹必是女性。

  事 实： *Mary* **是** *Bill* **的姐妹。**

  求证： *Mary* **不是** *Tom* **的兄弟。**

- **证明：定义谓词**

  $brother(x, y)$：x **是** y **的兄弟**

  $sister(x, y)$：x **是** y **的姐妹**

  $woman(x)$：x **是女性**

3.5 归结反演

- **证明：将规则与事实用谓词公式表示：**

（1）$(\forall x)(\forall y)(brother(x,y) \rightarrow \neg woman(x))$

（2）$(\forall x)(\forall y)(sister(x,y) \rightarrow woman(x))$

（3）$sister(Mary, Bill)$

- **把要求证的结论用谓词公式表示出来并否定，得：**

（4）$brother(Mary, Tom)$

- **把上述公式化成子句集：**

$C_1 = \neg brother(x,y) \vee \neg woman(x)$

$C_2 = \neg sister(x,y) \vee woman(x)$

$C_3 = sister(Mary, Bill)$

$C_4 = brother(Mary, Tom)$

- **将子句集进行归结：**

$C_{23} = woman(Mary)$

$C_{123} = \neg brother(Mary, y)$

$C_{1234} = NIL$

- **练习：假设知识库中有如下知识：**

（1）若 x 是 y 的父亲，则 x 不是女人；

（2）若 x 是 y 的母亲，则 x 是女人；

（3）安娜是玛丽的母亲；

利用谓词归结反演试证：安娜不是 Bill 的父亲

第 3 章　确定性推理方法

- 3.1　推理的基本概念
- 3.2　自然演绎推理
- 3.3　谓词公式化为子句集的方法
- 3.4　鲁宾逊归结原理
- 3.5　归结反演
- 3.6　应用归结反演求解问题

归结演绎推理

3.6 应用归结原理求解问题

应用归结原理求解问题的步骤：

（1）已知前提 F 用谓词公式表示，并化为子句集 S；

（2）把待求解的问题 Q 用谓词公式表示，并否定 Q，再与 $ANSWER$ 构成析取式（$\neg Q \vee ANSWER$）；

（3）把（$\neg Q \vee ANSWER$）化为子句集，并入到子句集 S 中，得到子句集 S'；

（4）对 S' 应用归结原理进行归结；

（5）若得到归结式 $ANSWER$，则答案就在 $ANSWER$ 中。

例 3.11 已知：

F_1：王（Wang）先生是小李（Li）的老师。

F_2：小李与小张（Zhang）是同班同学。

F_3：如果 x 与 y 是同班同学，则 x 的老师也是 y 的老师。

求：小张的老师是谁？

3.6 应用归结原理求解问题

- **解：**
- **定义谓词：**

  $T(x, y)$：x 是

  $C(x, y)$：x 与

F_1：王（Wang）先生是小李（Li）的老师。

F_2：小李与小张（Zhang）是同班同学。

F_3：如果 x 与 y 是同班同学，则 x 的老师也是 y 的老师。

求：小张的老师是谁？

- **把已知前提表示成谓词公式：**

F_1：$T(Wang, Li)$

F_2：$C(Li, Zhang)$

F_3：$(\forall x)(\forall y)(\forall z)(C(x, y) \wedge T(z, x) \rightarrow T(z, y))$

- **把目标表示成谓词公式，并把它否定后与 *ANSWER* 析取：**

G：$\neg(\exists x)T(x, Zhang) \vee ANSWER(x)$

3.6 应用归结原理求解问题

- **把上述公式化为子句集：**

（1） $T(Wang, Li)$

（2） $C(Li, Zhang)$

（3） $\neg C(x,y) \vee \neg T(z,x) \vee T(z,y)$

（4） $\neg T(u, Zhang) \vee ANSWER(u)$

- **应用归结原理进行归结：**

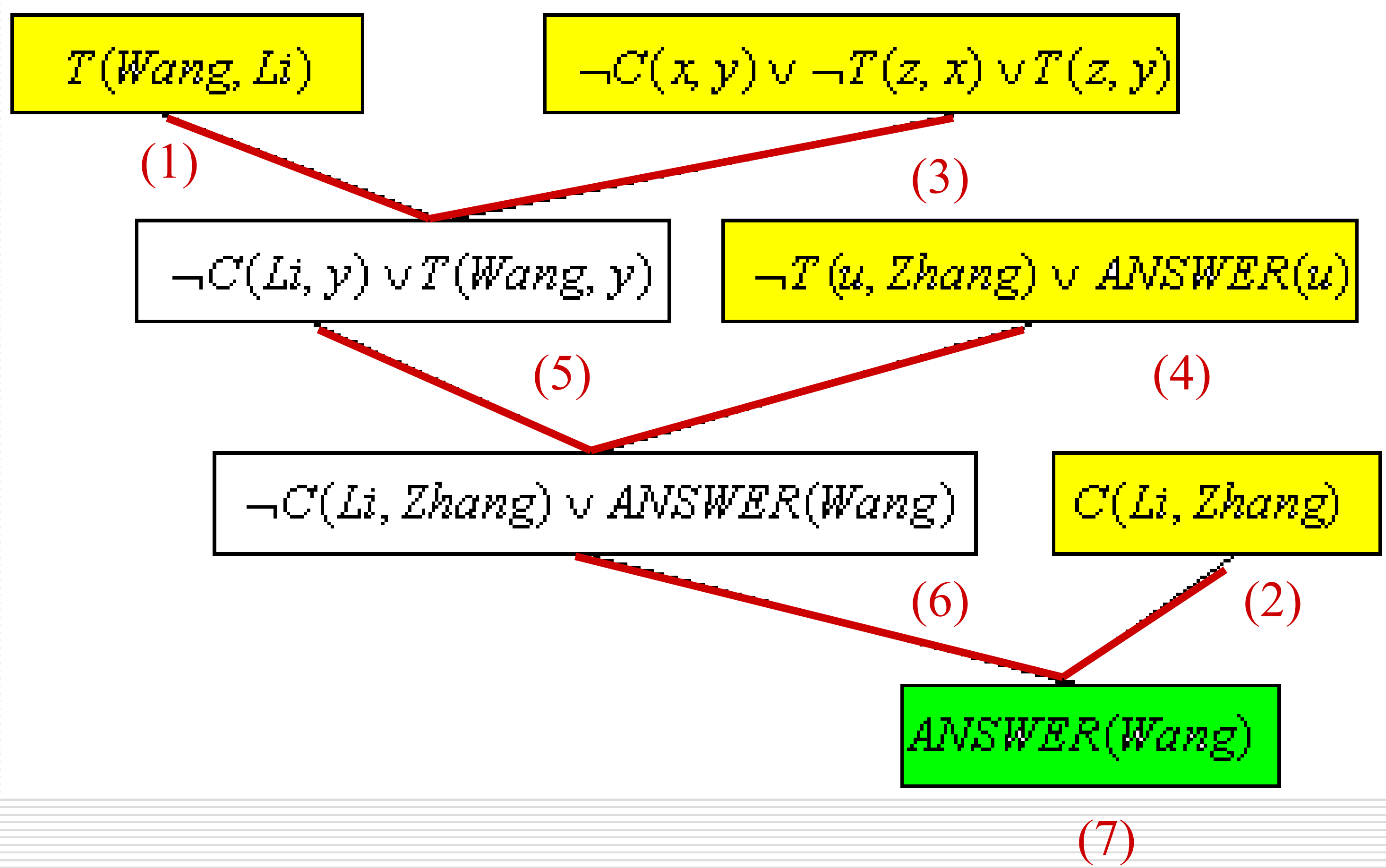
（5） $\neg C(Li,y) \vee T(Wang,y)$ **（1）与（3）** 归结

$\neg C(Li, Zhang) \vee ANSWER(Wang)$

（6） $ANSWER(Wang)$ **（4）与（5）** 归结

（7） **（2）与（6）** 归结

3.6 应用归结原理求解问题



3.6 应用归结原理求解问题

- **例 3.12 已知：**

A、B、C 三人中有人从不说真话，也有人从不说假话。一天某人向这三人分别提出同一个问题："谁是说谎者"？

A 回答："B 和 C 都是说谎者"；

B 回答："A 和 C 都是说谎者"；

C 回答："A 和 B 中至少有一人是说谎者"。

问谁是诚实人，谁是说谎者？

- **解：**
  - **定义谓词**　**T(x) 表示 x 说真话**

① 若 A 说真话，则 $T(A)\rightarrow\neg T(B)\wedge\neg T(C)$

② 若 A 说假话，则 $\neg T(A)\rightarrow T(B)\vee T(C)$

③ 若 B 说真话，则 $T(B)\rightarrow\neg T(A)\wedge\neg T(C)$

④ 若 B 说假话，则 $\neg T(B)\rightarrow T(A)\vee T(C)$

⑤ 若 C 说真话，则 $T(C)\rightarrow\neg T(A)\vee\neg T(B)$

⑥ 若 C 说假话，则 $\neg T(C)\rightarrow T(A)\wedge T(B)$

3.6 应用归结原理求解问题

- **转换子句集**

①$\neg T(A) \vee \{\neg T(B) \wedge \neg T(C)\} = \{\neg T(A) \vee \neg T(B), \neg T(A) \vee \neg T(C)\}$

②$T(A) \vee T(B) \vee T(C)$

③$\neg T(B) \vee \{\neg T(A) \wedge \neg T(C)\} = \{\neg T(A) \vee \neg T(B), \neg T(B) \vee \neg T(C)\}$

④$T(B) \vee T(A) \vee T(C)$

⑤$\neg T(C) \vee \neg T(A) \vee \neg T(B)$

⑥$T(C) \vee \{T(A) \wedge T(B)\} = \{T(C) \vee T(A), T(C) \vee T(B)\}$

- **子句集 S**

①$\neg T(A) \vee \neg T(B)$

②$\neg T(A) \vee \neg T(C)$

③$T(A) \vee T(B) \vee T(C)$

④$\neg T(B) \vee \neg T(C)$

⑤$\neg T(A) \vee \neg T(B) \vee \neg T(C)$

⑥$T(A) \vee T(C)$

⑦$T(B) \vee T(C)$

找诚实人 $T(x)$

⑧$\neg T(x) \vee Answer(x)$

THE END