第 四 章

经典单方程计量经济学模型

放宽基本假定的模型

第四章 放宽基本假定的模型

4.1 多重共线性

4.2 异方差性

4.3 内生解释变量问题

4.4 模型设定偏误问题

4.5 序列相关性

4.5 序列相关性

- 多元线性回归模型的基本假设之一是**随机干扰项相互独立或互不相关**，如果模型的随机干扰项违背了相互独立的基本假设，则称为存在序列相关性（serial correlation）。

- 对于截面数据，如果样本是独立抽取的，则从理论上保证了模型的随机干扰项相互独立，不存在序列相关。

- 本部分专门讨论时间序列模型的序列相关性问题。

一、序列相关性的概念

对于模型

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \cdots + \beta_k X_{tk} + \mu_t$$

$$t = 1, 2, \ldots, T$$

随机误差项之间互不相关的假设为

$$Cov(\mu_i, \mu_j) = E(\mu_i \mu_j) = 0 \text{ , } i \neq j$$

对于不同的样本点，随机误差项之间存在了某种相关性，则认为出现了序列相关性，即

$$Cov(\mu_i, \mu_j) = E(\mu_i \mu_j) \neq 0$$

即

$$Var(\mu) = E(\mu\mu')$$

$$= \begin{pmatrix} \sigma^2 & \cdots & E(\mu_1\mu_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E(\mu_n\mu_1) & \cdots & \sigma^2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sigma^2 & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma^2 \end{pmatrix}$$

$$= \sigma^2\Omega$$

$$\neq \sigma^2 I$$

● 重要类型——自相关

如果模型中的随机扰动项仅存在

$$Cov(\mu_t, \mu_{t-1}) = E(\mu_t\mu_{t-1}) \neq 0$$

则称为**一阶序列相关，或自相关**。

自相关是最为常见的序列相关问题。函数形式为

$$\mu_t = \rho\mu_{t-1} + v_t \text{ , } -1 < \rho < 1$$

其中ρ称为自协方差系数或一阶自相关系数，v_t是随机干扰项。

其中，v_t满足

$$E(v_t) = 0$$

$$Var(v_t) = \sigma^2$$

$$Cov(v_t, v_{t-s}) = 0\text{，}(s \neq 0)$$

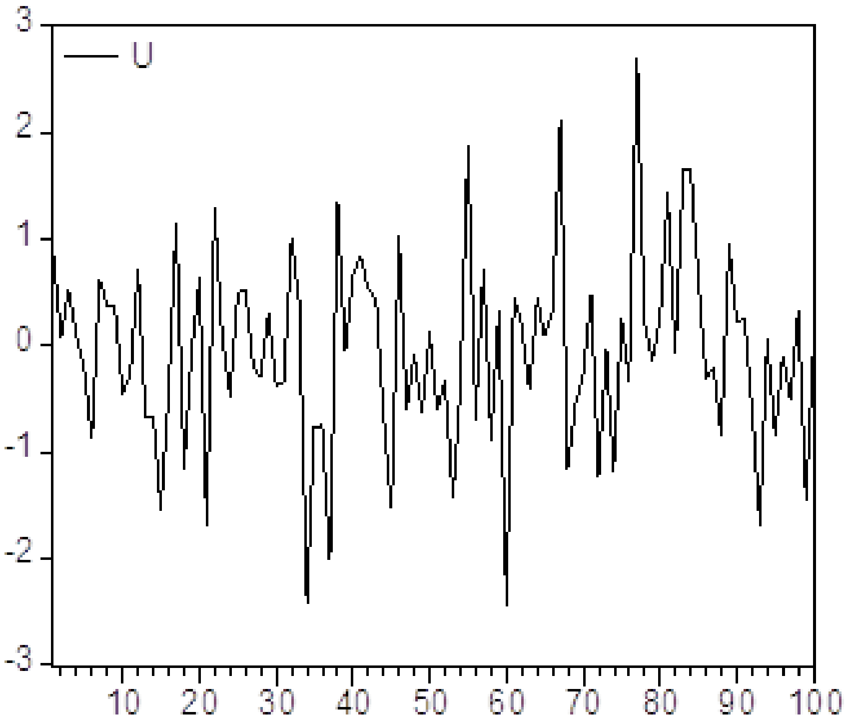
对于$\mu_t = \rho\mu_{t-1} + v_t$

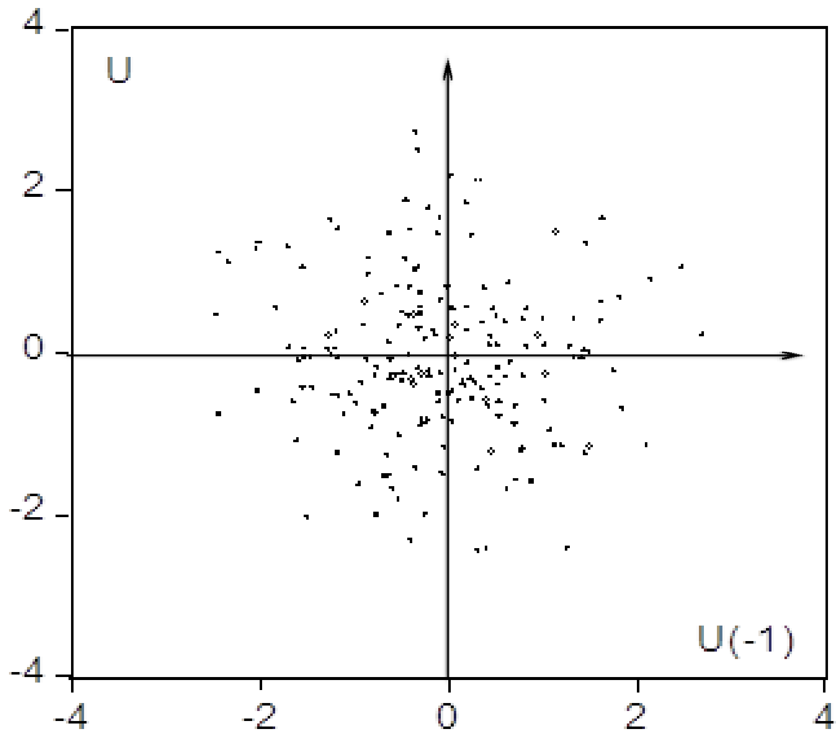
$\rho > 0$时，存在正自相关

$\rho < 0$时，存在负自相关

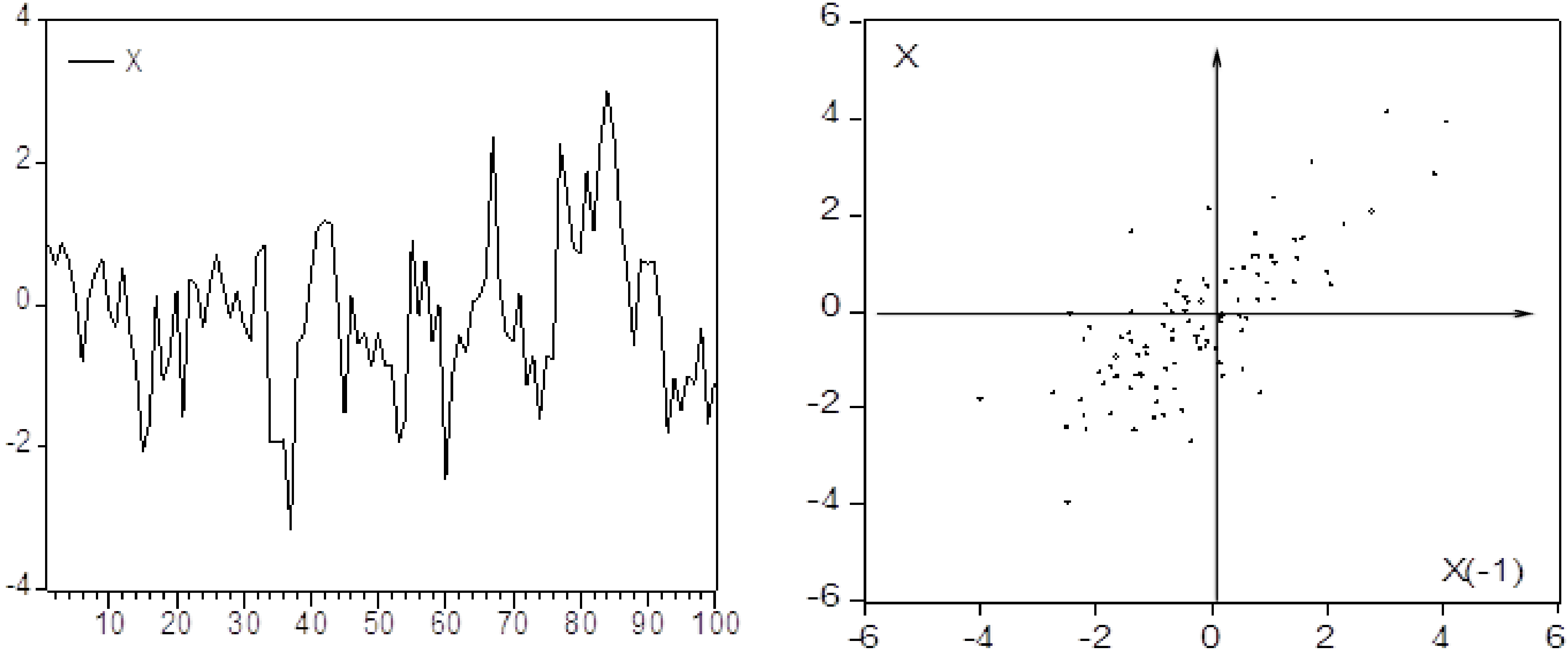
$\rho = 0$时，不存在自相关

$\rho = 0$，不存在自相关的序列图和散点图

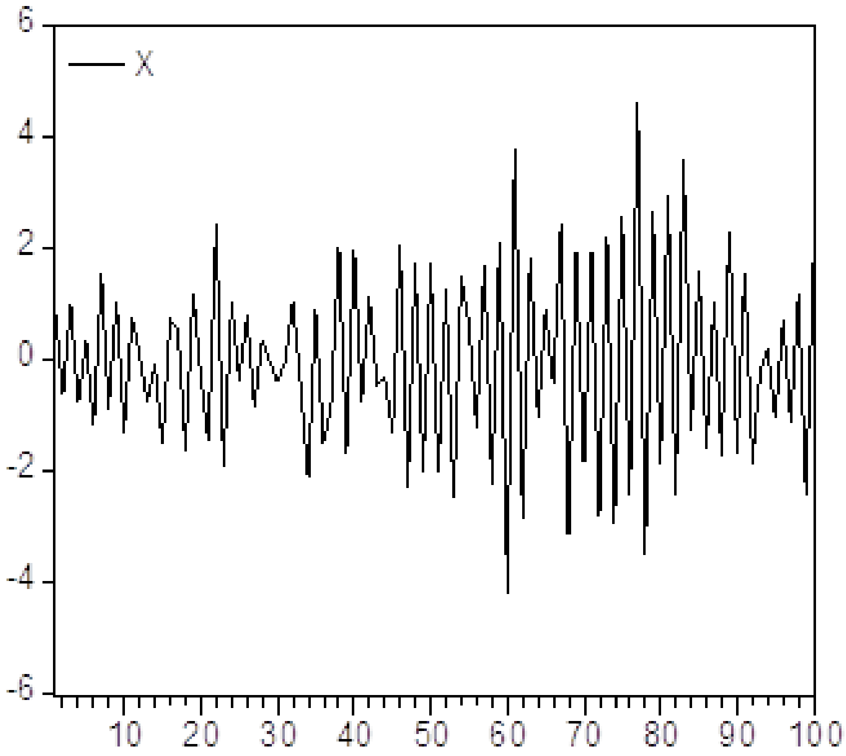


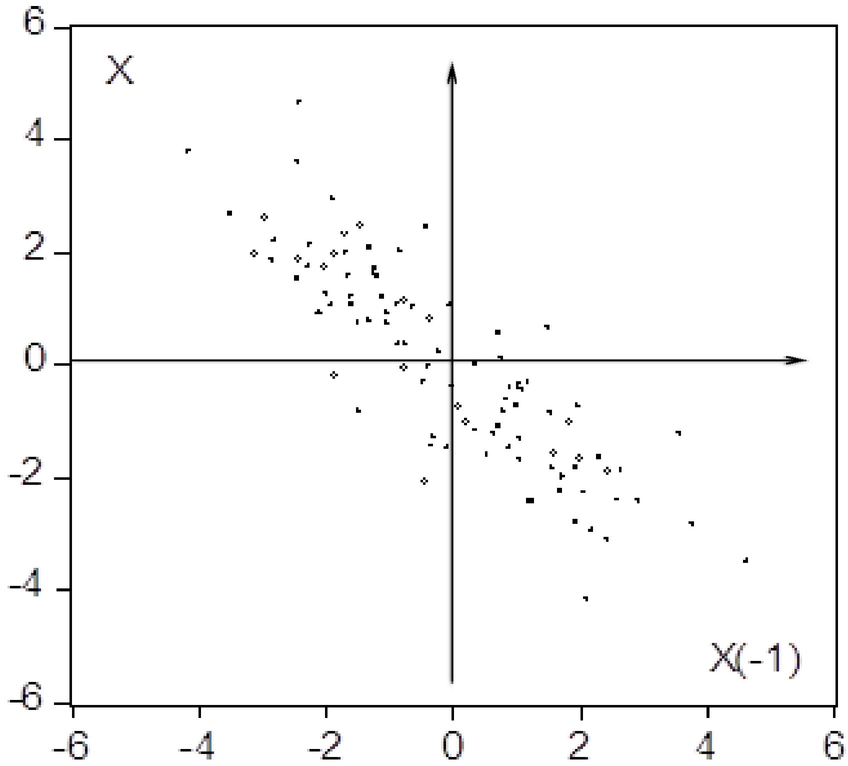


$\rho > 0$，正自相关的序列图和散点图



$\rho < 0$，负自相关的序列图和散点图





二、产生序列相关问题的原因

实际经济问题中，序列相关性产生的原因主要来自以下三个方面：

（一）经济变量固有的惯性

（二）模型设定偏误

（三）数据的编造

（一）经济变量固有的惯性

大多数经济时间数据都有一个明显的特点，就是它的惯性，表现在时间序列数据不同时间的前后关联上。

【例】凯恩斯消费函数

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \mu_t$$

其中：C——总消费，Y——总收入。

- 消费习惯对消费的影响包含在随机误差项中，而消费习惯具有一定惯性，导致模型可能出现序列相关性。
- 即对于不同年份的消费，由于习惯等因素的惯性，它们对消费量的影响也是具有内在联系的。

【例】农产品供给模型

$$Q_t = \beta_0 + \beta_1 P_{t-1} + \mu_t$$

其中：Q——农产品供给，P——价格。

- 农产品供给对价格的反映本身就存在一个滞后期，这意味着，农户在第t年的过量生产将导致在第$t+1$年削减产量。
- 反之，第t年的减产又导致第$t+1$年增产。
- 此时，随机干扰项表现出的是负相关特征。

（二）模型设定偏误

模型设定偏误导致的序列相关性，主要表现为模型中遗漏了重要的解释变量或者模型函数形式设定有误。

【例】

正确的模型为

$$Y_t=\beta_0+\beta_1X_{t1}+\beta_2X_{t2}+\beta_3X_{t3}+\mu_t$$

但将模型误设定为

$$Y_t=\beta_0+\beta_1X_{t1}+\beta_2X_{t2}+v_t$$

此时，$v_t=\beta_3X_{t3}+\mu_t$，如果X_3确实影响Y，那么模型将出现序列相关性。

【例】

正确的模型为

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 {X_{t1}}^2 + \mu_t$$

但将模型误设定为

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + v_t$$

此时

$$v_t = \beta_2 {X_{t1}}^2 + \mu_t$$

包含了产出的平方对随机干扰项的系统性影响，随机干扰项将出现序列相关性。

（三）数据的编造

在实际经济问题中，有时为了需要，有些数据是通过已知数据生成的。因此，新生成的数据与原数据之间就有了内在的联系，表现出了序列相关性。

三、序列相关性问题的后果

计量经济学模型一旦出现序列相关性，如果仍采用普通最小二乘法估计模型参数，会产生如下不良后果：

（一）参数估计量无偏但是非有效

（二）变量的显著性检验失去意义

（三）模型预测失效

（一）参数估计量无偏但是非有效

从普通最小二乘法中关于参数估计的无偏性和有效性证明中可以看出，当计量经济学模型出现序列相关性时，其普通最小二乘估计量仍具有线性性和无偏性，但不具有有效性，因为在有效性证明中利用了

$$E(\mu\mu') = \sigma^2 I$$

即要求不同的随机误差项之间相互独立。

（二）变量的显著性检验失去意义

变量的显著性检验，构造了统计量

$$t = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{Se(\hat{\beta}_j)}$$

当序列相关性问题出现时，$Se(\hat{\beta}_j)$出现偏误（偏大或偏小），t检验因此失去意义。

（三）模型预测失效

模型预测与参数估计量的方差有关，在方差有偏误的情况下，使得预测估计不准确，预测精度降低，预测功能失效。

四、序列相关性的检验

序列相关性的检验方法有多种，但**基本思路**是相同的：

首先采取OLS估计，求得残差序列e_t

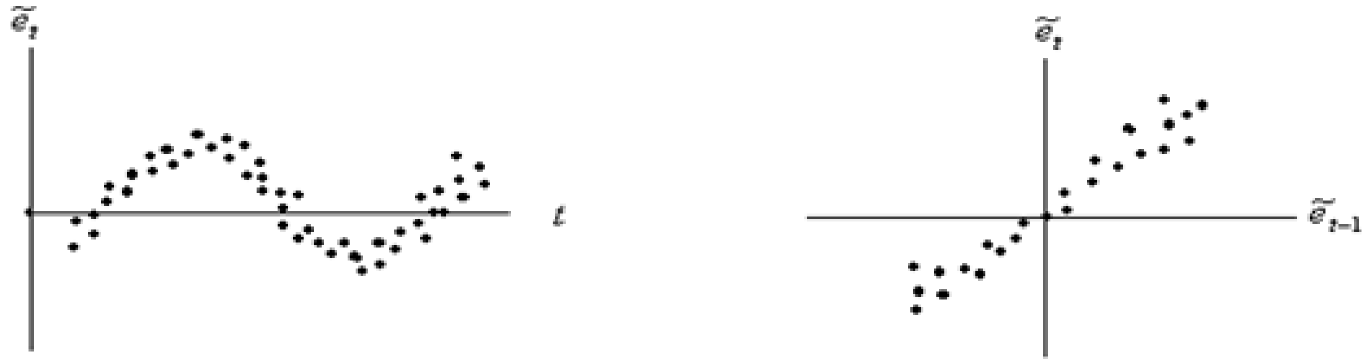
$$e_t = Y_t - (\hat{Y}_t)_{OLS}$$

e_t是μ_t的“近似估计量”。

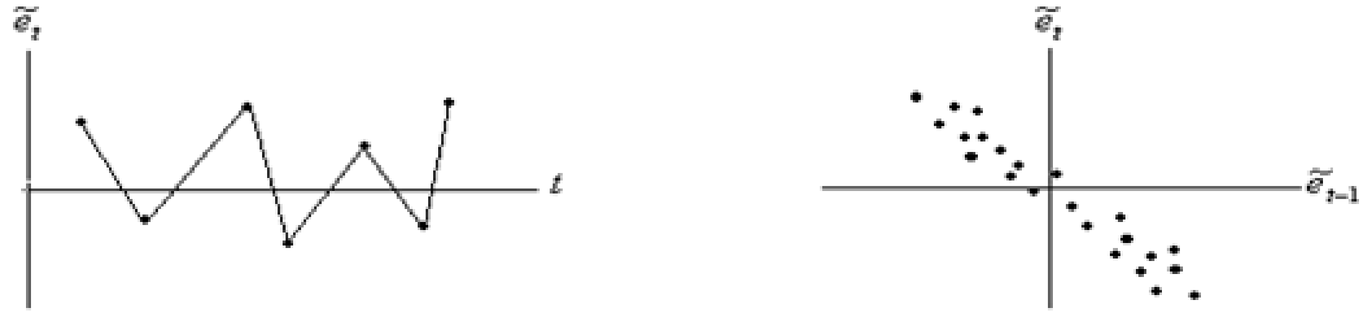
继而，通过分析e_t彼此之间的相关性，判断μ_t是否具有序列相关性。

（一）图示法

利用e_t图形变化判断μ_t是否具有序列相关性



正序列相关（正自相关）



负序列相关（负自相关）

（二）回归检验法

以e_t为被解释变量，以各种可能的相关量，如e_{t-1}、e_{t-2}、e_t^2等为解释变量，建立各种方程：

$$e_t = \rho e_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$e_t = \rho e_{t-1} + \rho e_{t-2} + \varepsilon_t$$

……

对方程进行估计，如果存在某种函数形式，使得方程显著成立，则说明原模型存在序列相关性。

回归检验法的**优点**是，一旦确定了模型存在序列相关性，也就同时知道了相关的形式，适用于任何类型的序列相关性问题的检验。

（三）$D.W.$检验法——检验是否存在自相关

$D.W.$检验是杜宾（J. Durbin）和瓦森（G.S. Watson）于1951年提出的一种检验**自相关（一阶序列相关）**的方法。

$D.W.$方法的假定条件是：

1.解释变量X为非随机；

2.随机干扰项μ_t为一阶自回归形式

$$\mu_t = \rho\mu_{t-1} + \varepsilon_t$$

3.回归模型中不应含有滞后变量作为解释变量，即不应出现

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \cdots + \beta_k X_{tk} + \gamma Y_{t-1} + \mu_t$$

4.回归模型含有截距项β_0。

$D.W$针对原假设

$$H_0: \rho = 0$$

即μ_t不存在一阶自回归，构造统计量为

$$\rho = \frac{\sum_{t=2}^{n} e_t\, e_{t-1}}{\sqrt{\sum_{t=2}^{n} e_t^2}\,\sqrt{\sum_{t=2}^{n} e_{t-1}^2}}$$

$$\cdots - e_{t-1})^2$$

$$\cdots e_t^2$$

$$= \frac{\boxed{\sum_{t=2}^{n} e_t^2} + \boxed{\sum_{t=2}^{n} e_{t-1}^2} - 2\sum_{t=2}^{n} e_t\, e_{t-1}}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$$

$$\approx 2\left(1 - \boxed{\frac{\sum_{t=2}^{n} e_t\, e_{t-1}}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}}\right) \approx 2(1-\rho)$$

通过上述展开可以发现，对于$D.W.$统计量来说

（$D.W. \approx 2(1-\rho)$）：

- 若**不存在自相关**，则$\rho = 0$，$D.W. = 2$。
- 若存在**完全正自相关**，则$\rho = 1$，$D.W. = 0$。
- 若存在**完全负自相关**，则$\rho = -1$，$D.W. = 4$。

$D.W.$检验步骤：

<1>列出原假设和备择假设

H_0：不存在自相关

H_1：存在自相关

<2>计算$D.W.$统计量的值

<3>给定自由度α，由n和k查$D.W.$分布表，得到临界值d_L和d_U

<4>比较，判断

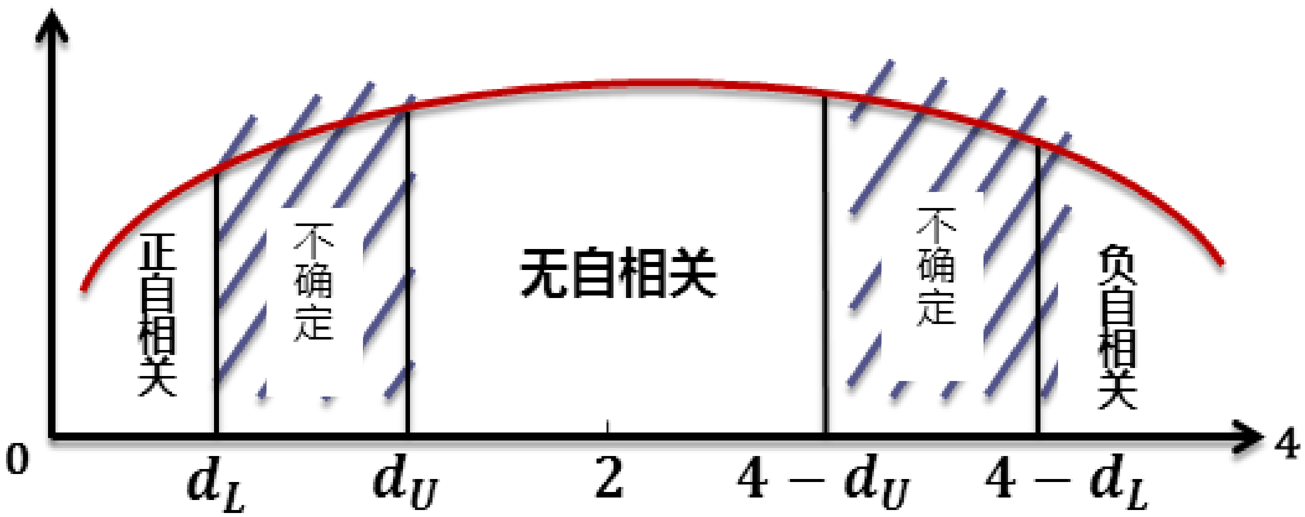
$0 < D.W. < d_L$ 存在正自相关

$d_L < D.W. < d_U$ 不能确定

$d_U < D.W. < 4 - d_U$ 无自相关

$4 - d_U < D.W. < 4 - d_L$ 不能确定

$4 - d_L < D.W. < 4$ 存在负自相关



*D.W.*检验的缺陷：

1.存在不能判断的区域；

2.只能检验自相关；

3.不适用于模型中存在滞后因变量的情形。

【注意】

1. 实际问题中，自相关是最常见的一类序列相关；

2. 经验表明，如果不存在自相关，一般也不存在高阶序列相关；

3. 实际应用中，对于序列相关问题，一般只进行*D.W.*检验。

（四）*LM(GB)*检验——检验存在几阶序列相关

拉格朗日乘数检验克服了*D.W.*检验的缺陷，适合于高阶序列相关及模型中存在滞后被解释变量的情形。

对于模型

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \cdots + \beta_k X_{tk} + \mu_t$$

$$t = 1,2, \dots, T$$

如果怀疑随机干扰项存在p阶序列相关

$$\mu_t = \rho_1 \mu_{t-1} + \rho_2 \mu_{t-2} + \cdots + \rho_p \mu_{t-p} + v_t$$

拉格朗日乘数检验就可用来检验如下受约束回归方程：

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \cdots + \beta_k X_{tk} + \rho_1 \mu_{t-1} + \cdots + \rho_p \mu_{t-p} + \mu_t$$

约束条件为

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_p = 0$$

如果约束条件H_0为真，则LM统计量服从大样本下自由度为p的渐进χ^2分布：

$$LM = nR^2 \sim \chi^2(p)$$

其中，$(t-p)$，R^2分别为如下辅助回归的样本容量与可决系数

$$e_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \cdots + \beta_k X_{tk} + \rho_1 e_{t-1} + \cdots + \rho_p e_{t-p} + v_t$$

五、序列相关性的克服

- 如果模型被检验证明存在序列相关性，则需要发展新的方法估计模型。

- 最常用的方法是广义最小二乘法和差分法。

- 差分法是克服序列相关性的有效方法。

差分法
- （一） 一阶差分法
- （二） 广义差分法

（一）一阶差分法

适用：模型出现完全正自相关（一阶序列相关）的情形。

【例】

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \cdots + \beta_k X_{tk} + \mu_t$$

$$Y_{t-1} = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1,1} + \beta_2 X_{t-1,2} + \cdots + \beta_k X_{t-1,k} + \mu_{t-1}$$

其中，$\mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t$，$\varepsilon_t$满足基本假设。

得到差分模型：

$$\Delta Y_t = \beta_1 \Delta X_{t1} + \beta_2 \Delta X_{t2} + \cdots + \beta_k \Delta X_{tk} + \varepsilon_t$$

【注意】

完全正自相关并不多见，但是只要存在一定程度一阶自相关，即可采用一阶差分法进行处理，再用*OLS*估计得到的差分模型。

雨课堂 Rain Classroom

（二）广义差分法

适用：模型存在高阶序列相关的情形，可处理所有类型的序列相关。

1.模型存在高阶序列相关

对于模型

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \cdots + \beta_k X_{tk} + \mu_t$$

存在p阶序列相关

$$\mu_t = \rho_1 \mu_{t-1} + \rho_2 \mu_{t-2} + \cdots + \rho_p \mu_{t-p} + v_t$$

v_t满足基本假设

对原模型进行1期到p期滞后：

$$Y_{t-1}=\beta_0+\beta_1 X_{t-1,1}+\beta_2 X_{t-1,2}+\cdots+\beta_k X_{t-1,k}+\mu_{t-1}$$

$$Y_{t-2}=\beta_0+\beta_1 X_{t-2,1}+\beta_2 X_{t-2,2}+\cdots+\beta_k X_{t-2,k}+\mu_{t-2}$$

$$\vdots$$

$$Y_{t-p}=\beta_0+\beta_1 X_{t-p,1}+\beta_2 X_{t-p,2}+\cdots+\beta_k X_{t-p,k}+\mu_{t-p}$$

2.滞后变换：

各滞后方程分别乘以对应的相关系数$\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_p$

$$\rho_1 Y_{t-1} = \beta_0 \rho_1 + \beta_1 \rho_1 X_{t-1,1} + \quad 1 \quad {}_{t-1,2} + \cdots + \beta_k \rho_1 X_{t-1,k} + \rho_1 \mu_{t-1}$$

$$\rho_2 Y_{t-2} = \beta_0 \rho_2 + \beta_1 \rho_2 X_{t-2,1} + \quad 2 \quad {}_{t-2,2} + \cdots + \beta_k \rho_2 X_{t-2,k} + \rho_2 \mu_{t-2}$$

$$\vdots$$

$$\rho_p Y_{t-p} = \beta_0 \rho_p + \beta_1 \rho_p X_{t-p,1} + \quad p \quad {}_{t-p,2} + \cdots + \beta_k \rho_p X_{t-p,k} + \rho_p \mu_{t-p}$$

3.广义差分变换

用原模型

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \cdots + \beta_k X_{tk} + \mu_t$$

减去(1)，(2)， …，(p)，得到无序列相关的新模型

$$\begin{aligned} Y_t - \rho_1 Y_{t-1} - \rho_2 Y_{t-2} - \cdots - \rho_p Y_{t-p} = \\ & \beta_0(1 - \rho_1 - \cdots - \rho_p) \\ & +\beta_1(X_{t1} - \rho_1 X_{t-1,1} - \cdots - \rho_p X_{t-p,1}) + \cdots \\ & +\beta_k(X_{tk} - \rho_1 X_{t-1,k} - \cdots - \rho_p X_{t-p,k}) \\ & +v_t \end{aligned}$$

采用OLS估计广义差分模型，得到原模型的无偏、有效估计量。

- 广义差分法可以处理所有类型的序列相关。
- 对于一阶序列相关的情况，广义差分法就是对下面的差分模型进行普通最小二乘回归：

$$
\begin{aligned}
Y_t - \rho Y_{t-1} \\
&= \beta_0(1-\rho) + \beta_1(X_{t1} - \rho X_{t-1,1}) + \cdots + \beta_k(X_{tk} \\
&- \rho X_{t-\mathrm{k},1}) + v_t
\end{aligned}
$$

4.随机误差项相关系数的估计—科克伦·奥科特两步法

应用广义差分法，必须已知随机误差项的相关系数

$\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_p$。

有许多估计$\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_p$的方法，**基本思路**都是采用

OLS 法估计原模型，得到随机干扰项的“近似估计量”，

然后利用该“近似估计量”求得随机干扰项相关系数的

估计量。

科克伦-奥科特两步法：

第一步：

采用OLS估计原模型

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \cdots + \beta_k X_{tk} + \mu_t$$

得到μ的“近似估计量”e，以e作为观测值，使用OLS法估计下式：

$$\mu_t = \rho_1 \mu_{t-1} + \rho_2 \mu_{t-2} + \cdots + \rho_p \mu_{t-p} + \varepsilon_t$$

得到$\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \dots, \hat{\rho}_p$作为随机误差项$\mu$的相关系数$\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_p$的第一次估计值。

第二步：

将$\widehat{\rho}_1, \widehat{\rho}_2, \dots, \widehat{\rho}_p$代入（上一步的广义差分）模型

$$Y_t - \widehat{\rho}_1 Y_{t-1} - \widehat{\rho}_2 Y_{t-2} - \cdots - \widehat{\rho}_p Y_{t-p} =$$

$$\beta_0 (1 - \widehat{\rho}_1 - \cdots - \widehat{\rho}_p)$$

$$+\beta_1 (X_{t,1} - \widehat{\rho}_1 X_{t-1,1} - \cdots - \widehat{\rho}_p X_{t-p,1}) + \cdots$$

$$+\beta_k (X_{t,k} - \widehat{\rho}_1 X_{t-1,k} - \cdots - \widehat{\rho}_p X_{t-p,k})$$

$$+\varepsilon_t$$

计算样本估计值，并估计模型，得到参数估计值$\widehat{\widehat{\beta}}_1, \widehat{\widehat{\beta}}_2, \dots, \widehat{\widehat{\beta}}_p$。

将其代回原模型，得到新的$\widehat{\widehat{\rho}}_1, \widehat{\widehat{\rho}}_2, \dots, \widehat{\widehat{\rho}}_p$，作为$\rho$的第二次估计值。

【注意】迭代次数由实际决定，一般两次即可。

假设	违背	产生的原因	检验方法	克服方法