

Berechnungen im Fussgewölbe

Berechnung der Belastung von vier längs gerichteten Bändern im Fussgewölbe zwischen 2 turnerischen Elementen



Maturaarbeit Kantonsschule Sargans

Maximilian Gion Carle, 4bGMNP

Betreuung:

Herr Christian Götz

Eingereicht am:

9. Januar 2023

Vorwort

Es war schon immer eines meiner Ziele, etwas Neues zu erschaffen, ohne dass ich im Internet Lösungen dazu finden würde. Auch soll die Arbeit eine Herausforderung darstellen, die mich zum Überlegen anregt und mein Wissen auf den Gebieten der Physik und Medizin vergrössert. Ich bin der Überzeugung, dass mir dies mit dieser Arbeit gelungen ist.

Der Hauptgrund, warum ich gerade dieses Thema mit der Bewegung von einem Rondat - Flick Flack - Salto untersuchen will, liegt daran, dass ich im vorletzten Jahr in einem Gymnastiktraining diese Elemente-Kombination geturnt habe. Es war auf der Wiese, da wir Kleinfeld, eine Wettkampfvariante in der Gymnastik, turnten und die Erde war leicht feucht. Beim Landen nach dem Salto fühlte ich, wie sich meine Füsse in den Boden stiessen, und als ich hinab schaute war ein ca. 4 cm tiefes Loch im Boden. Dieses Erlebnis machte mich auf die gewaltige Belastung aufmerksam, welche mein Körper in jedem Training aushalten muss, und ich beschloss damals, dass dies ein Bestandteil meiner Maturaarbeit werden würde.

Einen herzlichen Dank will ich an dieser Stelle den folgenden Personen aussprechen:

Herrn Christian Götz für das ausgezeichnete Betreuen meiner Arbeit und seiner grossen Hilfsbereitschaft bei organisatorischen Fragen als auch bei Fragen zur Materie.

Prof. Dr. Stephen Ferguson vom Institut für Biomechanik der ETH dafür, dass er sich die Zeit genommen hat, mit mir ein Gespräch zu führen, in welchem er viele meiner Fragen beantworten konnte.

Herrn Dr. med. Christian Schlegel, Arzt für Sportmedizin, vom Medizinischen Zentrum Bad Ragaz für das Interview, in welchem viele meiner anfänglichen Fragen beantwortet werden konnten. Ebenfalls dankbar bin ich für die neuen Sichtweisen auf mein Thema, welche sich durch dieses Gespräch ergeben haben.

Herrn Roland Bischof für die Ausleihe der Messgeräte der Kantonsschule Sargans.

Shion Senti für die Spontanität und das präzise Turnen, mit welchem er mir ermöglicht hat, die Messungen durchzuführen.

Auch einen grossen Dank will ich Jonathan Maier, Katharina Fehr und Hans Richard Aurich für das Gegenlesen der Arbeit aussprechen.

Zu guter Letzt gilt mein Dank auch meiner Mutter, Dr. med. Eva Carle, welche ich im vergangenen Jahr oftmals mit Fragen überrumpelt habe, welche sie mir in den meisten Fällen ausführlich beantworten konnte. Des Weiteren bin ich ihr sehr dankbar für das Gegenlesen der Arbeit und die Literatur, welche ich von ihr ausleihen durfte.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	I
Inhaltsverzeichnis	II
1 Einleitung	1
1.1 Ziele und Leitfragen	1
1.2 Problemstellung	1
1.3 Vorgehen und Methoden	1
1.4 Aufbau der Arbeit	2
2 Anatomie	3
2.1 Ligamente	3
2.2 Muskeln	5
2.3 Fuss	7
2.3.1 Fussgewölbe	8
3 Rechnerische Grundlagen	10
4 Das Modell	11
4.1 Grundlagen des Modells	11
4.2 Messungen	13
4.2.1 Probeversuch	13
4.2.2 Hauptmessung	13
4.2.3 M. peroneus longus Messung	15
4.3 Verarbeitung der Bilddaten	16
4.4 Funktionsweise des Modells	18
4.4.1 Diagrammsynchronisation	18
4.4.2 Vorverarbeitung der F_N -Werte	18
4.4.3 Elimination störender Kräfte	19
4.4.4 Belastung auf der Achillessehne	24
4.4.5 Belastung auf den Ligamenten x_0 bis x_3	24
5 Ergebnisse	27
5.1 Beantwortung der Leitfragen	30
6 Zusammenfassung	31
7 Reflexion und Ausblick	32
Literaturverzeichnis	IV
Abbildungsverzeichnis	V
Abkürzungsverzeichnis	VI

Anhang	VII
A. Beschreibungen der Personen im Zusammenhang mit meiner Arbeit	VII
B. Zusammenfassung zum Interview mit Dr. med. Christian Schlegel	VIII
C. E-Mail.....	IX
D. Programmcode.....	X
E. GeoGebra Daten.....	XI
F. Rechendaten.....	V
G. Selbständigkeitserklärung	IX

1 Einleitung

1.1 Ziele und Leitfragen

In dieser Arbeit soll die Belastung auf vier Bänder berechnet werden während der Landung nach einem Flick Flack und dem darauffolgenden Absprung zu einem Salto rückwärts gehockt. Es handelt sich um die Bänder Lig. calcaneonaviculare plantare, Lig. calcaneocuboideum plantare, Lig. plantare longum und der Aponeurosis plantaris. Der Fokus der Arbeit liegt auf der Aponeurosis plantaris.

Die Leitfragen dieser Arbeit beinhalten die Frage, was mit den Bändern in länglicher Richtung des Fussgewölbes passiert, mit Fokus auf der Aponeurosis plantaris, bezogen auf die Belastung und Ausdehnung der Bänder.

Dazu kommt die Frage, wieviel die Muskulatur zur Stützung des Fussgewölbes beiträgt.

Die dazugehörenden Thesen, welche ich aufgestellt habe, sind folgende:

«Meine Vermutung ist, dass von den folgenden genannten Bändern Aponeurosis plantaris, Plantare longum, Calcaneocuboideum plantare, Calcaneonaviculare plantare, die Aponeurosis plantaris am meisten belastet wird, da dort laut Dr. med. C. Schlegel die meisten Verletzungen entstehen.», für die erste Leitfrage, und für die zweite Leitfrage: «Meine Vermutung ist, dass die Muskulatur nicht mehr als 40% zum Stützen des Fussgewölbes beiträgt.»

1.2 Problemstellung

In dieser Arbeit gab es mehrere Hürden, hauptsächlich gegeben durch die Komplexität des Fusses mit all seinen Muskeln, Bändern und Knochen. Dies bestätigt auch die E-Mail von Benno M. Nigg, Dr. sc. nat., Dr. h.c. mult. auf meine Gesprächsanfrage. «... The topic you want to solve is a nice PhD topic for a good modeller in biomechanics. Way too much for a Matura-Project. Change the topic. ... » (E-Mail, 5. Oktober, im Anhang einsehbar).

Des Weiteren stellte sich im Verlauf der Arbeit heraus, dass die biomechanischen Daten für die vier Bänder grösstenteils nicht vorhanden sind, weder im Internet in Form von früher verfassten Arbeiten noch in Büchern.

1.3 Vorgehen und Methoden

Das Problem musste vereinfacht werden. Dies geschah durch eine 2-Dimensionalisierung des Fusses. Des Weiteren wurde die Beweglichkeit mancher Gelenke vernachlässigt und deren Öffnungswinkel für jeden Zeitschritt gleich belassen. Ausserdem sind nicht alle Muskeln und Bänder mit in die Berechnung eingeflossen, da deren Beteiligung, wie später ausgeführt wird, als zu gering betrachtet werden darf.

Zur Datengewinnung wurde eine umfangreiche Messung und eine kleine Messung durchgeführt. Die umfangreiche Messung war dazu da, um 2 Winkel anhand des Videomaterials zu bestimmen und die Kräfte zum Zeitpunkt t zu messen. Die kleine Messung war nötig, um eine Annäherung für den maximalen Kraftwert des M. peroneus zu bestimmen.

Generell gilt für den gesamten Programmcode, dass dieser ausschliesslich in Englisch verfasst wurde. Ausnahmen bilden Variablen, welche aus Abbildungen übernommen wurden.

1.4 Aufbau der Arbeit

Im Anschluss an die Einleitung wird die Theorie, auf welcher die Arbeit aufbaut, erläutert. Diese Theorie wird sowohl anatomische Elemente beinhalten als auch die physikalischen Prinzipien, welche später verwendet werden, erklären.

Der darauffolgende praktische Teil befasst sich mit den Überlegungen und der Produktion des Rechenmodells und den daraus folgenden Resultaten. Das Modell ist grösstenteils in C++20 geschrieben, während die Datengewinnung aus dem Videomaterial mithilfe von Python3.11 programmiert wurde.

Im Anhang ist der Github Link zu dem Github Repository der Arbeit verlinkt, in welchem sich der gesamte Programmcode befindet. Da das Modell sehr umfangreich ist und inzwischen aus 19 Python Dateien, C++ Dateien und C++ Header Dateien besteht, wurde davon abgesehen, alles in diesem Dokument aufzuführen.

2 Anatomie

2.1 Ligamente

Bänder, auch Ligamente genannt, abgekürzt Lig., sind gebündelte, parallel zueinander verlaufende Tropokollagenfasern. Sie stabilisieren Gelenke passiv, indem sie an beiden der beteiligten Knochen des Gelenkes verankert sind. Durch diese Gelenkstabilisierung schränken sie die Bewegungsrichtungen des Gelenkes erheblich ein, was sich unterstützend auf die aktiven Stabilisatoren (Muskeln) auswirkt. Um ihrer stabilisierenden Funktion nachgehen zu können, besitzen Ligamente grundsätzlich nur eine maximale Dehnung von 12%-15%. Aufgrund ihrer Struktur ist die Dehnung von Bändern nur bedingt linear.

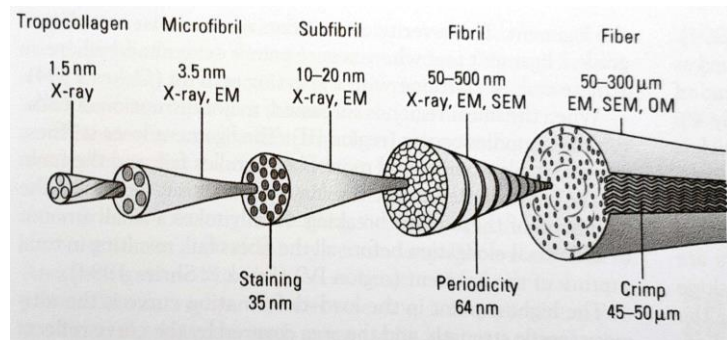


Abbildung 2-1: Aufbau eines Ligaments (Kolt & Snyder-Mackler, 2009, p. 45)

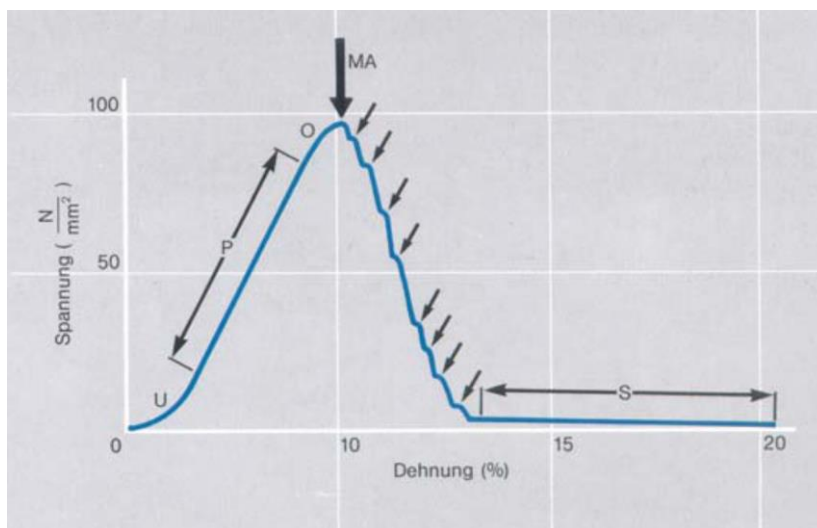


Abbildung 2-2: Dehnungsdiagramm eines Ligaments (Lohmann, 2005, S. 32)

als Spannungsverlust zu sehen. Die maximale Zugfestigkeit eines Ligaments beträgt 441 N/mm^2 . (Lohmann, 2005, S. 31)

Allerdings ist eine Berechnung im Rahmen einer Maturaarbeit kaum möglich, da sowohl Durchmesser und Struktur als auch die Faserorientierung und die Lage der Befestigungspunkte vorhanden sein müssten. (Lohmann, 2005, S. 32)

Am Anfang (u) ist aufgrund der wellenförmig gelegenen Tropokollagenfasern eine exponentielle Steigung zu sehen, welche in eine lineare Steigung (p) übergeht, sobald die Fasern gespannt sind. Bei weiter zunehmendem Zug zerreißen einzelne Fasern, dies ist im dritten Teil (10%-13% Dehnung)

Die Stelle zwischen dem Knochen und dem Ligament heisst Enthese. Es gibt 2 Arten der Enthese. Es gibt sowohl die Fibrous enthesis, welche die Bindung des Ligaments mit der Knochenhaut beschreibt, als auch die Fibrocartilaginous enthesis, welche eine direkte Bindung des Ligamentes mit dem Knochen beschreibt, in welcher das Ligament im Bereich von 200-400µm bis hin zu mehreren Millimetern tief im Knochen steckt. Aufgrund ihrer hohen Widerstandskraft gegen Dehnung können Ligamente gut Energie speichern, zum Beispiel bei einer Landung, um diese in einem direkt darauffolgenden Sprung wieder abzugeben. Ligamente haben einen Stoffwechsel und können sich den Belastungen, denen sie ausgesetzt sind, anpassen. Das führt allerdings auch dazu, dass eine längere Immobilisation zu einer sich verschlechternden Morphologie¹ führt. (Kolt & Snyder-Mackler, 2009, p. 30)

¹ Lehre von der äußeren Gestalt, Form der Lebewesen, der Organismen und ihrer Teile

2.2 Muskeln

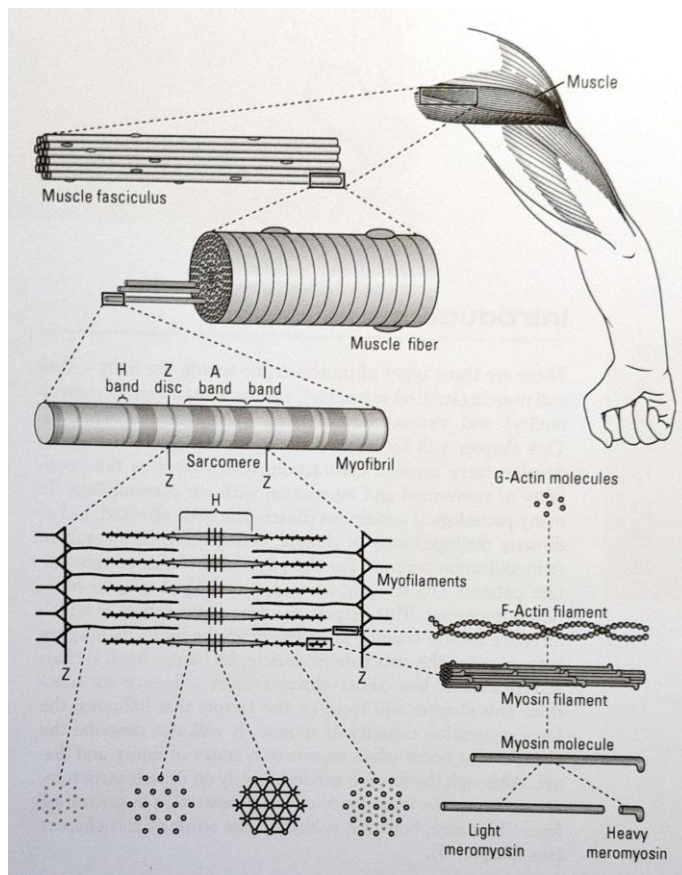


Abbildung 2-3: Aufbau eines Muskels (Kolt & Snyder-Mackler, 2009, p. 10)

Ein Muskel kann sich kontrahieren. Dabei entsteht Spannung durch Verkürzen des Muskels. Andererseits kann durch das Dehnen des Muskels ebenfalls Spannung gewonnen werden, da dieser ebenfalls elastische Komponenten besitzt. Diese elastischen und kontraktile Komponenten sind in der Muskulatur teilweise parallel als auch manchmal seriell aneinander gereiht. Die kontraktile Komponente, bestehend aus dem Sarkomer und den darin enthaltenen Aktin- und Myosin-Filamenten, wandelt chemische Energie in mechanische Kraft um. Die Energie dafür wird aus ATP² gewonnen.

Ein Sarkomer beinhaltet etwa 2000 Aktin- und 1000 Myosin-Filamente. Die Aktinfilamente sind an der Z-Scheibe befestigt, welche aus Strukturproteinen besteht und mehrere Sarkomere miteinander verbindet. (Lohmann, 2005, S. 36-38)

Wenn ein Muskel einen Impuls verringern muss, ist diese Bewegung exzentrisch.

Es gilt dabei $|F_{\text{exzentrisch}}| > |F_{\text{konzentrisch}}|$, was bedeutet, dass die Kraft, die exzentrisch³ aufgeboten werden kann, grösser ist als das «one repetition maximum»⁴. (Quelle im Anhang B)

² Adenosintriphosphat kann in ADP + P gespalten werden und setzt dadurch Energie frei.

³ eine exzentrische Bewegung ist eine Bewegung, bei der etwas abgebremst wird. Zum Beispiel das Landen, wenn man von einem Schwedenkasten herunterspringt.

⁴ Das ist die maximale Kraftanstrengung, welche genau einmal durchgeführt werden kann, bevor der Körper erschöpft ist.

Es gibt 3 Fasertypen der Skelettmuskulatur:

- Faser Typ I:
 - besitzt eine hohe Anzahl an Mitochondrien⁵
 - viel Hämoglobin⁶
 - langsam zuckend
 - aerober Stoffwechsel
 - grosser Ermüdungswiderstand
 - arbeitet ausdauernd und präzise mit moderater Kraft
- Faser Typ II a:
 - mehr Myofibrillen als in Faser Typ I
 - viel Glykogen⁷
 - schnell zuckend
 - Kombination aus anaerober Glykolyse und aeroben Stoffwechsel
 - hoher Ermüdungswiderstand
 - ausdauernd, schnell, kräftig arbeitend
- Faser Typ II b:
 - mehr Myofibrillen als in Faser Typ I
 - viel Glykogen
 - schnell zuckend
 - rein anaerobe Glykolyse
 - schnell ermüdbar
 - geringe Ausdauer
 - extrem stark und schnell

(Lohmann, 2005, S. 46)

Des Weiteren gibt es noch die glatte Muskulatur, welche hauptsächlich in Organen vorkommt. Sie bekommt ihren Namen dadurch, dass keine Querstreifung wie bei einem Skelettmuskel sichtbar ist, da die Aktin- und Myosin-Filamente kreuz und quer gezogen sind.

⁵ Organell, welches die Energie für die Zelle bereitstellt.

⁶ Sauerstoff transportierendes Molekül

⁷ Zuckerspeicherform, welche gut aufspaltbar ist.

2.3 Fuss

Der Fuss besteht aus 5 Teilstrukturen, welche zusammengehören, da diese nur in der Gruppe beweglich sind (siehe Teile 1-5 in der Abbildung 2-5).

Gut zu sehen ist dies am Os cuboideum, welcher komplett zwischen den danebengelegenen Knochen eingeklemmt ist.

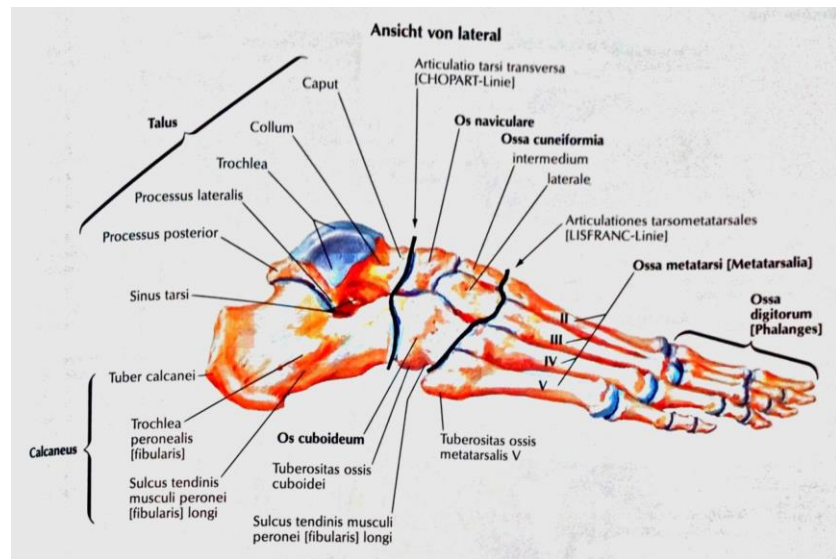


Abbildung 2-4: Fuss lateral (Netter, 1995)

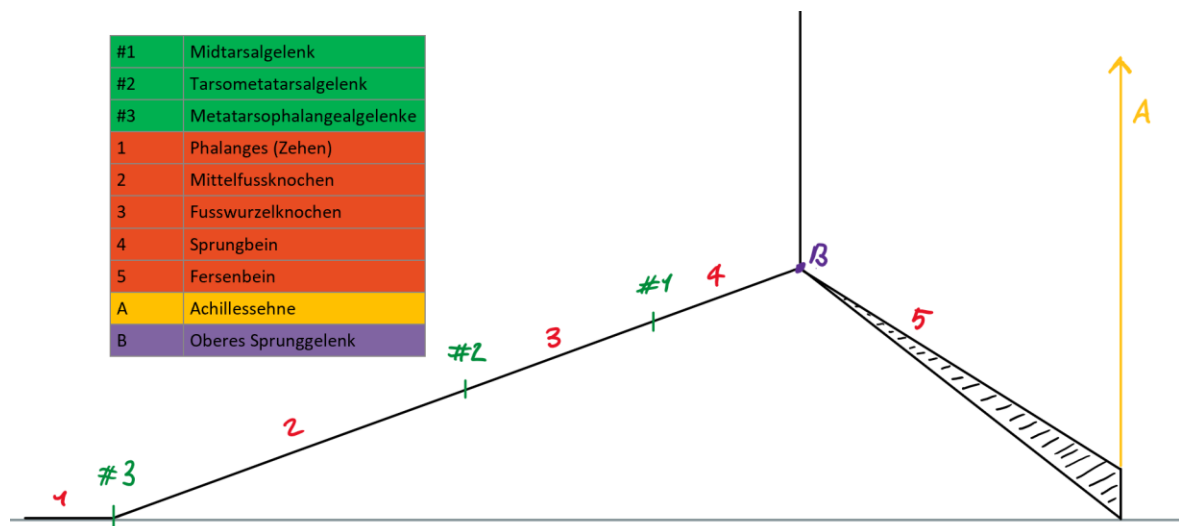


Abbildung 2-5: Fuss Schemata

Der Vorderfuss hat zu dem Hinterfuss ein Hebelverhältnis von ungefähr 2.5:1 um den Drehpunkt des oberen Sprunggelenks. (Weineck, 1988, S. 157/158)

Die Sportdisziplin mit der höchsten Gefahr für Sprunggelenksverletzungen ist Badminton gefolgt von Volleyball, Basketball und Trampolin springen. (Weineck, 1988, S. 162)

Die Belastungen auf die Achillessehne sind sehr hoch. Eindrücklich vermittelt dies der folgende Textabschnitt.

«Für das Gehen, Laufen und Sprinten wurden Achillessehnenzugbelastungen von 2354N, 5'886N und 8'829N ... errechnet. Die Belastungsspitzen bei kurzzeitigen Kraftimpulsen liegen aber in verschiedenen Sportdisziplinen bedeutend höher. Für einen Handstützüberschlag seitwärts mit $\frac{1}{4}$ Drehung und nachfolgendem Salto rückwärts wird die Achillessehne für die Zeit von 0.005s mit dem 25fachen des Körpergewichts – dies entspricht bei einem Körpergewicht von 72 kg etwa 18'345N ... - belastet.» (Weineck, 1988, S. 167, Spalte 1)

Die Beweglichkeit des Fusses, gemessen aus der Stellung, die im zweibeinigen Stand vorhanden ist, sieht man in der folgenden Auflistung.

Bewegung:	Bewegungsumfang:
Supination	5°
Pronation	5°
Vorfussadduktion	20°
Vorfussabduktion	10°
Dorsalflexion im Sprunggelenk	20°
Plantarflexion im Sprunggelenk	50°
Beugungsumfang des Metatarsophalangealgelenks I (Grosszehe)	70°-90°
Streckungsumfang des Metatarsophalangealgelenks I (Grosszehe)	45°

Auflistung 1: Beweglichkeit des Fusses

(Dr. Hoppenfeld, Hutton, & Thomas, 1982, S. 223/225)

Natürlich unterscheiden sich diese Werte massiv, wenn andere Quellen betrachtet werden. Dies dürfte auf die unterschiedlichen Parameter bei den Messungen zurückzuführen sein, wie zum Beispiel Weichheit oder Dehnbarkeit der Bänder, Grösse und Trainingszustand der Probanden und das Alter sowohl bei lebenden Probanden als auch bei den untersuchten Leichenteilen. So ist zum Beispiel aus der Fussmittelstellung eine Plantarflexion um nur 30° möglich, wenn die Werte aus «Sportanatomie, Beiträge zur Sportmedizin, Band 9, S 156» betrachtet werden.

2.3.1 Fussgewölbe

Der Fuss besitzt sowohl eine Querwölbung (Abbildung 2-6) als auch eine längliche Wölbung (Abbildung 2-7). Der Grad der Wölbung wird durch die Form der Knochen festgelegt, welche wiederum durch Ligamente und Muskeln miteinander verspannt sind.

Zuunterst im Fussgewölbe liegt die Aponeurosis plantaris (Abbildung 2-8). Sie ist eine Sehnenplatte, auch Plantaraponeurose oder Plantarfaszie genannt, welche auch gleichzeitig das Ligament mit dem grössten Querschnitt im Fuss ist. Die Aponeurosis plantaris setzt am Tuber calcanei⁸ an und strahlt in die Metatarsophalangealgelenke ein, gleichzeitig führt ein Zügel zur Tuberositas⁹ des Os Metatarsale V.

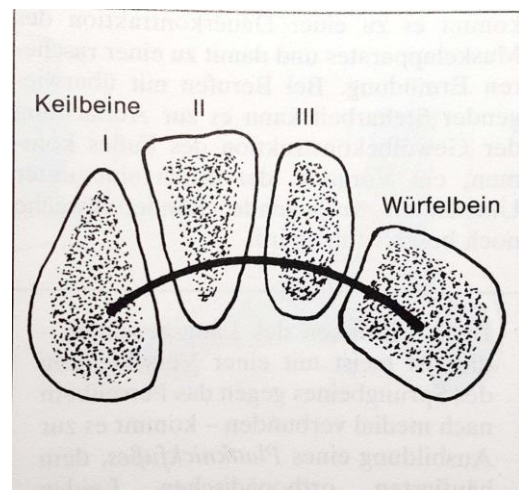


Abbildung 2-6: Querschnitt im Bereich der distalen Fusswurzelknochen (Weineck, 1988, S. 153)

⁸ Punkt am Calcaneus

⁹ Knochenvorsprung am distalen (in Richtung Zehen) Ende des 5. Mittelfussknochens

Verletzungen kommen hauptsächlich entweder in der Mitte oder am Ansatz der Bänder vor. In den meisten Fällen besteht die Verletzung aus Verkalkungen oder kleineren Rissen. Die Aponeurosis plantaris (Abbildung 2-8) reisst nur in seltenen Fällen aufgrund ihres grossen Querschnitts, welcher eine hohe Widerstandsfähigkeit bereitstellt. Trotzdem ist sie eine der für Verletzungen anfälligsten Ligamente, da sie unter den Metatarsophalangealgelenken hinweg das Fussgewölbe verspannt.

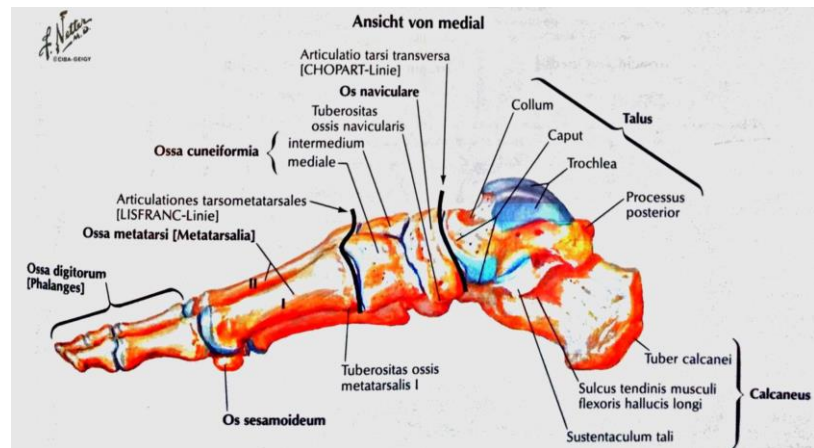


Abbildung 2-7: Fuss in medialer Ansicht (Netter, 1995, S. 493)

Ausserdem wichtig für die Stabilisierung des Längsgewölbes sind die folgenden Ligamente:

- Lig. calcaneonaviculare plantare, welches den Calcaneus¹⁰ mit dem Os naviculare verbindet.
- Lig. calcaneocuboideum plantare, welches den Calcaneus mit dem Os cuboideum verbindet.
- Lig. plantare longum, welches den Calcaneus und die Ossa metatarsi¹¹ II – V verbindet, indem es bis kurz vor den Os metatarsi V in gebündelter Form verläuft und sich dann daraufhin, ähnlich der Aponeurosis plantaris, aufspaltet.

Ebenfalls wichtig sind die Muskeln, welche hier nur am Rande aufgeführt sind:

M. flexor digitorum brevis / longus, M. flexor hallucis brevis / longus, M. abductor hallucis, M. peroneus longus

Im praktischen Teil wird noch einmal auf den einen oder anderen dieser Muskeln eingegangen werden. (Quelle im Anhang B)

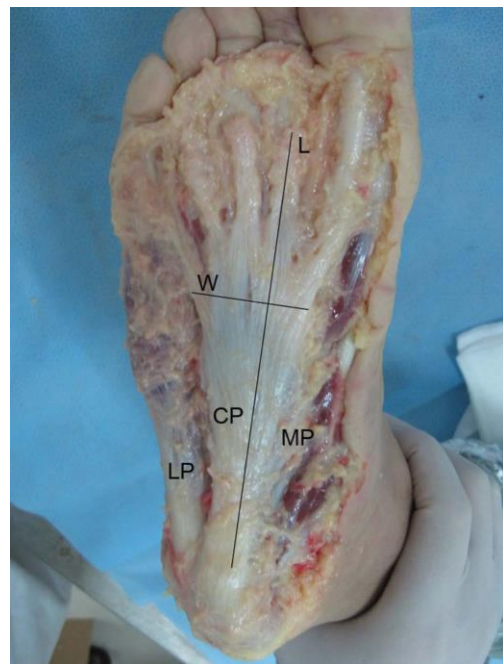


Abbildung 2-8: Aponeurosis plantaris (Chen, et al., 2014)

¹⁰ Fersenbein

¹¹ Mittelfussknochen

3 Rechnerische Grundlagen

Sinus und Cosinus:

In einem rechtwinkligen Dreieck gilt:

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(\alpha - 90^\circ) = \sin(\alpha)$$

$$\sin(90 - \alpha) = \cos(\alpha)$$

Drehung eines Vektors:

Die Matrixform sieht folgendermassen aus:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Die einzelnen Komponenten ergeben sich daher als:

$$x' = x * \cos(\alpha) - y * \sin(\alpha)$$

$$y' = x * \sin(\alpha) + y * \cos(\alpha)$$

Winkel zwischen 2 Vektoren:

$$\cos(\alpha) = \left(\frac{\vec{a} * \vec{b}}{|\vec{a}| * |\vec{b}|} \right)$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{a} * \vec{b}}{|\vec{a}| * |\vec{b}|} \right)$$

Drehmoment:

Das Drehmoment wird als $M = r * F$, mit r als die kürzeste Gerade zwischen dem Kraftansatz und O und F als Kraft senkrecht auf r , berechnet. Mit dem Drehmoment können Hebelwirkungen bestimmt werden. Ein Beispiel für Drehmomente ist die Tür. Versucht jemand nahe an der Angel die Türe zu öffnen, braucht er mehr Kraft, als wenn er die Türe bei der Türklinke öffnet.

Ist wie in der Abbildung 2-9 die Kraft nicht senkrecht auf r , so muss das Drehmoment folgendermassen berechnet werden:

$$M = r * F * \sin(\alpha)$$

Es gilt, $M_{\text{Uhrzeigersinn}} = M_{\text{Gegenuhrzeigersinn}}$, wenn sich das Objekt nicht dreht. In dem Beispiel von Abbildung 2-9 wäre es daher:

$$F_r * \sin(\alpha) * r = F_l * \sin(\beta) * l$$



Abbildung 3-1: Drehmoment Schemata

4 Das Modell

In diesem Kapitel wird der Aufbau des Modells erklärt, indem die einzelnen Berechnungen des Programmcodes in mathematischen Formeln wiedergegeben werden. Der Aufbau des Kapitels ist mit der Aufruffreihenfolge des Programmcodes chronologisch synchronisiert.

4.1 Grundlagen des Modells

Das Vorgehen war, die für die Stabilisierung des länglichen Fussgewölbes wichtigen Ligamente festzulegen. Diese Ligamente wurden von Dr. C. Schlegel während eines Interviews besprochen. Deren Befestigungspunkte wurden in ein Röntgenbild eingefügt. Ausserdem wurde der Drehpunkt des oberen Sprunggelenks, die Drehpunkte aller Gelenke auf dem Fussrücken, der Auftrittspunkt und der Ansatz der Achillessehne auf dem Bild eingezeichnet. Um die Punkte einzuzeichnen, wurde das Programm «GeoGebra Classic 5» verwendet, um geometrische Operationen durchzuführen.

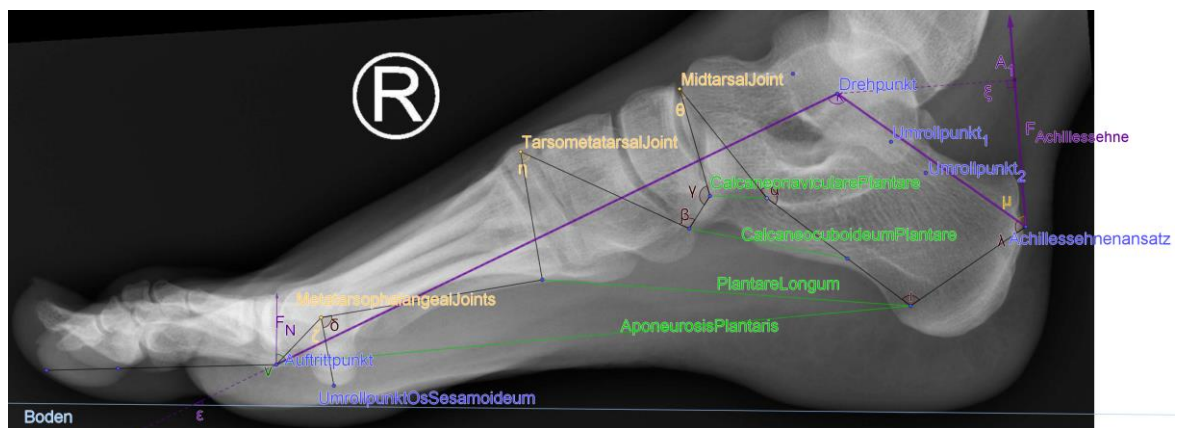


Abbildung 4-1: 2-Dimensionalisierung des Fusses

Daraus folgend konnte folgendes Modell abgeleitet werden:

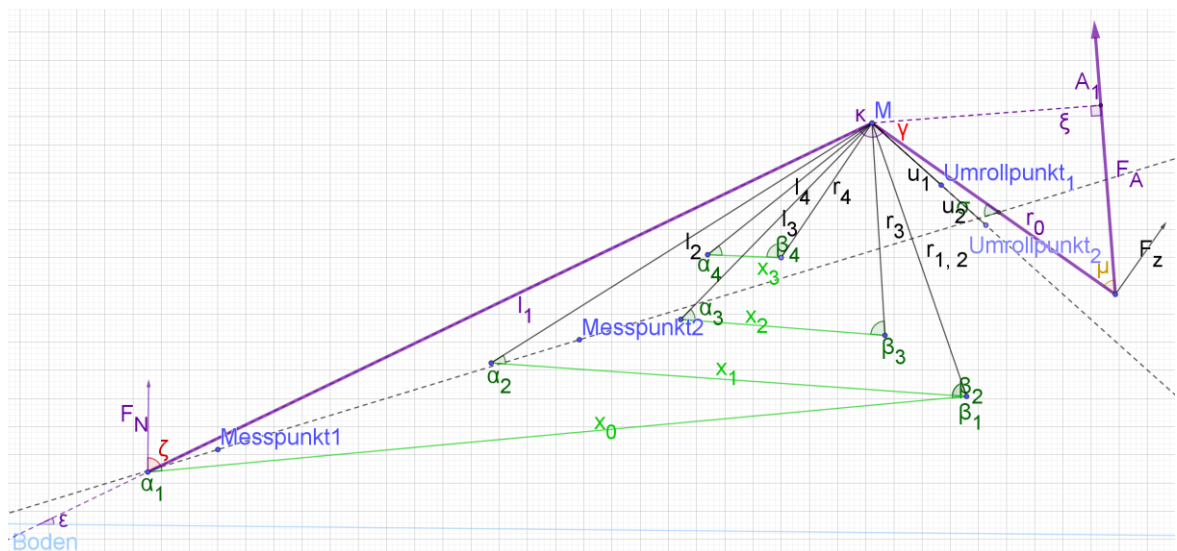


Abbildung 4-2: Rechenmodell (Die Geometrischen Daten sind im Anhang unter «GeoGebra Daten» vermerkt.)

Dieses Modell ist sehr vereinfacht und es spiegelt die Realität nicht getreu wider, allein schon aus dem Grund, dass es 2-dimensional ist.

In der Abbildung 4-2 ist zu sehen, dass der Drehpunkt bei M liegt, welcher identisch mit dem Drehpunkt des Oberen Sprunggelenks ist. Es wird angenommen, dass die Strecke l_1 den Auftrittspunkt mit dem Drehpunkt verbindet. Wichtig für das Rechenmodell ist der Winkel ζ . Dies ist der Winkel zwischen l_1 und der Normalkraft F_N , welche senkrecht zum Boden steht. Ebenso wichtig ist der Winkel μ , welcher den Winkel zwischen F_A , der Kraft der Achillessehne, und r_0 , der Strecke zwischen M und dem Ansatz der Achillessehne, angibt. F_Z steht senkrecht auf r_0 . Ausserdem wurden den Ligamenten Abkürzungen gegeben, um sowohl die später kommenden Formeln einfacher darstellen zu können als auch die Länge der Variablen-Namen im Programmcode zu verkürzen, um die Übersichtlichkeit zu erhalten.

Aponeurosis plantaris	x_0
Lig. calcaneocuboideum plantare	x_2

Lig. plantare longum	x_1
Lig. calcaneonaviculare plantare	x_3

Auflistung 2: Abkürzungszuweisung der Ligamente

Das Modell ist so aufgebaut, dass alle Strecken auf der im Uhrzeigersinn rotierenden Seite des in Abbildung 4-2 gezeigten Rechenmodells mit «l» und alle im Gegenuhrzeigersinn mit «r» beschriftet sind.

4.2 Messungen

4.2.1 Probeversuch

Der Probeversuch diente hauptsächlich dazu, die Kamera «Casio EX-F1» und die Vernier Kraftmessplatte kennen zu lernen. Da diese Messungen im Physikpraktikumszimmer stattfanden, konnten nur Reaktionskraftsprünge durchgeführt werden. Diese bestanden aus einem Absprung von der Kraftmessplatte gerade nach oben und darauf folgendem Landen und erneutem Absprung zur erneuten Landung. Die dazugehörigen Kraftmessplattenwerte für den erneuten Absprung, ein sogenannter Reaktionskraftsprung, sehen folgendermassen aus:

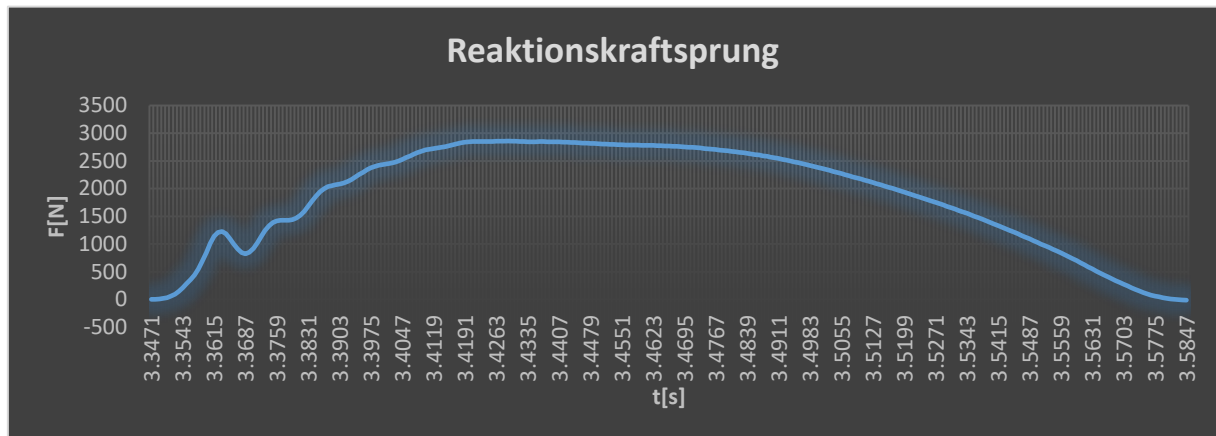


Diagramm 1: Normalkraftmessung der Kraftmessplatte bei einem Reaktionskraftsprung

Der erste Ausschlag bei $t = 3.3615\text{s}$ wird später noch im Kapitel «Funktionsweise des Modells» genauer erläutert. Allerdings sei hier darauf hingewiesen, dass dieser Ausschlag in allen Messungen vorgekommen ist, auch bei denen, in der die Elemente-Kombination geturnt wurden.

4.2.2 Hauptmessung

4.2.2.1 Versuchsaufbau



Abbildung 4-3: Versuchsaufbau der Hauptmessung

10 dünne Matten

3 Scheinwerfer

Casio EX-F1 (Kamera)

Spieth «Flexi-Roll»

2 Kabeltrommeln

GoPro8 (Kamera)

4 Yogamatten

Olympus Tough TG-6 (Kamera)

Kraftmessplatte von Vernier

Auflistung 3: Materialliste

Die Spieth Rolle wurde über quergelegte dünne Matten gelegt. An dem Punkt, an dem gemessen wurde, wurden 3 Yogamatten neben die Kraftmessplatte, bzw. von der Kamera aus gesehen hinter die Kraftmessplatte, übereinandergestapelt, um dieselbe Höhe wie die Kraftmessplatte für die Landung des 2. Fusses zu erreichen. Auf der Kamera zugewandten Seite der Kraftmessplatte wurde nur eine Yogamatte platziert, welche doppelt genommen wurde, damit diese leichter zusammengedrückt werden kann und die Messung weniger verfälscht wird. Es stellt kein Sicherheitsrisiko für den Turner dar, da der Turner an dieser Stelle nicht aufkommt. Durch die umliegenden Matten entstand zwischen der Spieth Rolle und der Kraftmessplatte ein 1 bis maximal 2 Zentimeter grosser Abstand, um eine vorzeitige Messung der Kraftmessplatte durch den Anlauf zu verhindern. Der Aufenthaltsort der Kraftmessplatte wurde auf der Spieth Rolle mit einem mit Magnesia gezeichnetem Viereck markiert, um dem Turner einen Anhaltspunkt zu geben, wo er nach dem Flick Flack landen muss. Ebenfalls wurde ein Koordinatensystem mit 2 rechtwinklig zueinander klebenden Tapestreifen gezeichnet, welche je eine Markierung im Abstand von 20cm zu ihrem Schnittpunkt besaßen. Die Kraftmessplatte wurde über das Programm «Logger Pro 3.16.2 Demo» bedient und hat alle $2.5 \cdot 10^{-3}$ Sekunden die Kraft

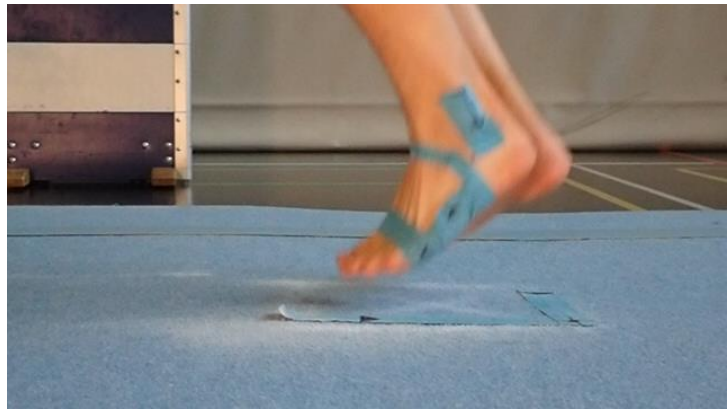


Abbildung 4-4: 3. Einzelbild aus der Messung

senkrecht zu sich gemessen, hier genannt « F_N -Kraft». Am Fuss des Turners sind, wie in der Abbildung 4-4 ersichtlich, Markierungen gesetzt worden. Die Markierungen sind alle auf spürbaren Erhebungen angebracht, um reproduzierbare Messpunkte zu haben und welche ausserdem durch die Verbindung zu Geraden die Möglichkeit bieten, Winkel zu berechnen.

Messpunkt 1 und 2 aus dem Rechenmodell in Abbildung 4-2 sind identisch mit den beiden Messpunkten seitlich am Fuss, während Messpunkt 3 identisch mit dem Drehpunkt M bzw. dem Malleolus lateralis ist und Messpunkt 4 ein Punkt auf der Fibula ist.

Alle Bilder aus der Messung sind im Github Repositorium zu finden, welches im Anhang «Programmcode» verlinkt ist.

4.2.2.2 Durchführung

Die GoPro galt der Dokumentation und nicht der Messung. Die Aufzeichnungsrate der TG-6 betrug 480fps. Die EX-F1 hätte mit 1200fps filmen sollen, konnte jedoch aufgrund ihres Alters nur 5GB fassen, dadurch war die Speicherkarte zu schnell voll. Wie später ersichtlich wurde, waren die 480fps mehr als ausreichend.

Shion Senti vom Turnverein Mels fungierte als Proband und turnte die Elemente-Kombination Rondat¹² - Flick Flack - Salto rückwärts gehockt¹³. Das Rondat hat die Aufgabe, Schwung zu holen, indem gerade angelaufen wird und dann durch diese Drehung, mit dem Schwung durch den Anlauf, rückwärts weiter geturnt werden kann. Der Flick Flack ist für die Ausrichtung nötig, damit keine Fehlbelastungen der Kraftmessplatte durch die Drehung der Längsachse¹⁴ zustande kommen.

14 Versuche waren nötig, bis die Kraftmessplatte vom Probanden richtig getroffen wurde. Die daraus entstandenen Daten sind folgende:

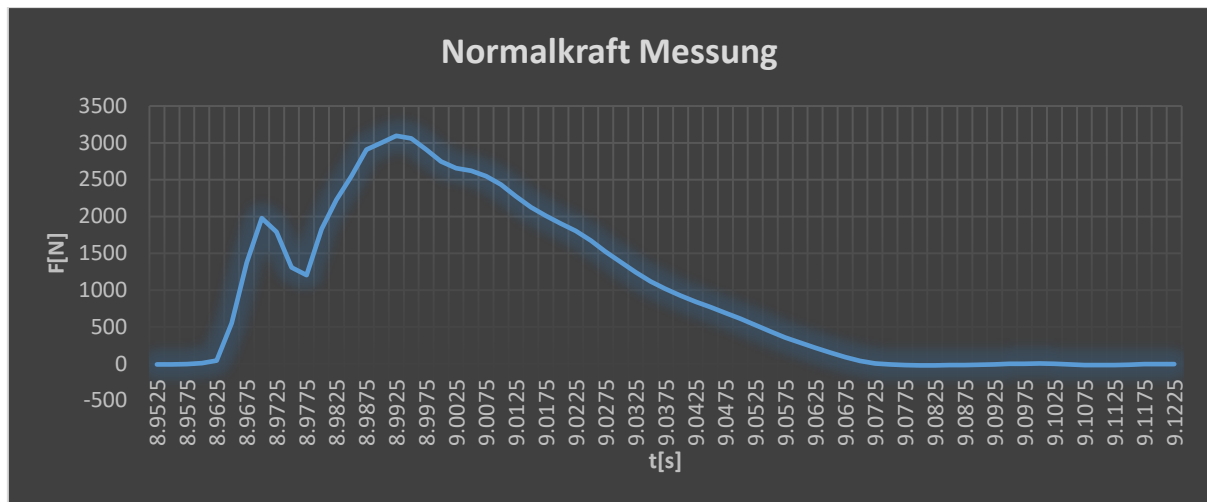


Diagramm 2: Normalkraft Messung mit Hilfe der Kraftmessplatte während der Landung nach dem Flick Flack zum Absprung des Saltos rückwärts gehockt

4.2.3 M. peroneus longus Messung

Während den Berechnungen ist ersichtlich geworden, dass genauere Werte für den M. peroneus longus benötigt werden.

Die Messung wurde durchgeführt, indem der Proband Shion Senti auf einem Stuhl sitzend versucht hat, möglichst nur den M. peroneus longus anspannend, Druck auf die Kraftmessplatte zu geben, indem er eine Eversion des Fusses ausführt. Der über mehrere Messversuche gemessene Mittelwert liegt bei 140N. Allerdings wurden nur 20% dieses Mittelwerts verwendet, also 28N, um die unwillentliche Einwirkung der anderen Muskeln auszugleichen. Der Wert wurde aufgrund des enorm kleineren Verhältnisses des Durchschnitts des Peroneus Muskels im Vergleich zum M. Gastrocnemius gewählt.

An dieser Stelle sei noch einmal angemerkt, dass die hier niedergeschriebenen Werte F_N -Werte der Kraftmessplatte sind und nicht die tatsächliche Kontraktionsleistung des Muskels sind.

¹² Ein Rad mit einer $\frac{1}{4}$ Drehung, bei der die Beine am höchsten Punkt geschlossen werden.

¹³ Die Position, wenn die Knie an der Brust und die Beine angewinkelt sind.

¹⁴ Die Achse, die vom Fuss zum Kopf mittig durch den Körper führt.

4.3 Verarbeitung der Bilddaten

Da die Casio EX-F1 während des Filmens an das Limit ihres Speicherplatzes stiess, und da sie aufgrund ihres Alters keine grösseren Speicherkarten als 5 Gigabyte verwenden kann, konnte ausschliesslich das Material der TG-6 ausgewertet werden.

Zuerst wurde das Video mithilfe von Adobe Premiere in Einzelbilder aufgetrennt. Um die Messpunkte in Koordinaten umzuwandeln, wurde mithilfe von Python und der OpenCV Bibliothek von mir ein Programm geschrieben (calc.py), mit welchem die einzelnen Pixelkoordinaten ausgelesen werden können.

Diese wurden dann mithilfe von einem C++ Programm (calculate_coordinates.cpp) in ein Koordinatensystem mit dem Ursprung unten links umgewandelt, da das von OpenCV oben links im Bild anfängt, jedoch der Gewohnheit halber eines mit dem Ursprung unten links präferiert wurde. Des Weiteren wurde aus den Messpunkten 1 und 2 ein Richtungsvektor definiert sowie einen mithilfe von den Messpunkten 3 und 4. Da angenommen wird, dass der Richtungsvektor aus den Messpunkten 3 und 4 identisch mit der Richtung des Kraftvektors F_A ist, welcher die Achillessehne darstellt, und die Winkel zwischen dem Richtungsvektor der Messpunkte 1 und 2 und r_0 bekannt sind, konnten die Winkel μ und ζ berechnet werden. κ ist der Winkel zwischen r_0 und l_1 während σ der Winkel zwischen r_0 und dem Richtungsvektor der Messpunkte 1 und 2 ist.

Mathematisch wurde folgendermassen vorgegangen:

Der Richtungsvektor der Messpunkte 1 und 2 ($r_{1,2}$) wird soweit gedreht, bis er mit l_1 korreliert:

$$r_{l1_x} = r_{1,2_x} * \cos(-\sigma - \kappa) - r_{1,2_y} * \sin(-\sigma - \kappa)$$

$$r_{l1_y} = r_{1,2_x} * \sin(-\sigma - \kappa) + r_{1,2_y} * \cos(-\sigma - \kappa)$$

Dasselbe wird gemacht, um mit r_0 zu korrelieren:

$$r_{r0_x} = r_{1,2_x} * \cos(-\sigma) - r_{1,2_y} * \sin(-\sigma)$$

$$r_{r0_y} = r_{1,2_x} * \sin(-\sigma) + r_{1,2_y} * \cos(-\sigma)$$

Nun wird der Winkel zwischen r_{l1} und $F_N = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ für ζ berechnet:

$$\zeta = \left| \cos^{-1} \left(\frac{r_{l1_x} * F_{N_x} + r_{l1_y} * F_{N_y}}{|r_{l1_x}| * |F_{N_x}| + |r_{l1_y}| * |F_{N_y}|} \right) \right|$$

Dasselbe geschieht für μ , welcher der Winkel zwischen r_{r0} und dem Richtungsvektor der Messpunkte 3 und 4 (F_A) ist, allerdings muss dieser von 180° subtrahiert werden, da r_{r0} in die entgegengesetzte Richtung zeigt:

$$\mu = \left| 180 - \cos^{-1} \left(\frac{r_{r0_x} * F_{A_x} + r_{r0_y} * F_{A_y}}{|r_{r0_x}| * |F_{A_x}| + |r_{r0_y}| * |F_{A_y}|} \right) \right|$$

Das Ergebnis davon ist dies:

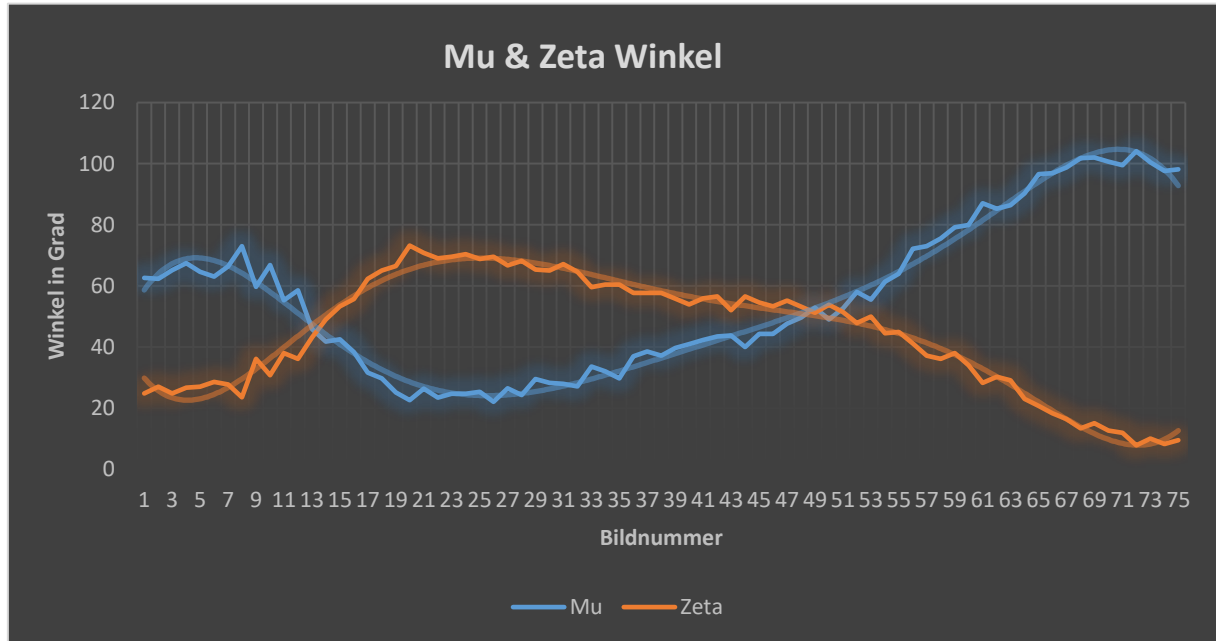


Diagramm 3: Veränderung von ζ und μ während der Landung und dem darauffolgenden Absprung

Aus diesen Werten konnte für jeden der beiden Winkel eine Trendline von Excel gezeichnet werden. Diese sind im Diagramm 3 sichtbar.

Die Funktionsgleichung für ζ ist

$$\begin{aligned} \zeta(x) = & 0.000000073883761961084400000000x^6 \\ & - 0.000017388465023811300000000000x^5 \\ & + 0.001564921695676790000000000000x^4 \\ & - 0.066567077239170700000000000000x^3 \\ & + 1.284790978843830000000000000000x^2 \\ & - 7.582512802018750000000000000000x \\ & + 36.272394065548700000000000000000 \end{aligned}$$

mit einem R^2 Wert von 0.978.

Die Funktionsgleichung für μ ist

$$\begin{aligned} \mu(x) = & -0.000000073964847839059500000000x^6 \\ & + 0.000017266876031180000000000000x^5 \\ & - 0.001559833897232470000000000000x^4 \\ & + 0.067666887424138600000000000000x^3 \\ & - 1.356165328050340000000000000000x^2 \\ & + 8.884165150928310000000000000000x \\ & + 51.115641201671700000000000000000 \end{aligned}$$

mit einem R^2 Wert von 0.984.

4.4 Funktionsweise des Modells

In diesem Unterkapitel wird das Zeichen $==$ verwendet, um das mathematische $=$ darzustellen, damit keine Verwirrung durch die Verwendung des in der Informatik gängigen $=$ als Zuweisungszeichen zu säen. Ebenfalls wird das $=$ verwendet, um etwas zu definieren.

Beispiel:

$a == b \rightarrow$ a ist identisch mit b

$a = b \rightarrow$ a ist ab diesem Moment so gross wie b und gleichzeitig wird a als b definiert

$a = a + 5 \rightarrow$ a ist das vorhergegangene a + 5

Die Daten der Kraftmessung, die hier verwendet werden, fangen mit $t_0=8.955$ an und dies ist als Stelle 1 definiert. t_0 hat einen y-Wert von -8.14033N.

4.4.1 Diagrammsynchronisation

Um die beiden Funktionen $\mu(x)$ und $\zeta(x)$ mit den dazugehörigen F_N -Werten berechnen zu können, muss die Skalierung der x-Achse geändert werden.

Aus den Bildern ist ersichtlich, dass das 11. Bild = b_1 mit dem Namen «PA260011030.png» mit dem 3. Wert = F_1 der F_N -Messung übereinstimmt, ebenfalls übereinstimmend ist das 61. Bild = b_2 mit dem Namen «PA260011080.png» mit dem 48. Wert = F_2 der F_N -Messung. Dies konnte über das Vergleichen des Kräfte diagrams mit den Bildern herausgefunden werden. Die Funktion, um von dem x-Wert der F_N -Messung zu dem x-Wert für die Winkelfunktionen zu kommen, setzt sich folgendermassen zusammen:

$$\begin{aligned}\Delta b &= 61 - 11 == 50 \\ \Delta F &= 48 - 3 == 45 \\ a &= \frac{\Delta b}{\Delta F} == \frac{50}{45} == \frac{10}{9} \\ b &= b_1 - F_1 * \frac{\Delta b}{\Delta F} == b_1 - F_1 * a == 11 - 3 * \frac{10}{9} == \frac{23}{3} \\ f(x) &= ax + b == \frac{10}{9}x + \frac{23}{3}\end{aligned}$$

4.4.2 Vorverarbeitung der F_N -Werte

Folgende Operationen wurden für jeden Wert der F_N -Messung durchgeführt.

Als erstes wurde der gemessene F_N -Wert tariert und durch 2 gerechnet, damit die Kraft für nur einen Fuss berechnet werden kann. Denn entgegen dem eigentlichen Plan, dass nur ein Fuss die Kraftmessplatte berühren sollte, war auf den Bildern eindeutig zu erkennen, dass beide Füsse das Feld oberhalb der Kraftmessplatte berührt haben.

$F_{N_0} = -8.14033N ==$ 1. Wert der F_N -Messung.

$$F_N = \frac{F_N + F_{N_0}}{2}$$

Wenn $F_N < 0$ ist, dann ist $F_N = 0$.

Im Fall, dass die Ferse den Boden berührt, dies liegt bei $\zeta \geq 69^\circ$, wird der letzte F_N -Wert verwendet, bei welchem $\zeta < 69^\circ$ war, um die Kräfte auf die Ligamente und Muskeln zu diesem Zeitpunkt auszurechnen. Die 69° basieren auf der Analyse der Bilder und ist der Winkel, bei welchem die Ferse den Boden berührt. Dies betrifft nur 2 Werte und somit eine Zeitspanne von gerade einmal $5.0 * 10^{-3}$ Sekunden. Diese Zeitspanne ist zu kurz, als dass die Ligamente wieder ihre Normalbelastung erreichen, und gleichzeitig wird das Fussgewölbe immer noch von Muskeln in die Länge gezogen.

4.4.3 Elimination störender Kräfte

4.4.3.1 Mechanischer Störfaktor durch Knochen

Wie in Diagramm 2 gut zu sehen ist, entsteht bei der Landung immer ein erster Ausschlag, der in Diagramm 2 zwischen 8.9625s und 8.9775s existiert, bevor die Kurve das Maximum erreicht. Dieser Ausschlag kommt zustande, indem die Knochen des Fussrückens so steil im Vergleich zum Boden stehen, dass die Kraft direkt über den Knochen ins Fussgelenk geleitet wird, ohne dass die Belastung auf die Achillessehne fällt.

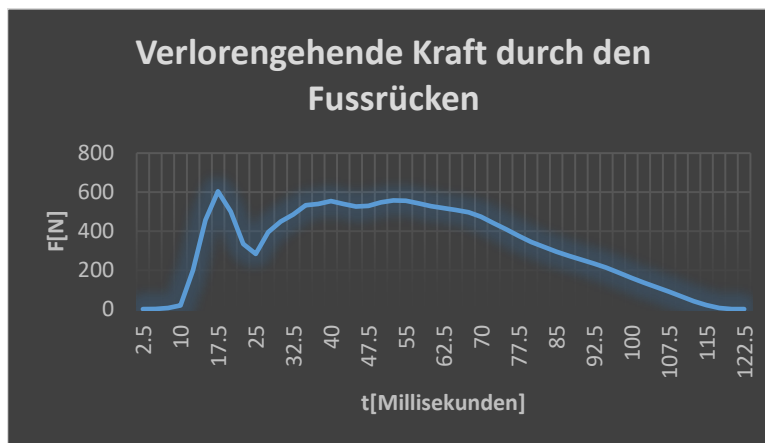


Diagramm 4: Verlorengelende Kraft durch den Fussrücken



Abbildung 4-5: PA260011030.png



Abbildung 4-6: PA260011031.png

Die Kraft, welche im Diagramm 4 gezeigt ist, lässt sich durch die Formel

$$F_{mech_{dis}} = \sin(90 - \zeta) * F_N == \cos(\zeta) * F_N$$

berechnen. Das ergibt sich daraus, dass die Knochen im Fussrücken, welche im Modell als I_1 dargestellt sind, wenn sie senkrecht zum Boden stehen, den Kraftvektors zu 100% in die Richtung des oberen Sprunggelenks aufspalten und somit die gesamte F_N -Kraft über das Gelenk absorbiert wird.

$F_{dis} = F_{mech_{dis}}$ und wird mit weiteren Kräften aufaddiert und somit vergrößert, um dann während der Berechnung der F_A -Werte, der Achillessehne, von F_N abgezogen werden zu können.

4.4.3.2 Mm. peronei

Die Mm. peronei bestehen aus dem M. peroneus longus und dem M. peroneus brevis. Der M. peroneus brevis zieht mit seiner Sehne zum Os metatarsale V und der M. peroneus longus zum Os cuneiforme mediale, indem seine Sehne unter dem Fuss zwischen dem Lig. plantare longum und den Fusswurzelknochen hindurch zieht. Beide Sehnen der Muskeln werden vom Retinaculum musculorum peroneorum superius zusammengebündelt und unterhalb und hinter dem Malleolus lateralis¹⁵ in Richtung Vorderfuss geleitet. (Netter, 1995, S. 497) Daher haben beide Muskeln eine entlastende Rolle für die Achillessehne, da diese weniger Belastung ausgesetzt ist, wenn die Mm. peronei mithelfen.

Es gibt drei bekannte Messwerte für die Mm. peronei, welche sich jeweils aus einem F_N -Wert, der senkrechten Kraft des Fussballens auf den Boden, und einem F_{Peronei} Wert, welcher angibt mit wie vielen Newton der Muskel sich kontrahiert, zusammensetzen.

	F_N	F_{Peronei}
1.	0N	0N
2.	590N	69N
3.	1551.89N	620.863N

Tabelle 1: Mm. peronei Punkte

Der erste Punkt mit (0,0) basiert auf folgender Annahme, dass wenn keine Kraft auf den Boden ausgeübt wird, kein Grund besteht die Mm. Peronei anzuspannen. Der 2. Punkt wurde aus einer Messung ausgelesen, bei der die Personen, zu denen die untersuchten Leichenfüsse gehörten, im Gewichtsbereich von $57\text{kg} \pm 10\text{kg}$ waren. (Erdemir, Hamel, Fauth, Piazza, & Sharkey, 2004)

Der dritte Punkt steht im Zusammenhang mit der M. peroneus longus Messung ($F_{N_{\text{PeroneusMax}}} = 140\text{N}$) und wurde als Hebelkraft über die Strecke u_1 und l_1 berechnet.

Wie in der folgenden Formel zu sehen ist, wird $F_{N_{\text{PeroneusMax}}}$ mit t multipliziert wobei t der in Kapitel 4.2.3. ermittelte Wert von 20% ist.

$$\begin{aligned}
 F_{\text{Peronei}_3} &= \frac{F_{N_{\text{PeroneusMax}}} * t * \sin(\zeta) * l_1}{\sin(\Omega) * u_1} \\
 &= \frac{F_{N_{\text{PeroneusMax}}} * t * \sin(\zeta) * l_1}{\sin(\mu - \zeta) * u_1} \\
 &= \frac{140 * 0.2 * \sin(66.23^\circ) * 57.07}{\sin(20.92^\circ) * 6.6} \\
 &= 620.863\text{N}
 \end{aligned}$$

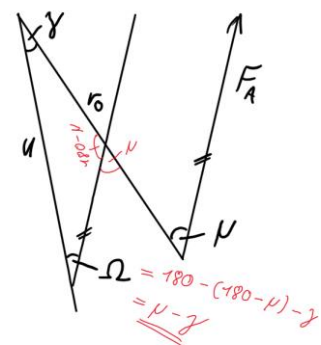


Abbildung 4-7: Berechnung von Omega

Mit diesen 3 Punkten hatte ich 3 mögliche Ansätze, die Kraft der Mm. peronei als Funktion darzustellen.

Der erste Ansatz nutzt linearen Funktion $f(x)$, welche den 3. Punkt ignorierte, da dieser gemessene Punkt ungenau ist, wie im Kapitel 4.2.3 beschrieben ist.

Methode 1:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= ax + b \\
 a &= \frac{F_{\text{Peronei}_2}}{F_{N_2}} = \frac{69}{590} \\
 b &= F_{\text{Peronei}_1} = 0 \\
 f(x) &= \frac{69}{590}x
 \end{aligned}$$

¹⁵ Knochenhügel der Fibula, welcher auf der Höhe des Oberen Sprunggelenkes ist.

Der 2. Ansatz war quadratisch mit allen drei Punkten.

Methode 2:

$$\begin{aligned}
 g(x) &= ax^2 + bx + c == 0 \\
 a * 0^2 + b * 0 + c &== 0 \\
 c &== 0 \\
 I: F_{N_2}^2 * a + F_{N_2} * b + 0 &== F_{Peronei_2} \\
 II: F_{N_3}^2 * a + F_{N_3} * b + 0 &== F_{Peronei_3} \\
 III: F_{N_2}^2 * a * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}}\right) + F_{N_2} * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}}\right) &== F_{Peronei_3} * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}}\right) \\
 II - III &= IV \\
 IV: F_{N_3}^2 * a - F_{N_2}^2 * a * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}}\right) &== F_{Peronei_3} - F_{Peronei_2} * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}}\right) \\
 IV: a \left(F_{N_3}^2 - F_{N_2}^2 * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}}\right) \right) &== F_{Peronei_3} - F_{Peronei_2} * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}}\right) \\
 IV: a &== \frac{\left(F_{Peronei_3} - F_{Peronei_2} * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}}\right) \right)}{\left(F_{N_3}^2 - F_{N_2}^2 * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}}\right) \right)} \\
 b &== \frac{F_{Peronei_2} - F_{N_2}^2 * a}{F_{N_2}} \\
 b &== \frac{F_{Peronei_2} - F_{N_2}^2 * \frac{\left(F_{Peronei_3} - F_{Peronei_2} * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}}\right) \right)}{\left(F_{N_3}^2 - F_{N_2}^2 * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}}\right) \right)}}{F_{N_2}}
 \end{aligned}$$

Logischerweise kann ein Muskel keine negative Kraft ausüben, deshalb muss mithilfe von c die Funktion nach oben verschoben werden, so dass der tiefste Punkt der Funktion g(x) bei 0 liegt.

$$\begin{aligned}
 g(x) &== ax^2 + bx + c \\
 g'(x) &== 2ax + b
 \end{aligned}$$

Tiefster Punkt:

$$\begin{aligned}
 g'(x) &== 0 \\
 2ax + b &== 0 \\
 x &== -\frac{b}{2a} \\
 a * \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b * \left(-\frac{b}{2a}\right) + c &== 0 \\
 c &== \left(-\frac{b}{2a}\right) * \left(a * \left(-\frac{b}{2a}\right) + b\right) \\
 &== \left(-\frac{b}{2a}\right) * \left(-\frac{ab}{2a} + b\right) \\
 &== \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} \\
 &== -\frac{b^2}{4a}
 \end{aligned}$$

Dadurch ergab sich für $g(x)$ folgende Formel:

$$g(x) = \frac{\left(F_{Peronei_3} - F_{Peronei_2} * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}} \right) \right)}{\left(F_{N_3}^2 - F_{N_2}^2 * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}} \right) \right)} * x^2 + \frac{F_{Peronei_2} - F_{N_2}^2 * \frac{\left(F_{Peronei_3} - F_{Peronei_2} * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}} \right) \right)}{\left(F_{N_3}^2 - F_{N_2}^2 * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}} \right) \right)}}{F_{N_2}} * x + \frac{\left(F_{Peronei_2} - F_{N_2}^2 * \frac{\left(F_{Peronei_3} - F_{Peronei_2} * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}} \right) \right)}{\left(F_{N_3}^2 - F_{N_2}^2 * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}} \right) \right)} \right)^2}{4 * \frac{\left(F_{Peronei_3} - F_{Peronei_2} * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}} \right) \right)}{\left(F_{N_3}^2 - F_{N_2}^2 * \left(\frac{F_{N_3}}{F_{N_2}} \right) \right)}}$$

Allerdings entschied ich mich letzten Endes für die 3. Methode, nämlich die mittlere Steigung der beiden linearen Funktionen zu nehmen.

Methode 3:

$$h(x) = \frac{\frac{F_{Peronei_2}}{F_{N_2}} + \frac{F_{Peronei_3}}{F_{N_3}}}{2} * x == 0.259x$$

Dies ist die sinnvollste Methode, da damit kein Wert korrigiert werden muss, der unter 0 liegt. Ausserdem ist der Anstieg der Belastung ebenfalls in der Realität linear oder zumindest nahezu linear.

Um von dieser Funktion zu dem neuen Wert von F_{dis} zu gelangen, kann über das Hebelgesetz auf die Kraft am Punkt des Fussballens geschlossen und diese zu F_{dis} hinzuaddiert werden. $F_{mech_{dis}}$ wird davor noch von F_N subtrahiert, da diese Kraft keinen Einfluss darauf ausübt, wie die Muskeln belastet werden.

$$\begin{aligned} F_{dis} &= F_{dis} + \frac{h(F_N - F_{mech_{dis}}) * \sin(\Omega) * u_1}{\sin(\zeta) * l_1} \\ &== F_{dis} + \frac{h(F_N - F_{mech_{dis}}) * \sin(20.92^\circ) * 6.6}{\sin(66.23^\circ) * 57.07} \\ &== F_{dis} + \frac{h(F_N - F_{mech_{dis}}) * 2.36}{52.23} \end{aligned}$$

Die reine Belastung, welche die Mm. peronei der Achillessehne abnehmen, ist damit zwischen 0N und 10N über den Verlauf der Elemente-Kombination.

4.4.3.3 M. flexor hallucis longus & M. flexor digitorum longus

Für den M. flexor digitorum longus und den M. flexor hallucis longus konnten nur je 2 Punkte gefunden werden, welche die Korrelation zur Normalkraft aufzeigen. In einem Koordinatensystem mit der x-Achse als F_N -Kraft der Kraftmessplatte und der y-Achse als Kontraktionskraft haben beide Muskeln den Punkt (0,0). Der M. flexor digitorum longus besitzt zudem den Punkt (590,28) (Erdemir, Hamel, Fauth, Piazza, & Sharkey, 2004), während der M. flexor hallucis longus zusätzlich den Punkt (590,86) (Erdemir, Hamel, Fauth, Piazza, & Sharkey, 2004) besitzt. Dadurch kann nun mithilfe der im vorherigen Unterkapitel erläuterten Methode 1 die Steigung berechnet werden. Hier ist die Methode 1 die einzige Methode, die angewendet werden kann, da nur 2 Messpunkte vorhanden sind. Beide dieser Muskeln sind nicht relevant für die Entlastung der Achillessehne, da beide maximal einen errechneten Wert von <1N auf die Kraftmessplatte erreichen. Trotzdem wurden diese Faktoren der Vollständigkeit halber mitberücksichtigt.

M. flexor hallucis longus:

$$\begin{aligned}
 j(x) &= \frac{86}{590}x == \frac{43}{295}x \\
 F_{dis} &= F_{dis} + \frac{j(F_N - F_{mech_{dis}}) * \sin(\Omega) * u_2}{\sin(\zeta) * l_1} \\
 &== F_{dis} + \frac{j(F_N - F_{mech_{dis}}) * \sin(20.92^\circ) * 10.86}{\sin(66.23^\circ) * 57.07} \\
 &== F_{dis} + \frac{j(F_N - F_{mech_{dis}}) * 3.88}{52.23}
 \end{aligned}$$

M. flexor digitorum longus:

$$\begin{aligned}
 k(x) &= \frac{28}{590}x == \frac{14}{295}x \\
 F_{dis} &= F_{dis} + \frac{k(F_N - F_{mech_{dis}}) * \sin(\Omega) * u_1}{\sin(\zeta) * l_1} \\
 &== F_{dis} + \frac{k(F_N - F_{mech_{dis}}) * \sin(20.92^\circ) * 6.6}{\sin(66.23^\circ) * 57.07} \\
 &== F_{dis} + \frac{k(F_N - F_{mech_{dis}}) * 2.36}{52.23}
 \end{aligned}$$

Die beiden Sehnen der Muskeln haben ihre Hauptrolle in der Stabilisation des Fussgewölbes, da beide zwischen dem Retinaculum musculorum flexorum und dem Calcaneus¹⁶ vorbeiziehen und daraufhin die Sehne des M. flexor hallucis longus zu der grossen Zehe zieht, während die Sehne des M. flexor digitorum longus zu den vier anderen Zehen zieht. (Weineck, 1988, S. 496-497) Dadurch kann durch Anspannen der beiden Muskeln das Längsgewölbe kontrahiert werden.

Die Kontraktionskraft der Muskeln liegt bei:

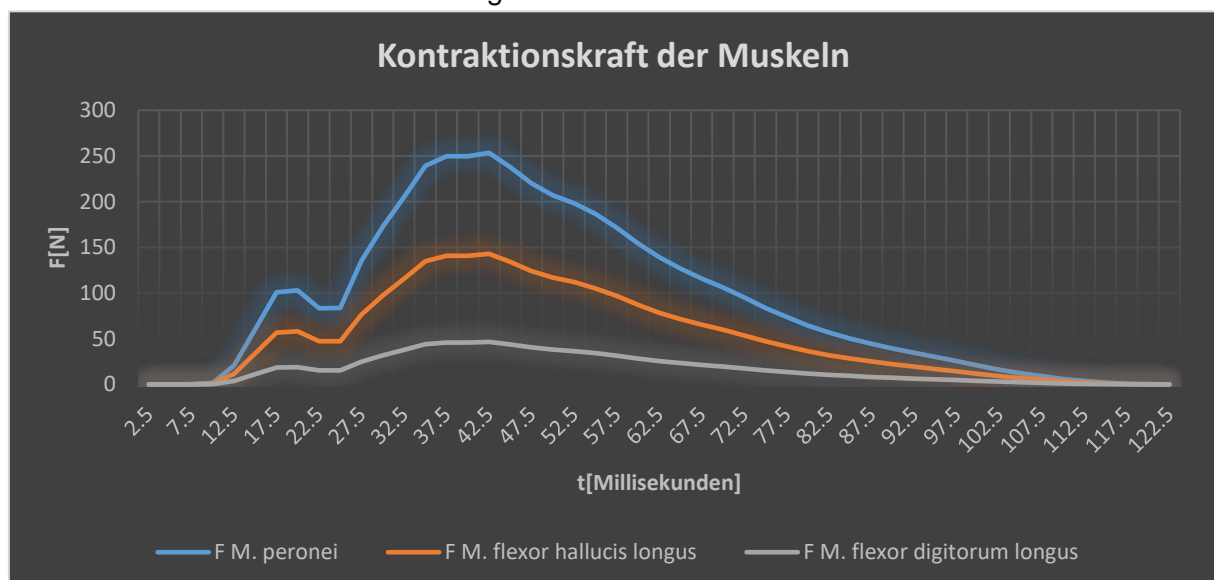


Diagramm 5: Kontraktionskraft der Muskeln

¹⁶ Fersenbein

4.4.3.4 Wertekorrektur

Im Fall, dass $F_{dis} > F_N$ ist, ist $F_{dis} = F_N$, da ein negativer F_N -Wert nicht sein kann. Der tiefste errechnete F_N -Wert ohne diese Bedingung liegt bei gerundeten -1.3N, was in einem vertretbaren Bereich liegt.

4.4.4 Belastung auf der Achillessehne

Die Belastung auf der Achillessehne (F_A) wird über das Hebelgesetz zwischen dem Vorfuss und dem Hinterfuss folgendermassen berechnet:

$$F_A * \sin(\mu) * r_0 == (F_N - F_{dis}) * \sin(\zeta) * l_1$$

$$F_A == \frac{(F_N - F_{dis}) * \sin(\zeta) * l_1}{\sin(\mu) * r_0}$$

Der höchste damit errechnete Wert aus der Elemente-Kombination liegt bei 5888N. Damit lag auf dieser einen Sehne etwa das 9.3-fache Körpergewicht während der Elemente-Kombination.

Die Belastung in Form eines Diagramms ist in Kapitel 4.5 einzusehen.

4.4.5 Belastung auf den Ligamenten x_0 bis x_3

Die 4 Ligamente x_0, x_1, x_2, x_3 haben alle jeweils eine andere Belastung. Diese können jedoch mithilfe des erstellten 2-dimensionalen Rechenmodells nicht berechnet werden, da dieses aufgrund der Vereinfachung nicht mehr genügend Daten besitzt, um nach den jeweiligen Kräften auflösen zu können. Die Lösung zu diesem Problem brachte Prof. Dr. S. Ferguson mit dem Vorschlag, die Belastungen in der Formel als eine Kraft F , welche bei allen Bändern gleich ist, darzustellen und diese daraufhin mit dem Faktor χ_n (griechisches Chi) zu multiplizieren. χ_n ist der Querschnitt des Ligaments x_n im Verhältnis zur Summe aller Querschnitte. Des Weiteren kann die Berechnung mit nur einer Seite des Modells durchgeführt werden, wie in den untenstehenden Berechnungen zu sehen ist, da die andere Seite mit demselben Moment dagegen drückt. Diese Annahme ist im vorliegenden Fall richtig, da das Fussgewölbe keiner Rotation unterlegen ist und man davon ausgehen kann, dass sich die Länge der Bänder und die Grösse der Winkel mit Ausnahme von μ und ζ nicht verändern. Der M. flexor digitorum brevis wird hier nicht mit einberechnet, da zu diesem keine Werte gefunden werden konnten.

Definitionen und Bedingungen:

F ist die Summe aller Belastungen auf den Ligamenten x_n .

Alle χ müssen aufsummiert 1 geben.

$$\sum_{n=0}^3 \chi_n == 1$$

Das Drehmoment der verbliebenen F_N -Kraft ist:

$$M_N = (F_N - F_{dis}) * \sin(\zeta) * l_1$$

Die Kraft, mit der der M. flexor digitorum longus das Fussgewölbe zusammenzieht, ist:

$$F_{fdl} = k(F_N - F_{mechdis}) == \frac{14}{295} * (F_N - F_{mechdis})$$

Die Kraft, mit der der M. flexor hallucis longus das Fussgewölbe zusammenzieht, ist:

$$F_{fhl} = j(F_N - F_{mechdis}) == \frac{43}{295} * (F_N - F_{mechdis})$$

Das Drehmoment von x_n ist:

$$M_n = \chi_n * (F + F_{fdl} + F_{fhl}) * \sin(\alpha_n) * l_n$$

F wird hier mit den Kontraktionskräften der beiden Muskeln aufaddiert, da diese von der Belastung der Ligamente x_n abgezogen werden müssen.

Die Kraft F wird folgendermassen hergeleitet und berechnet:

$$M_N = \sum_{n=0}^3 M_n$$

$$\frac{M_N}{\sum_{n=0}^3 x_n * \sin(\alpha_n) * l_n} = F + F_{fdl} + F_{fhl}$$

$$F = \frac{M_N}{\sum_{n=0}^3 x_n * \sin(\alpha_n) * l_n} - (F_{fdl} + F_{fhl})$$

Das grosse Problem ist, dass es nur für die Aponeurosis plantaris und das Lig. calcaneonaviculare plantare Messwerte zu ihrem Querschnitt gibt. Trotz 4 investierter Stunden in die Recherche dieser Problematik wurden nur für die beiden erwähnten Ligamente Werte gefunden.

Die Aponeurosis plantaris hat einen Querschnitt von $69.2mm^2 \pm 13.6mm^2$. (Bisi-Balogun & Rector, 2017)

$$A_{ap} = 69.2mm^2$$

Bei dem Lig. calcaneonaviculare plantare beschreibt Hardy die Werte 12mm in der Breite und 2.6mm in der Dicke (Hardy, [unbekannt]). Mit der Annahme, dass das Band die Form einer Ellipse hat, kommt man auf einen Wert von:

$$\frac{2.6mm}{2} * \frac{12mm}{2} * \pi = A_{cnp} = 24.5mm^2$$

Der ungenaue Teil kommt mit den folgenden Ligamenten, für die keine Messwerte gefunden werden konnten. Basierend auf Abbildungen aus einem Anatomie Atlas (Netter, 1995) konnte der Querschnitt für das Lig. plantare longum auf 110% des Lig. calcaneonaviculare plantare geschätzt werden:

$$A_{pl} = 1.1 * A_{cnp} = 26.95mm^2$$

Für das Lig. calcaneocuboideum plantare wurde der Querschnitt auf 50% des Lig. calcaneonaviculare plantare geschätzt:

$$A_{ccp} = 0.5 * A_{cnp} = 12.25mm^2$$

4.4.5.1 Wertekorrektur

Auch hier gibt es Werte, die negativ sind, da die Muskeln mehr ziehen, als sie eigentlich sollten. Daher gilt auch hier wieder, sobald $F < 0$ ist, ist $F = 0$. Die Werte in der Elemente-Kombination ohne diese Bedingung sind nie kleiner als $-2N$ gewesen.

4.4.5.2 Verhältnisberechnung

Aponeurosis plantaris:

$$F_{x_0} = F * \frac{A_{ap}}{A_{ap} + A_{cnp} + A_{pl} + A_{ccp}}$$

Lig. plantare longum:

$$F_{x_1} = F * \frac{A_{pl}}{A_{ap} + A_{cnp} + A_{pl} + A_{ccp}}$$

Lig. calcaneocuboideum plantare:

$$F_{x_2} = F * \frac{A_{ccp}}{A_{ap} + A_{cnp} + A_{pl} + A_{ccp}}$$

Lig. calcaneonaviculare plantare:

$$F_{x_3} = F * \frac{A_{cnp}}{A_{ap} + A_{cnp} + A_{pl} + A_{ccp}}$$

5 Ergebnisse

Die aus Kapitel 4.4 gewonnenen Ergebnisse können zusammenfassend als Diagramm dargestellt werden. Die dazugehörigen Datentabellen befinden sich im Anhang «Rechendaten».

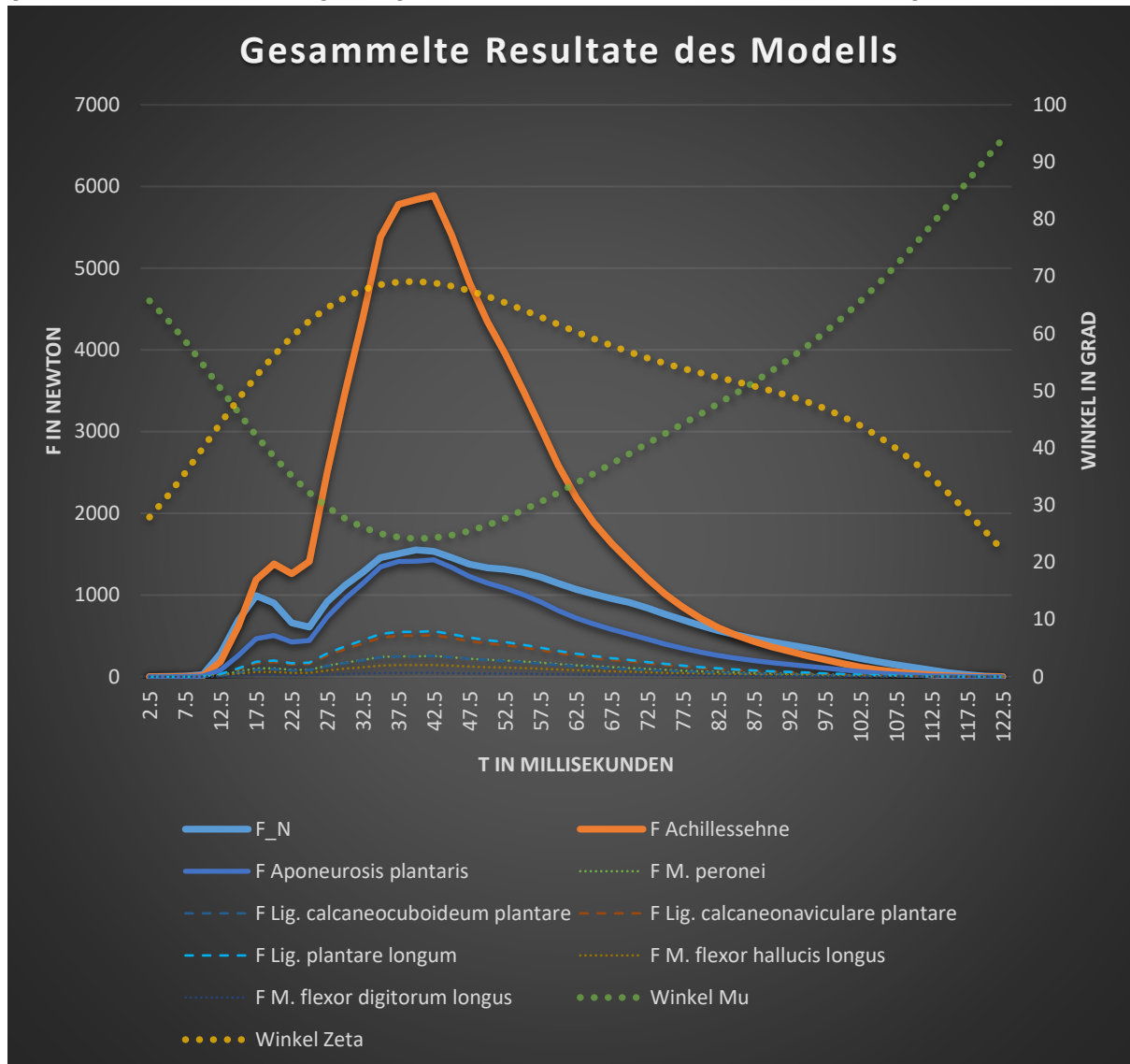


Diagramm 6: Gesammelte Resultate des Modells (Die Winkel beziehen sich auf die rechte Achse, während sich alle Kräfte auf die linke Achse beziehen.)

Der Zeitpunkt $t = 42.5$ Millisekunden beschreibt den Moment, an dem die Belastung an der Achillessehne am höchsten ist. Er wurde gewählt, da in diesem Moment der grösste vertikale Abstand zwischen den Kurven besteht.

Von allen vier Ligamenten erhält die Aponeurosis plantaris mit

$$\frac{F_{\text{Aponeurosis plantaris}}}{\sum \text{Ligamente}} = \frac{1430.39N}{1430.39N + 253.213N + 506.426N + 557.068N} = 0.52 = 52\%$$

(Elemente-Kombination an der Stelle $t = 42.5$ Millisekunden) eindeutig über 50% der Belastung und ist somit unweigerlich am höchsten belastet.

Die Muskulatur leistet zum Zeitpunkt $t = 42.5$ Millisekunden einen Beitrag von

$$\frac{\sum \text{Muskeln}}{\sum \text{Muskeln} + \sum \text{Ligamente}} = \frac{253.416N + 142.891N + 46.5226N}{(253.416N + 142.891N + 46.5226N) + (1430.39N + 253.213N + 506.426N + 557.068N)} = 13.8\%$$

zur Stabilisierung des länglichen Fussgewölbes.

Um die Präzision des Modells zu überprüfen, wird sich auf ein Diagramm (Erdemir, Hamel, Fauth, Piazza, & Sharkey, 2004) einer anderen Arbeit berufen.

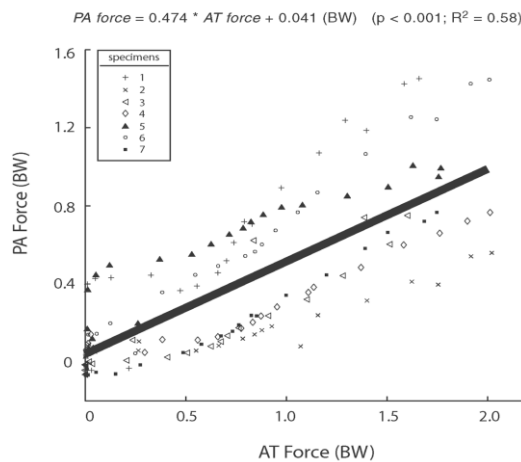


Abbildung 5-1: Diagramm welches das Verhältnis zwischen der Aponeurosis plantaris (PA) und der Achillessehne (AT) zeigt.

Dieses Diagramm beinhaltet das Kräfteverhältnis zwischen der Aponeurosis plantaris und der Achillessehne. Die Achsen sind als $x * \text{Körpergewicht}$ angegeben. Die mittlere Steigung der 7 untersuchten Leichenfüsse liegt, wie man aus dem Diagramm ablesen kann, bei $0.474 * F_{\text{Achillessehne}}$. Wie in der Abbildung 5-1 zu sehen ist, haben die Wissenschaftler davon abgesehen, das Diagramm für höhere Werte als das 2-fache Körpergewicht zu designen, da eine immer grössere Streuung bei ihren Messungen aufgetreten ist.

Das folgende Diagramm aus den Resultaten des Rechenmodells bildet das Kräfteverhältnis der Achillessehne und der Aponeurosis plantaris ab.

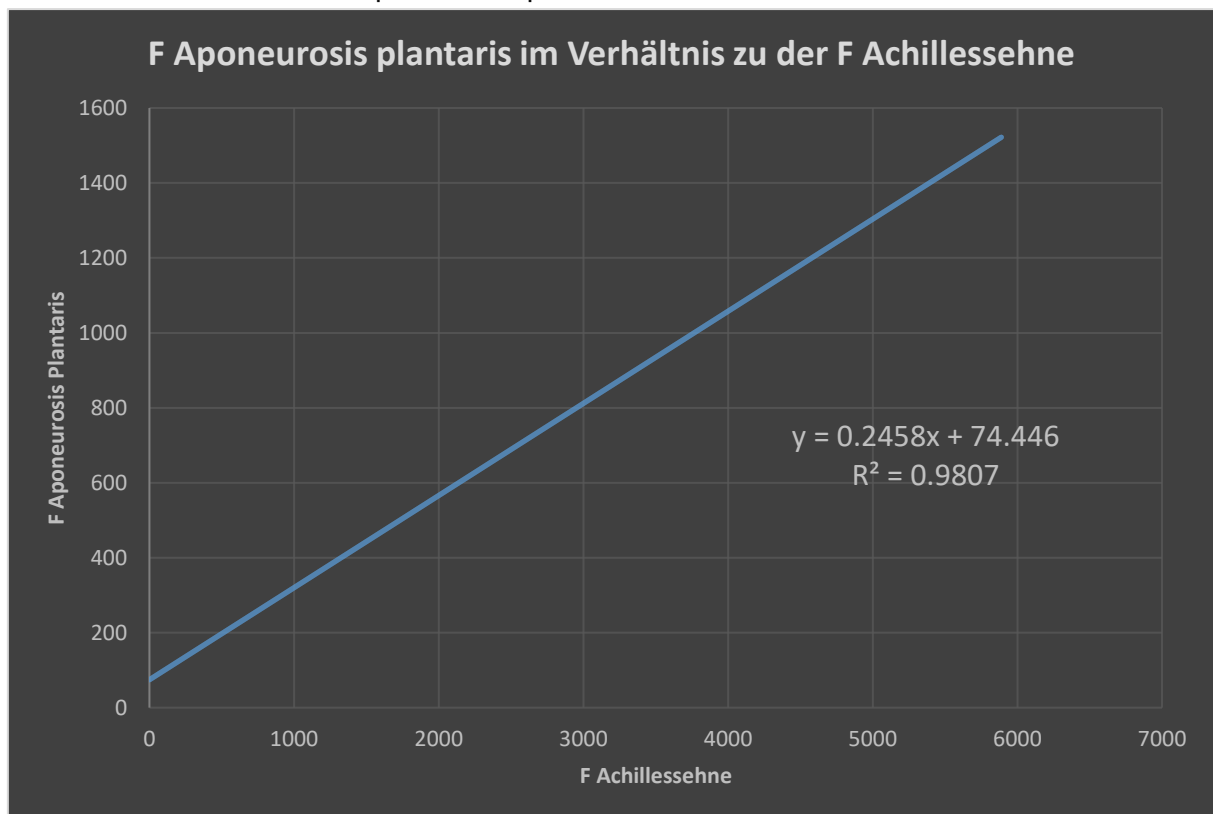


Diagramm 7: Kräfteverhältnis Aponeurosis plantaris und Achillessehne

Wie hier zu sehen ist, ist die mittlere Steigung der Trendline wesentlich kleiner als bei der Abbildung 5-1.

Wenn das Diagramm auf denselben Messwertumfang skaliert wird, auf $2 * 62kg * 9.81 \frac{m}{s^2} = 1236N$, ist die Trendlinie deutlich ähnlicher zu der des in Abbildung 5-1 zu sehenden Diagramms zu sehen.

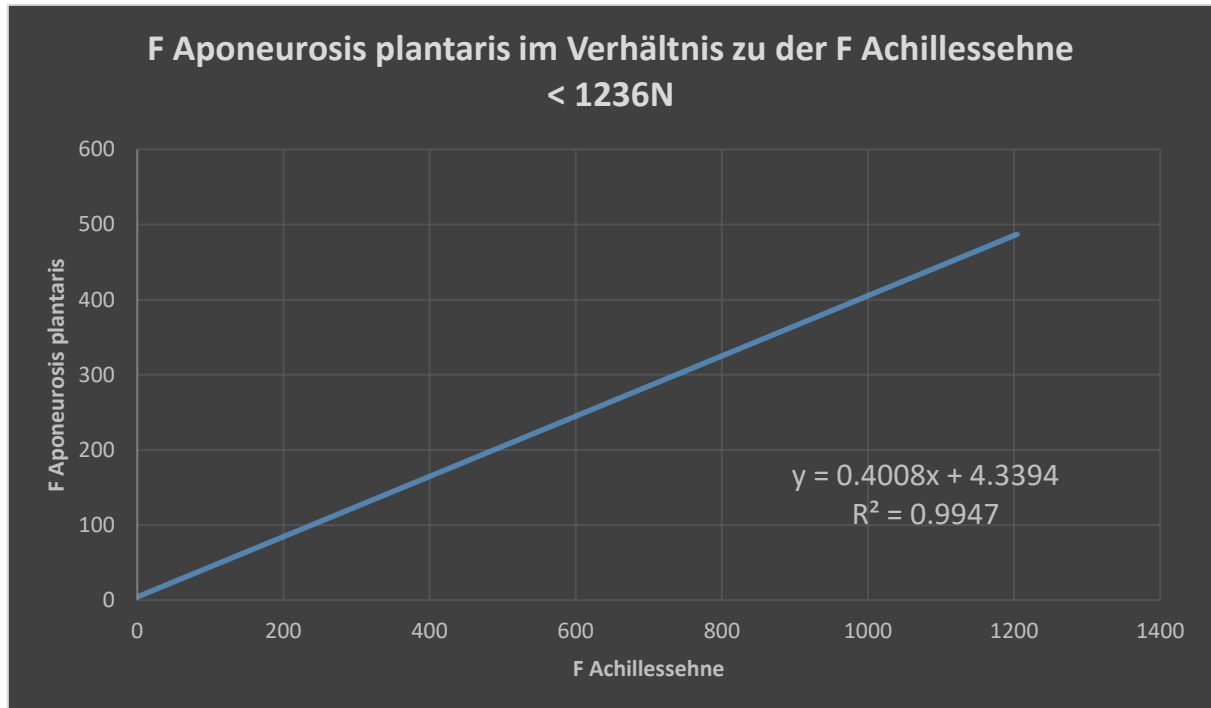


Diagramm 8: Auf Abbildung 5-1 skalierte Messungen

Diese ist jetzt der Funktion aus Abbildung 5-1 realistisch ähnlich. Vor allem unter der Beachtung, dass die Funktion in dieser Abbildung den Durchschnitt für 7 Messwertereihen enthält, welche alle für sich unterschiedlich sind, platziert die Funktion des Rechenmodells in einen realistischen Bereich.

An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass die Ausführung des oben beschriebenen Vorgehens in Github als C++ und Python Code vorzufinden ist, gemeinsam mit den Rohdaten der einzelnen Kräfte, der Bilder und der Kraftmessplatte.

5.1 Beantwortung der Leitfragen

Die letztendlichen Messwerte sind präzise genug, um als realistisch zu gelten und daher ist die erste Leitfrage mit dem Wortlaut: «...was mit den Bändern in länglicher Richtung des Fussgewölbes passiert, mit Fokus auf der Aponeurosis plantaris, bezogen auf die Belastung und Ausdehnung der Bänder» zur Hälfte beantwortbar. Die Ausdehnung der Bänder konnte aus zwei Gründen weder berechnet noch untersucht werden. Erstens waren die dafür nötigen Daten nicht auffindbar und zweitens beruht die Dehnung auf verschiedenen hintereinander gereihten Arten von Funktionen. Dies hätte den Rahmen der Maturaarbeit gesprengt. Die These, dass die Aponeurosis plantaris der höchsten Belastung ausgesetzt ist, traf zu, wie im Diagramm 6 und der auf das Diagramm folgenden Aussage eindeutig zu sehen ist. Zum Beispiel sieht man das an dem Punkt $t=42.5$ Millisekunden, bei welchem die Belastung 52% der Gesamtbelastung der Ligamente ausmacht.

Die zweite Leitfrage, mit welchem Anteil die Muskulatur zur Stützung des Fussgewölbes beiträgt, konnte leider nicht im vollen Umfang beantwortet werden. Es konnten drei Muskeln berechnet werden, jedoch sind ihre Werte höchst wahrscheinlich etwas ungenau. Ausserdem wurden Muskeln, wie zum Beispiel der *M. flexor digitorum brevis*, weggelassen, da zu diesem gar keine Werte gefunden werden konnten. Die These mit der Aussage, dass die Muskulatur unter 40% zum Stützen des Fussgewölbes beiträgt, ist in diesem Modell korrekt, was ebenfalls im Diagramm 6 und in der darauffolgenden Berechnung gut gezeigt werden konnte, wie zum Beispiel am Punkt $t=42.5$ Millisekunden mit 13.8% Beteiligung der Muskulatur an der gesamten Belastung.

6 Zusammenfassung

Die Messungen während der Elemente-Kombination, welche aus Rondat - Flick Flack - Salto rückwärts gehockt besteht, ergaben dank einer Kraftmessplatte eine Kurve, welche die senkrechte Belastung auf die Kraftmessplatte in Newton widerspiegelt. Zusätzlich dazu wurden mithilfe einer Kamera 4 Messpunkte auf dem Fuss in ein 2-dimensionales Koordinatensystem eingefügt. In einer 2. Messung wurde für die Mm. Peronei die maximale Kontrahierungskraft bestimmt. Aus diesen Daten konnte die Belastung auf die Achillessehne berechnet werden. Von der Belastung auf der Achillessehne konnte auf die Belastung der vier Ligamente Aponeurosis plantaris, Lig. Plantare longum, Lig. Calcaneonaviculare plantare und Lig. Calcaneocuboideum plantare geschlossen werden. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse sind im Diagramm 6 zu sehen. Die Aponeurosis Plantaris übernimmt zum Zeitpunkt der grössten Belastung auf der Achillessehne ($t=42.5$ Millisekunden) 52% der gesamten Belastung auf die vier Bänder. Zum selben Zeitpunkt übernimmt die Muskulatur nur 13.8% der Gesamtbelastung im länglichen Fussgewölbe. Andere Arbeiten haben einen Zusammenhang zwischen der Achillessehne und der Aponeurosis Plantaris gemessen und eine Funktion für diesen Zusammenhang erstellt. Durch das Erstellen eines Diagramms, in welchem die Daten desselben Messbereichs wie in dem der anderen Arbeit verwendet wurden, konnte man erkennen, dass die berechnete Funktion $0.4008x + 4.3394$ (der berechnete Wert ist in Newton) sehr ähnlich der gemessenen Funktion $0.474x + 0.041$ (der berechnete Wert ist in $x * \text{Körpergewicht}$) ist.

7 Reflexion und Ausblick

Rückblickend wäre es gut gewesen, Methoden zu finden, um die Messgenauigkeit der Versuche zu erhöhen. Dies gilt sowohl für die Mm. Peronei Messung, als auch die Elemente-Kombination Messung. Ebenfalls hätte eine grössere Kraftmessplatte zu einer vereinfachten Durchführung der Elemente-Kombination für den Probanden geführt.

Den grössten Einfluss auf die Messwerte hätte es vermutlich, wenn die Durchmesser der Ligamente bekannt wären. Dafür müssten jedoch entsprechende anatomische Studien durchgeführt werden. Eine weitere einflussreiche Verbesserung wäre es, wenn das gesamte Modell ins 3-Dimensionale umgeschrieben werden würde. Des Weiteren gibt es wie oben erwähnt den M. flexor digitorum brevis, welcher hinzugefügt werden könnte. Ebenfalls könnte die Anzahl an betrachteten Ligamenten erhöht werden. Ein weiterer grosser Sprung in die Richtung der realitätsgetreuen Berechnung wäre die Annahme, dass die in Abbildung 2-4 und 2-5 gezeigten Gelenke beweglich sind. Hier würde dann auch die Form der Knochen eine Rolle in Bezug auf das Bewegungsmuster und die Statik spielen.

Das Thema hat mir sehr gut gefallen. Ich habe viel gelernt und war fasziniert von der Möglichkeit, Probleme zu lösen, zu denen es bisher keine genauen Lösungen gab. Wenn ich mich noch einmal entscheiden könnte, würde ich definitiv wieder dasselbe Thema wählen oder dieses vertiefen. Ich könnte mir auch vorstellen, das Thema in Form einer Dissertation während des kommenden Studiums fortzuführen.

Literaturverzeichnis

- Bisi-Balogun, A., & Rector, M. (2017, September). Clinical Utility of Ultrasound Measurements of Plantar Fascia Width and Cross-Sectional AreaA Novel Technique. *Journal of the American Podiatric Medical Association*. doi:10.7547/16-042
- Chen, D.-w., Li, B., Aubeeluck, A., Yang, Y.-f., Huang, Y.-g., Zhou, J.-q., & Yu, G.-r. (2. Januar 2014). Anatomy and Biomechanical Properties of the Plantar Aponeurosis: A Cadaveric Study. (S. Milanese, Hrsg.) Shanghai, China: plos one.
- Dr. Hoppenfeld, S., Hutton, R., & Thomas, H. (1982). *Klinische Untersuchung der Wirbelsäule und der Extremitäten*. (J. Dr. Püschel, Übers.) Stuttgart, New York: Gustav Fischer Verlag.
- Erdemir, A., Hamel, A. J., Fauth, A. R., Piazza, S. J., & Sharkey, N. (2004, April). Dynamic Loading of the Plantar Aponeurosis in Walking. *The Journal of Bone and Joint Surgery*. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/6854343_Dynamic_Loading_of_the_Plantar_Aponeurosis_in_Walking
- Gebhart, C. (2000). Biomechanik des Fusses. Heidelberg, Deutschland: GRIN.
- Hardy, R. H. ([unbekannt]). OBSERVATIONS ON THE STRUCTURE AND PROPERTIES OF THE PLANTAR CALCaneo-NAVICULAR LIGAMENT IN MAN. London: Department of Anatomy, University College, London.
- Jun, L., YunFeng, Y., Yu, G., Niu, W., & Wang, Y. (13.. November 2010). Deformation and stress distribution of the human foot after plantar ligaments release: A cadaveric study and finite element analysis. China: Science China (Life Sciences). doi:10.1007/s11427-011-4139-0
- Kolt, G. S., & Snyder-Mackler, L. (2009). *PHYSICAL THERAPIES IN SPORT AND EXERCISE* (2nd edition ed.). United Kingdom: Churchill Livingstone, Elsevier.
- Lohmann, S. (Februar 2005). Eigenschaften biologischer Materialien zur Simulation menschlicher Bewegung (Funktionell-anatomische Grundlagen und Materialeigenschaften zur Erstellung dreidimensionaler Körpermodelle im Computer). Konstanz, Germany.
- Netter, F. H. (1995). *ATLAS DER ANATOMIE DES MENSCHEN* (verbesserte Auflage Ausg.). Basel, Schweiz: Ciba-Geigy AG.
- Weineck, J. (1988). *Sportanatomie - Beiträge zur Sportmedizin Band 9* (5. völlig überarbeitete Auflage Ausg.). Erlangen: perimed Fachbuch-Verlagsgesellschaft mbH D-8520.

Das für Abbildung 4-1 verwendete Röntgenbild stammt von folgender Internetseite:

https://radiopaedia.org/images/12509481?case_id=36688

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2-2: Aufbau eines Ligaments (Kolt & Snyder-Mackler, 2009, p. 45)	3
Abbildung 2-1: Dehnungsdiagramm eines Ligaments (Lohmann, 2005, S. 32)	3
Abbildung 2-3: Aufbau eines Muskels (Kolt & Snyder-Mackler, 2009, p. 10)	5
Abbildung 2-4: Fuss lateral (Netter, 1995)	7
Abbildung 2-5: Fuss Schemata	7
Abbildung 2-6: Querschnitt im Bereich der distalen Fusswurzelknochen (Weineck, 1988, S. 153)	8
Abbildung 2-7: Fuss in medialer Ansicht (Netter, 1995, S. 493)	9
Abbildung 2-8: Aponeurosis plantaris (Chen, et al., 2014)	9
Abbildung 3-1: Drehmoment Schemata	10
Abbildung 4-1: 2-Dimensionalisierung des Fusses	11
Abbildung 4-2: Rechenmodell (Die Geometrischen Daten sind im Anhang unter «GeoGebra Daten» vermerkt.)	11
Abbildung 4-3: Versuchsaufbau der Hauptmessung	13
Abbildung 4-4: 3. Einzelbild aus der Messung	14
Abbildung 4-5: PA260011030.png	19
Abbildung 4-6: PA260011031.png	19
Abbildung 4-7: Berechnung von Omega	20
Abbildung 5-1: Diagramm welches das Verhältnis zwischen der Aponeurosis plantaris (PA) und der Achillessehne (AT) zeigt.	28
 Tabelle 1: Mm. peronei Punkte	20
 Diagramm 1: Normalkraftmessung der Kraftmessplatte bei einem Reaktionskraftsprung	13
Diagramm 2: Normalkraft Messung mit Hilfe der Kraftmessplatte während der Landung nach dem Flick Flack zum Absprung des Saltos rückwärts gehockt	15
Diagramm 3: Veränderung von ζ und μ während der Landung und dem darauffolgenden Absprung	17
Diagramm 4: Verlorengelende Kraft durch den Fussrücken	19
Diagramm 5: Kontraktionskraft der Muskeln	23
Diagramm 6: Gesammelte Resultate des Modells (Die Winkel beziehen sich auf die rechte Achse, während sich alle Kräfte auf die linke Achse beziehen.)	27
Diagramm 7: Kräfteverhältnis Aponeurosis plantaris und Achillessehne	28
Diagramm 8: Auf Abbildung 5-1 skalierte Messungen	29
 Auflistung 1: Beweglichkeit des Fusses	8
Auflistung 2: Abkürzungszuweisung der Ligamente	12
Auflistung 3: Materialliste	13

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzung	Latein	Deutsch
Lig.	ligamentum	Ligament, Band
M.	musculus	ein Muskel
Mm.	musculi	Plural von Muskel
sc. nat.	scientiarum naturalium	Naturwissenschaften
Dr. h.c. mult.	doctor honoris causa multiplex	mehrfacher Doktor ehrenhalber
PhD topic		Doktorarbeitsthema
bzw.		beziehungsweise
F		Kraft in Newton

Anhang

A. Beschreibungen der Personen im Zusammenhang mit meiner Arbeit

Dr. med. Christian Schlegel

Chefarzt Clinic Bad Ragaz (muskuloskelettale Rehabilitation), Facharzt FMH für physikalische Medizin und Reha, Sportmedizin SGSM, manuelle Medizin SAMM, Schmerztherapie SSIPM

Prof. Dr. Stephen Ferguson

Stellvertretender Leiter Institut für Biomechanik an der ETH Zürich.

Benno M. Nigg, Dr. sc. nat., Dr. h.c. mult.

Professor und Wissenschaftler an der Universität in Calgary, Canada
Human Performance Laboratory, Faculty of Kinesiology

Shion Senti

Schüler an der Kantonsschule Sargans

Gewicht: 63kg

Grösse: 1.68m

Dr. med. Eva Gertrud Carle

Fachärztin für Allgemeinmedizin (D)

Eulenpraxis GmbH, Bad Ragaz

B. Zusammenfassung zum Interview mit Dr. med. Christian Schlegel

Die Plantarfaszie (Lig. aponeurosis plantaris) hat einen breiten Ansatz an der Ferse. Verletzungen, welche als Verdickungen sichtbar sind, kommen entweder in der Mitte des Bandes vor oder am Ansatz. Es kommt dann jeweils zu Verkalkungen oder kleineren Rissen. Selten kann die Plantarfaszie auch durch eine abrupte Bewegung reißen, dies passiert allerdings nur selten, da sie aufgrund ihres grossen Querschnitts grosse Belastungen aushalten kann. Die Plantarfaszie ist im Vergleich zu den anderen Bändern im Fuss besonders anfällig, da sie am meisten Hebelwirkung erfährt und zusätzlich dazu unterhalb der beweglichen Metatarsophalangealgelenke¹⁷ das Fussgewölbe verspannt.

Das Lig. plantare longum und das Lig. calcaneocuboideum plantare sind selten verletzt, da diese tief im Fussgewölbe liegen und ebenfalls einen grossen Querschnitt haben. Auch wenn das Lig. calcaneonaviculare plantare sehr stabil ist, kann es durch ein Supinationstrauma¹⁸ verletzt werden. Selbst wenn das Lig. calcaneonaviculare plantare reisst, wird dies meist erst durch einem MRI¹⁹ festgestellt und es verheilt meist problemlos.

Die das Fussgewölbe stabilisierenden Muskeln sind folgende:

M. flexor digitorum longus, M. flexor digitorum brevis, M. flexor hallucis brevis, M. flexor hallucis longus, M. abductor hallucis²⁰.

Wenn bei einem Sprung die Person ihren Fuss nicht seitlich stabilisieren kann, dann führt dies ebenfalls zu Verletzungen durch Umknicken.

Die Dämpfung an der Ferse bei einer Landung wird durch ein Fettpolster übernommen. Dieses schützt gleichzeitig auch die Plantarfaszie.

Folgendes ist die Antwort auf die Frage, wie sich der Muskel verhält, wenn er einen Impuls verringern muss, welcher grösser ist, als dass die Kraft vom Muskel ihn direkt anhalten kann. Es ist eine exzentrische Belastung. Sobald der Boden berührt wird, federt das Sprunggelenk ab, indem die Muskulatur maximal dagegen zieht. Während dieser Zeit ist man über dem «one repetition maximum»²¹. Es gilt $|F_{\text{Exzentrisch}}| > |F_{\text{Konzentrisch}}|$.

Sobald der Impuls bei $v=0\text{m/s}$ liegt, kann mit der Absprungphase begonnen werden.

Welchen Anteil die Muskulatur und welchen Anteil die Bänder an der Stützung des Fusses haben, konnte er allerdings nicht beantworten und ich sollte dahingehend im Gebiet der Biomechanik weitersuchen. Ausserdem kommt es natürlich auf den Trainingszustand der turnenden Person an.

Ich soll Professor Nigg kontaktieren, welcher an der Universität in Calgary (Canada) arbeitet, da dieser sich mit der Fussmechanik befasst hat.

(Datum des Interviews: 2. September 2022)

Ort des Interviews: Ahornweg 10, Bad Ragaz, Schweiz,

Art des Interviews: Abendessen mit anschliessendem Gespräch

Dr. med. C. Schlegel bestätigte am 10. November 2022 die Korrektheit des obenstehenden Textes.)

¹⁷ Gelenke, welche den Mittelfuss mit den Zehen verbinden

¹⁸ das gewaltsame Überdehnen der Fussaussenseite

¹⁹ Magnetic resonance imaging

²⁰ unterstützt die Plantarfaszie

²¹ wie viel kann ich konzentrisch heben / bewegen

C. E-Mail

Von: nigg@ucalgary.ca

An: mcarle@rsnweb.ch

Datum: 5. Oktober 2022, 19:07

Betreff: RE: request for assistance

Maximilian,

Thanks for the email.

The topic you want to solve is a nice PhD topic for a good modeller in biomechanics.

Way too much for a Matura-Project.

Change the topic.

Good luck,

B.M. Nigg

D. Programmcode

Der gesamte Programmcode auf Github ist selbstständig und ohne die Hilfe anderer Personen von mir geschrieben worden.

Der Programmcode ist auf Github unter folgendem Link einsehbar:

<https://github.com/CustosMagnus/Maturaarbeit>

E. GeoGebra Daten

Geometrische Daten des GeoGebra Rechenmodells:

$$\alpha_1 = 20.46205^\circ$$

$$\alpha_2 = 36.2549^\circ$$

$$\alpha_3 = 50.22875^\circ$$

$$\alpha_4 = 40.95749^\circ$$

$$\beta_1 = 76.21216^\circ$$

$$\beta_2 = 66.90092^\circ$$

$$\beta_3 = 82.05809^\circ$$

$$\beta_4 = 121.78992^\circ$$

$$\gamma = 6.73575^\circ$$

$$\varepsilon = 26.31197^\circ$$

$$\zeta = 63.68803^\circ$$

$$\kappa = 119.08152^\circ$$

$$\mu = 50.41898^\circ$$

$$\xi = 90^\circ$$

$$\sigma = 52.08443^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{Boden: } & -0.7076x - 71.1304y \\ & = -372.8594 \end{aligned}$$

$$D = (70, 24)$$

$$E = (85.45049, 27.21949)$$

$$I = (62.87478, 19.60951)$$

$$I_1 = (25.04412, 8.77247)$$

$$I_2 = (83.16504, 14.14369)$$

$$I_3 = (77.37274, 18.48023)$$

$$I_4 = (70, 24)$$

$$I_5 = (64.78492, 24.20308)$$

$$I_6 = (62.87478, 19.60951)$$

$$I_7 = (49.42112, 16.5218)$$

$$I_8 = (93.72363, 21.38852)$$

$$M = (76.45355, 33.5606)$$

$$\text{Messpunkt1} = (30.02, 10.37)$$

$$\text{Messpunkt2} = (55.68, 18.17)$$

$$Q = (12.06217, 5.12192)$$

$$\text{Umrollpunkt}_1 = (81.36463, 29.15225)$$

$$\text{Umrollpunkt}_2 = (84.53697, 26.30465)$$

$$l_1 = 57.07347$$

$$l_2 = 31.95423$$

$$l_3 = 19.46833$$

$$l_4 = 14.95728$$

$$r_0 = 21.12854$$

$$r_3 = 15.10836$$

$$r_4 = 11.53488$$

$$r_{1,2} = 20.54411$$

$$u_1 = 6.59942$$

$$u_2 = 10.86235$$

$$x_0 = 58.36858$$

$$x_1 = 33.82761$$

$$x_2 = 14.54187$$

$$x_3 = 5.21903$$

$$F_A = (-1.50077, 19.48392)$$

$$F_N = (0.06569, 6.60378)$$

$$F_z = (3.63729, 5.16068)$$

F. Rechendaten

Alle Winkel sind in Grad angegeben, während alle Kräfte (F) in Newton angegeben sind.

	t[Millisekunden]	F_N	F Achillessehne	Winkel Mu (μ)
1	2.5	0	0	65.7087
2	5	1.221	0.25811	62.5073
3	7.5	7.93651	2.50196	58.7297
4	10	25.0305	11.5347	54.6224
5	12.5	279.609	182.869	50.3909
6	15	689.866	619.706	46.2039
7	17.5	993.284	1185.83	42.1965
8	20	898.657	1380.91	38.4739
9	22.5	656.899	1259.66	35.1144
10	25	606.838	1408.9	32.1729
11	27.5	918.803	2506.45	29.6838
12	30	1116.61	3472.8	27.6637
13	32.5	1277.17	4393.21	26.114
14	35	1457.88	5380.53	25.0236
15	37.5	1504.27	5782.2	24.3712
16	40	1551.89	5840.33	24.1275
17	42.5	1533.58	5888.95	24.2571
18	45	1458.49	5401.82	24.7205
19	47.5	1377.9	4829.18	25.4757
20	50	1331.5	4348.91	26.4799
21	52.5	1314.41	3954.85	27.6907
22	55	1278.39	3514.81	29.0677
23	57.5	1220.39	3050.65	30.573
24	60	1140.42	2585.72	32.1726
25	62.5	1067.16	2194.4	33.837
26	65	1008.55	1884.01	35.5418
27	67.5	956.654	1628.46	37.268
28	70	906.593	1411.95	39.0025
29	72.5	841.27	1204.23	40.7382
30	75	764.957	1011.13	42.4737
31	77.5	694.139	850.944	44.2134
32	80	624.542	712.634	45.967
33	82.5	562.882	599.306	47.7491
34	85	512.821	509.985	49.5784
35	87.5	465.812	432.33	51.4768
36	90	424.908	367.004	53.4687
37	92.5	388.278	310.49	55.5795
38	95	349.817	257.01	57.8346
39	97.5	310.134	207.191	60.2576
40	100	266.789	159.936	62.869
41	102.5	222.833	117.921	65.6842
42	105	182.54	83.5914	68.7117
43	107.5	147.131	56.9316	71.9509

44	110	112.332	35.7014	75.3896
45	112.5	78.7546	19.8774	79.0022
46	115	48.2295	9.28789	82.7465
47	117.5	23.199	3.25023	86.5614
48	120	6.71551	0.646799	90.3634
49	122.5	0	0	94.0445
max.:		1551.89	5888.95	94.0445
min.:		0	0	24.1275

	Winkel Zeta (ζ)	F Mm. peronei	F Lig. aponeurosis plantaris	F Lig. calcaneocuboideum plantare
1	27.8613	0	0	0
2	31.5177	0.046564	0.12658	0.0224075
3	35.6307	0.384094	1.20203	0.212787
4	39.9662	1.51138	5.35558	0.948062
5	44.3306	20.5771	81.0295	14.3441
6	48.5676	60.3248	259.217	45.8875
7	52.554	100.651	464.203	82.1747
8	56.1965	103.065	502.861	89.018
9	59.4283	83.4439	425.447	75.3139
10	62.2059	83.7238	441.54	78.1628
11	64.5062	135.287	731.793	129.544
12	66.3233	172.737	951.767	168.485
13	67.6661	204.698	1142.42	202.235
14	68.556	239.092	1345.31	238.151
15	69.0237	249.66	1410.77	249.739
16	69.1077	249.66	1411.62	249.889
17	68.8521	253.416	1430.39	253.213
18	68.3044	237.652	1335.18	236.357
19	67.5141	219.969	1227.14	217.232
20	66.5307	207.123	1144.89	202.672
21	65.4029	198.355	1084.28	191.943
22	64.1766	186.52	1006.62	178.196
23	62.8942	171.738	913.801	161.764
24	61.5938	154.562	809.986	143.386
25	60.3078	139.22	718.055	127.112
26	59.0628	126.684	642.834	113.797
27	57.8792	115.811	578.135	102.343
28	56.7701	105.932	520.369	92.1174
29	55.7422	95.055	459.677	81.3735
30	54.795	83.7457	398.91	70.6163
31	53.9212	73.7688	346.307	61.3044
32	53.1071	64.5281	298.681	52.8735
33	52.333	56.5931	258.333	45.7309
34	51.5739	50.1767	225.841	39.9791
35	50.8002	44.31	196.517	34.7881
36	49.9785	39.2056	171.115	30.2914

37	49.0732	34.6194	148.397	26.2696
38	48.0473	29.9763	125.831	22.2751
39	46.8639	25.3559	103.825	18.3794
40	45.4881	20.6172	81.932	14.5039
41	43.8882	16.0892	61.6519	10.9138
42	42.0383	12.1416	44.4989	7.87733
43	39.9196	8.86412	30.7599	5.44522
44	37.5232	6.00796	19.4951	3.45109
45	34.8524	3.65181	10.9104	1.93139
46	31.9248	1.88584	5.08894	0.900861
47	28.7755	0.740574	1.76219	0.311949
48	25.4598	0.16859	0.34315	0.0607455
49	22.0561	0	0	0
max.:	69.1077	253.416	1430.39	253.213
min.:	22.0561	0	0	0

	F Lig. calcaneonavicularare plantare	F Lig. plantare longum	F M. flexor hallucis longus	F M. flexor digitorum longus
1	0	0	0	0
2	0.044815	0.0492965	0.02626	0.00855
3	0.425573	0.468131	0.21658	0.07051
4	1.89612	2.08574	0.85221	0.27746
5	28.6882	31.557	11.6026	3.77759
6	91.7749	100.952	34.0147	11.0746
7	164.349	180.784	56.7533	18.4778
8	178.036	195.84	58.1144	18.921
9	150.628	165.691	47.0506	15.3188
10	156.326	171.958	47.2085	15.3702
11	259.088	284.997	76.2831	24.8364
12	336.97	370.667	97.3991	31.7114
13	404.469	444.916	115.421	37.5789
14	476.302	523.932	134.814	43.893
15	499.479	549.426	140.773	45.8332
16	499.778	549.756	140.773	45.8332
17	506.426	557.068	142.891	46.5226
18	472.714	519.985	134.003	43.6287
19	434.465	477.911	124.031	40.3823
20	405.343	445.877	116.788	38.0241
21	383.887	422.276	111.845	36.4145
22	356.391	392.031	105.171	34.2418
23	323.528	355.881	96.8358	31.5279
24	286.773	315.45	87.1511	28.3748
25	254.225	279.647	78.5004	25.5583
26	227.593	250.352	71.4318	23.2569
27	204.687	225.155	65.301	21.2608
28	184.235	202.658	59.7308	19.4472
29	162.747	179.022	53.5977	17.4504

30	141.233	155.356	47.2208	15.3742
31	122.609	134.87	41.5952	13.5426
32	105.747	116.322	36.3847	11.8462
33	91.4618	100.608	31.9105	10.3895
34	79.9583	87.9541	28.2926	9.21154
35	69.5763	76.5339	24.9846	8.13453
36	60.5827	66.641	22.1064	7.19744
37	52.5392	57.7932	19.5205	6.3555
38	44.5502	49.0052	16.9024	5.5031
39	36.7588	40.4347	14.2971	4.65488
40	29.0077	31.9085	11.6252	3.78495
41	21.8276	24.0104	9.07206	2.9537
42	15.7547	17.3301	6.84616	2.22898
43	10.8904	11.9795	4.99812	1.62729
44	6.90218	7.5924	3.38764	1.10295
45	3.86278	4.24906	2.05911	0.67041
46	1.80172	1.98189	1.06335	0.34621
47	0.623898	0.686288	0.41758	0.13596
48	0.121491	0.13364	0.09506	0.03095
49	0	0	0	0
max.:	506.426	557.068	142.891	46.5226
min.:	0	0	0	0

G. Selbständigkeitserklärung

Ich habe die vorliegende Arbeit unter Benützung der angeführten Quellen selbständig entworfen, gestaltet und verfasst. Die Mitwirkung anderer Personen beschränkt sich auf Beratung und Korrekturlesen.

Bad Ragaz, 5.1.2023

*Maximilian
Carle*