Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Отчет по лабораторной работе № 2 по курсу «Математическая статистика»

Тема Гистограмма и эмпирическая функция распределения

Студент Виноградов А. О.

Группа ИУ7-66Б

Оценка (баллы) ______

Преподаватели Андреева Т. В.

Москва — 2023 г.

1 Постановка задачи

Цель работы: построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии нормальной случайной величины.

1.1 Содержание работы

1) Для выборки объема n из нормальной генеральной совокупности X реализовать в виде программы на ЭВМ

   (a) вычисление точечных оценок $\hat{\mu}(\vec{x}_n)$ и $S^2(\vec{x}_n)$ MX и дисперсии DX; соответственно;

   (b) вычисление нижней и верхней границ $\underline{\mu}(\vec{x}_n), \overline{\mu}(\vec{x}_n)$ для γ-доверительного интервала для математического ожидания MX;

   (c) вычисление нижней и верхней границ $\underline{\sigma^2}(\vec{x}_n), \overline{\sigma^2}(\vec{x}_n)$ для γ-доверительно интервала для дисперсии DX;

2) вычислить $\hat{\mu}(\vec{x}_n)$ и $S^2(\vec{x}_n)$ для выборки из индивидуального варианта;

3) для заданного пользователем уровня доверия γ и N – объема выборки из индивидуального варианта:

   (a) на координатной плоскости Oyn построить прямую $y = \hat{\mu}(\vec{x}_N)$, также графики функций $y = \hat{\mu}(\vec{x}_n)$ $y = \underline{\mu}(\vec{x}_n)$, $y = \overline{\mu}(\vec{x}_n)$, как функций объема n выборки, где n изменяется от 1 до N;

   (b) на другой координатной плоскости Ozn построить прямую $z = S^2(\vec{x}_N)$, также графики функций $z = S^2(\vec{x}_n)$, $z = \underline{\sigma^2}(\vec{x}_n)$ и $z = \overline{\sigma^2}(\vec{x}_n)$ как функций объема n выборки, где n изменяется от 1 до N.

2 Теоретическая часть

Пусть $\vec{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ — реализация случайной выборки из генеральной совокупности случайно величины X, закон распределения которой известен с точностью до параметра θ.

γ–доверительным интервалом для параметра θ называется интервал $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ для которого справедливо $P(\underline{\theta} \leq \theta \leq \overline{\theta}) = \gamma$.

В работе использовались следующие формулы для вычисления величин:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{N} x_i; \tag{2.1}$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \hat{\mu})^2; \tag{2.2}$$

$$\underline{\mu}(\vec{x}_n) = \overline{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha}(n-1) \tag{2.3}$$

$$\overline{\mu}(\vec{x}_n) = \overline{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha}(n-1) \tag{2.4}$$

$$\underline{\sigma}(\vec{x}_n) = \frac{S^2(n-1)}{\chi^2_{1-\alpha}(n-1)} \tag{2.5}$$

$$\overline{\sigma}(\vec{x}_n) = \frac{S^2(n-1)}{\chi^2_{\alpha}(n-1)} \tag{2.6}$$

где (2.1) — точечная оценка математического ожидания, (2.2) — точечная оценка дисперсии, (2.3) — нижняя граница γ–доверительного интервала для математического ожидания, (2.4) — верхняя граница γ–доверительного интервала для математического ожидания, (2.5) — нижняя граница γ–доверительного интервала для дисперсии, верхняя граница γ–доверительного интервала для дисперсии, $t_\alpha(n-1)$ — квантиль уровня $(1-\alpha)$ распределения Стьюдента с (n - 1) степенями свободы, $\chi^2_\alpha(n-1)$ — квантиль уровня α распределения χ^2.

3 Практическая часть

3.1 Результаты расчетов для выборки из индивидуального варианта

Значения параметров для выборки из индивидуального варианта №2:
$\hat{\mu}(\overrightarrow{x}_n) = -0.285917$;
$S^2(\overrightarrow{x}_n) = 0.917021$.

Результаты построения графиков функций приведены на рисунках 3.1, 3.2.

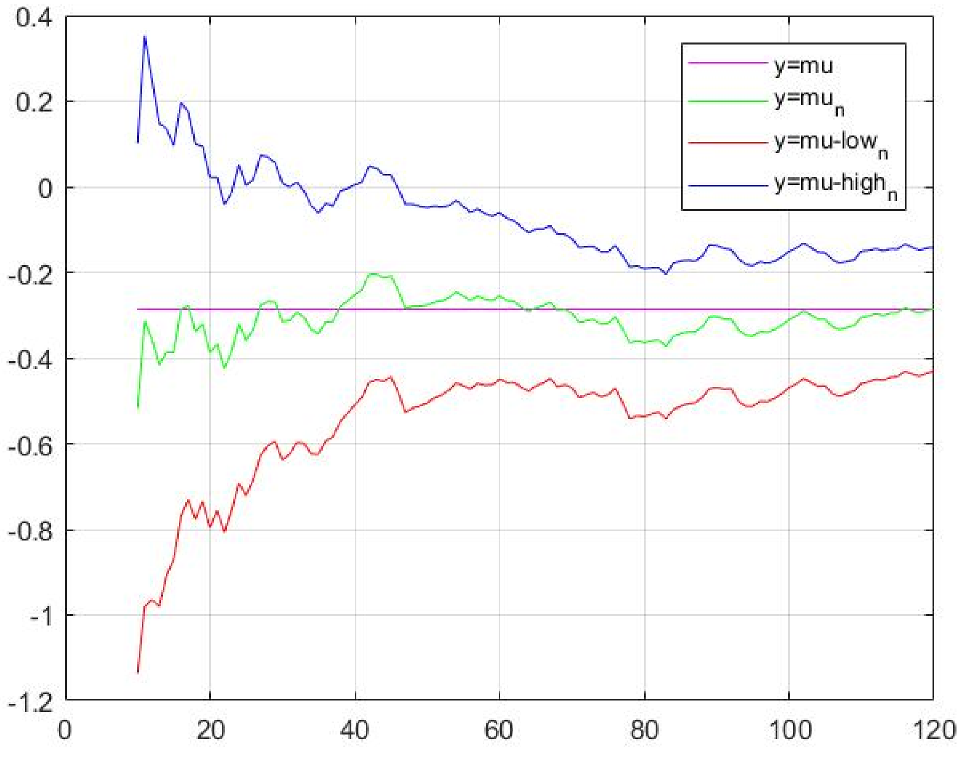

Рисунок 3.1 – Графики прямой $y = \hat{\mu}(\vec{x}_N)$, а также функций $y = \hat{\mu}(\vec{x}_n)$ $y = \underline{\mu}(\vec{x}_n)$, $y = \overline{\mu}(\vec{x}_n)$, как функций объема n выборки, где n изменяется от 10 до N

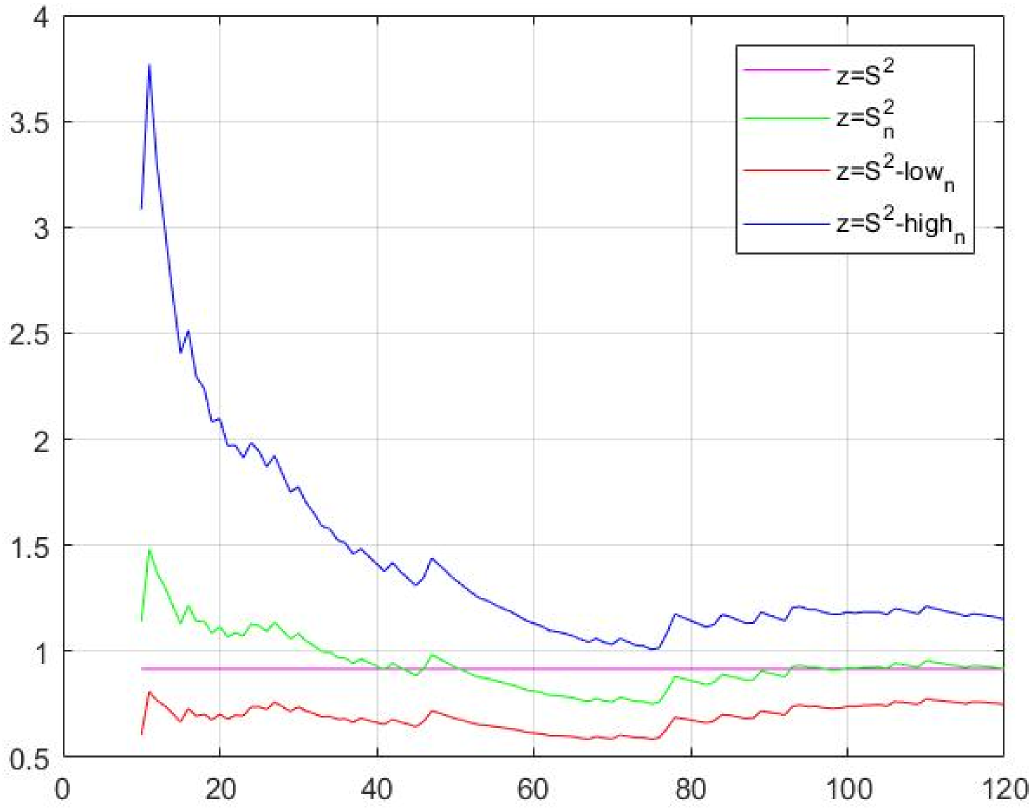

Рисунок 3.2 – Графики прямой $z = S^2(\vec{x}_N)$, также функций $z = S^2(\vec{x}_n)$, $z = \underline{\sigma^2}(\vec{x}_n)$ и $z = \overline{\sigma^2}(\vec{x}_n)$ как функций объема n выборки, где n изменяется от 10 до N