



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский государственный технический университет имени  
Н. Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

---

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

---

## Отчет по лабораторной работе № 1 по курсу «Математическая статистика»

Тема Гистограмма и эмпирическая функция распределения

---

Студент Виноградов А. О.

---

Группа ИУ7-66Б

---

Оценка (баллы) \_\_\_\_\_

---

Преподаватели Андреева Т. В.

---

Москва — 2023 г.

# 1 Постановка задачи

Цель работы: построение гистограммы и эмпирической функции распределения.

## 1.1 Содержание работы

- 1) Для выборки объема  $n$  из генеральной совокупности  $X$  реализовать в виде программы на ЭВМ
  - (a) вычисление максимального значения  $M_{\max}$  и минимального значения  $M_{\min}$ ;
  - (b) размаха  $R$  выборки;
  - (c) вычисление оценок  $\hat{\mu}$  и  $S^2$  математического ожидания  $MX$  и дисперсии  $DX$ ;
  - (d) группировку значений выборки в  $m = \lceil \log_2 n \rceil + 2$  интервала;
  - (e) построение на одной координатной плоскости гистограммы и графика функции плотности распределения вероятностей нормальной случайной величины с математическим ожиданием  $\hat{\mu}$  и дисперсией  $S^2$ ;
  - (f) построение на другой координатной плоскости графика эмпирической функции распределения и функции распределения нормальной случайной величины с математическим ожиданием  $\hat{\mu}$  и дисперсией  $S^2$ .
- 2) Провести вычисления и построить графики для выборки из индивидуального варианта.

## 2 Теоретическая часть

### 2.1 Формулы для вычисления величин

Реализация случайной выборки:

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (2.1)$$

Минимальное значение выборки:

$$M_{min} = \min(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (2.2)$$

Максимальное значение выборки:

$$M_{max} = \max(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (2.3)$$

Размах выборки:

$$R = M_{max} - M_{min}. \quad (2.4)$$

Оценка математического ожидания выборки:

$$\hat{\mu}(\vec{x}) = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (2.5)$$

Несмещенная(исправленная) оценка дисперсии выборки:

$$S^2(\vec{x}) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (2.6)$$

## 2.2 Эмпирическая плотность и гистограмма

**Определение 1.** Эмпирической функцией плотности, отвечающей выборке  $\bar{x}$ , называют функцию

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{m_i}{n\delta}, x \in J_i, \\ 0, , \end{cases} \quad (2.7)$$

где

- $m$  — количество полуинтервалов интервала  $J = [M_{min}, M_{max}]$ ,  $\bar{x}$ , которые приняли значение меньше  $x$ ,
- $m_i$  — количество элементов выборки  $\bar{x}$ , принадлежащих полуинтервалу  $J_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,
- $n$  — количество элементов выборки  $\bar{x}$ ,
- $\delta = \frac{M_{min}-M_{max}}{m} = \frac{|J|}{m}$ .

**Определение 2.** График функции  $f_n(x)$  называют гистограммой.

## 2.3 Эмпирическая функция распределения

**Определение 3.** Эмпирической функцией распределения, отвечающей выборке  $\bar{x}$ , называют функцию

$$F_n(x, \bar{x}) = \frac{n(x, \bar{x})}{n}, x \in \mathbb{R}, \quad (2.8)$$

где

- $n(x, \bar{x})$  — количество элементов выборки  $\bar{x}$ , которые приняли значение меньше  $x$ ,
- $n$  — количество элементов выборки.

## 3 Практическая часть

### 3.1 Текст программы

Листинг 3.1 – Текст программы

```
1 f = fopen('file.txt','r');
2 % f = fopen('test.txt','r');
3 X = fscanf(f,'%f,');
4 Z = sort(X);
5 fclose(f);
6 n = length(X);
7
8
9 M_min = min(X);
10 M_max = max(X);
11 fprintf('Mmin=%f\n', M_min);
12 fprintf('Mmax=%f\n', M_max);
13
14
15 R = M_max - M_min;
16 fprintf('Range=%f\n', R);
17
18
19 MX = mean(X);
20 DX = sum((X - MX).^2)/(n - 1);
21 fprintf('Mu=%f\n', MX);
22 fprintf('S2=%f\n', DX);
23
24
25 m = floor(log2(n))+ 2;
26 h = R / m;
27 intervals = cell(1, m);
28 i = 1;
29 fprintf('m=%d, delta=%f\n', m, h);
30 bracket = ')';
```

```

31 format short;
32 for cur = (M_min):h:(M_max-h)
33     next = cur + h;
34     intervals(i) = {X((cur <= X) & (X < next))};
35     fprintf('%5.2f, %5.2f%s', cur, next, bracket);
36     i = i + 1;
37     if i == m
38         bracket = ']';
39     end
40 end
41 intervals{m} = [intervals{m}; X(X == M_max)];
42 intervals(1);
43 cellsz = cellfun(@size, intervals, 'uni', false);
44 cellsz{5}(1);
45
46 fprintf('\n');
47 s = size(cellsz);
48 for i = 1:s(2)
49     fprintf('%8d', cellsz{i}(1));
50 end
51 fprintf('\n');
52
53 figure('Name', 'Graph_1');
54 histogram(X, m, 'BinEdges', M_min:h:M_max, 'Normalization', 'pdf');
55 hold on;
56 x = (M_min - h):0.1:(M_max+h);
57 % f = exp(-(x-MX).^2./(2*DX))./(sqrt(DX * 2 * pi));
58 Xn = (M_min - h): 0.1 : (M_max + h);
59 y = pdf('normal', Xn, MX, DX);
60 plot(Xn, y), grid;
61
62
63 figure('Name', 'Graph_2');
64 [yy, xx] = ecdf(X);
65 stairs(xx, yy, 'LineWidth', 1.5);
66 hold on;
67 Y = normcdf((Xn - MX) / DX);
68 plot(Xn, Y, 'r'), grid;

```

## 3.2 Результаты расчетов для выборки из индивидуального варианта

Задание выполнялось по варианту №2.

Таблица 3.1 – Значения параметров для выборки из индивидуального варианта

$M_{min}$	-2.79
$M_{max}$	1.8
$R$	4.59
$\hat{\mu}(\vec{x})$	-0.285917
$S^2(\vec{x})$	0.917021
$m$	8
$\delta$	0.57375

Таблица 3.2 – Интервальная группировка значений выборки при  $m = 8$

$[-2.79, -2.22)$	$[-2.22, -1.64)$	$[-1.64, -1.07)$	$[-1.07, -0.50)$
5	5	15	18
$[-0.50, 0.08)$	$[0.08, 0.65)$	$[0.65, 1.23)$	$[1.23, 1.80]$
35	24	12	6

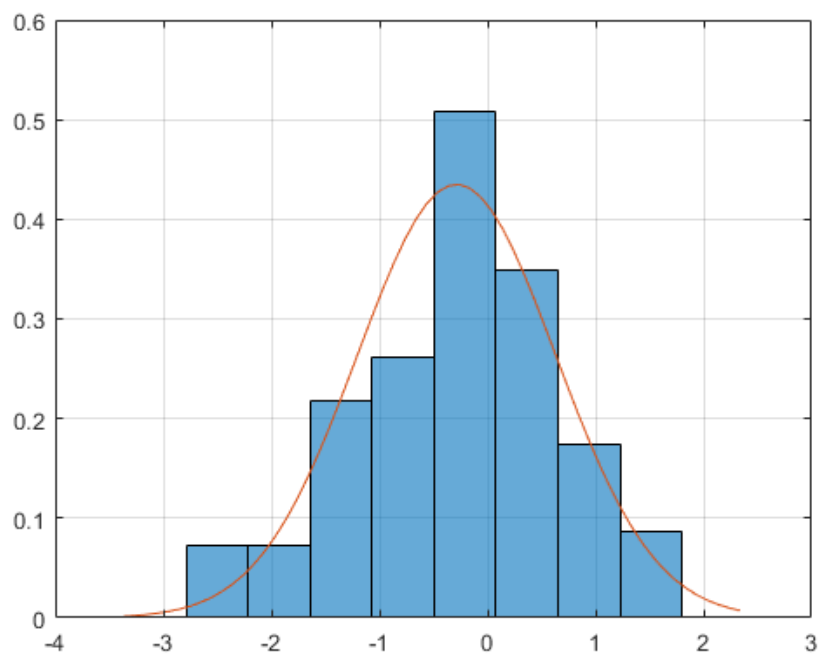
```

Mmin = -2.790000
Mmax = 1.800000
Range = 4.590000
Mu = -0.285917
S2 = 0.917021
m = 8, delta = 0.573750
[-2.79, -2.22) [-2.22, -1.64) [-1.64, -1.07) [-1.07, -0.50) [-0.50, 0.08) [0.08, 0.65) [0.65, 1.23) [1.23, 1.80]
5           5           15           18           35           24           12           6

```

Результат работы программы

Результаты построения гистограммы и графика функции плотности распределения вероятностей нормальной случайной величины с математическим ожиданием  $\hat{\mu}$  и дисперсией  $S^2$ , а также построения графика эмпирической функции распределения и функции распределения нормальной случайной величины с математическим ожиданием  $\hat{\mu}$  и дисперсией  $S^2$  приведены на рисунках 3.2, 3.3.



Гистограмма и график функции плотности распределения вероятностей нормальной случайной величины с математическим ожиданием  $\hat{\mu}$  и дисперсией  $S^2$

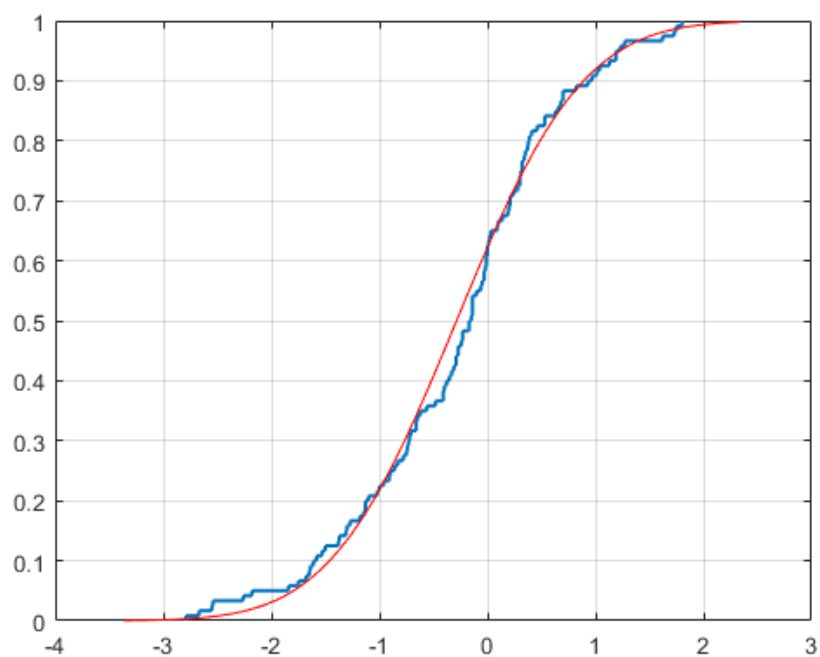


График эмпирической функции распределения и функции распределения нормальной случайной величины с математическим ожиданием  $\hat{\mu}$  и дисперсией  $S^2$