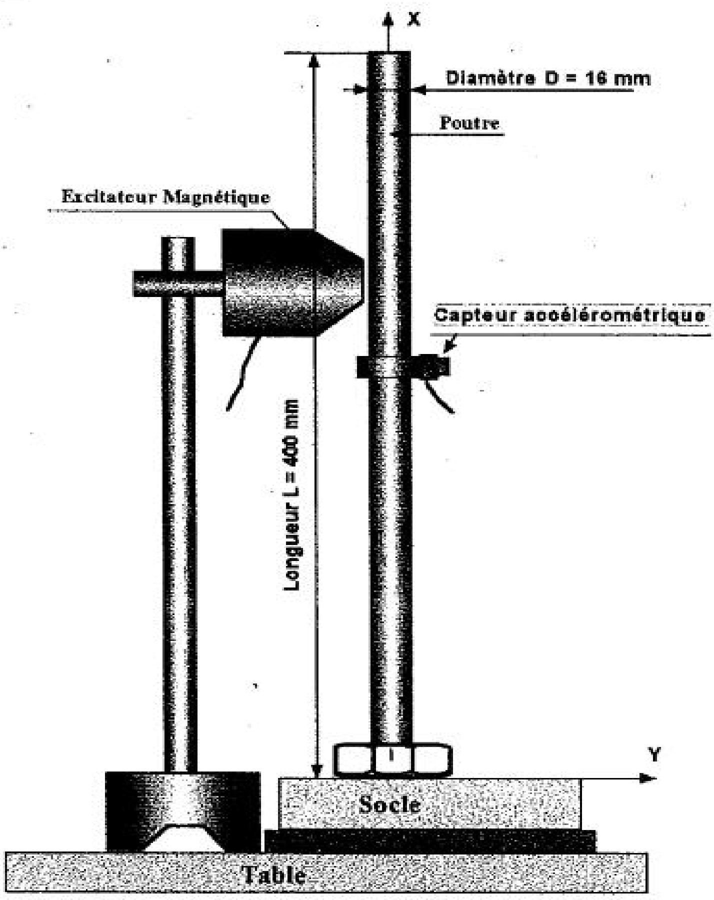
ARNAUD Vincent
ZHANG Xunjie
MEZACHE Yedhir

TP1 : Poutre en vibration

Introduction

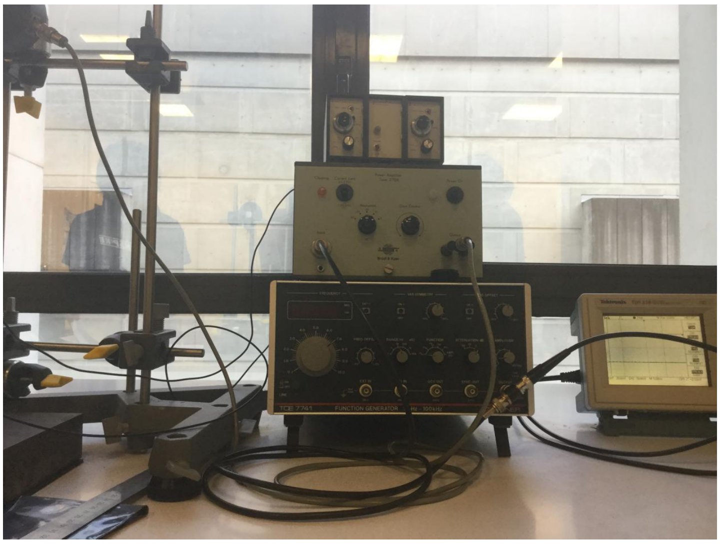
Dans cette séance de TP de vibration mécanique , on étude une poutre en flexion , ce que l' on cherche sont les fréquences de résonances .
Pour préparer le TP, au début, on trouve les quatres premières fréquences théoriques. Pour l'expérience on étude une poutre vertical sollicitée par un excitateur magnétique , ce que l' on peut voir dans les figures ci-dessous . On utilise deux capteurs pour déterminer l'accélération. On cherche les deux premières fréquences de résonances.

Figure 1 : Montage de la poutre

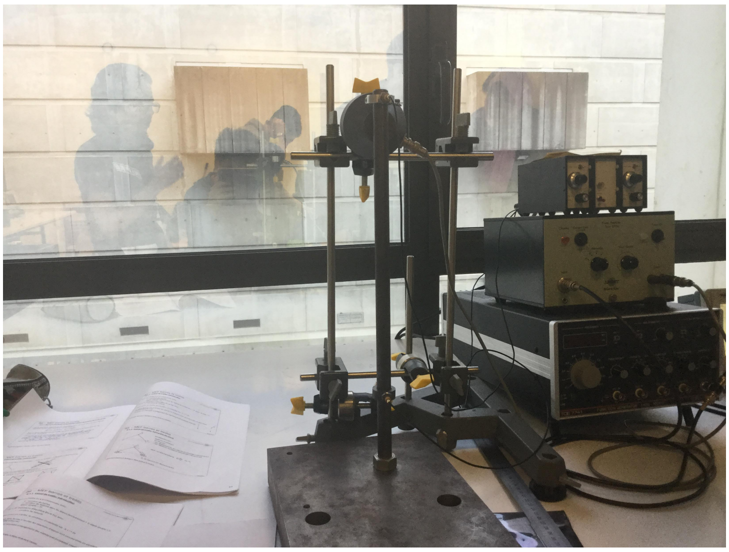


Poutre en acier de :

- densité $\rho = 7800$ kg/m^3
- module de Young $E = 1.8\ 10^{11}$ Pa



Excitateur ,capteur et ondoscope



Poutre et capteurs

Donnée supplementaire concernant la poutre :

S=pi*D**2/4=2.01*10**-4 m^2

Théorique

Rayleigh Ritz

L'énergie cinétique de la poutre est donnée par :

- $E_c = \frac{1}{2}\int_V \rho\,(\dot{v})^2\,dV$

Avec $v(x) = a(t)\left(\frac{x}{L}\right)^2$ et donc $\dot{v}(x) = \dot{a}(t)\left(\frac{x}{L}\right)^2$

CL : $\left.\frac{dv}{dx}\right|_{x=0} = 0$ et $v(0) = 0$

$$E_c = \frac{1}{2}\int_0^L \rho\left[\dot{a}\left(\frac{x}{L}\right)^2\right]^2 S\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\rho S\int_0^L \frac{x^4}{L^4}\,dx\,(\dot{a})^2 = \frac{1}{2}\rho S\left[\frac{x^5}{5L^4}\right]_0^L \dot{a}^2$$

$$m_{eq} = \rho S\frac{L^5}{5L^4} \Rightarrow 5\,m_{eq} = \rho S L$$

- $E_d = \frac{1}{2}\int_V \sigma\,\epsilon_{xx}\,dV$, $\sigma_{xx} = E\,\epsilon_{xx}$

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-y\frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$E_d = \frac{1}{2}\int_V E\,\varepsilon_{xx}^2\,dV = \frac{1}{2}E\int_0^L\int_S y^2\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)^2 dS\,dx$$

$$I_{zz} = \int_S y^2\,dS$$

Donc $E_d = \frac{1}{2}E I_{zz}\int_0^L\left(\frac{2a}{L^2}\right)^2 dx = \frac{1}{2}a^2 E I_{zz}\frac{4}{L^3}$

On par analogie

- $E_{c_{max}} = \frac{1}{2}\frac{\rho S L}{5}\,\omega^2 . a_{max}^2$
- $E_{d_{max}} = \frac{1}{2}(K_{eq})\,a_{max}^2$

On trouve $\omega = \sqrt{\frac{4 E I_{zz}}{L^3 . \frac{m_{eq}}{5}}}$

Donc $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4 E I_{zz}}{L^3 . \frac{m_{eq}}{5}}}$

Par application numérique nous obtenons f = 85.5Hz

Néenmoins , par l' étude de RDM , nous obtenons Keq :

$$K_{eq} = \frac{3EI_{zz}}{L^3}$$

par appliqucation numérique en utilisant cette valleur de Keq nous obtenons:

f=74Hz

Methode théorique:

$$\omega^2 = \frac{\rho S K^4}{EI_z}$$

$$K_1 = \frac{1.8751}{L} = \frac{1.8751}{0.4} = 4.68775$$

$$K_2 = 11.73525$$

$$K_3 = 19.637$$

$$K_4 = 27.49$$

$$\omega_1 = \sqrt{K_1^4 (\frac{\rho S}{EI_z})^{-1}} = \sqrt{(4.68775)^4 \times (2.708 \times 10^{-3})^{-1}} = 422 \frac{rad}{s}$$

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 67 Hz$$

$$f_2 = 430 Hz$$

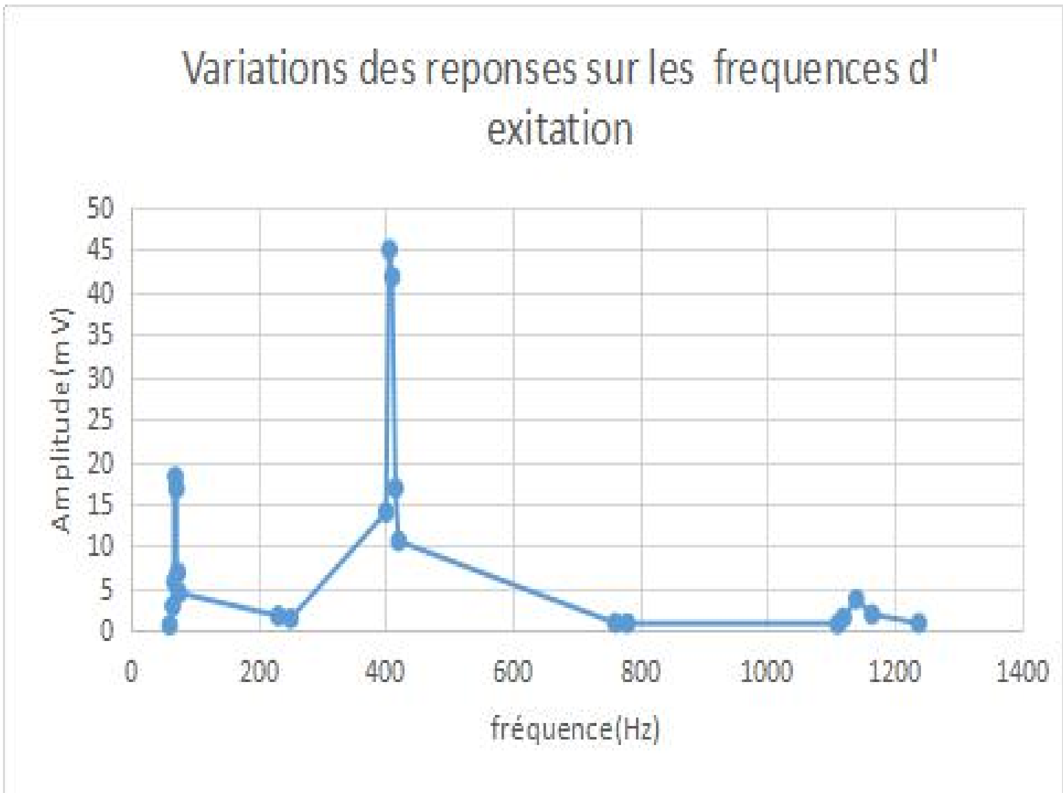
$$f_3 = 1.2 kHz$$

$$f_4 = 2.3 kHz$$

Résultat en graphique

Coordonnée et graphique

f(Hz)	Ai(V)	AO(mV)
60	1.74	0.668
65	1.71	2.94
67	1.75	5.8
69	1.71	18.2
71	1.71	16.8
73	1.71	6.9
75	1.71	4.5
231	10.3	1.77
250.5	10.4	1.47
400.6	10.5	14
405.8	10.5	45
410.5	10.5	41.8
415.3	10.5	16.85
420.2	10.5	10.6
761	10.5	0.93
780	10.5	0.89
1111	10.5	0.81
1120	10.5	1.58
1140	10.5	3.75
1165	10.5	1.94
1238	10.5	0.91



Commentaire :

D’ apres l’ experience nous obtenons:
f1=70
f2=410
f3=1130

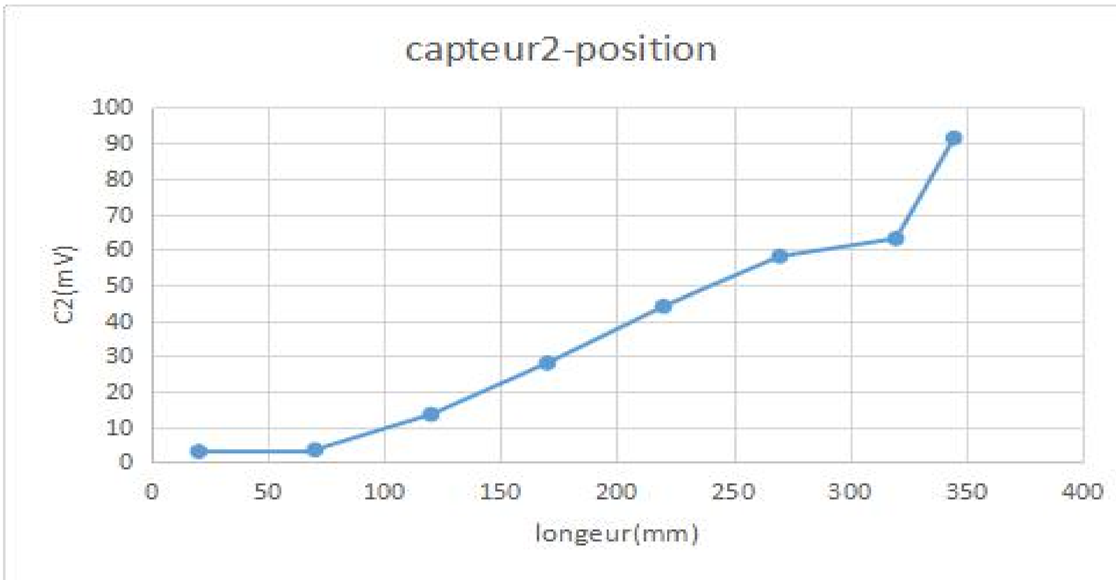
Ses fréquences sont bien marquées par la présence des 3 pics sur notre graphique.
De plus l’ amplitude est bien proche de 0 en dehors des fréquences de résonnances.

On constate que nos valeurs théorique sont tres proches des valeurs expérimentales mais un problème subsiste.
Pour le premier pic, la valeur de la fréquence theorique est plus basse que la valeur de la fréquence expérimentale.
Et inversement pour les deux autres pics.

Cela peut provenir de la longeur/diametre de la poutre qui peut admettre une variation via la pirse en compte ou non de l’ encastrement avec le boulon.
Un encadrement des valeurs expérimentales serait possible via des valeurs théoriques calculées avec differentes valeurs de longeur/diametre de la poutre et du boulon.

Coordonnée et graphique :

70Hz	C1(mV)	C2(mV)	distance(mm)
	38.5	3	20
	43.8	3.5	70
	42.3	13.5	120
	40	28	170
	37	44	220
	33.5	58	270
	27	63	320
	34.4	91.4	345

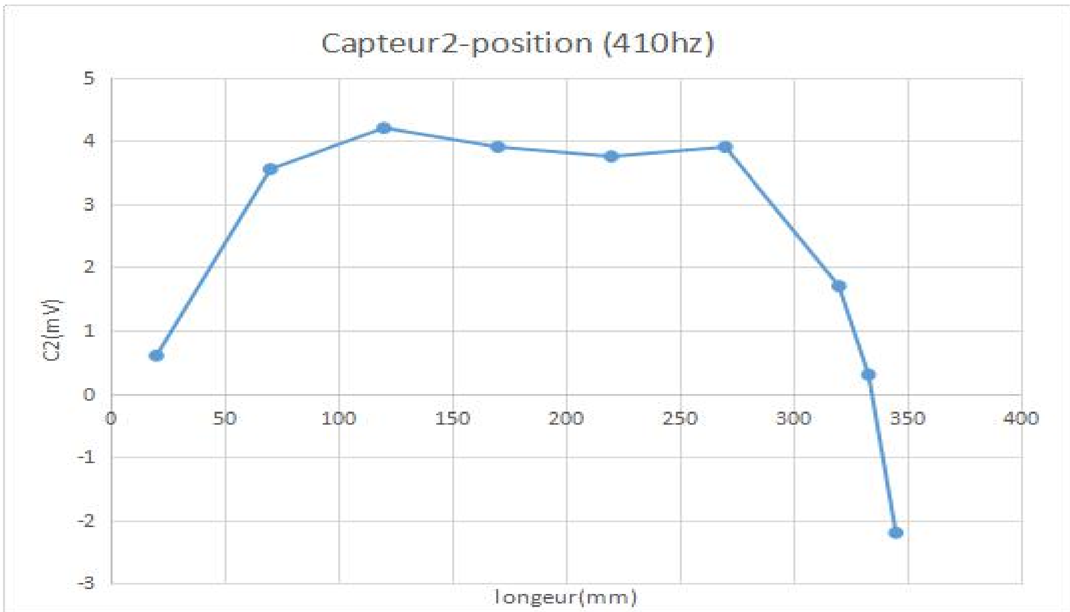


Le graphique du mode 1 nous montre bien les conditions limites appliqués à la poutre en x=0.
C' est à dire que l' on observe bien une tangente en x=0 propre à la non présence de rotation et de mouvement du à l' encastrement.

Concernant le bout libre de la poutre, on constate bien une amplitude maximale et une rotation maximale aussi propre au mode 1 de notre expérience.
Aussi le déplacement de la poutre est bien en phase.

Coordonnée et graphique

420Hz	C1	C2	dis(mm)
	5.1	0.6	20
	3.85	3.55	70
	2.1	4.2	120
	1.4	3.9	170
	1.36	3.75	220
	1.95	3.9	270
	3.87	1.7	320
	4.2	0.3	333
	3.54	-2.2	345



Pour le mode 2 les conditions limites en 0 sont moins évidentes mais toujours bien présentes.

On constate que le bout libre de la poutre est hors phase avec le reste de la poutre. Cela est visible du fait de la valeur négative.

Les contraintes dynamiques normales sont les plus importantes sur le mode 1 de vibration car c' est la ou l' amplitude est la plus forte.
Il y a le maximum de flexion lors du mode 1.

Conclusion

Dans cette séance de TP, on a étudié une poutre où à son extrémité on applique une force tangentielle et soumise en vibration .
Dans un premier temps la méthode de Rayleigh Ritz a été utilisé afin de déterminer la première fréquence de résonance.
Mais la comparaison avec la valeur théorique est faussée de par l'utilisation d'un coefficient 4 au lieu de 3 dans notre raideur équivalente.
Ensuite nous avons comparé nos résultats expérimentale et les calculs via la Méthode théorique.
Le déplacement du capteur 2 le long de la poutre nous permet de visualiser les 2 premiers modes de vibration.
Néanmoins les diverses erreurs rencontrées dans ses TP peuvent être dû au diamètre de la poutre qui n'est pas exactement constant sur toute sa longueur.
Le dimètre de l'écrou qui est different de celui de la poutre.
Des interférences électriques et extérieures rentrent aussi en jeu.