

T.P. 1

Méthode des éléments finis en 1D

SEUL un fichier PDF (moins de 2MB)
créé avec LaTeX
sera accepté !

Le TP est à préparer avant la séance. Un compte rendu individuel de 2 pages est exigé à la fin de la séance de TP, et le programme Matlab est à déposer sur le site pédagogique de l'UFR.

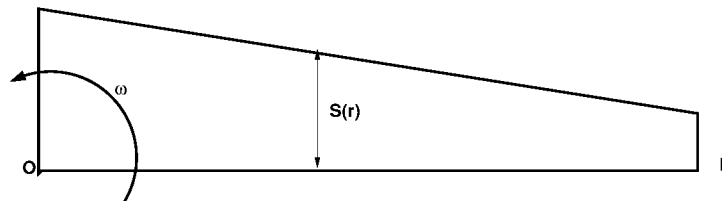
ou bien en
Python

1.1 Problème physique

On considère une poutre de longueur L , de section $S(r)$ variable, en rotation ω autour de son extrémité O (modèle d'une pale d'éolienne). On veut calculer les efforts de traction sur cette poutre et la déformation $u(r)$.

1. Écrire l'équation d'équilibre et les conditions aux limites
2. Écrire la formulation faible du problème

Trouver la solution analytique pour le cas d'une section constante et aussi pour le cas d'une section variable $S(r)$



1.2 Approximation par éléments finis

Pour résoudre ce problème, on recherche une solution numérique approchée $u^h(x)$. En éléments finis, cette solution approchée est construite à partir de 2 données :

1. un maillage \mathcal{M}^h du domaine de calcul Ω ,
2. un choix d'interpolation \mathcal{P}^k sur ce maillage.

Pour notre domaine de calcul unidimensionnel $\Omega = [0, L]$, le maillage correspond à un découpage de Ω en ne segments :

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^{ne} [x_{i-1}, x_i]$$

ATTENTION : à terminer avant la séance de TP !!

Sur chaque segment, on choisit une interpolation polynomiale de type P^1 .

1. Déterminer la forme de l'approximation u^h par éléments finis sur le maillage \mathcal{M}^h
2. Montrer que les valeurs nodales de u^h sont solution d'un système linéaire : $AT^h = B$
3. Donner l'expression de la matrice A et du second membre B , ainsi que l'expression des matrices élémentaires A^k sur un élément k

1.2.1 Programme Matlab

ou bien en Python

1. Écrire l'algorithme d'assemblage permettant de calculer la matrice A et le second membre B en fonction des matrices élémentaires A^k
2. Écrire un programme Matlab, implémentant cet algorithme pour la résolution numérique de
3. Validez le programme par comparaison avec la solution analytique dans le cas d'une section $S(r)$ constante

1.2.2 Application numérique

ATTENTION : ces valeurs sont différents pour chaque équipe !

$L=20$ m , $\omega=60$ tr/min , $\rho=1600$ kg/m³ , $E=21\,300$ MPa (verre-epoxy), $S(0) = 0.12$ m² à $S(L) = 0.04$ m²

1. Résoudre numériquement le problème avec MATLAB
2. Étudier la précision de la solution en fonction du nombre d'éléments
3. Calculer la contrainte sur l'axe en O

1.3 Extension avec des éléments P^2

BONUS

Faire la même étude mais avec des éléments finis P^2 . Ce travail est à rendre rédiger en tant que travail personnel.