

求解旅行商问题的改进蚁群算法研究^{*}

张于贤,丁修坤,薛殿春,王晓婷
(桂林电子科技大学商学院,广西 桂林 541004)

摘 要:针对蚁群算法收敛速度慢的问题,对蚁群算法信息素更新规则进行研究,提出一个基于迭代思想的信息素更新规则。对信息残留因子进行实验,确定在新的信息素更新规则下信息素挥发系数的最佳合理值。最后针对 eil51 问题和 dantzig42 问题两个例子的仿真实验对比基本蚁群算法。实验结果表明,改进的蚁群算法在收敛性和求得最优解方面都明显优于基本蚁群算法和其它人工智能算法。

关键词:TSP 问题;蚁群算法;信息素

中图分类号:TP18

文献标志码:A

doi:10.3969/j.issn.1007-130X.2017.08.029

An improved ant colony algorithm for traveling salesman problem

ZHANG Yu-xian, DING Xiu-kun, XUE Dian-chun, WANG Xiao-ting
(School of Business, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: In order to solve the slow convergence speed problem of the ant colony algorithm, we study ant colony algorithm pheromone updating rules and propose a pheromone updating rule based on the thought of iteration. We identify the best reasonable value of the pheromone volatilization coefficient under the new pheromone updating rules through information residual factor experiments. Finally, experimental results on the two examples of eil51 and dantzig42 problems show that the improved ant colony algorithm outperforms the traditional ant colony algorithm and other artificial intelligence algorithms in terms of optimal solution and convergence.

Key words: TSP problem; ant colony algorithm; pheromone

1 引言

旅行商问题 TSP(Travelling Salesman Problem)是典型的非确定性多项式难题 NP-Hard (Non-deterministic Polynomial-Hard)问题,同时也是物流研究领域和数学领域中非常重要的问题。因为其广泛应用于车间调度、网络路由、车辆路径、航迹规划等领域,国外对此问题的研究已有很多^[1-3]。随着经济的发展,旅行商问题应用到越来越多的方面,市场的极大需求推动了对该领域的研究^[4-7]。

经过多年的研究,学者们开发出多种求解旅行商问题(TSP)的优化算法,总的来说可以分为两大类:优化算法和启发式算法。优化算法是在数学规划的基础上建立起来的,通过精确求解模型获得最优解。数学规划方法已经比较成熟,能够精确地求出最优解,但是其缺点在于只能求解简单小规模 TSP 问题,不能适应现在生产的趋势。启发式算法大多基于启发推理,能够适应复杂的生产环境,但只能保证局部最优,难以保证全局最优^[8]。启发式算法包括基于规则的方法、基于人工智能的方法、随机搜索方法、基于仿真的方法^[9]。应用启发式算法解决 TSP 问题现阶段偏向于基于人工智能

^{*} 收稿日期:2015-11-04;修回日期:2016-04-29
基金项目:广西高等学校科技研究重点资助项目(SK13ZD016);广西研究生科研创新项目(YCSW2015155, YCSW2012066)
通信地址:541004 广西桂林市桂林电子科技大学商学院
Address: School of Business, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, Guangxi, P. R. China

的方法,比如遗传算法、粒子群算法、人工鱼算法、萤火虫算法等。尽管人工智能算法在求解 TSP 问题时体现出优秀的求解能力,但也都存在各自的缺点。遗传算法在应用的过程中存在群体提前收敛、局部搜索能力弱的问题^[10]。粒子群算法和萤火虫算法在进化后期的搜索能力下降,算法存在一定的不稳定性,同时收敛速度也会跟着下降的缺陷^[11,12]。

Dorigo 博士 1992 年正式提出蚁群算法^[13]至今,蚁群算法已经得到了很好的发展,国内外学者针对不同的问题,对蚁群算法提出了很多改进方法^[14-16]。加快蚁群算法的收敛速度和防止陷入局部最优解是改进算法的两个主要切入点。本文将通过对信息素的更新方式进行研究,找到一个更加合理的信息素更新策略以改进蚁群算法,使之在收敛速度和求解能力上都能得到提高。

2 旅行商问题的数学模型

2.1 定义

旅行商问题 TSP 描述的是一个售货员要从起点遍历所有目标城市,最终回到起点的过程,途中要求所走路径最短,形成的回路也称作汉密尔顿圈。TSP 问题是简单易描述,但是要精确求解却非常困难,学术界公认其为 NP-Hard 问题。对于 TSP 问题,所有可行路径共 $(n-1)!$ 条。对于现在每秒可执行 150 亿次浮点的计算机来说,当 $n=10$ 时需要 1.27×10^{-5} s 就能找到最优解;当 $n=20$ 时需要 47 d 才能找到最优解;而当 $n=30$ 时需要 9.3×10^{12} a 才能找到最优解。由此可见,求解对于复杂大规模 TSP 问题,枚举法是不可取的。

2.2 数学模型

记赋权图 $G=(V, E)$, 顶点集 $V=\{1, 2, \dots, n\}$, ω_{ij} 称为边 $[\nu_i, \nu_j]$ 上的距离或权值。设:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{边} [\nu_i, \nu_j] \text{ 在最优路径上} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

则旅行商问题的数学模型如下所示^[17]:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= \sum_{i \neq j} \omega_{ij} x_{ij} \\ \text{s. t. } &\begin{cases} \sum_{j \neq i} x_{ij} = 1, i \in V \\ \sum_{i \neq j} x_{ij} = 1, j \in V \\ \sum_{i, j \in S} x_{ij} \leq |K| - 1, K \subset V \\ x_{ij} \in \{0, 1\}, i, j \in V \end{cases} \end{aligned}$$

其中, K 为 V 的所有非空子集, $|K|$ 为集合 K 中所含图 G 的顶点数。前两个约束限制每个顶点只能进出一次,后一约束限制不会产生子回路。

3 解决旅行商问题的改进蚁群算法

3.1 基本蚁群算法的概述

蚂蚁在寻找食物的过程中,在其走过的路径上会留下被称作信息素的化学物质,相同时间内,长度较短的路径上会经过更多的蚂蚁,其信息素的积累也就越多,后面的蚂蚁也会有更大的可能性选择这条较短的路径,久而久之,所有蚂蚁都选择了最短的那条路径。Dorigo 博士受到蚂蚁寻找食物的启发提出了蚁群算法,其基本过程如下:

Step 1 变量初始化。蚁群算法的输入有城市坐标、最大迭代次数、蚂蚁的个数、信息启发式因子、期望启发式因子、信息素挥发系数等。

Step 2 随机地将 m 只蚂蚁放到 n 个城市。在程序中使用随机存取函数实现。

Step 3 m 只蚂蚁根据状态转移概率公式选择一个城市,完成各自的遍历。状态转移概率公式如公式(1)所示:

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{s \in allowed_k} [\tau_{is}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{is}(t)]^\beta}, & \text{若 } j \notin tabu_k \\ 0, & \text{否} \end{cases} \quad (1)$$

其中:

$p_{ij}^k(t)$:第 k 只蚂蚁在 t 时刻由城市 i 转移到城市 j 的状态转移概率。

$\eta_{ij}(t)$: t 时刻路径 (i, j) 上的能见度,路径距离越大能见度越小,也称作启发函数。如公式(2)所示。

$$\eta_{ij}(t) = \frac{1}{d_{ij}} \quad (2)$$

d_{ij} :路径 (i, j) 的距离。

$\tau_{ij}(t)$: t 时刻,路径 (i, j) 上的信息量,其更新规则如公式(3)所示。

$tabu_k$:禁忌表。记录蚂蚁走过的城市。

$allowed_k$:可行域。蚂蚁没有走过的城市集。

α :信息启发式因子。表示轨迹的相对重要性,反映蚂蚁在运动过程中积累信息素的重要性。其值越大表示蚂蚁越倾向选择其他蚂蚁经过的路径。

β :期望启发式因子。表示能见度的重要性,反映了蚂蚁在运动过程中企发信息的重视程度。

Step 4 记录本次迭代的最佳路线。

Step 5 更新信息素。

$$\tau_{ij}(t+n) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}(t) \quad (3)$$

$$\Delta \tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k(t) \quad (4)$$

其中:

ρ :表示信息残留因子,取值为 $[0,1)$ 。

$\Delta\tau_{ij}(t)$:表示本次循环中路径 (i,j) 上的信息素增量。

$\Delta\tau_{ij}^k(t)$:第 k 只蚂蚁在本次循环中留在路径 (i,j) 上的信息量。

Step 6 达到迭代次数,输出结果。

3.2 基于信息素更新规则的改进蚁群算法

基本蚁群算法中,为防止信息素的无限积累,更新策略模仿了人类大脑记忆的特点,在新信息存入大脑的同时,旧信息也在逐渐淡化。但是,由公式(3)可以看出,这种更新策略对原始信息的借鉴仅仅限于 t 时刻,这无形中就减少了信息素的实际值,从而降低了蚂蚁间的协同作用。

为解决上述问题,本文提出了一种新的信息素更新策略:

$$\tau_{ij}(n+t) = \rho^1 \cdot \tau_{ij}(t) + \rho^2 \cdot \tau_{ij}(t+1) + \dots + \rho^n \cdot \tau_{ij}(t+n-1) + \Delta\tau_{ij}(t) \quad (5)$$

对公式(5)进行递推求解,设 $\tau_{ij}(t)$ 为基础变量,整理有:

$$\begin{aligned} \tau_{ij}(t+1) &= \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t) \\ \tau_{ij}(t+2) &= (\rho + \rho^3) \cdot \tau_{ij}(t) + (1 + \rho^2) \Delta\tau_{ij}(t) \\ \tau_{ij}(t+3) &= (\rho + \rho^3 + \rho^4 + \rho^6) \cdot \tau_{ij}(t) + (1 + \rho^2 + \rho^3 + \rho^5) \Delta\tau_{ij}(t) \\ \tau_{ij}(t+4) &= (\rho + \rho^3 + \rho^4 + \dots + \rho^7 + \rho^8 + \rho^{10}) \cdot \tau_{ij}(t) + (1 + \rho^2 + \rho^3 + \dots + \rho^6 + \rho^7 + \rho^9) \Delta\tau_{ij}(t) \end{aligned}$$

递推至 $t+n$ 有:

$$\tau_{ij}(t+n) = (\rho + \rho^3 + \dots + \rho^{\sum_{k=1}^{t+n} k-2} + \rho^{\sum_{k=1}^{t+n} k}) \cdot \tau_{ij}(t) + (1 + \rho^2 + \dots + \rho^{\sum_{k=1}^{t+n} k-3} + \rho^{\sum_{k=1}^{t+n} k-1}) \Delta\tau_{ij}(t)$$

因为 $\rho \in [0,1)$,当 $(t+n) \rightarrow \infty$ 时有:

$$\begin{aligned} \tau_{ij}(t+n) &= (\frac{\rho}{1-\rho} - \rho^2) \cdot \tau_{ij}(t) + \\ &(\frac{1}{1-\rho} - \rho) \Delta\tau_{ij}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

至此,新的信息素更新规则推导完毕。

4 仿真实验与分析

改进蚁群算法的参数设置基本参照文献[14],但是由于文献[14]研究的是基本蚁群算法,所以参数设置不能完全照搬过来。因为本文在基本蚁群算法的基础上,对信息素的更新策略进行了改进,与之对应的参数就是信息素残留因子 ρ 和信息素挥发系数 $(1-\rho)$ 。因此,笔者针对 ρ 进行了大量的仿真实验,最后确定 $\rho=0.55$ 时,算法的求解能力和收敛速度较好。其他参数的设置则采纳了文献

[14]的建议:最大迭代次数 $NC_{max}=1000$,蚂蚁个数 $m=50$,信息启发式因子 $\alpha=1$,期望启发式因子 $\beta=5$,信息素增加强度系数 $Q=100$ 。将公式(6)的更新策略放入蚁群算法的Matlab程序中运行,并针对各问题与基本蚁群算法以及其他智能算法的结果进行对比。

例1 针对eil51问题进行Matlab仿真。表1的实验结果表明,本文提出的改进蚁群算法在收敛速度和收敛结果上都明显优于基本蚁群算法。图1、图2分别是基本蚁群算法和改进蚁群算法的最优路径、迭代过程以及最终结果。由图表可以看出,本文提出的算法比文献[18]中提出的人工蜂群算法求出的最优解要好,同时收敛次数也远远小于该算法,充分体现了本文提出的改进蚁群算法在求解能力和收敛速度方面的优良性能。

Table 1 Comparison of experimental results

表1 实验结果对比表(目前最优解:426)

算法	求得最优解	平均值	最快收敛次数
基本蚁群算法	450	457	612
本文的改进蚁群算法	427	433	226
文献[18]的人工蜂群算法	431.24	444.09	2 000

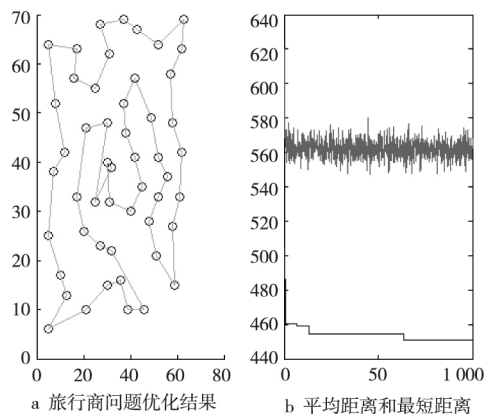


Figure 1 Basic ant colony algorithm (eil51 problem)

图1 基本蚁群算法(例1)

例2 针对dantzig42问题进行仿真。表2的实验结果表明,本文提出的改进蚁群算法求得的最优解要优于目前dantzig42问题的最优解,并且收敛速度要明显快于基本蚁群算法。图3、图4分别是基本蚁群算法和改进蚁群算法的最优路径、迭代过程以及最终结果。由图表可知,本文所提出的改进蚁群算法优于基本蚁群算法的求解结果,与文献[19]所提出的改进果蝇算法的求解结果相同,但本文提出的改进蚁群算法比文献[19]提出的改进果蝇算法求出的平均解要好,体现了良好的求解能力和收敛速度。

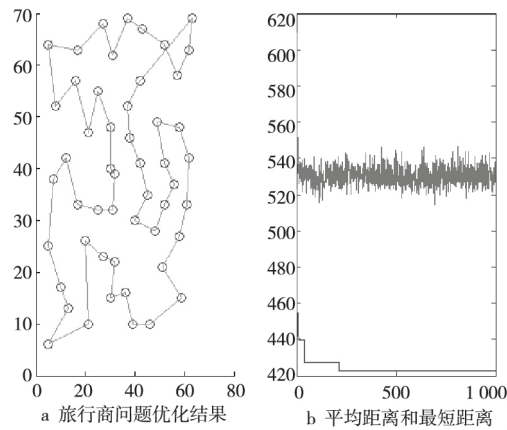


Figure 2 Improved ant colony algorithm (eil51 problem)
图 2 改进蚁群算法(例 1)

Table 2 Experimental result comparison on dantzig42 problem
表 2 dantzig42 问题实验结果对比表(目前最优解:699)

算法	求得最优解	平均值	最快收敛次数
基本蚁群算法	716	722	464
本文的改进蚁群算法	696	702	196
文献[19]的改进果蝇算法	699	703.12	—

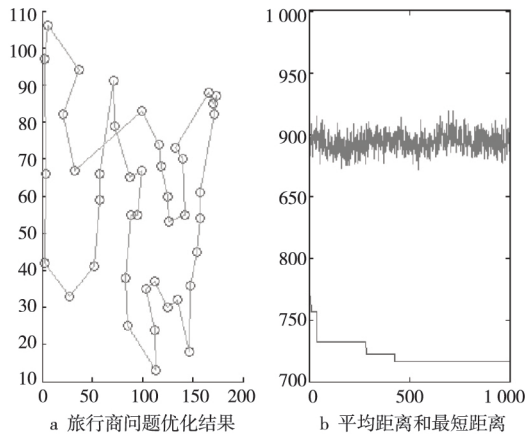


Figure 3 Basic ant colony algorithm (dantzig42 problem)
图 3 基本蚁群算法(例 2)

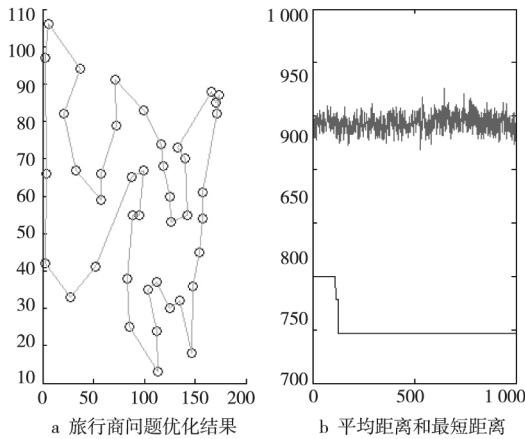


Figure 4 Improved ant colony algorithm (dantzig42 problem)
图 4 改进蚁群算法(例 2)

5 结束语

针对信息素更新策略在时效性方面的缺陷,本文提出了一种改进的信息素更新策略,并通过 Matlab 对改进算法进行仿真,仿真结果表明改进后的蚁群算法具有较快的收敛速度和较好的求得最优解的能力,与基本蚁群算法相比在效率和结果上都有很大的提升。因此,本文提出的改进蚁群算法,对蚁群算法在其他领域的推广具有一定的应用价值。

参考文献:

[1] Abdulkader M M S, Gajpal Y, ElMekkawy T Y. Hybridized ant colony algorithm for the multi compartment vehicle routing problem[J]. Applied Soft Computing, 2015, 37(C): 196-203.

[2] Mahi M, Baykan Ö K, Kodaz H. A new hybrid method based on particle swarm optimization, ant colony optimization and 3-Opt algorithms for traveling salesman problem[J]. Applied Soft Computing, 2015, 30(C): 484-490.

[3] Ugur A, Aydin D. An interactive simulation and analysis software for solving TSP using ant colony optimization[J]. Advances in Engineering Software, 2009, 40(5): 341-349.

[4] Gao Hai-chang, Feng Bo-qin, Zhu Li. Reviews of the meta-heuristic algorithms for TSP [J]. Control and Decision, 2006, 21(3): 241-247. (in Chinese)

[5] Yang Xue-feng. Research on ant colony algorithm for solving TSP problem [D]. Changchun: Jilin University, 2010. (in Chinese)

[6] Zhou Yong-quan, Huang Zheng-xin. Artificial glowworm swarm optimization algorithm for TSP [J]. Control and Decision, 2012, 27(12): 1816-1821. (in Chinese)

[7] Xie Sheng-li, Tang Min, Dong Jin-xiang. An improved genetic algorithm for TSP problem [J]. Computer Engineering and Applications, 2002, 38(8): 58-60. (in Chinese)

[8] Chen Nai-dong. Research and application of job shop scheduling problem based on hybrid genetic algorithm [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2012. (in Chinese)

[9] Wang Wan-liang, Wu Qi-di. Production scheduling intelligent algorithm and its application [M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese)

[10] Zhu Feng-long. Research and improvement strategy of “premature” phenomenon in genetic algorithm [D]. Chengdu: Southwestern University, 2010. (in Chinese)

[11] Liu Rong. Adaptive particle swarm optimization algorithm and its application to multi objective optimization [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2011. (in Chinese)

[12] Zhao Guang-wei. Improvement and application of artificial

- firefly swarm optimization algorithm [D]. Nanning: Guangxi University for Nationalities, 2012. (in Chinese)
- [13] Dorigo M. Optimization, learning and natural algorithms [D]. Milano: Department of Electronics, Politecnico di Milano, Italy, 1992.
- [14] Ye Zhi-wei, Zheng Zhao-bao. The ant colony algorithm in parameter α , β , ρ set research—Taking an example of TSP problem [J]. Journal of Wuhan University (Information Science Edition), 2004, 29(7): 597-601. (in Chinese)
- [15] Xia Ya-mei, Cheng Bo, Chen Jun-liang, et al. Service composition optimization based on improved ant colony algorithm [J]. Chinese Journal of Computers, 2012, 35(2): 2270-2281. (in Chinese)
- [16] Wang Pei-dong. Improved ant colony algorithm and its application in path planning problems [D]. Qingdao: Ocean University of China, 2012. (in Chinese)
- [17] Huang Hou-sheng. New method for solving traveling salesman problem [D]. Tianjin: Tianjin University, 2005. (in Chinese)
- [18] Yu Hong-tao, Gao Li-qun, Tian Wei-hua. The discrete artificial bee colony algorithm for solving TSP [J]. Journal of Northeastern University (Natural Science Edition), 2015, 36(8): 1074-1079. (in Chinese)
- [19] Wang Ke-fu, Xue Peng, Huang Quan-zhen, et al. Improved fruit fly algorithm for solving traveling salesman problem [J]. Computer Engineering and Design, 2014, 35(8): 2789-2792. (in Chinese)

附中文参考文献:

- [4] 高海昌, 冯博琴, 朱利. 智能优化算法求解 TSP 问题[J]. 控制与决策, 2006, 21(3): 241-247.
- [5] 杨学峰. 蚁群算法求解 TSP 问题的研究[D]. 长春: 吉林大学, 2010.
- [6] 周永权, 黄正新. 求解 TSP 的人工萤火虫群优化算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(12): 1816-1821.
- [7] 谢胜利, 唐敏, 董金祥. 求解 TSP 问题的一种改进的遗传算法[J]. 计算机工程与应用, 2002, 38(8): 58-60.
- [8] 陈乃东. 基于混合遗传算法的车间调度问题研究与应用[D]. 南京: 南京理工大学, 2012.
- [9] 王万良, 吴启迪. 生产调度智能算法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [10] 朱凤龙. 遗传算法“早熟”现象的探究及改进策略[D]. 成都: 西南大学, 2010.
- [11] 刘蓉. 自适应粒子群算法研究及其在多目标优化中应用[D]. 广州: 华南理工大学, 2011.
- [12] 赵光伟. 人工萤火虫群优化算法改进与应用研究[D]. 南宁: 广西民族大学, 2012.

- [14] 叶志伟, 郑肇葆. 蚁群算法中参数 α , β , ρ 设置的研究——以 TSP 问题为例[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2004, 29(7): 597-601.
- [15] 夏亚梅, 程渤, 陈俊亮, 等. 基于改进蚁群算法的服务组合优化[J]. 计算机学报, 2012, 35(2): 2270-2281.
- [16] 王沛栋. 改进蚁群算法及在路径规划问题的应用研究[D]. 青岛: 中国海洋大学, 2012.
- [17] 黄厚生. 求解旅行商问题的新方法研究[D]. 天津: 天津大学, 2005.
- [18] 于宏涛, 高立群, 田卫华. 求解 TSP 的离散人工蜂群算法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2015, 36(8): 1074-1079.
- [19] 王克甫, 薛鹏, 黄全振, 等. 求解旅行商问题的改进果蝇算法[J]. 计算机工程与设计, 2014, 35(8): 2789-2792.

作者简介:



张于贤(1963-), 男, 重庆人, 博士后, 教授, 研究方向为管理科学与工程和机械工程。E-mail: zyx631218@163.com

ZHANG Yu-xian, born in 1963, post doctor, professor, his research interests include management science and engineering, mechanical engineering.



丁修坤(1990-), 男, 江苏徐州人, 硕士生, 研究方向为管理科学与工程。E-mail: dingxiuk@126.com

DING Xiu-kun, born in 1990, MS candidate, his research interest includes management science and engineering.



薛殿春(1992-), 男, 江苏盐城人, 硕士生, 研究方向为工业工程。E-mail: 763164073@qq.com

XUE Dian-chun, born in 1992, MS candidate, his research interest includes industrial engineering.



王晓婷(1992-), 女, 湖南邵阳人, 硕士生, 研究方向为管理科学与工程。E-mail: 936311891@qq.com

WANG Xiao-ting, born in 1992, MS candidate, her research interest includes management science and engineering.