



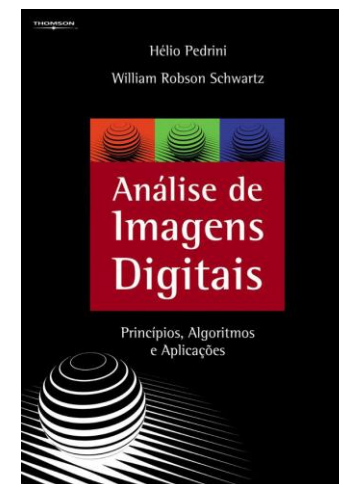
VISÃO COMPUTACIONAL

MORFOLOGIA MATEMÁTICA

Prof. Msc. Giovanni Lucca França da Silva
E-mail: giovanni-lucca@live.com

SOBRE A DISCIPLINA

- Bibliografia principal:
 - GONZALEZ, Rafael C.; WOODS, Richard C. **Processamento digital de imagens.** Pearson, 2011.
- Bibliografia complementar:
 - PEDRINI, Hélio; SCHWARTZ, William Robson. **Análise de imagens digitais: princípios, algoritmos e aplicações.** Thomson Learning, 2008.



NA AULA PASSADA...

- Morfologia Matemática.
 - Erosão.
 - Dilatação.
 - Abertura.
 - Fechamento.

ROTEIRO

- Aplicações da Morfologia Matemática.
- Morfologia Matemática em Nível de Cinza.

APLICAÇÕES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA

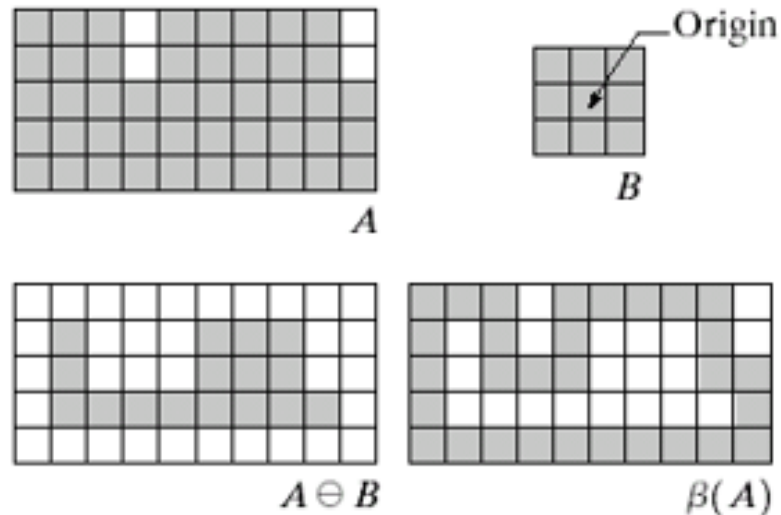
- Extração de componentes da imagem que são úteis para representação e descrição de formas.
- Aplicações:
 - Extração de bordas.
 - Preenchimento de regiões.
 - Extração de componentes conectados.
 - Fecho convexo.
 - Esqueletização.

APLICAÇÕES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA

- Extração de bordas.
 - Uma borda de um conjunto A , denotada por $\beta(A)$ pode ser obtida por:

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

- Erosão seguido por uma subtração da imagem original.



APLICAÇÕES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA

- Extração de bordas.

- Gradiente interno.

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

- Gradiente externo.

- Complementar ao gradiente interno.

$$\beta(A) = (A \oplus B) - A$$

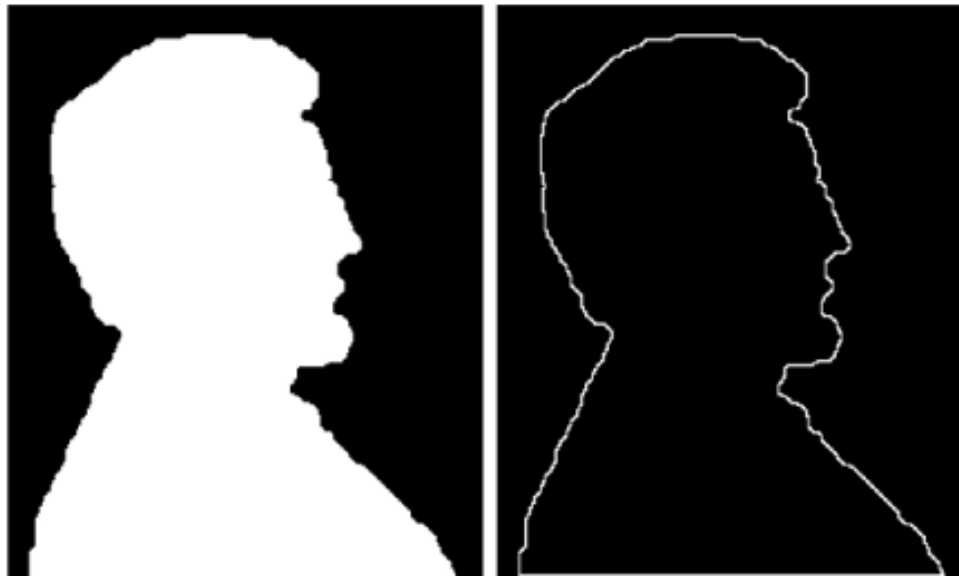
- Gradiente morfológico.

- Soma entre o gradiente externo e interno.

$$E(A) = (A \oplus B) - (A \ominus B)$$

APLICAÇÕES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA

- Extração de bordas.

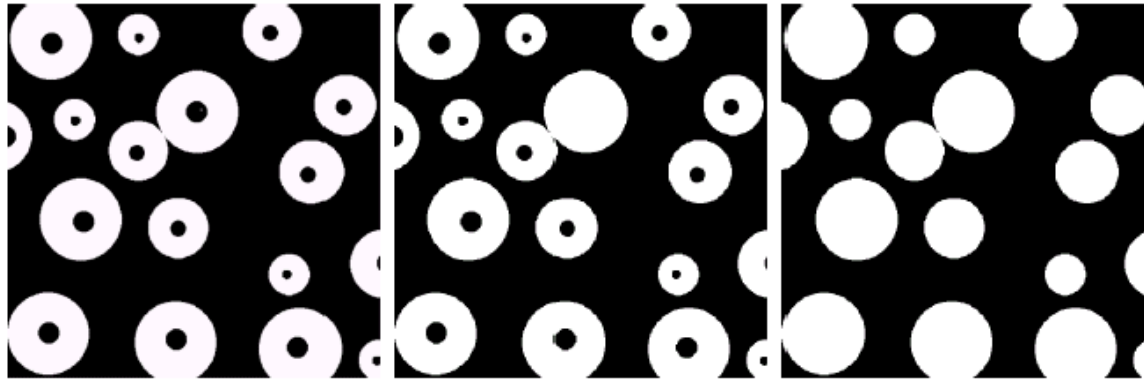


APLICAÇÕES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA

- Preenchimento de buracos.
 - Buraco: região de fundo rodeada por um contorno de pixels conectados do objeto.
 - O preenchimento de regiões pode ser realizado por meio do operador de dilatação e das operações de complemento e intersecções de conjuntos.
 - Assumindo que exista uma borda conectada por vizinhança-8, inicia-se o processo com um pixel interno à borda, denotado p , chamado de ponto semente.

APLICAÇÕES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA

- Preenchimento de buracos.
 - A região é então dilatada, seguida da intersecção desse resultado com o complemento da borda.
 - $X_k = ((X_{k-1} \oplus B) \cap A^c)$ com $k = 1, 2, 3, \dots$, até $X_k = X_{k-1}$.
 - $X_0 = p$.

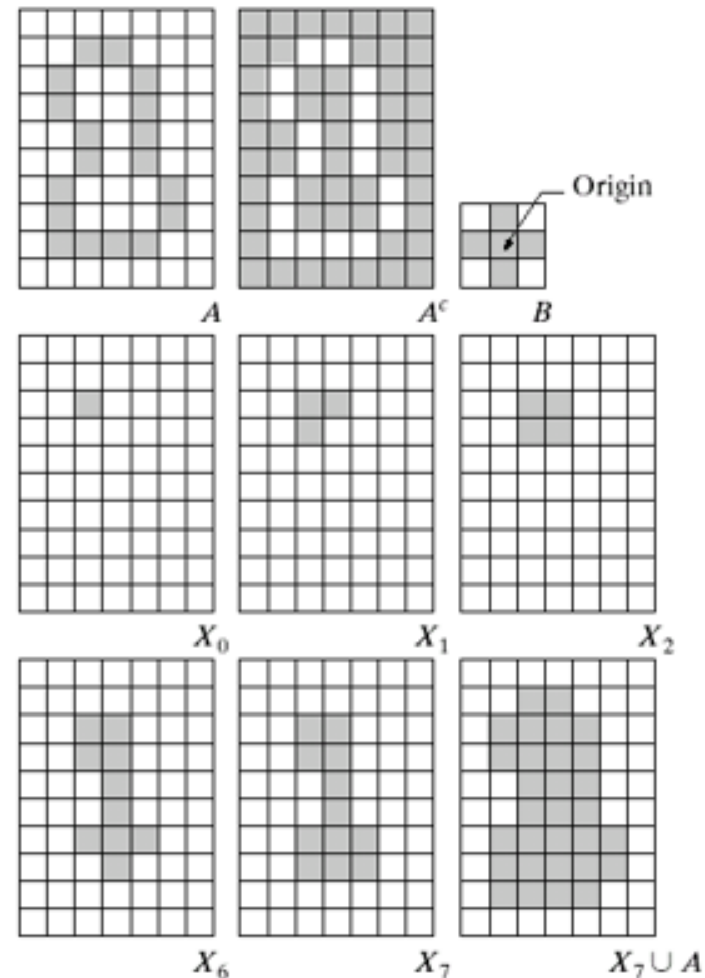


APLICAÇÕES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA

- Preenchimento de buracos.
 - 1 – O algoritmo identifica um ponto (X_0) no buraco e aumenta essa região por meio de sucessivas dilatações.
 - 2 – Após cada dilatação, é tomada a interseção com o complemento lógico do objeto A (A_c).
 - 2.1 – Previne que os pontos ultrapassem a borda.
 - 3 – O processo é repetido até que não haja mudança entre duas iterações consecutivas.
 - 3.1 – $X_k = X_{k-1}$.
 - 4 – Finalizar com a união de A com a região crescida ($A \cup X_k$).

APLICAÇÕES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA

- Preenchimento de buracos.



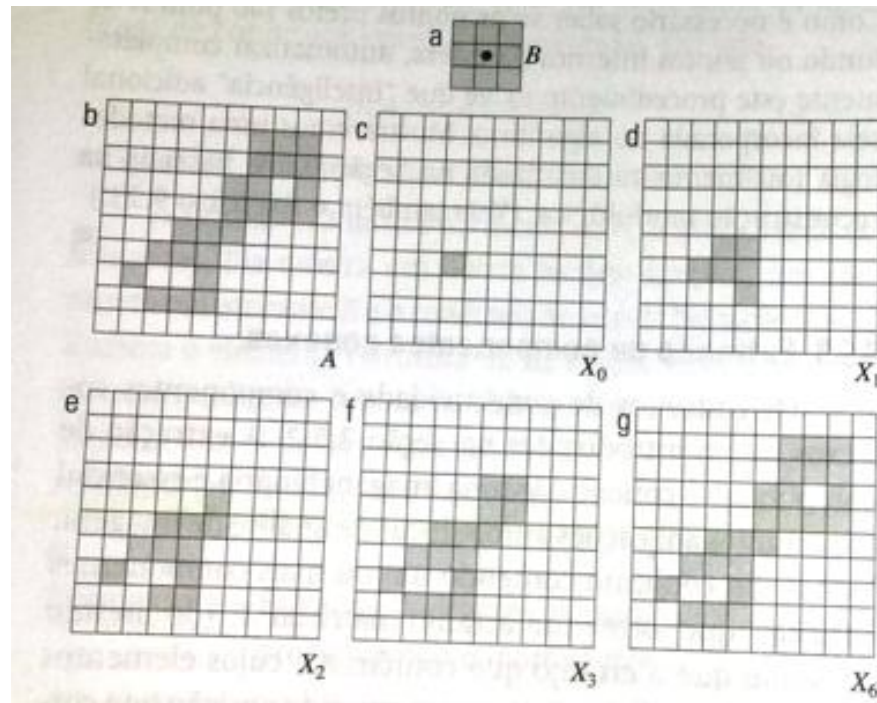
APLICAÇÕES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA

- Extração de componentes conectados.
 - O conjunto de todos os pixels conectados a um dado pixel é denominado componentes conectados.
 - Seja A um conjunto contendo um ou mais componentes conectados.
 - A partir de A, forma-se um conjunto X_0 do mesmo tamanho da imagem de A, exceto por um único ponto conectado em A.
 - O objetivo é começar com $X_0 = p$ e encontrar todos os componentes conexos através da operação abaixo até $X_k = X_{k-1}$.

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A$$

APLICAÇÕES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA

- Extração de componentes conectados.

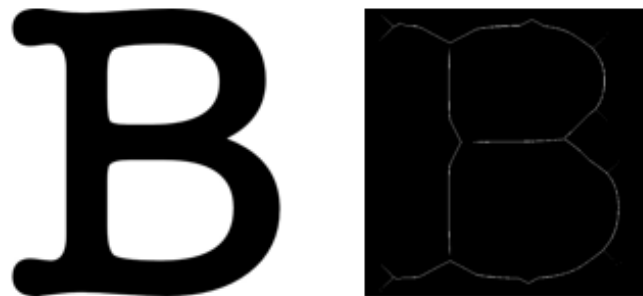


APLICAÇÕES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA

- Esqueletização.
 - Representação da componente de sustentação de uma forma (esqueleto).

$$S_n(X) = (X \ominus B) - (X \ominus B) \circ B$$

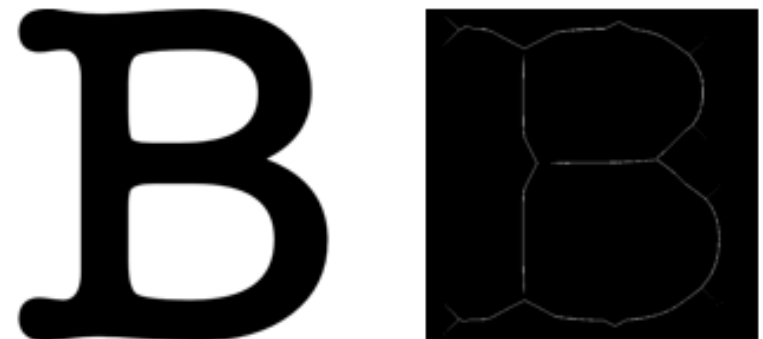
- Repete-se n vezes ou até que não exista mais pixels na imagem original.



APLICAÇÕES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA

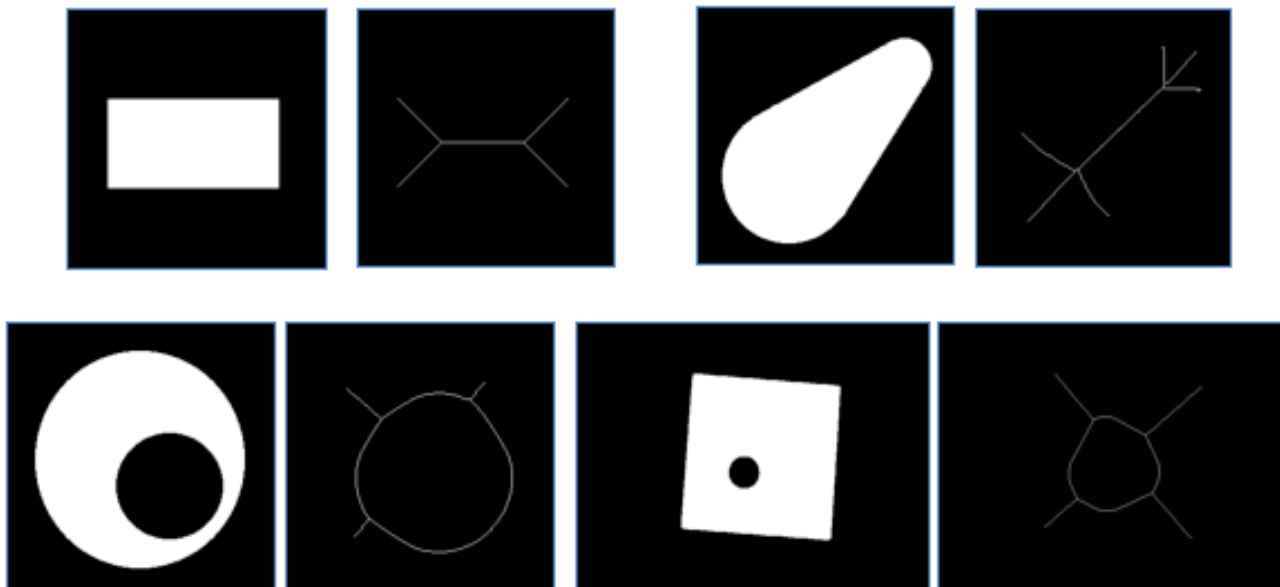
- Esqueletização.

```
while (countNonZero(image) != 0) {  
    erode(image, eroded, element);  
    dilate(eroded, temp, element);  
    subtract(image, temp, temp);  
    bitwise_or(resultado, temp, resultado);  
    eroded.copyTo(image);  
}
```



APLICAÇÕES DA MORFOLOGIA MATEMÁTICA

- Esqueletização.

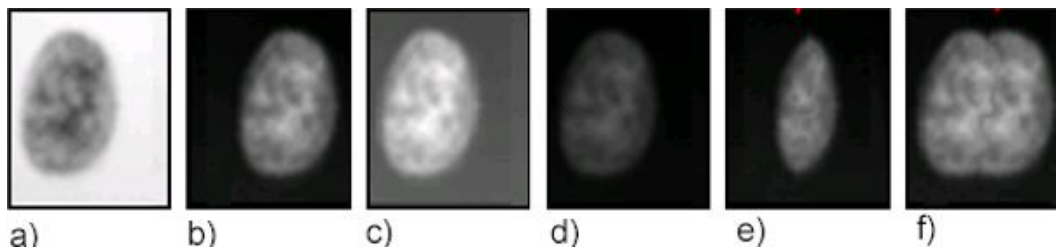


MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM NC

- As operações de conjunto realizadas em imagens em níveis de cinza ou cores não implicam na retirada ou inclusão de um pixel, mas sim na modificação parcial do seu valor.
- O uso de nível de cinza introduz uma enorme complicação tanto no conceito como na implementação.
 - A facilidade de considerar a imagem como um conjunto desaparece.
 - 256 cores.

MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM NC

- Operações básicas para imagens em níveis de cinza são:
 - Complemento = inversão do nível de cinza.
 - Translação = $f(x + v)$.
 - Deslocamento = adição $f(x) + t$.
 - Multiplicação = escala $f(x) \cdot a$.
 - Interseção = $\min(f_1(x), f_2(x))$.
 - União = $\max(f_1(x), f_2(x))$.



MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM NC

- Dilatação.

- A dilatação em imagens em níveis de cinza pode ser calculada como:

$$(A \oplus B) = \max \{A(i - x, j - y) + B(x, y) \mid (i - x, j - y) \in A, (x, y) \in B\}$$

Onde B é um elemento estruturante e A é a imagem em nível de cinza.



MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM NC

- Dilatação.
 - Posiciona-se a origem do elemento estruturante sobre o primeiro pixel da imagem a ser dilatada.
 - Calcula-se a soma de cada par correspondente de valores de pixels do elemento estruturante e da imagem.
 - Acha-se o valor máximo de todas essas somas, e armazena-se o pixel correspondente na imagem de saída para este valor.
 - Repete-se esse processo para cada pixel da imagem a ser dilatado.

MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM NC

- Dilatação.
 - Os valores dos pixels do elemento estruturante são níveis de cinza e podem também ser negativos. Uma vez que pixel de valores negativos não podem ser mostrados, existem dois possíveis modos de tratar com pixels negativos na imagem resultado:
 - Valores negativos podem ser alterados para zero.
 - A imagem inteira poderia ter seus valores aumentados para que o menor valor de pixel fosse zero, mantendo os valores relativos entre os pixels.

MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM NC

■ Dilatação.

	9	6	3	5	6
	6	6	4	0	0
	8	6	8	2	1
	6	6	3	6	6
	6	7	6	7	6

Shaded shows the 4nn structuring element with the centre being the origin. With the structuring element placed over the first pixel of the image, find the maximum value laying within the structuring element (in this case, 9) and set the output to be this value.

9				

	9	6	3	5	6
	6	6	4	0	0
	8	6	8	2	1
	6	6	3	6	6
	6	7	6	7	6

Slide the structuring element along to the next pixel and get the maximum value within the structuring element (in this case 9) as before. Set the output to this value.

9	9			

	9	6	3	5	6
	6	6	4	0	0
	8	6	8	2	1
	6	6	3	6	6
	6	7	6	7	6

Repeat this until the entire image has been processed.

9	9	6	6	6
9	6	6	5	6
8	8	8	8	6
8	7	8	7	6
7	7	7	7	7

MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM NC

- Erosão.

- A erosão em imagens em níveis de cinza pode ser calculada como:

$$(A \ominus B) = \min \{A(i-x, j-y) - B(x, y) \mid (i-x, j-y) \in A, (x, y) \in B\}$$

Onde B é um elemento estruturante e A é a imagem em nível de cinza.



MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM NC

- Erosão.
 - Posiciona-se a origem do elemento estruturante sobre o primeiro pixel da imagem a sofrer a erosão.
 - Calcula-se a diferença de cada par correspondente de valores de pixels do elemento estruturante e da imagem.
 - Acha-se o valor mínimo de todas essas diferenças, e armazena-se o pixel correspondente na imagem de saída para este valor.
 - Repete-se esse processo para cada pixel da imagem a sofrer a erosão.

MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM NC

- Operações morfológicas em nível de cinza.



MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM NC

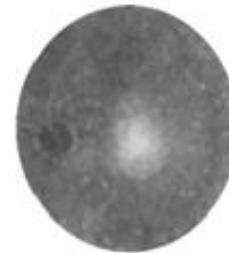
- Operações morfológicas em nível de cinza.



Input



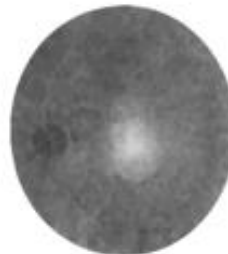
Erosion



Dilation



Opening



Closing



Dilate-Erode
(10 x)

MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM NC

- Operações morfológicas em nível de cinza.



Dilatada



Erodida



REFERÊNCIAS

- GONZALEZ, Rafael C.; WOODS, Richard C. **Processamento digital de imagens**. Pearson, 2011.
- PEDRINI, Hélio; SCHWARTZ, William Robson. **Análise de imagens digitais: princípios, algoritmos e aplicações**. Thomson Learning, 2008.
- SILVA, Aristófanés. **Notas de aula da disciplina Processamento de Imagens da Universidade Federal do Maranhão**. 2018.
- BRAZ Jr, Geraldo. **Notas de aula da disciplina Visão Computacional da Universidade Federal do Maranhão**. 2018.