Mục lục

1	Phương pháp Active contour without Edege		2
	1.1	Ý tưởng	2
	1.2	Mô hình	2
	1.3	Giải quyết vấn đề sử dụng phương pháp tập mức	4
	1.4	Ưu nhược điểm của mô hình	6
2	Phương pháp Local binary fiting energy		8
	2.1	Mô hình	8
	2.2	Giải quyết vấn để sử dụng phương pháp tập mức	9
	2.3	Ưu nhược điểm của mô hình	11
3	Phương pháp Local image fitting		12
	3.1	Mô hình và phương trình với tập mức	12
	3.2	Ưu nhược điểm của mô hình	13

Chương 1

Phương pháp Active contour without Edege

1.1 Ý tưởng

Xuất phát từ một đường con ban đầu, ta thực hiện biến đổi đường cong này theo thời gian và dừng lại ở biên của vật.







1.2 Mô hình

Chúng ta định nghĩa đường cong $C \in \Omega$ là biên của một tập con mở ω của Ω . Giả sử rằng ảnh được chia làm hai vùng được xấp xỉ bởi các hằng số cường độ khác nhau $u_0^i v u_0^0$. Đối tượng cần xác định trong ảnh được đại diện bởi vùng có cường độ u_0^i . Giả sử biên của nó là C_0 . Vì vậy chúng ta có $u_0 \approx u_0^i$ trong đối tượng, và $u_0 \approx u_0^o$.

Mô hình bao gồm 2 phần chính Fitting term và Regularization term:

- Fitting term: Đặt

$$F_1 = \iint_{inside(C)} |u_0 - c_1|^2 \, dx \, dy \tag{1.1}$$

$$F_2 = \iint_{inside(C)} |u_0 - c_2|^2 dx dy$$
 (1.2)

Trong đó

$$c_1 = average(u_0inside(C)) \tag{1.3}$$

$$c_2 = average(u_0outside(C)) \tag{1.4}$$

Trong trường hợp đường cong C nằm ngoài đối tượng, ta có $F_1>0, F_2\approx 0$. Nếu đường cong C nằm trong đối tượng ta có $F_1\approx 0, F_2>0$. Nếu đường cong C một phần nằm trong và một phần nằm ngoài đối tượng ta có $F_1>0, F_2>0$. Nếu đường cong C khớp với đối tượng $F_1\approx 0, F_2\approx 0$:



- Regularization term:

$$\mu.|C| + \nu.Area(inside(C))$$
 (1.5)

Trong đó C là độ dài đường cong C, Area(inside(C)) là độ lớn phần diện tích giới hạn bởi đường cong. Trong hầu hết bài toán ta chọn $\nu=0$ và μ là tham số thay đổi tùy theo đầu vào để được kết quả tốt. Tham số μ được chọn càng nhỏ thì mô hình càng có khả năng phát hiện các đối tượng nhỏ. Trong trường hợp chỉ cần phát hiện các đối tượng có

kích thước lớn, μ được chọn lớn hơn.

Tổng kết lại ta có hàm năng lượng

$$inf_{c_{1},c_{2},C}F(c_{1},c_{2},C) = \mu.|C| + \nu.Area(inside(C))$$

$$+ \lambda_{1}. \iint_{inside(C)} |u_{0} - c_{1}|^{2} dx dy + \lambda_{2}. \iint_{outside(C)} |u_{0} - c_{2}|^{2} dx dy$$
(1.6)

Bài toán cực tiểu đặt ra là

$$inf_{c_1,c_2,C}F(c_1,c_2,C)$$
 (1.7)

1.3 Giải quyết vấn đề sử dụng phương pháp tập mức

Ta coi biên C được đại diện bởi tập mức 0 của một hàm $\phi:\omega\to\mathbb{R}.$ Đặt

$$\begin{cases}
C = \omega = (x, y) \in \Omega : \Phi(x, y) = 0 \\
inside(C) = \partial \omega = (x, y) \in \Omega : \Phi(x, y) > 0 \\
outside(C) = \Omega \omega = (x, y) \in \Omega : \Phi(x, y) < 0
\end{cases}$$
(1.8)

Thay biến chưa biết C bởi biến chưa biết Φ . Trong quá trình xây dựng lại phương trình theo Φ ta sử dụng hàm Heviside Φ và Hàm Delta Dirac δ_0

$$H(z) = \begin{cases} 1 & \text{n\'eu z} > 0 \\ 0 & \text{n\'eu z} < 0 \end{cases}$$
 (1.9)

Hàm năng lượng sẽ được viết lại thành

$$inf_{c_{1},c_{2},\Phi}F(c_{1},c_{2},C) = \mu \int_{\Omega} \delta(x,y) |\nabla \Phi(x,y)| \, dx \, dy + \nu \int_{\Omega} H(\Phi(x,y)) \, dx \, dy$$

$$+ \lambda_{1} \cdot \int_{\Omega} |u_{0} - c_{1}|^{2} H(\Phi(x,y)) \, dx \, dy$$

$$+ \lambda_{2} \cdot \iint_{\Omega} |u_{0} - c_{2}|^{2} (1 - H(\Phi(x,y))) \, dx \, dy$$
(1.10)

Trong đó c_1, c_2 có thể được tính theo Φ theo công thức:

$$c_1(\Phi) = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) H(\Phi(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} H(\Phi(x, y)) dx dy}$$

$$(1.11)$$

$$c_2(\Phi) = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) (1 - H(\Phi(x, y))) \, dx \, dy}{\int_{\Omega} H(\Phi(x, y)) - H(\Phi(x, y))) \, dx \, dy}$$
(1.12)

Để tính toán phương trình Euler-Lagrange cho hàm Φ ta thực hiện chuẩn hóa H và δ_0 tương ứng thành H_{ϵ} và δ_{ϵ} , $\epsilon \to 0$. H_{ϵ} là mở rộng của H trên $C^2(\bar{\Omega})$ và $\delta_{\epsilon} = H'_{\epsilon}$. Hàm mở rộng của $F(c_1, c_2, C)$ thành

$$F(c_{1}, c_{2}, \Phi) = \mu \int_{\Omega} \delta_{0}(x, y) |\nabla \Phi(x, y)| dx dy + \nu \int_{\Omega} H(\Phi(x, y)) dx dy + \lambda_{1} \int_{\Omega} |u_{0} - c_{1}|^{2} H(\Phi(x, y)) dx dy + \lambda_{2} \int_{\Omega} |u_{0} - c_{2}|^{2} (1 - H(\Phi(x, y))) dx dy$$
(1.13)

Cố định c_1, c_2 , thực hiện cực tiểu hàm F_{ϵ} theo Φ , ta thu được phương trình Euler-Lagrange theo Φ . Tham số hóa Φ theo thời gian và áp dụng phương pháp hướng giảm ta được:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \delta_{\epsilon}(\Phi) \left[\mu - div\left(\frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|}\right) - \nu - \lambda_1(u_0 - c_1)^2 - \lambda_2(u_0 - c_2)^2\right] \operatorname{trong}(0, \infty) \times \Omega \quad (1.14)$$

$$\Phi(0, x, y) = \Phi_0(x, y) \operatorname{trong}\Omega$$
(1.15)

$$\frac{\delta_{\epsilon}(\Phi)}{|\nabla\Phi|} \frac{\partial\Phi}{\partial\vec{n}} = 0 \tag{1.16}$$

Trong đó \vec{n} là vector pháp tuyến hướng ra ngoài của biên Ω , và $\frac{\partial \Phi}{\partial \vec{n}}$ là đạo hàm theo vector pháp tuyến của Φ . Trong quá trình tính toán xấp xỉ các giá trị Φ_x , Φ_y ở các điểm gần biên, ta cần biết được giá trị $\Phi(x,y)$ tại các điểm (x,y) nằm ngoài biên $\partial\Omega$ trong khi ta chỉ có giá trị tại các điểm nằm trong và trên biên của Ω , một cách tự nhiên người ta có thể chọn $\Phi(x,y)$ tại các điểm (x,y) nằm ngoài biên bằng với giá trị của $\Phi(x,y)$ tại điểm gần (x,y) nhất trên biên, hay $\frac{\partial \Phi}{\partial \vec{n}} = 0$. Thuật toán theo mô hình này được mô tả cụ thể như sau:

- Bước 1: Khởi tạo $\Phi^0 = \Phi_0, n = 0$

- Bước 2: Tính toán các giá trị $c_1(\Phi^n), c_2(\Phi^n)$
- Bước 3: Giải phương trình đạo hàm riêng (1.14) để có Φ^{n+1}
- Bước 4: Khởi tạo lại hàm Φ bằng hàm dấu khoảng cách tới đường cong
- \bullet Bước 5: Kiểm tra điều kiện dừng, nếu không thỏa mãn thì gán n=n+1 và quay lại bước 2

Các tính toán xấp xỉ được dùng trong quá trình giải số hệ phương trình đạo hàm riêng (1.14) như sau:

$$k = div(\frac{\nabla\Phi}{|\Phi|}) = \frac{\Phi_{xx}\Phi_{y}^{2} - 2\Phi_{xy}\Phi_{x}\Phi_{y} + \Phi_{yy}\Phi_{x}^{2}}{(\Phi_{x}^{2} + \Phi_{y}^{2})^{3/2}}$$

$$\Phi_{x} = \frac{1}{2h}(\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i-1,j})$$

$$\Phi_{x} = \frac{1}{2h}(\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j-1})$$

$$\Phi_{xx} = \frac{1}{h^{2}}(\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i,j} + \Phi_{i-1,j})$$

$$\Phi_{yy} = \frac{1}{h^{2}}(\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j} + \Phi_{i,j-1})$$

$$\Phi_{xy} = \frac{1}{h^{2}}(\Phi_{i+1,j+1} - \Phi_{i-1,j+1} - \Phi_{i,j+1} + \Phi_{i,j-1})$$

$$\Phi_{xy} = \frac{1}{h^{2}}(\Phi_{i+1,j+1} - \Phi_{i-1,j+1} - \Phi_{i,j+1} + \Phi_{i,j-1})$$

trong đó h là khoảng cách lưới. Khi đó (7) có thể được rời rạc hóa thành thành

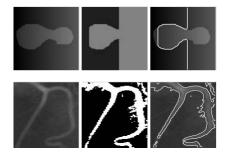
$$\frac{\Phi_{n+1} - \Phi n}{\Delta t} = \delta_{\epsilon}(\Phi_{n+1})[\mu k - \lambda_1 (u_{i,j} - c_1(\Phi^n))^2 + \lambda_2 (u_{i,j} - c_2(\Phi^n))^2]$$
(1.18)

Từ đó ta có thể tính được Φ^{n+1} theo Φn

1.4 Ưu nhược điểm của mô hình

Ưu điểm của mô hình là có thể phát hiện được biên trơn, xử lý tốt với ảnh nhiễu, mô hình có thể phát hiện được biên từ duy nhất một đường cong khởi tạo ban đầu. Đường cong này có thể ở mọi vị trí trên ảnh mà không nhất thiết phải bao quanh đối tượng trong ảnh.

Nhược điểm của mô hình là độ phức tạp tính toán còn lớn do thao tác re-initialization và kết quả còn thiếu chính xác trong trường hợp ảnh không đồng nhất cường độ.



Chương 2

Phương pháp Local binary fiting energy

2.1 Mô hình

Cho ảnh $I:\Omega\to\mathbb{R}^d$. Trong đó $\Omega\subset\mathbb{R}^2$ là miền ảnh, d>1 là bậc của vector I(x). Với ảnh xám d=1, với ảnh màu d=3. Gọi C là biên của ảnh trong Ω , với mỗi x ta đinh nghĩa một hàm năng lượng sau:

$$\epsilon_x^L BF(C, f_1(x), f_2(x)) = \lambda_1 \int_{in(C)} K(x-y) |I(y) - f_1(x)|^2 dy + \lambda_2 \int_{out(C)} K(x-y) |I(y) - f_2(x)|^2 dy$$
(2.1)

trong đó λ_1, λ_2 là các hằng số dương, K là hàm nhân với thuộc tính địa phương K(u) giảm và dần về 0 khi $|\mathbf{u}|$ giảm, $f_1(x), f_2(x)$ là hai số khớp với cường độ ảnh tại các điểm gần x. Ta gọi x là điểm trung tâm của hàm năng lượng trên. Trong mô hình này K được chọn là hàm nhân Gaussian

$$K_{\sigma}(x) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sigma^n} e^{-|x|^2/2\sigma^2}$$
(2.2)

với σ là tham số dương có thể tùy chỉnh được. Nhấn mạnh rằng $f_1(x)$, $f_2(x)$ thay đổi theo x. $f_1(x)$, $f_2(x)$ làm phương pháp này trở nên khác các phương pháp khác.

Trong mô hình này, hàm năng lượng có tính đại phương với x hay $f_1(x), f_2(x)$ chỉ khớp với cường độ ảnh tại các điểm gần x. Điều này có được là do tính chất của hàm K là K(x-y) có giá trị lớn hơn khi y gần x. Vì vậy cường độ ảnh tại các điểm y gần x ảnh hưởng nhiều hơn đến giá trị f_1, f_2 làm cực tiểu hàm năng lượng $\epsilon_x^{LBF}(C, f_1, f_2)$, trong khi cường độ ảnh tại các điểm y xa x hầu như không ảnh hưởng tới các giá trị f_1, f_2

Tại mỗi điểm trung tâm x, hàm năng lượng $\epsilon_x^{LBF}(C, f_1, f_2)$ có thể đạt cực tiểu khi đường con C khớp với biên của đối tượng và các giá trị f_1, f_2 được chọn sao tối ưu. Tuy nhiên hàm năng lượng $\epsilon_x^{LBF}(C, f_1, f_2)$ được định nghĩa một cách cục bộ theo điểm trung tâm x. Để tìm được toàn bộ biên của vật, ta cần cực tiểu hàm ϵ_x^{LBF} với mọi x trong miền ảnh Ω . Điều này có thể làm được bằng cách định nghĩa hàm năng lượng mới sau

$$\epsilon(C, f_1, f_2) = \int_{\Omega} \epsilon_x^{LBF}(C, f_1(x), f_2(x)) dx$$
(2.3)

2.2 Giải quyết vấn để sử dụng phương pháp tập mức

Đường con $C\subset\Omega$ được đại diện bởi tập mức 0 của một hàm Lipschit $\Phi\to\mathbb{R}$ Viết lại hàm năng lượng $\epsilon_x^{LBF}(C,f_1,f_2)$ theo Φ ta được

$$\epsilon_x^{LBF}(\Phi, f_1(x), f_2(x)) = \lambda_1 \int_{\Omega} K_{\sigma}(x - y) |I(y) - f_1(x)|^2 H(\Phi(y)) \, dy + \lambda_2 \int_{\Omega} K_{\sigma}(x - y) |I(y) - f_2(x)|^2 (1 - H(\Phi(y))) \, dy$$
(2.4)

trong đó H là hàm Heaviside. Theo đó hàm năng lượng ϵ^{LBF} có thể được viết lại thành

$$\epsilon(C, f_1, f_2) = \int_{\Omega} \epsilon_x^{LBF}(C, f_1(x), f_2(x)) dx
= \lambda_1 \int_{\Omega} \int_{\Omega} K_{\sigma}(x - y) |I(y) - f_1(x)|^2 H(\Phi(y)) dy] dx
+ \lambda_2 \int_{\Omega} \int_{\Omega} K_{\sigma}(x - y) |I(y) - f_2(x)|^2 (1 - H(\Phi(y))) dy dx$$
(2.5)

Để đảm bảo rằng Φ ổn định, chúng ta thêm hàm độ lệch giữa hàm tập mức Φ và hàm dấu khoảng cách.

$$P(\Phi) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla \Phi| - 1)^2 dx \tag{2.6}$$

$$\mathcal{L}(\Phi) = \int_{\Omega} \delta(\Phi(x)) |\nabla \Phi(x)| \, dx \tag{2.7}$$

Bây giờ ta có hàm energy cuối cùng

$$\mathcal{F}(\Phi, f_1, f_2) = \epsilon(C, f_1, f_2) + \mu \mathcal{P}(\Phi) + \nu \mathcal{L}(\Phi)$$
(2.8)

trong đó μ và ν là các hằng số. Trong thực tế, các H được xấp xỉ bởi một hàm tron H_{ϵ}

$$H_{\epsilon}(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{x}{\epsilon}\right)\right]$$
 (2.9)

và $\delta_{\epsilon}(x)$ được chọn là

$$\delta_{\epsilon}(x) = H'_{\epsilon}(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\epsilon}{\epsilon^2 + x^2}$$
 (2.10)

Hàm năng lượng này sẽ được cực tiểu hóa để tìm biên Với Φ cố định ta thực hiện cực tiểu hàm năng lượng $\epsilon(C, f_1, f_2)$ theo f_1, f_2 ta tìm được f_1, f_2 như sau:

$$f_1(x) = \frac{K_{\sigma} * [(H_{\epsilon}(\Phi(x))) * I(x)]}{K_{\sigma} * (H_{\epsilon}(\Phi(x)))}$$

$$(2.11)$$

$$f_1(x) = \frac{K_{\sigma} * [(1 - H_{\epsilon}(\Phi(x))) * I(x)]}{K_{\sigma} * (1 - H_{\epsilon}(\Phi(x)))}$$
(2.12)

Theo công thức f_1, f_2 ở trên luôn dương do H_{ϵ} và $1 - H_{\epsilon}$ luôn dương. Cố định f_1, f_2 và cực tiểu hàm $\epsilon^{LBF}(\Phi, f_1(x), f_2(x))$ theo Φ , sử dụng phương pháp hướng giảm ta được:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\delta_{\epsilon}(\Phi)(\lambda_{1}e_{1} - \lambda_{2}e_{2}) + \nu\delta_{\epsilon}(\Phi)div(\frac{\nabla\Phi}{|\nabla\Phi|})
+ \mu(\nabla^{2}\Phi - div(\frac{\nabla\Phi}{|\nabla\Phi|}))$$
(2.13)

trong đó $\delta_{\epsilon}(x)$ là hàm trơn Dirac được cho như công thức trên và $e_1(x), e_2(x)$ được tính theo công thức sau:

$$e_1(x) = \int_{\Omega} K_{\sigma}(y - x) |I(x) - f_1(y)|^2 dy$$
 (2.14)

$$e_1(x) = \int_{\Omega} K_{\sigma}(y - x) |I(x) - f_2(y)|^2 dy$$
 (2.15)

2.3 Ưu nhược điểm của mô hình

Ưu điểm của mô hình này là không cần thiết phải chuẩn hóa f_1, f_2 . Thực tế, f_1, f_2 làm cực tiểu hàm năng lượng có thể được cho bởi công thức (14)(15) và là các hàm trơn. Hơn nữa mô hình này cũng không cần phải mở rộng f_1, f_2 vì nó được định nghĩa trên toàn miền ảnh Ω . Một ưu điểm nữa của mô hình này là việc khởi tạo lại hàm Φ là không cần thiết do việc thêm hàm chuẩn hóa khoảng cách. Nhờ việc chuẩn hóa khoảng cách này mà việc khởi tạo hàm Φ lúc đầu trở nên linh hoạt hơn. Tuy nhiên việc tính toán $\lambda_1 e_1 - \lambda_2 e_2$ còn tốn nhiều tài nguyên

Chương 3

Phương pháp Local image fitting

3.1 Mô hình và phương trình với tập mức

Một hàm khớp địa phương (Local fitted image fomulation) được định nghĩa như sau:

$$I^{LFI} = m_1 H_{\epsilon}(\Phi) + m_2 (1 - H_{\epsilon}(\Phi)) \tag{3.1}$$

Trong đó m_1, m_2 được định nghĩa như sau

$$\begin{cases}
 m_1 = mean(I \in (\{x \in \Omega | \Phi(x) < 0\} \cap W_k(x))) \\
 m_2 = mean(I \in (\{x \in \Omega | \Phi(x) > 0\} \cap W_k(x)))
\end{cases}$$
(3.2)

trong đó $W_k(x)$ là một hàm cửa sổ hình chữ nhật. Ở đây ta chọn $W_k(x)$ là hàm cửa sổ Guassian $K_{\sigma}(x)$ với độ lệch chuẩn σ và với kích thước 4k+1 và 4k+1 với k là số nguyên lớn nhất không vượt quá σ . Mô hình này sử dụng hàm năng lượng khớp địa phương (local image fitting energy functional) thể hiện độ lệch giữa ảnh sau khi khớp và ảnh gốc:

$$E^{LIF}(\Phi) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |I(x) - I^{LFI}(x)|^2 dx$$
 (3.3)

Sử dụng phương pháp hướng giảm ta có

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = (I - I^{LFI})(m_1 - m_2)\delta_{\epsilon}(\Phi)$$
(3.4)

Trong quá trình làm việc theo phương pháp với tập mức, để đảm bảo tính hội tụ của Φ , ta cần thực hiện thao tác khởi tạo lại Φ . Tuy nhiên việc này đòi hỏi khá nhiều tài nguyên. Li et al đề xuất việc thêm hàm phạt độ lệch giữa Φ và hàm dấu khoảng cách(SDF).

Các bước của thuật toán như sau:

 \bullet Bước 1: Khởi tạo hàm Φ là hàm nhị phân như sau:

$$\Phi_{(x,t} = 0) = \begin{cases}
-\rho, x \in \Omega_0 - \partial \Omega_0 \\
0, x \in \partial \Omega_0 \\
\rho, x \in \Omega - \Omega_0
\end{cases}$$
(3.5)

trong đó $\rho>0$ là hằng số, Ω_0 là tập con của miền ảnh Ω và $\partial\Omega_0$ là biên của Ω_0

- Bước 2: Tính toán Φ sử dụng phương trình (3.4)
- Bước 3: Chuẩn hóa hàm tập mức Φ bởi hàm nhân Gaussian. Ví dụ $\Phi = \mathcal{G}_{\psi} * \Phi$ trong đó ψ là độ lệch chuẩn thỏa mãn lớn hơn \sqrt{t} để tăng cường khả năng làm mịn
- Bước 4: Kiểm tra điều kiện dùng, nếu không thỏa mãn quay lại bước 2

Qua quá trình thử nghiệm, tham số ψ ở bước 3 thường được chọn trong khoảng 0.45 đến 1. Nếu nhiễu lớn thì ψ nên chọn lớn hơn

3.2 Ưu nhược điểm của mô hình

So với mô hình LBF, tuy mô hình LBF không cần thao tác re-initialization không cần thiết, tuy nhiên độ phức tạp tính toán còn tương đối cao. Chi phí tính toán của mô hình LBF chủ yếu nằm ở thao tác tính toán $\lambda_1 e_1 - \lambda_2 e_2$. Mô hình LIF có tốc độ tính toán tốt hơn hiều so với LBF. Đồng thời thực nghiệm cho thấy mô hình LIF có thể đạt tới việc phân chia nhỏ hơn pixel. Hình dưới cho thấy với phương pháp C-V kết quả cuối cùng thu được 2 ngón tay ở giữa bị dính vào nhau trong khi với phương pháp LIF thì chúng tách rồi hoàn toàn.

Hình 3.1: Hình b và c thể hiện kết quả của phương pháp C-V, hình d và e thể hiện kết quả của phương pháp LIF

