Obsah

Předmluva

Soubor obrázků a elementárních vzorců je určen pro usnadnění sledování přednášek v předmětu Y31ELI - Elektrotechnika pro informatiky.

Jen v konfrontaci s přednáškami a po doplnění poznámkami z přednášek, může tento soubor usnadnit přípravu na zkoušku.

Prof. Ing. Jan Uhlíř, CSc.

Kapitola 1

Elektrotechnika pro uživatele počítačů – úvod, základní pojmy

Elektronické zařízení ⟶
⟶ jeho model – elektrický obvod

Aneb, o čem bude tento předmět?

Pracujeme s elektronickými zařízeními. Ta napájíme elektrickou energií a vzájemně je propojujeme. Vzájemné propojení uskutečňujeme:

- galvanickým spojením – konektorem, elektrovodným kabelem
- optickou vazbou – optickým kabelem, volným prostředím
- radiovým spojem – WIFI, mikrovlnným pojítkem, družicovým spojem
- akustickým vstupem/výstupem – mikrofon, reproduktor.

První obrázek ukazuje, jak lze popsat vztah systému k jeho okolí.

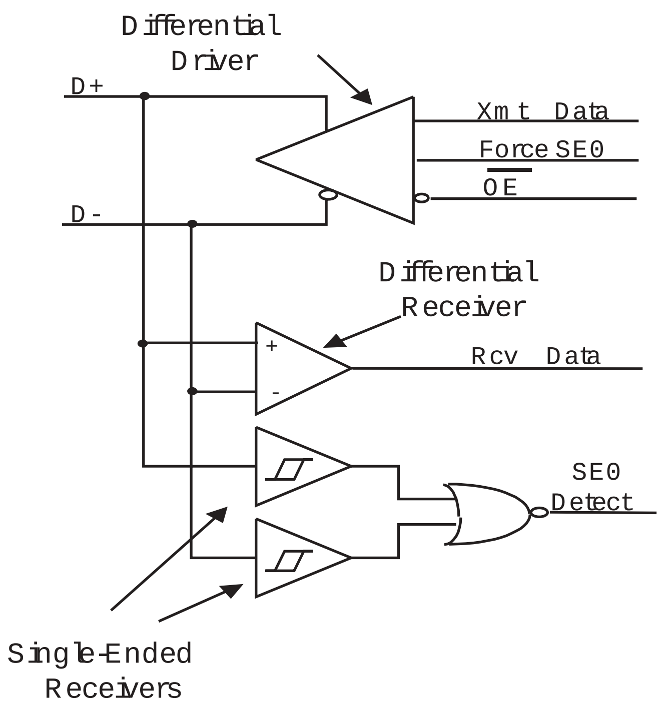
Obrázek 1.1: Počítač a jeho okolí

Náš zájem bude upřen hlavně na spojení a funkci zařízení elektronických, nicméně i optická, akustická a radiová spojení jsou založena na funkci elektronických systémů.

Pro popis vnějších charakteristik systémů a nakonec i jejich vnitřní struktury musíme umět popsat:

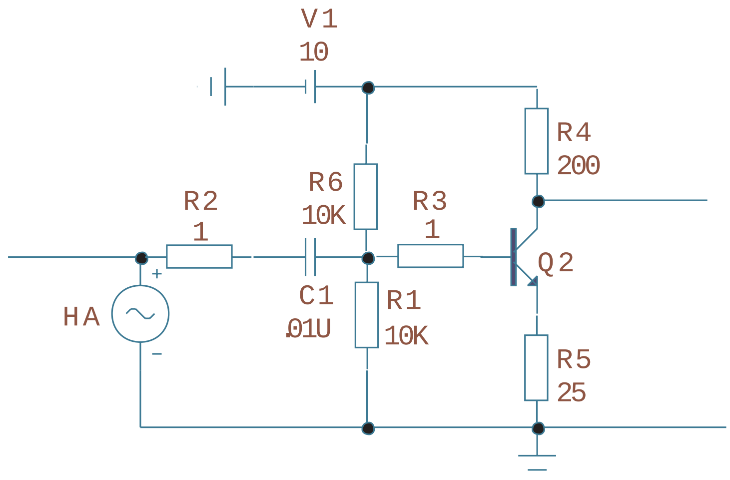
- vlastnosti elektrických veličin (signálů), které se v systému zpracovávají – napětí, proudy, časové průběhy
- podmínky vzájemného spojení – vzdálenost, parametry spojovacího prostředí (vlastnosti vedení, vliv rušení,$\cdots$)
- uvnitř zařízení pak obvodové veličiny – proud, napětí, ale také rozptýlené teplo, vznik elektromagnetického rušení, apod.

Abychom mohli uvedený popis vytvořit, musíme mít možnost vytvořit model elektronického systému. Model nám pak musí umožnit výše uvedené charakteristiky identifikovat. Na obrázku je ukázka, jak výrobce popisuje model svého elektrického obvodu, použitého pro spojení prostřednictvím rozhraní USB.

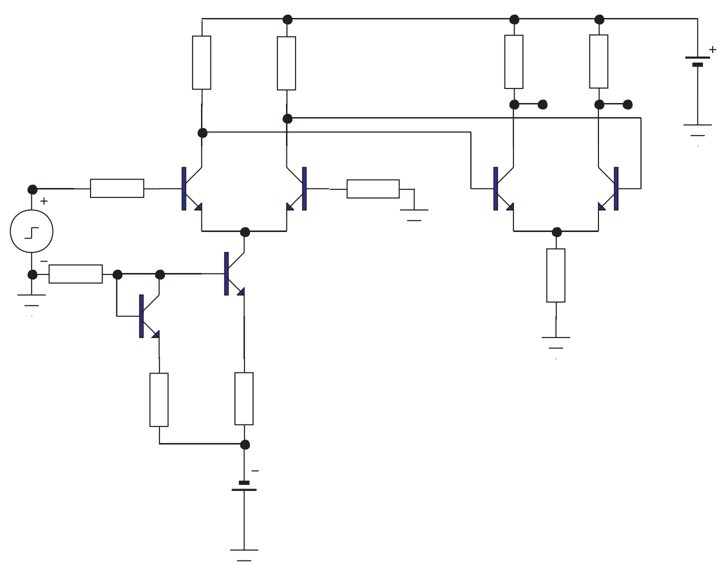


Obrázek 1.2: Schéma0

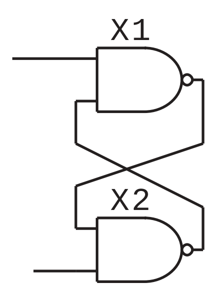
Detailnější popis vnitřního uspořádání elektrického zařízení, resp. jeho modelu, ukazují následující tři obrázky.



Obrázek 1.3: Schéma1



Obrázek 1.4: Schéma2



Obrázek 1.5: Schéma3

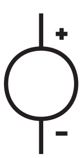
Elementy elektronických obvodů

Vidíme, že používáme systém schematických značek, které jsou vytvořeny pro elementy elektronických obvodů. Představují stavební prvky modelů funkčních celků. Pro ně existují jednoduché matematické vztahy, které umožňují analyzovat a navrhovat elektronické systémy. Na dalším obrázku je přehled základních elementárních součástí, které při modelování systémů budeme používat.

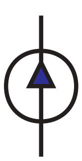
R – rezistor – $u = Ri$

C – kapacitor – $Q = Cu$

L – induktor – $\Phi = Li$



u – zdroj napětí – proud $i =$ podle odběru (libovolný)



i – zdroj proudu – napětí $u =$ určené zátěží (není omezeno)

Obrázek 1.6: Elementy

Povšimněme si matematických vztahů, které popisují vzájemné závislosti proudu a napětí na jejich svorkách a které umožní v rozsáhlejším systému najít závislosti proudů a napětí navzájem, na budicích zdrojích a na čase:

- Rezistor (součástka v zařízení se běžně označuje jako odpor, což není zcela správné – odpor je její vlastnost, ohmická hodnota, takže málo používaný, avšak správnější je název „odporník“ :-) je element nesetrvačný (v popisu závislosti mezi proudem a napětím nevystupuje čas – proud reaguje na napětí okamžitě a naopak). Vztah mezi napětím a proudem je

$$u = Ri, \quad i = \frac{u}{R}, \quad R = \frac{u}{i},$$

kde R je odpor v ohmech [Ω],
u je napětí ve voltech [V] a
i je proud v ampérech [A].

- Kapacitor (v zařízení je realizován nejčastěji kondenzátorem) je element schopný akumulovat náboj. Náboj musí být do kapacitoru dodán protékajícím proudem, což probíhá v určitém čase. Jde tedy o element setrvačný a ve vztahu mezi napětím a proudem bude vystupovat čas. Vztah mezi nábojem a napětím určuje rovnice

$$q = Cu, \quad u = \frac{q}{C}, \quad C = \frac{q}{u},$$

kde nově vystupuje
q náboj v coulombech [C] a
C kapacita ve faradech [F].
Uvedli jsme, že náboj dopraví do kapacitoru proud i. Pokud bude proud $i = I$ konstantní, lze snadno pochopit, že náboje bude přibývat lineárně s časem (náboj v coulombech, proud v ampérech a čas v sekundách)

$$q(t) = I.t, \text{ takže } u(t) = \frac{I.t}{C}.$$

Pokud se bude proud v čase měnit, je nutno pro náboj nahromaděný za čas T použít zápisu pomocí integrálu (předpokládáme, že v čase $t = 0$ je náboj nulový)

$$q(T) = \int_0^T i(t)dt, , \text{ takže } u(T) = \frac{\int_0^T i(t)dt}{C}.$$

Také můžeme říci: do kapacitoru vtéká proud jen tehdy, kdy se na jeho svorkách mění napětí:

$$i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$$

.

- Induktor (v zařízení je realizován nejčastěji cívkou) je element vytvářející magnetický tok, ve kterém je uložena energie vytvořená elektrickým proudem, který vodičem prochází. Rovněž vznik magnetického toku je děj setrvačný. Vztah mezi magnetickým tokem a proudem popisuje rovnice

$$\Phi = L.i, \ \ i = \frac{\Phi}{L}, \ \ L = \frac{\Phi}{i},$$

kde nově vystupuje
Φ magnetický tok ve weberech [Wb] a
L indukčnost v henry [H].
Jistě nás nepřekvapí, že na koncích vinutí cívky není žádné napětí, pokud se v jejím okolí nemění magnetické pole. Avšak pokud se magnetický tok mění, vzniká na vinutí elektrické napětí (např. v každé elektrárně). Takže lze napsat

$$u = \Delta\Phi/\Delta t, \text{ nebo } u(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}.$$

Jestliže je magnetický tok určen procházejícím proudem, pak lze ze změn proudu určit napětí na svorkách induktoru

$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt}.$$

Protože nás velmi často zajímá, jaký proud poteče induktorem v čase T, pokud je na jeho svorkách určité (proměnné) napětí, lze úvahu (podobně jako u kapacitoru) obrátit

$$i(T) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{T} u(t)dt + i(t_0).$$

Přibližme si užití uvedených vztahů v jednoduchém případě, a to tehdy, kdy na svorky induktoru, kterým na počátku neteče žádný proud, připojíme zdroj konstantního napětí U. Pak bude proud do induktoru lineárně s časem narůstat. Pokud napětí na zdroji poklesne v čase T na nulu, bude obvodem procházet proud $i(T)$

$$i(t) = \frac{U}{L}t, \;\; i(T) = \frac{U.T}{L}.$$

V předchozích vztazích jsme předpokládali, že na svorkách uvedených elementů pozorujeme napětí a proudy – obvodové veličiny. Proud a napětí mohou konat práci, máme k dispozici elektrickou energii. V určitém okamžiku platí, že výkon elektrického proudu je dán součinem

$$P(t) = u(t) \cdot i(t), \;\; \text{kde výkon je ve wattech [W].}$$

Výkon v čase představuje práci

$$W(T) = \int_0^T P(t)dt = \int_0^T u(t)i(t)dt,$$

kde práce (energie) je v wattsekundách [Ws], které jsou ekvivalentní joulům [J] (doma platíme za kilowatthodiny [kWh] 1kWh= $3{,}6.10^6$ Ws).

Z předchozích definic vlastností základních obvodových prvků lze odvodit:

- Rezistor v obvodu rozptyluje elektrickou energii – přeměňuje ji na teplo proto, že je nesetrvačným prvkem, u kterého je stále součin napětí a proudu kladný
- Kapacitor je prvek akumulující energii. Ideální kapacitor energii nerozptyluje – je prvkem bezeztrátovým (reálný kondenzátor má ztráty a energii díky nim rozptyluje). Uvážíme-li, že náboj $C.U$ bude odvádět (likvidovat) konstantní proud I po dobu t ($C.u(t) = I.t$) tak, že bude napětí lineárně klesat, pak energie nahromaděná v kondenzátoru při napětí U je dána

$$W_C = \frac{1}{2}C.U^2$$

- Induktor je analogicky bezeztrátovým prvkem (reálná cívka má odpor vinutí, takže výkon rozptyluje) a energie nahromaděná v magnetickém toku je

$$W_L = \frac{1}{2}L.I^2,$$

Zdroje proudu a napětí

Dosud jsme se nezabývali otázkou, jak se do obvodu s některým základním prvkem dostane elektrická energie, abychom mohli pozorovat vztahy mezi proudy a napětími. Zdrojem elektrické energie je většinou zařízení přeměňující jiné formy energie na elektrickou. Současné elektrárny přeměňují tepelnou energii nejprve na pohybovou a ta v generátorech vyrábí elektřinu. Pohybovou energii lze získat i z větru a tekoucí vody. Baterie pracují s energií související s chemickými reakcemi. V současné době jsou aktuální zdroje využívající světelnou energii – fotovoltaické články.

Pro popis elektronických systémů však nelze použít model celé elektrárny. Pro modely systémů definujeme ideální zdroje:

- Zdroj napětí (v zařízení je nejčastěji realizován baterií nebo síťovým zdrojem – blokem přeměňujícím napětí elektrovodné sítě na potřebné stejnosměrné napětí). Zdroj střídavého napětí je zásuvka na stěně, resp. elektrovodná síť. Budeme však pracovat i se zdroji různých signálů, např. impulsního signálu pro taktování procesoru, signálu pro přenos dat mezi zařízeními, apod.) To jsou reálné (neideální) zdroje napětí. Ideální zdroj napětí udržuje na svých svorkách napětí dané hodnotou u ve voltech, a to pro všechny možné proudy odváděné (či dokonce zaváděné) z (do) jeho svorek. Veličina u představuje předpis pro napětí zdroje, a to jak co do hodnoty, tak co do časových změn. Je tedy správné popisovat zdroj napětí časovou funkcí $u(t)$. Používané funkční předpisy poznáme v dalším výkladu. Uvedeme jen základní možnosti: zdroj konstantního napětí, zdroj skokového napětí a zdroj harmonického napětí:

$$u(t) = U = \text{konst.}$$

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ U, & t \geq 0 \end{cases}$$

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi),$$

kde U_m je amplituda sinusového signálu ve voltech, $\omega = 2\pi f$ je kruhová frekvence v radiánech za sekundu [rad.s^{-1}], f je frekvence v hertzech [Hz] a φ je počáteční fáze sinusového průběhu.

- Zdroj proudu (v zařízeních není běžně používán žádný blok, který by takovou funkci více méně dokonale plnil. Existují jen elektronické obvody, které se svým chováním v určité oblasti napětí a proudů chovají přibližně jako zdroje proudu).

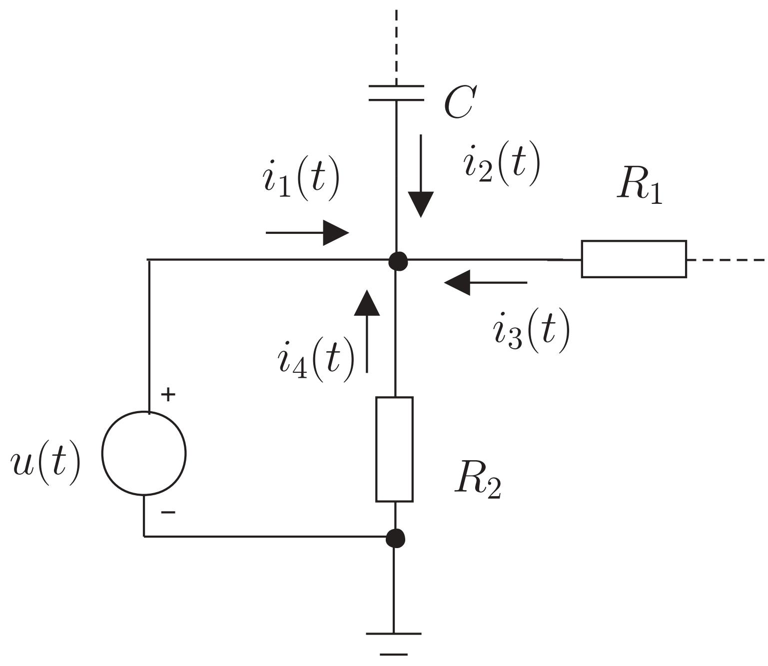
  Ideální zdroj proudu do obvodu zavádí proud předepsané hodnoty $i(t)$, a to za všech okolností, tedy bez ohledu na velikost a polaritu napětí na jeho svorkách. Přestože není snadno konstrukčně realizovatelný (zdroje blízké svým chováním zdrojům napěťovým jsou technicky snáze dosažitelné), má v teorii elektronických obvodů významnou pozici a uvidíme některé výhody jeho použití v modelech obvodů.

Elektrický obvod – Kirchhofovy zákony

Již v předchozím textu jsme předpokládali, že se jednotlivé modelové elementy mohou navzájem spojovat (např. zdroj proudu připojíme na svorky kapacitoru a pozorujeme nárůst napětí). Model může popisovat vzájemné spojení desítek až milionů elementů. Máme-li analyzovat vztahy obvodových veličin, musíme vycházet z podstaty vedení elektrického proudu. Tou je skutečnost, že elektrický proud nesou elektrony uzavřené ve vodivém prostředí.

1. Kirchhofův zákon

Součet všech proudů v uzlu elektrického obvodu je v každém okamžiku nulový.



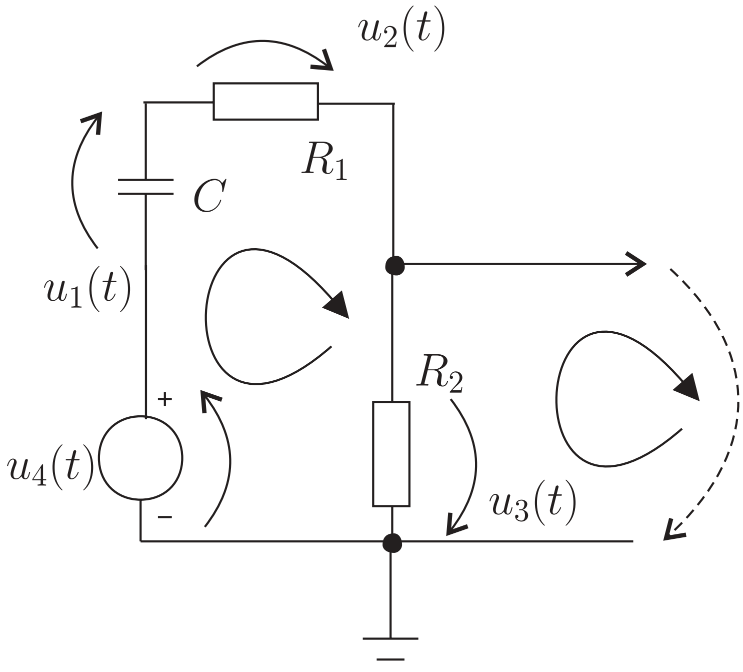
Obrázek 1.7: 1. Kirchhofův zákon

$$\sum_{n=1}^{N} i_n(t) = 0.$$

Poznámka: Povšimněme si, že vyznačený proud všech větví směřuje do uzlu. Má-li být součet nulový (a jistě nejsou všechny proudy identicky rovny nule), pak některé hodnoty proudu budou záporné. Znamená to pouze to, že skutečný směr proudu je opačný, než jsme vyznačili (v obrázku bude jistě záporné i_4 pokud zdroj napětí bude stejnosměrný a jeho polarita bude odpovídat obrázku). Kladný směr proudu ve stejnosměrném obvodu je směr od kladné k záporné svorce.

2. Kirchhofův zákon

Součet napětí podél libovolné smyčky v obvodu je v každém okamžiku nulový.



Obrázek 1.8: 2. Kirchhofův zákon

$$\sum_{1}^{n} u_n(t) = 0.$$

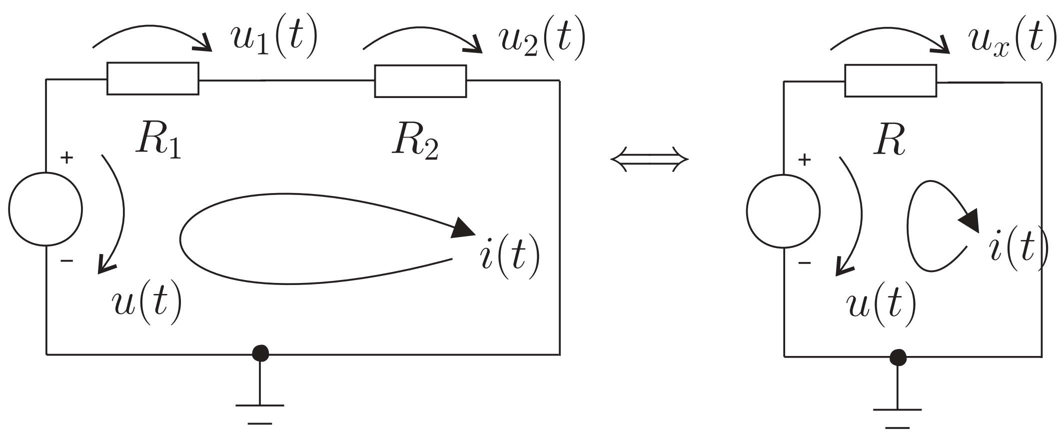
Bystrý student jistě poznal, že v případě použití stejnosměrného zdroje $u_4 = U$ by po skončení případného přechodného děje platilo $u_1(t) = -U$ a $u_2(t) = u_3(t) = 0$. Navíc poznamenejme, že pokud by skutečná polarita uvedeného zdroje odpovídala znaménkům v obrázku, bylo by U záporné.

Kapitola 2

Výpočty v odporových elektronických obvodech

Co můžeme se znalostmi prvého tématu počítat?
Proč to chceme počítat?
Co musíme umět spočítat, abychom mohli odhadnout příčinu problémů při provozu elektronických zařízení?
Co nám spočítá počítač a jak to dělá?

Sériové spojení rezistorů



Obrázek 2.1: 2. Kirchhofův zákon – sériové spojení rezistorů

Hledáme hodnotu odporu R rezistoru, který je ekvivalentní sériové kombinaci R_1 a R_2, tedy takového rezistoru, který v obvodu se zdrojem $u(t)$ nastaví proud $i(t)$, totožný s tím, který prochází obvodem s rezistory R_1 a R_2. Z 2. Kirchhofova zákona můžeme odvodit

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) = R_1 i(t) + R_2 i(t) = (R_1 + R_2) i(t)$$

$$u(t) = u_x(t) = R i(t) = (R_1 + R_2) i(t) \longrightarrow R = R_1 + R_2.$$

Je-li zařazeno N rezistorů v sérii, je možno je nahradit jedním rezistorem s odporem

$$R = \sum_{n=1}^{N} R_n.$$

Z uvedeného obrázku můžeme vytěžit ještě jednu informaci. Je-li výsledný odpor součtem odporů jednotlivých rezistorů a protéká-li všemi stejný proud, pak můžeme snadno zjistit, jaké jsou hodnoty napětí na každém z nich.

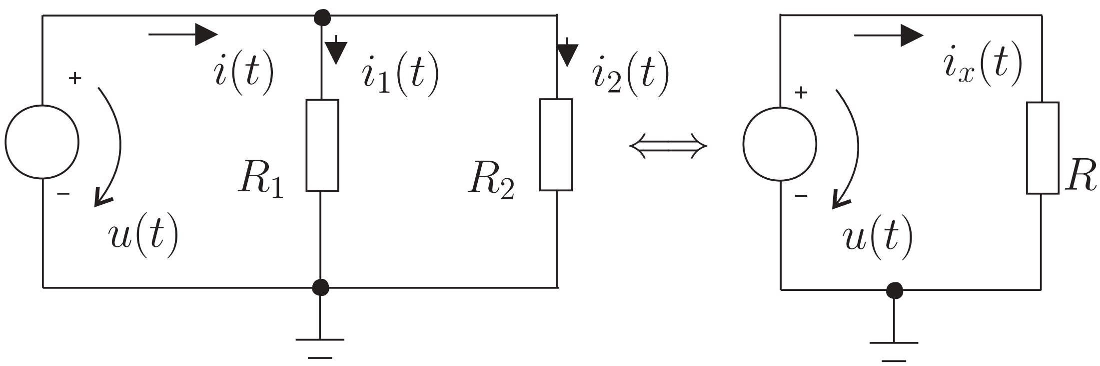
$$i(t) = \frac{u(t)}{R_1 + R_2} \quad u_1(t) = R_1 \frac{u(t)}{R_1 + R_2} \quad u_2(t) = R_2 \frac{u(t)}{R_1 + R_2}.$$

Obecně na n-tém rezistoru bude napětí

$$i(t) = \frac{u(t)}{\sum_{n=1}^{N} R_n} \quad u_n(t) = R_n \frac{u(t)}{\sum_{n=1}^{N} R_n} \quad (n = 1 \ldots N).$$

Paralelní spojení rezistorů

Úloha je obdobná. Hledáme jeden ekvivalentní rezistor (jeho hodnotu R), který odvede proud ze zdroje napětí stejný, jako ze zdroje odvádí řada paralelně spojených rezistorů.



Obrázek 2.2: 1. Kirchhofův zákon – paralelní spojení rezistorů

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) = \frac{u(t)}{R_1} + \frac{u(t)}{R_2}$$

$$i_x(t) = \frac{u(t)}{R} = i(t) \rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2}.$$

Převrácenou hodnotu odporu označujeme jako vodivost $G = 1/R$ a udáváme ji v jednotkách siemens [S] ($\mathrm{S} = \Omega^{-1}$).

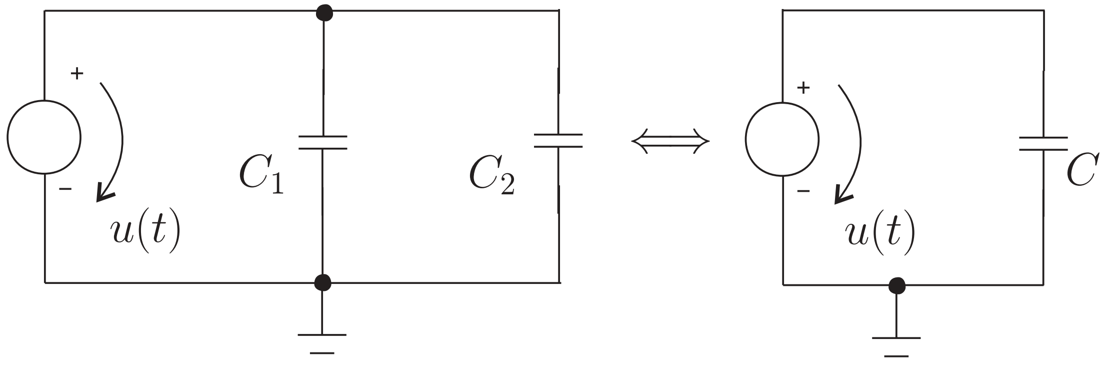
Je-li zařazeno N rezistorů paralelně, je možno je nahradit jedním rezistorem s odporem R nebo vodivostí G

$$\frac{1}{R} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{R_n} \qquad G = \sum_{n=1}^{N} G_n.$$

Jaké jsou hodnoty proudů, které každým z rezistorů procházejí zjistíme při napájení napěťovým zdrojem velmi jednoduše. Pokud však známe jen celkový proud $i(t)$ vstupující do uzlu, z kterého jsou do společné svorky zapojeny různé rezistory, pak rozdělení proudu mezi jednotlivé rezistory vypočteme takto:

$$i_n(t) = \frac{i(t) G_n}{\sum_{n=1}^{N} G_n} \quad (n = 1 \dots N).$$

Paralelní spojení kapacitorů



Obrázek 2.3: Paralelní spojení kapacitorů

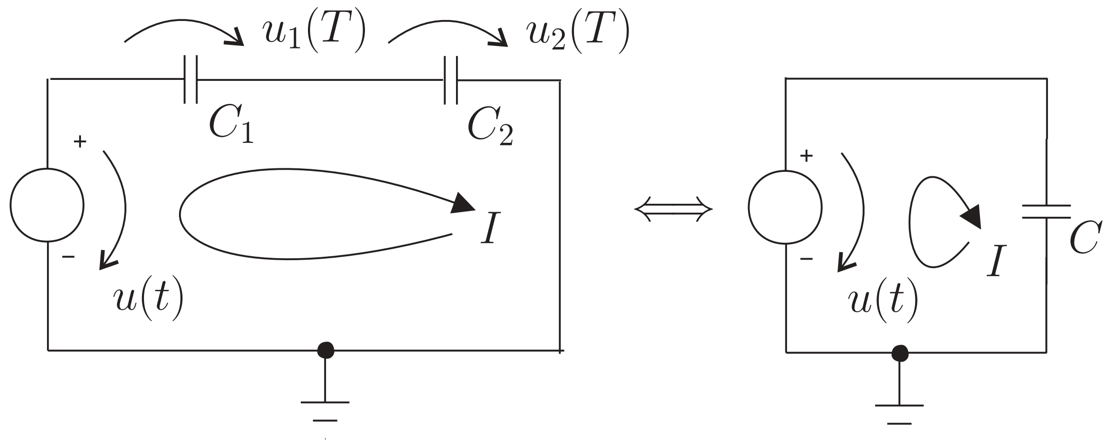
Napětí $u(t)$, pokud se mění (a musí se měnit spojitě, aby byl proud konečný), zavádí nebo odvádí z kapacitorů proud, který závisí na kapacitě každého z nich. V každém okamžiku je v kapacitoru C_1 uložen náboj $q_1(t) = C_1 u(t)$ a v kapacitoru C_2 je uložen náboj $q_2(t) = C_2 u(t)$. V kapacitoru C je v témže okamžiku náboj $q(t) = Cu(t)$. Za ekvivalentní budeme oba obvody považovat, pokud zdroj dodal v obou obvodech týž náboj. Tedy

$$q(t) = q_1(t) + q_2(t) \quad \longrightarrow \quad C = C_1 + C_2.$$

Je-li zařazeno N kapacitorů paralelně, je možno je nahradit jedním kapacitorem s kapacitou

$$C = \sum_{n=1}^{N} C_n.$$

Sériové spojení kapacitorů



Obrázek 2.4: Sériové spojení kapacitorů

Abychom se vyhnuli výkladu s integrály, předpokládejme konkrétní situaci, kterou lze snadno zobecnit.
Napětí $u(t)$ nechť lineárně roste s časem po dobu T a v čase T se růst zastaví na hodnotě $u(T)$, takže obvodem po dobu T protéká konstantní proud I. Pokud bychom si na místě zdroje $u(t)$ představili zdroj konstantního proudu I, bude se v obvodu odehrávat totéž. Tento proud uloží v kondenzátoru C_1 náboj $q_1(T) = I.T = q(T) = C_1.u_1(T)$. Týž proud ukládal náboj do kapacitoru C_2, takže $q_2(T) = I.T = q(T) = C_2.u_2(T)$ a v ekvivalentním obvodu $q(T) = I.T = C.u(T)$. Platí však

$$u(T) = u_1(T)+u_2(T) \rightarrow \frac{q(T)}{C} = \frac{q(T)}{C_1}+\frac{q(T)}{C_2} \rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

$$C = \frac{C_1.C_2}{C_1 + C_2}$$

a pro N kapacitorů $$\frac{1}{C} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{C_n}.$$

Z uvedené úvahy si již každý může odvodit, jak se na sériové kombinaci kondenzátorů rozděluje celkové napětí.

Sériová kombinace kapacitorů má vždycky menší celkovou kapacitu, než má nejmenší ze zapojených kapacitorů.

Sériové a paralelní spojení induktorů

Po té, co jsme vysvětlili postup odvození vlastností obvodu složeného ze sériové a paralelní kombinace rezistorů a kapacitorů, ponecháváme na studentovi, aby si s ohledem na úvahy o vytváření magnetického toku, např. zdrojem konstantního napětí dodávajícího rostoucí proud, odvodil následující vztahy.

Pro sériovou kombinaci N induktorů je možno najít jeden ekvivalentní induktor s indukčností

$$L = \sum_{n=1}^{N} L_n.$$

Pro paralelní kombinaci N induktorů je možno najít jeden induktor s indukčností

$$\frac{1}{L} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{L_n}.$$

Pro převrácenou hodnotu kapacity se v teorii obvodů používá pojem elastance a pro převrácenou hodnotu indukčnosti pojem inverzní indukčnost a lze k nim mít i obvodové modely (nemají narozdíl od vodivosti zvláštní název jednotky). My je nadále nebudeme používat.

Sériové a paralelní spojení zdrojů

Zdroje napětí: S odkazem na jednoduchou fyzikální úvahu lze vyslovit závěr: zdroje napětí lze řadit do série a výsledné napětí je součtem napětí jednotlivých zdrojů

$$u(t) = \sum_{n=1}^{N} u_n(t).$$

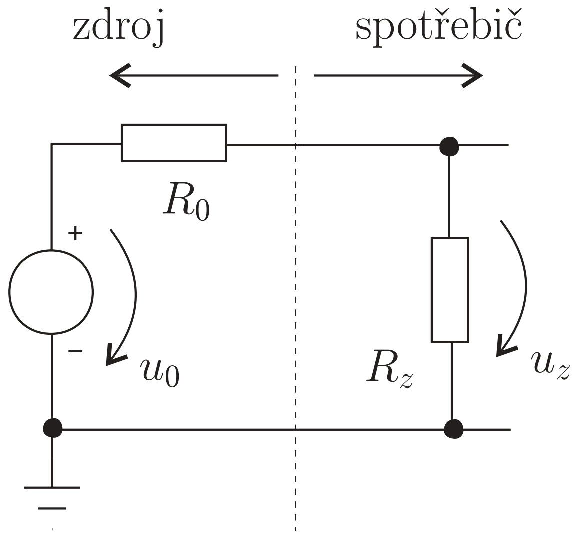
Paralelní spojení nelze nikdy použít: pokud by napětí byla různá, protékal by mezi zdroji nekonečný proud (a v obvodu by nebyl element, který by rozptýlil nekonečný výkon), pokud by byla stejná, dělily by se o proud dodávaný do obvodu, ale jak??, když je každý schopen dodat libovolný proud. Stačí tedy vždy jen jeden.

Zdroje proudu: Paralelní spojení dodá do obvodu proud daný součtem proudů jednotlivých zdrojů

$$i(t) = \sum_{n=1}^{N} i_n(t).$$

Sériové spojení rovněž nelze připustit, protože z definice plyne, že každý z nich generuje proud nezávislý na tom jak je obvod zapojen. Těžko bychom si vysvětlili, jaký proud z takové kombinace vlastně poteče. Teoreticky by na každém z nich bylo nekonečné napětí, vzájemně opačné polarity.

Dělič napětí – reálný zdroj → spotřebič



Obrázek 2.5: Dělič napětí

Uvedený obrázek lze vyložit různě.

* **1** Je to sériové spojení rezistorů v jediné smyčce se zdrojem napětí. Celkový odpor v obvodu je $R = R_0 + R_z$. Zdroj napětí dodává do obvodu proud $i = u/R$. Podstatné však je, že

$$u_z = u_0 \frac{R_z}{R_0 + R_z}.$$

Napětí u_z vzniklo rozdělením napětí zdroje na dvě části, na napětí na rezistoru R_0 a na R_z – vytvořili jsme dělič napětí, se kterým se setkáme v nesčetném množství modelů reálných zařízení.

* **2** Je to model spojení reálného zdroje napětí se spotřebičem. Uvedli jsme, že v praxi neexistuje dokonalý zdroj napětí. Každý reálný zdroj napětí je v nejjednodušším případě nutno modelovat ideálním zdrojem napětí a rezistorem reprezentujícím jeho vnitřní odpor. Baterie může mít např. napětí 12 V a vnitřní odpor 0,1 Ω.

Díváme-li se na jakoukoli dvojici svorek, která nám má posloužit jako zdroj napětí (napájecího stejnosměrného nebo střídavého, či impulsního signálu), vždy za nimi musíme vidět obvod v nejjednodušším případě namodelovaný napětím u_0 a odporem R_0.

Protože jde o tak významný model, uvedeme několik základních pojmů a poznatků.

- Napětí naprázdno je napětí, které na svorkách reálného zdroje změříme, když není připojen spotřebič, $R_z \rightarrow \infty$, $i \rightarrow 0$. Zřejmě platí

$$u_{naprazdno} = u_0$$

- Proud nakrátko je proud, který bychom naměřili, kdybychom svorky zdroje zkratovali (mnohdy lze jen na papíře). Tehdy $R_z \rightarrow 0$

$$i_{nakratko} = \frac{u_0}{R_0}$$

- Zajímavé použití obou údajů vede na vyjádření

$$R_0 = \frac{u_{naprazdno}}{i_{nakratko}},$$

  které lze využít k výpočtu ve složitém obvodu nebo i k praktickému měření, pokud zkratování nevede k destrukci a měření naprázdno lze dostupnými přístroji provést.

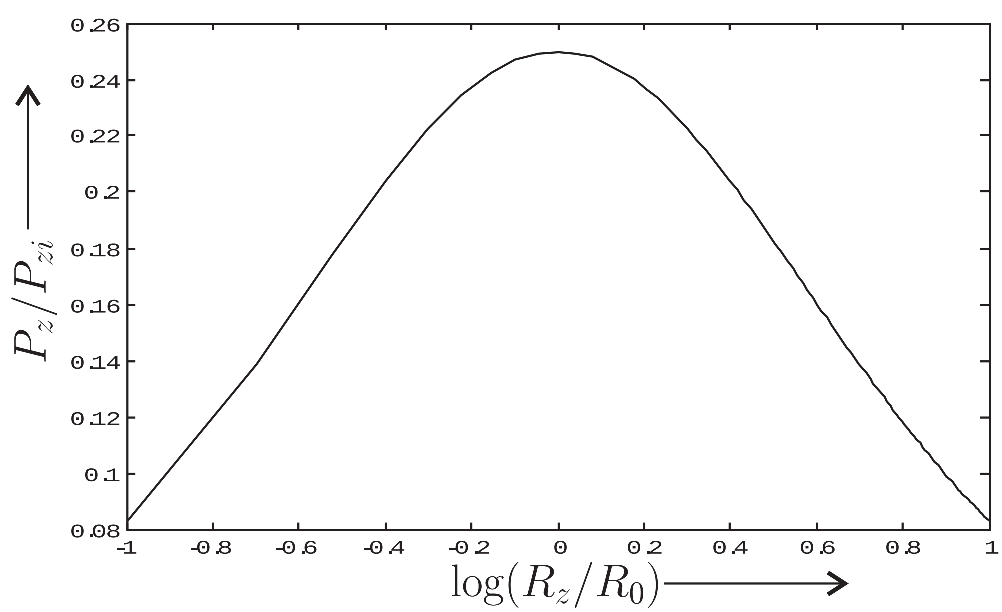
- Další významná úvaha spočívá v hodnocení důsledků, které má zatěžování zdroje různými zátěžemi (pokud nám situace dává ve volbě zátěže volnost)

  1. Požadujeme co největší napětí (napěťový rozkmit), např. na výstupu portu počítače. Největší možné napětí je u_0, avšak s rostoucím proudem do zátěže – s klesajícím zatěžovacím odporem napětí (rozkmit napětí) klesá.

2. Požadujeme velký proud, např. pro rozsvícení indikační LED. Maximální proud je proud nakrátko, avšak při nulovém napětí na zátěži. V praxi téměř nikdy není zátěž dokonalým zkratem, takže maximální dosažitelný proud je menší. V elektrovodné síti maximální proud určují pojistky.
3. Nejzajímavější je požadavek na maximální výkon zdroje, který může předat zátěži. Zřejmě to nebude ani při velkém odporu R_z, to protéká obvodem malý proud, ani při malém odporu R_z, to je na zátěži malé napětí. Máme-li dané stejnosměrné napětí U vnitřního zdroje a vnitřní odpor zdroje R_0, pak výkon na zátěži v závislosti na velikosti zatěžovacího odporu R_z ukazuje následující obrázek, pro který platí:

$$P_z = u_z.i = U\frac{R_z}{R_z + R_0}.\frac{U}{R_z + R_0} = \frac{U^2 R_z}{(R_z + R_0)^2} = \frac{P_{zi}}{(R_z + R_0)^2},$$

kde P_{zi} je ideální výkon, který by zdroj U dodal při nulovém vnitřním odporu zdroje.

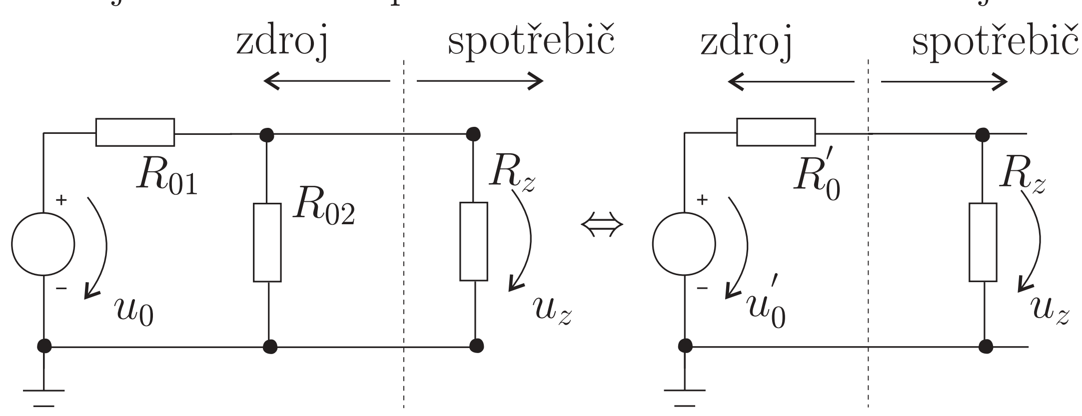


Obrázek 2.6: Výkon odevzdaný do zátěže

Vidíme, že největší výkon odevzdá reálný zdroj tehdy, kdy se zatěžovací odpor rovná jeho vnitřnímu odporu. Říkáme tomu **výkonové přizpůsobení**. Přitom toto maximum představuje čtvrtinu výkonu, který by do téže zátěže dodal zdroj s nulovým vnitřním odporem (obvodem teče poloviční proud a napětí je rozděleno na dvě poloviny, takže součin je čtvrtina).

Věta o náhradním zdroji – Theveninův teorém

Vraťme se k děliči napětí. Dělič napětí může být uvnitř zařízení a my budeme chtít řešit všechny právě probrané otázky s tím, že se na svorky takového zařízení chceme dívat stejně jako na zdroj s vnitřním odporem a vnitřním ideálním zdrojem.



Obrázek 2.7: Dělič napětí

Uvedli jsme, že vlastnosti reálného zdroje lze identifikovat z napětí naprázdno a proudu nakrátko. Tedy

$$u_0' = u_0 \frac{R_{02}}{R_{01} + R_{02}}, \quad R_0' = \frac{\frac{R_{02} u_0}{R_{01}+R_{02}}}{\frac{u_0}{R_{01}}} = \frac{R_{01} R_{02}}{R_{01} + R_{02}}.$$

Kapitola 3

Výpočty v časové a frekvenční oblasti

Jaké vlastnosti mají obvody, ve kterých jsou spojeny rezistory s kapacitory a induktory?

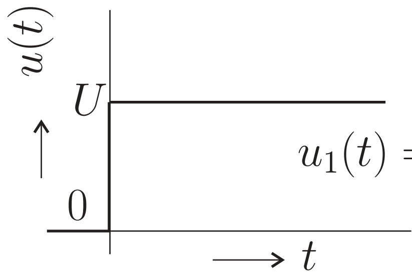
Jaký vliv mají setrvačné součástky na rychlost zpracování digitálních dat?

Hudební a hlasové signály jsou ovlivněny elektronickými obvody. Jak? Známe „odborná“ vyjádření: chybí hloubky, chybí výšky, hudba jako padající nádobí, apod. Kde se to v tom zvuku bere?

Časová oblast

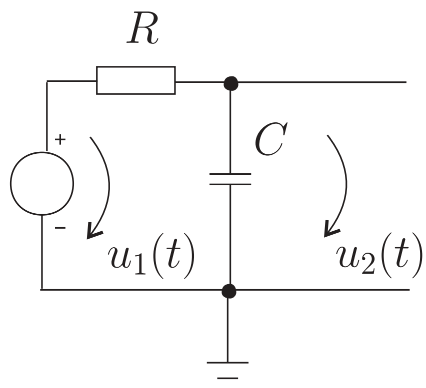
V digitální technice se nejvíce vyskytují signály impulsního charakteru. Jak reagují elektronické obvody na takové signály posuzujeme tak, že se zajímáme o časový průběh obvodových veličin ve vybraných obvodových uspořádáních, která považujeme za reprezentativní a na která lze mnohdy převést i velmi složitá zapojení s mnoha součástkami.

Obvod RC buzený skokem napětí



$$u_1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ U, & t \geq 0 \end{cases}$$

Obrázek 3.1: Skok napětí



Obrázek 3.2: RC – integrační obvod

Na obrázku je obvod označovaný jako integrační článek.

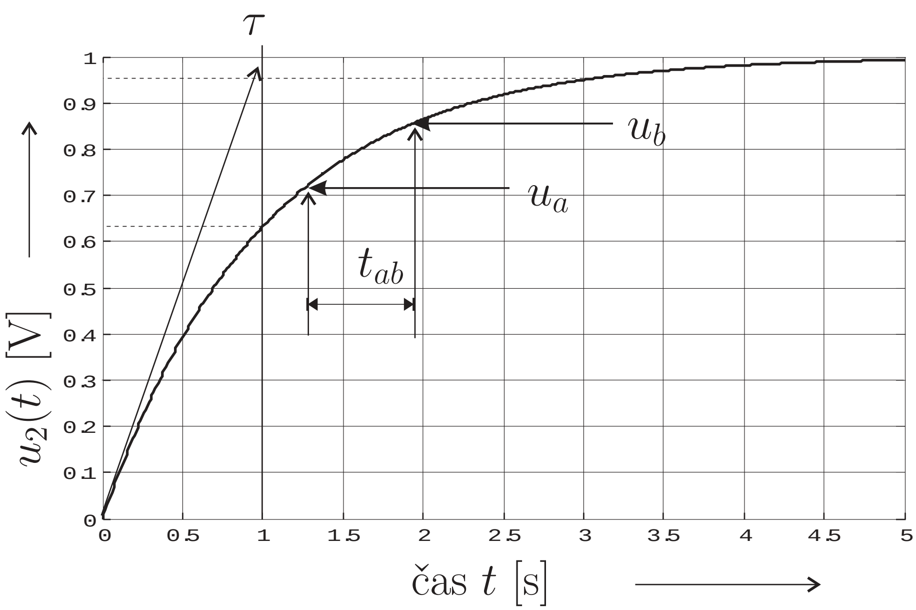
Ve výkladu o fyzikálních vlastnostech kapacitoru jsme uvažovali nabíjení kapacitoru konstantním proudem – tehdy napětí na jeho svorkách rostlo lineárně s časem. V tomto obvodu se bude kapacitor jistě také nabíjet, ale zřejmě s přibývajícím časem bude nabíjecí proud klesat, protože se bude zmenšovat napětí na svorkách rezistoru R s tím, jak poroste napětí na kapacitoru C. O napětí $u_2(t)$ můžeme říci, že v čase $t = 0$ bude nulové a v čase $t \to \infty$ se přiblíží k hodnotě U. Nabíjecí proud klesne k nule tehdy, kdy se napětí na zdroji vyrovná s napětím na nabitém kapacitoru.

Tento časový průběh pro $t \geq 0$ popisuje vztah

$$u_2(t) = U\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right),$$

kde veličina $\tau = RC$ se označuje jako časová konstanta a má rozměr v sekundách.

Graficky to ukazuje následující obrázek pro případ, že $U = 1\,V$ a součin $RC = \tau = 1\,\mathrm{s}$, např. $R = 100\,\mathrm{k}\Omega$ a $C = 10\,\mu\mathrm{F}$.



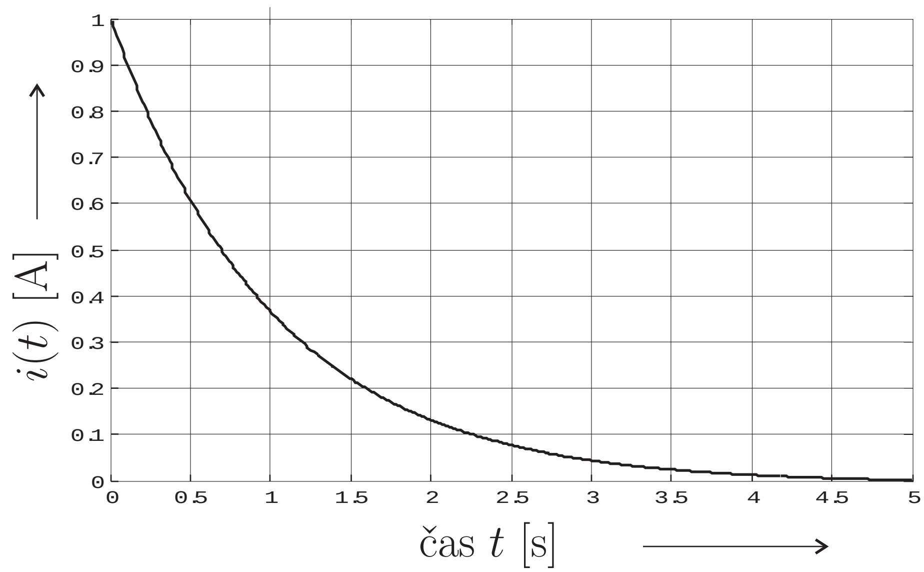
Obrázek 3.3: RC – integrační obvod

Z obrázku lze vyčíst některé často zmiňované vlastnosti exponenciálního nárůstu napětí na kapacitoru:

- směrnice tečny exponenciály na počátku přechodného děje je rovna časové konstantě τ
- po uplynutí doby $t = \tau$ dosáhne exponenciála přibližně 63% z ustálené hodnoty
- po uplynutí času odpovídajícího třem časovým konstantám je napětí na kapacitoru větší než 95% ustálené hodnoty
- po uplynutí času odpovídajícího pěti časovým konstantám je napětí na kapacitoru větší než 99% ustálené hodnoty
- zvolíme-li na exponenciálním průběhu dvě libovolné úrovně napětí u_a a u_b, můžeme při známé velikosti ustálené hodnoty U vypočítat dobu t_{ab}, po kterou exponenciála bude probíhat mezi napětími u_a a u_b

$$t_{ab} = \tau \ln\left(\frac{U - u_a}{U - u_b}\right).$$

Na dalším obrázku je časový průběh proudu.



Obrázek 3.4: RC – integrační obvod

Pro něj platí

$$i(t) = \frac{U}{R}\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

Nad výrazy pro napětí na kapacitoru a proud obvodem lze uvést následující praktické úvahy:

- přechodný děj lze urychlit jenom zmenšením časové konstanty $\tau = R.C$
- zmenšení časové konstanty lze docílit zmenšením kapacity C, což v praxi nemusí být vždycky možné
- zmenšení časové konstanty lze docílit zmenšením odporu R; to ale vede k nárůstu špičky proudu $i(0) = U/R$, což nemusí snášet zdroj impulsního napětí.

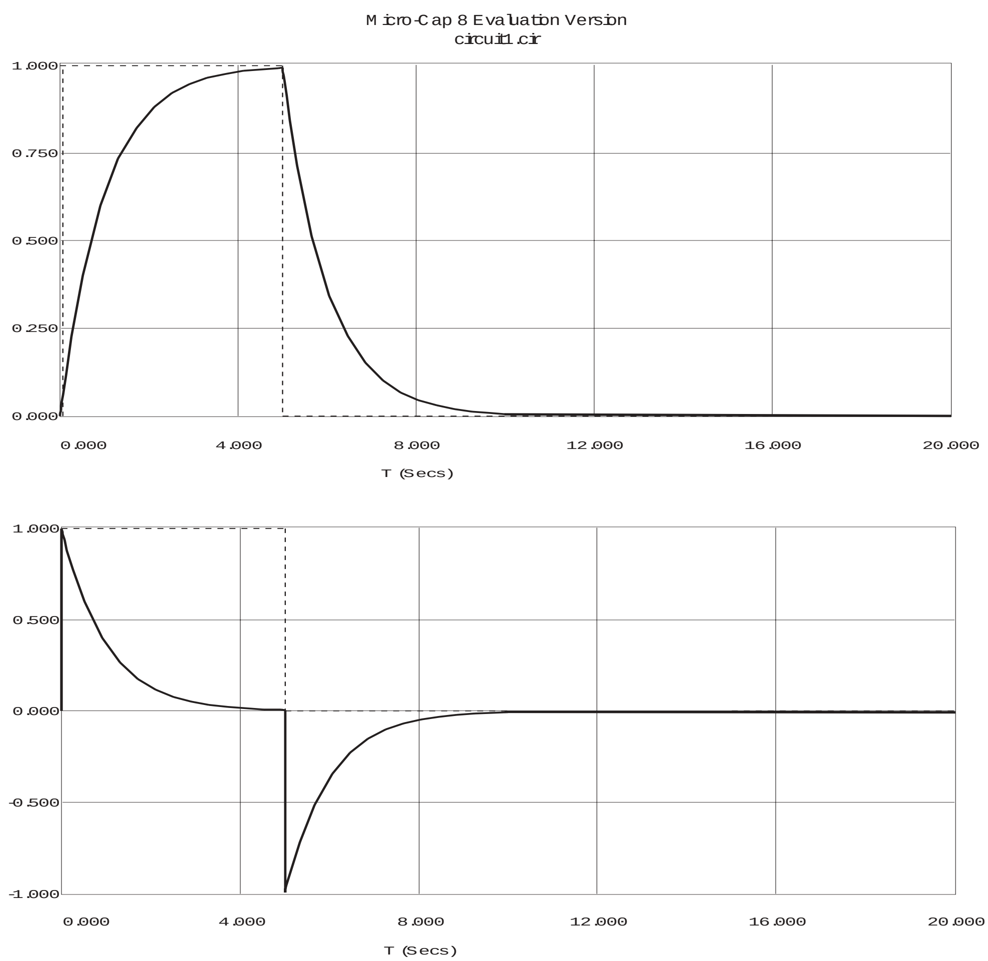
Zkracování přechodných dějů v elektronických obvodech je vždy bojem s přírodou.

Z uvedených vztahů lze odvodit další poznatek: kapacitor se v obvodu chová v prvém okamžiku jako zkrat (pokud bychom ve schématu použili místo kapacitoru zkrat, poteče ze zdroje U stejný proud $i(0) = U/R$).

Stručně ještě popíšeme, co se bude v obvodu odehrávat, když zdroj napětí v čase t_i skočí z hodnoty U zpět na napětí $u(t_i) = 0$. Napětí na kapacitoru zřejmě začne klesat. Jeho průběh bude popsán obecnějším vztahem

$$u_2(t) = u_C(t_i) + [u_1(t_i) - u_C(t_i)] \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t-t_i}{\tau}}\right) \text{ pro } t \geq t_i$$

Vztah je použitelný pro všechny situace v uvedeném obvodu: $u_C(t_i)$ je napětí na kapacitoru před příchodem skoku, $u_1(t_i)$ je napětí odpovídající skoku v čase $t = t_i$. Pro skok v čase $t_i = 0$, $u_1(t_i) = U$ a napětí $u_C(t_i) = 0$ v tomto čase, dostaneme výraz z počátku našeho výkladu.



Obrázek 3.5: RC – integrační obvod, průběh napětí a proudu

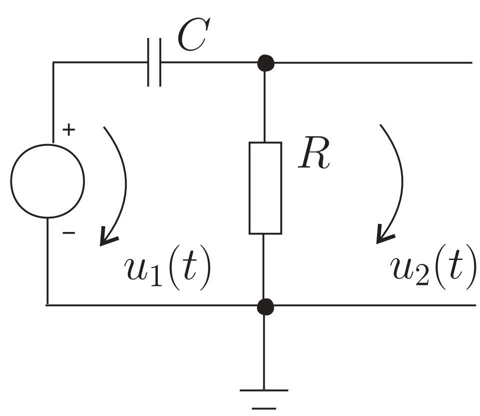
Dole je na obrázku časový průběh proudu v obvodu. Výraz, který tento průběh popisuje, je opět zformulován tak, že obsahuje obecně jak počáteční napětí na kapacitoru před skokem, tak vstupní napětí po skoku.

$$i(t) = \frac{(u_1(t_i) - u_C(t_i))}{R}\, \mathrm{e}^{-\frac{t-t_i}{\tau}} \quad \text{pro } t \geq t_i$$

Dříve uvedené praktické úvahy můžeme nyní rozšířit: Při přechodných dějích, lze považovat pro prvý (nekonečně) krátký okamžik kapacitor za zdroj napětí. Náboj nahromaděný v kapacitoru se nemůže měnit skokem. Pokud bychom zmenšili odpor R na nulu (nahradili ho zkratem), obvodem by v okamžiku skoku protekl teoreticky nekonečně velký proud.

Z dosavadních úvah plyne, že v teorii obvodů platí, že zkrat lze považovat za zdroj nulového napětí, nebo zdroj napětí s nulovou hodnotou za zkrat. Při výkladu prakticky významných poznatků se však přidržíme termínů vystihujících skutečné uspořádání obvodu.

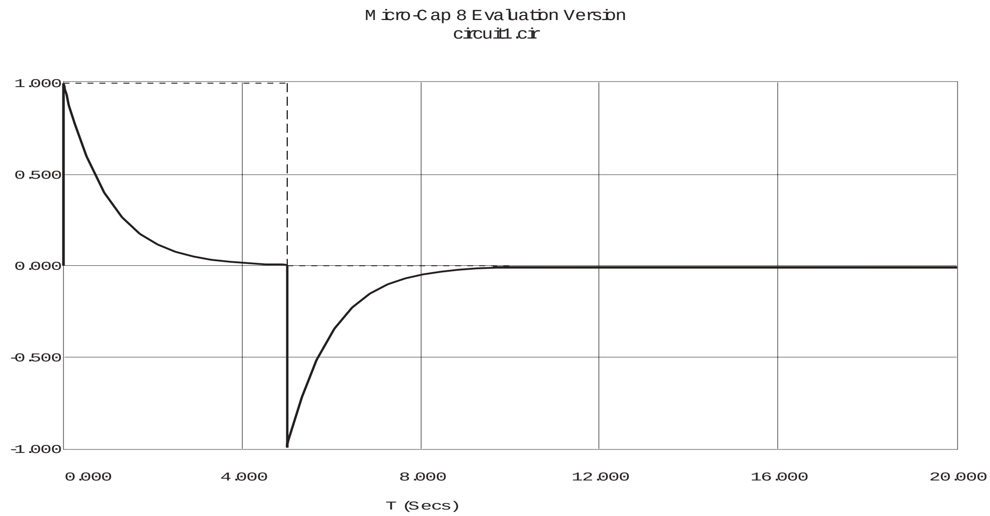
V praxi se rovněž setkáme s obvodem, který je vytvořen ze stejných elementů jako právě popsaný obvod, ale uživatel pozoruje přechodné děje na svorkách rezistoru. Jde o obvod označovaný jako derivační článek RC.



Obrázek 3.6: RC – derivační obvod

Protože tímto obvodem prochází stejný proud jako obvodem integračním, snadno z výrazu a obrázku, který jsme uvedli pro průběh proudu v integračním obvodu, odvodíme časový průběh napětí na výstupu obvodu derivačního

$$u_2(t) = [u_1(t_i) - u_C(t_i)]\ \mathrm{e}^{-\frac{t-t_i}{\tau}} \quad \text{pro}\ \ t \geq t_i$$



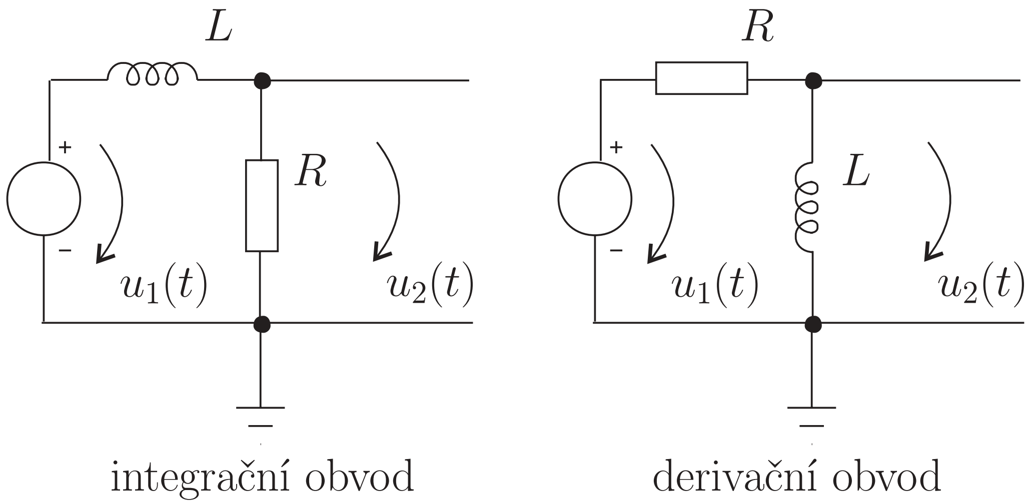
Obrázek 3.7: Výstupní napětí derivačního obvodu

K obrázku se vracíme proto, že chceme upozornit na jednu z nejvýznamnějších vlastností derivačního článku: Pokud obvod začneme pozorovat v ustáleném stavu (neprobíhá žádný přechodný děj a vstupní napětí je stejnosměrné a má libovolnou hodnotu – i nulovou), pak bez ohledu na vstupní napětí je počáteční výstupní napětí nulové. Stejnosměrná složka změn výstupního napětí je nulová, pokud se vstupní napětí po (všech) přechodných dějích vrátí k hodnotě na počátku pozorování. To znamená, že plocha vymezená časovým průběhem nad osou napětí a pod osou napětí je stejná. Použili jsme impulsní průběh jedné polarity ($U = 0 \nearrow 1 \searrow 0\,\mathrm{V}$). Na výstupu pozorujeme impulsy (špičky) obou polarit. Stejné pozorování by přinesl i případ skoků $U = -1 \nearrow 0 \searrow -1\,\mathrm{V}$, apod.).

Tato vlastnost plyne z toho, že kapacitorem nemůže trvale procházet stejnosměrný proud – proud náboj do kapacitoru ukládá, náboj musí být proudem opačného směru odveden, v ustáleném stavu je proud nulový.

Články RL

Derivační a integrační článek RL ukazuje obrázek



Obrázek 3.8: RL obvody

Pro integrační článek složený z induktoru a rezistoru buzený skokem napětí v čase t_i platí pro $t \geq t_i$

$$u_2(t) = u_2(t_i) + [u_1(t_i) - u_2(t_i)] \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t-t_i}{\tau}}\right), \quad \text{kde } \tau = \frac{L}{R}.$$

Proud obvodem je dán

$$i(t) = \frac{u_2(t)}{R}.$$

Chování obvodu pro $R \to 0$ jsme již popsali v úvodu o elementárních obvodových prvcích. Zde bychom s použitím pravidel pro výpočet limity potvrdili, že pro $R \to 0$ (samozřejmě $u_2(t) \to 0$) skutečně platí $i(t) = \frac{u_1(t_i)}{L}\, t$, tedy induktor bude způsobovat lineární nárůst proudu s časem.

Pro derivační článek složený z induktoru a rezistoru buzený skokem napětí v čase t_i platí pro $t \geq t_i$

$$u_2(t) = u_2(t_i) + [u_1(t_i) - u_2(t_i)]\, \mathrm{e}^{-\frac{t-t_i}{\tau}}, \quad \text{kde } \tau = \frac{L}{R}.$$

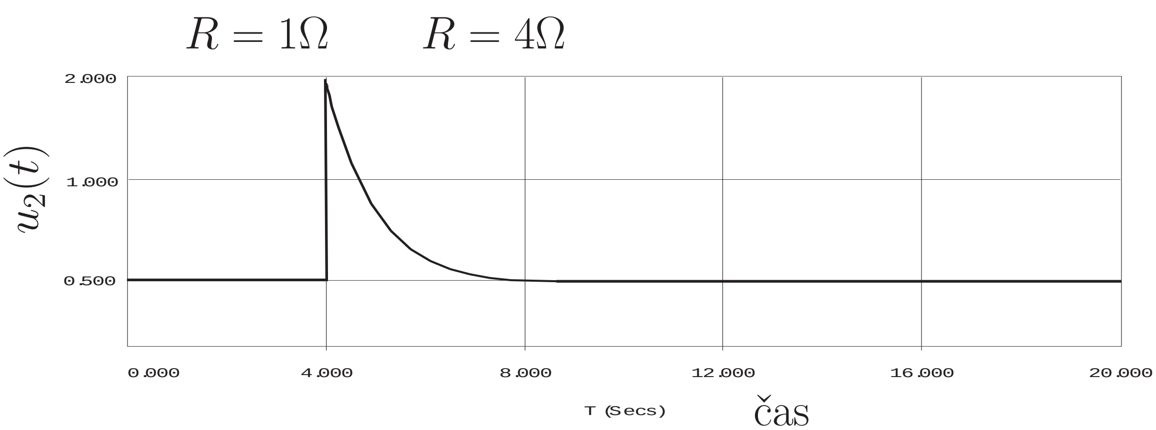
Povšimněme si, že u integračního obvodu se v okamžiku skoku vstupního napětí nezmění napětí na rezistoru R (mění se teprve s přibývajícím časem). V prvém okamžiku se induktor chová jako setrvačný prvek udržující v obvodu proud, který tam procházel v čase $t < t_i$, tedy $i(t_i) = u_2(t_i)/R$.

Je tedy na místě úvaha, co se stane, když se v nějakém ustáleném stavu změní skokem hodnota odporu R na hodnotu R'. Z obou výše uvedených vztahů lze odvodit, že se skokem změní $u_2(t_i)$ na hodnotu

$$u_2'(t_i) = \frac{R' u_2(t_i)}{R}$$

a proběhne přechodný děj podle vztahu pro integrační obvod, a to s novou časovou konstantou a s původním ustáleným napětím $u_2(t) \rightarrow u_1(t_i)$ (s novým proudem v obvodu).

Na obrázku je uveden příklad, kdy zdroj napětí $u_1(t) = U =$ konst. $= 0{,}5\,\mathrm{V}$, odpor $R = 1\,\Omega$, a indukčnost $L = 4\,\mathrm{H}$. V čase $t = 4\,\mathrm{s}$ se hodnota odporu skokem změní na $4\,\Omega$.



Obrázek 3.9: Odezva na skokovou změnu odporu

Z uvedeného příkladu plynou prakticky velmi významné poznatky:

- V obvodu s induktorem můžeme vytvořit situaci, kdy se na svorkách některých součástek může objevit napětí vyšší, než má kterýkoli zdroj napětí. To využíváme ve zdrojích napájecích napětí a v zapalovacích soustavách automobilů

- Pokud skokem změníme odpor v obvodu k nekonečnu – rozpojíme obvod, vznikne skok s teoreticky nekonečným napětím (které zanikne v teoreticky nekonečně krátkém okamžiku). Prakticky to znamená, že při rozpojování obvodů, ve kterých jsou cívky, mohou vznikat napěťové špičky s možnými destruktivními projevy (např. zničené tranzistory).

Frekvenční oblast

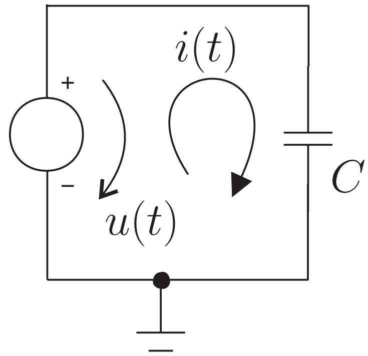
Obvody jsou velmi často posuzovány tak, že jsou popsány jejich vlastnosti při zpracování sinusových (harmonických) signálů.

Proč jsou takové vlastnosti zajímavé?

- Každý lineární model obvodu (složený ze součástí, které jsme až dosud popisovali, příp. z několika dalších, které ještě poznáme) má tu vlastnost, že všechny obvodové veličiny mají časový průběh vytvořený superpozicí sinusových signálů s frekvencemi totožnými s frekvencemi zdrojů sinusových signálů uvnitř soustavy. Od parametrů zdrojů se mohou složky obvodových veličin lišit amplitudou, fází a příp. rozměrem
- Každý nesinusový periodický signál lze rozložit na řadu signálů s frekvencemi, které jsou dány násobky základní (nejnižší) frekvence periodického signálu – Fourierova řada
- Každý neperiodický signál (má-li určité často splnitelné vlastnosti) můžeme charakterizovat tak, že k němu získáme hodnoty kmitočtů, které musí být přeneseny, aby nebyl takový signál při přenosu tvarově narušen – Fourierova transformace.

V našich výpočtech nebudeme uvažovat vznik přechodných dějů, které provázejí okamžik připojení sinusových zdrojů k obvodu. Nebudeme počítat ani s žádnými počátečními napětími na setrvačných prvcích. Výpočty budou platit pro tzv. **harmonický ustálený stav**.

Kapacitor se sinusovým zdrojem napětí



Obrázek 3.10: Odezva na skokovou změnu odporu

Budeme nyní předpokládat, že

$$u(t) = U_m \sin(\omega t) = \hat{\mathbf{U}}.$$

Pak s využitím derivace ($i = C\frac{du}{dt}$) dostaneme výraz pro proud $i(t)$

$$i(t) = U_m \omega C \sin(\omega t + \pi/2) = \hat{\mathbf{I}}.$$

Odtud lze najít vztah mezi amplitudou napětí a proudu tak, že platí

$$I_m = U_m \omega C.$$

Pokud by v obvodu byl rezistor, vztah by měl tvar

$$I_m = \frac{U_m}{R},$$

takže při hledání analogie bychom mohli říci, že se kapacitor chová jako rezistor s odporem $1/\omega C$. Vztah amplitud tak lze v tomto případě popsat, ale vztah napětí a proudu, včetně jejich časových průběhů, rozhodně ne. Proud, na rozdíl od proudu protékajícího rezistorem, je u kapacitoru fázově posunut o $\pi/2$. To zásadním způsobem určuje odlišný vliv kapacitoru na obvodové veličiny v jakémkoli obvodu v harmonickém ustáleném stavu.

Vzniká otázka, jak takový vliv na fázi obvodových veličin matematicky popsat. Matematika dokázala vstoupit do druhého rozměru vytvořením oboru komplexních čísel.

Elektrotechnika obor komplexních čísel používá.

Jestliže se v popisu signálu pracuje stále s jedním kmitočtem, lze údaj o veličině s fází otočenou o $\pm\pi/2$ zapsat jako ryze imaginární číslo. Jestliže v obvodu takovou situaci vytváří setrvačný obvodový element, pak musí být právě jeho parametr zapsán jako imaginární číslo.

Aparát komplexní aritmetiky nám pak poskytne i prostředek, jak popsat obvodové veličiny s fází libovolně pootočenou – zřejmě jako komplexní čísla s reálnou i imaginární složkou. Taková komplexní čísla se v aplikacích s harmonickým ustáleným stavem označují jako fázory. Mají zvláštní symboly a vždy za sebou skrývají popis ustáleného sinusového signálu. Aplikaci fázorů pro náš jednoduchý obvod lze demonstrovat následujícím vztahem:

$$\hat{\mathbf{I}} = j\omega C\hat{\mathbf{U}} = \frac{\hat{\mathbf{U}}}{\hat{\mathbf{Z}}_{\mathbf{C}}}, \quad \text{kde} \quad \hat{\mathbf{Z}}_{\mathbf{C}} = \frac{1}{j\omega C}.$$

Veličina $\hat{\mathbf{Z}}$ se označuje jako (komplexní) impedance a v oblasti výpočtů harmonického ustáleného stavu s pomocí fázorů se s ní zapisují obvodové rovnice podle Kirchhoffových zákonů stejně jako v obvodech s rezistory, avšak s respektem k výpočtům s komplexními čísly.

Bez důkazu a rozboru uvedeme impedanci induktoru

$$\hat{\mathbf{Z}}_{\mathbf{L}} = j\omega L.$$

Výpočet obvodu s fázory (závislost mezi dvěma napětími, závislost proudu na napětí a naopak) se většinou snažíme dovést ke vztahu, který má obecně tvar

$$\mathbf{\hat{Y}_2} = \mathbf{\hat{H}}\mathbf{\hat{Y}_1}.$$

Takové vyjádření platí v prostoru fázorů, avšak velmi jednoduše lze dosadit a získat představu o časovém průběhu. Vždycky bude

$$y_1(t) = Y_{1m}\sin(\omega t + \varphi_1) \quad \text{a } y_2(t) = Y_{2m}\sin(\omega t + \varphi_2),$$

kde

$$Y_{2m} = Y_{1m}|\mathbf{\hat{H}}| = Y_{1m}\sqrt{\left(\mathrm{Re}(\mathbf{\hat{H}})\right)^2 + \left(\mathrm{Im}(\mathbf{\hat{H}})\right)^2}$$

a

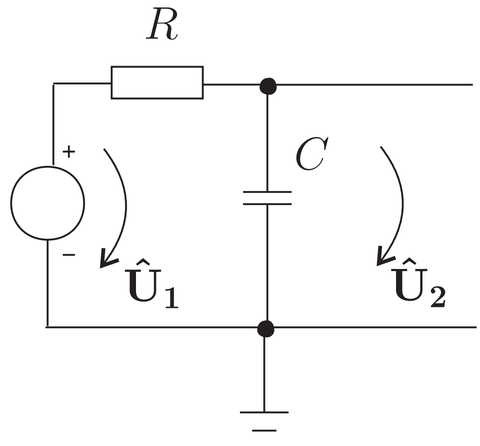
$$\varphi_2 = \varphi_1 + \mathrm{arctg}\left(\frac{\mathrm{Im}(\mathbf{\hat{H}})}{\mathrm{Re}(\mathbf{\hat{H}})}\right).$$

Pilný student se sám přesvědčí, že úvodní výklad o vztahu napětí a proudu na kapacitoru se zdrojem napětí jsme uvedli v souladu s právě uvedeným obecným výkladem:
$\varphi_1 = 0$, $\mathrm{Im}(\mathbf{\hat{H}}) = \omega C$, $\mathrm{Re}(\mathbf{\hat{H}}) = 0, \varphi_2 = \pi/2$, $|\mathbf{\hat{H}}| = \omega C$ a $\mathbf{\hat{Y}_1} = \mathbf{\hat{U}}$, $\mathbf{\hat{Y}_2} = \mathbf{\hat{I}}$.

Důležité:

Svět tučných symbolů se stříškami – fázorový, je jiný svět než svět časových průběhů $u(t)$ a $i(t)$ a jim odpovídajících derivací a integrálů. My však víme, že se dá jedno z druhého vypočítat, ale do jedné rovnice nikdy tyto různé symboly nenapíšeme.

Integrační RC obvod ve frekvenční oblasti



Obrázek 3.11: RC – integrační obvod

Uvedli jsme, že s impedancemi pracujeme jako s odpory. Takže využijeme znalostí o děliči napětí a napíšeme

$$\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{2} = \hat{\mathbf{U}}_\mathbf{1} \frac{\hat{\mathbf{Z}}_\mathbf{C}}{R + \hat{\mathbf{Z}}_\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{U}}_\mathbf{1} \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \hat{\mathbf{U}}_\mathbf{1} \frac{1}{1 + j\omega RC}.$$

Z uvedeného obecného vztahu můžeme užít zápisu

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}.$$

Protože se jedná o matematické vyjádření poměru fázoru výstupního napětí k fázoru vstupního napětí, tedy o popis jak se vstupní napětí obvodem ovlivní, je-li přeneseno na výstup, nazývá se $\hat{\mathbf{H}}$ (napěťovým) přenosem obvodu. Jde o bezrozměrnou komplexní funkci kmitočtu ω, což bývá někdy vyjádřeno zápisem $\hat{\mathbf{H}} \equiv H(j\omega)$.

Vlastnosti obvodů ve frekvenční oblasti popisujeme pomocí analýzy přenosové funkce $\hat{\mathbf{H}}$. Ukážeme to na uvedeném integračním obvodu.

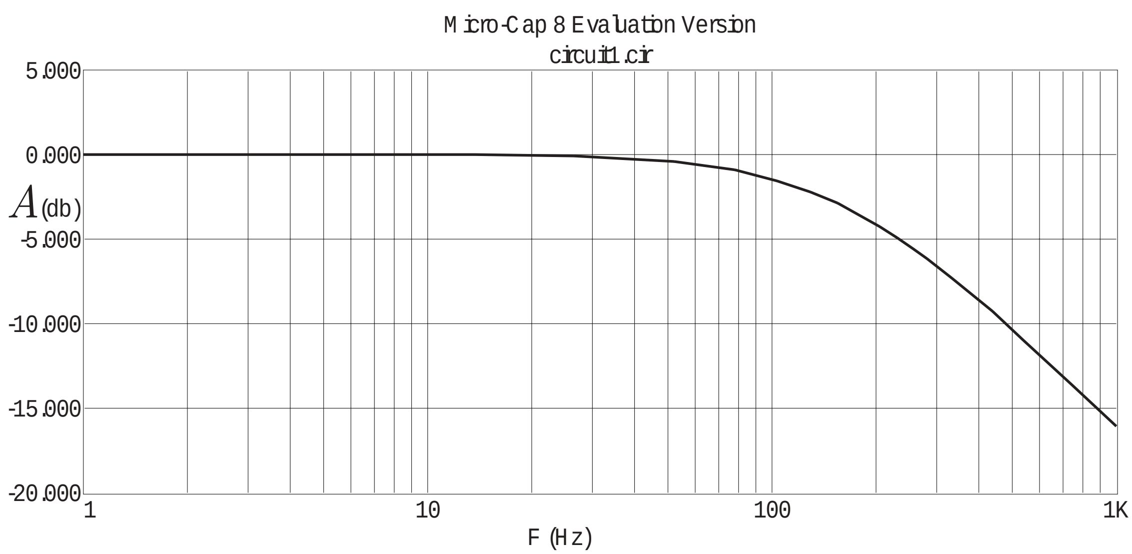
První významná informace se týká vlivu obvodu na amplitudu vstupního napětí. Uvedli jsme, že $U_{2m} = U_{1m}|\hat{\mathbf{H}}|$, takže

$$U_{2m} = U_{1m}\frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}.$$

Vidíme, že amplituda sinusového průběhu je závislá na kmitočtu a s rostoucím kmitočtem bude klesat. Je zvykem tuto závislost zobrazit v grafu funkce $|\hat{\mathbf{H}}|$, ve kterém nezávisle proměnnou (vodorovná osa) je logaritmus kmitočtu a na svislé ose je A, kde

$$A = 20\ \log|\hat{\mathbf{H}}|.$$

Takto vyjádřená absolutní hodnota přenosu je sice bezrozměrná, ale pro její hodnoty se uvádějí „jednotky“ decibely [dB], graf s takto zvolenými měřítky na osách se v literatuře uvádí jako Bodeho charakteristika a pro integrační obvod je na obrázku. Parametry obvodu byly zvoleny takto: $R = 100\,k\Omega$ a C =10 nF.

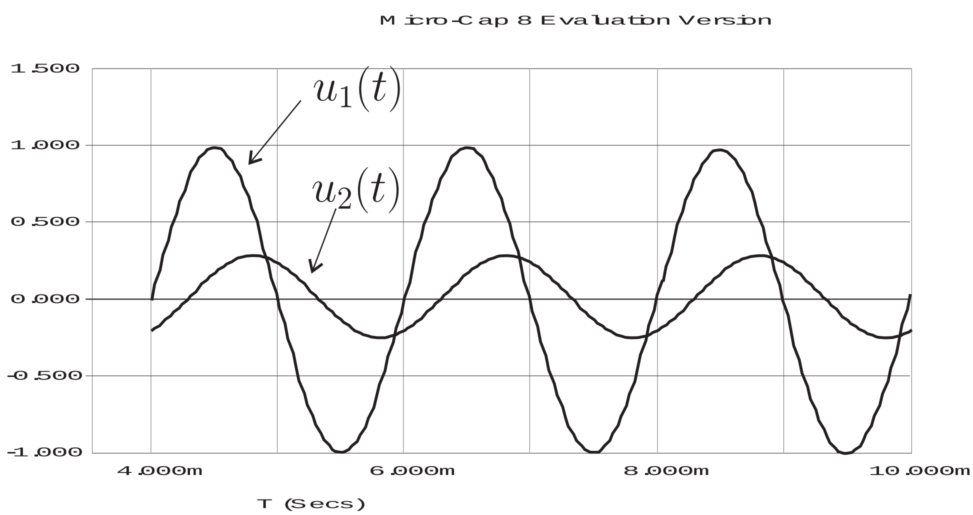


Obrázek 3.12: Amplitudová frekvenční charakteristika integračního RC obvodu

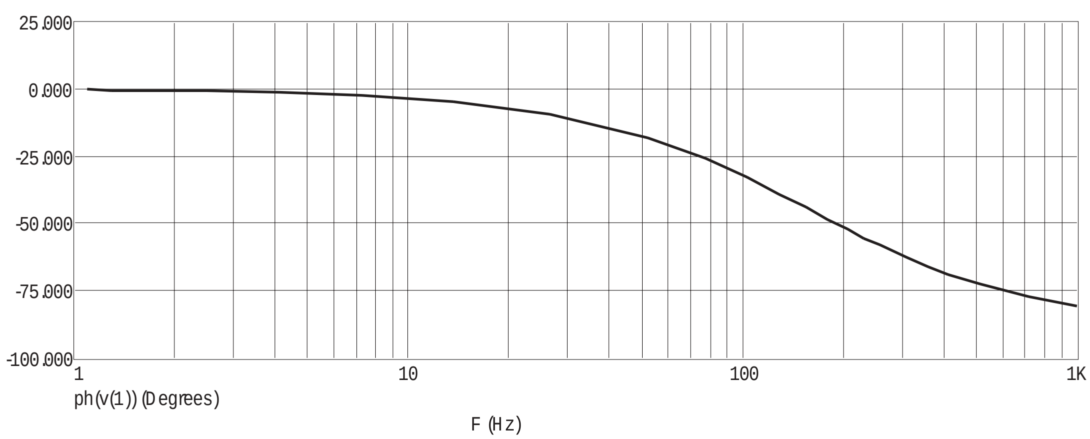
Předmětem analýzy je dále fázový posuv. Podíváme-li se na časové průběhy, zjistíme, že se napětí na výstupu fázově neshoduje s napětím vstupním. V ustáleném stavu těžko zjistíme, zda se předbíhá nebo zpožďuje. Pokud jde obecně o obvod s jediným setrvačným prvkem, může se fázový úhel měnit jen v intervalu $\varphi = \pm\pi/2$, resp. $\varphi = \pm 90°$. Pro integrační obvod zjistíme, že výstupní napětí „se opožďuje" za napětím vstupním.

Z výrazu pro přenos plyne při $\varphi_1 = 0$

$$\varphi_2 = \mathrm{arctg}\left(\frac{\mathrm{Im}(\hat{\mathbf{H}})}{\mathrm{Re}(\hat{\mathbf{H}})}\right) = -\mathrm{arctg}\,(\omega RC)\,.$$



Obrázek 3.13: Časový průběh ustáleného harmonického stavu integračního RC obvodu



Obrázek 3.14: Fázová frekvenční charakteristika integračního RC obvodu

Oba výrazy ještě podrobíme diskusi, která umožní zavést určité termíny a objasní obecnější vlastnosti frekvenčních charakteristik.

Amplitudová frekvenční charakteristika:

$$|\hat{\mathbf{H}}| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}$$

- $\omega \to 0$. Pro nízké kmitočty ($\omega\tau \ll 1$) se přenos obvodu blíží k jedničce. Pomalé změny okamžité hodnoty střídavého napětí vedou k tomu, že se kondenzátor nabíjí a vybíjí malými okažitými hodnotami proudu a na rezistoru se vytváří malý úbytek napětí. Napětí na kapacitoru „stíhá“ sledovat vstupní napětí. V grafu přenosové charakteristiky se její průběh asymptoticky blíží k vodorovné přímce odpovídající hodnotě 0 dB
- $\omega \to \infty$. Pro vysoké kmitočty ($\omega\tau \gg 1$) klesá přenos obvodu s rostoucím kmitočtem $|\hat{\mathbf{H}}| \approx 1/\omega\tau$. V této oblasti kmitočtů lze pro přenosovou charakteristiku v decibelech napsat $A = -20\log(2\pi f\tau)$, což znamená, že každé zvýšení kmitočtu na desetinásobek vede k poklesu přenosu o 20 dB. Je-li v grafu i kmitočet zobrazen logaritmicky, blíží se průběh charakteristiky asymptoticky k přímce se sklonem -20 dB na dekádu kmitočtu
- uvedené dvě asymptoty se protnou na ose kmitočtu v bodě

$$\omega\tau = 1 \text{ resp.} \quad \omega = 2\pi f = \frac{1}{\tau}.$$

Tomuto kmitočtu se říká **mezní kmitočet** a skutečný průběh charakteristiky se na něm nejvíce vzdaluje od asymptot. Dosazením zjistíme, že na mezním kmitočtu je

$$|\hat{\mathbf{H}}| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707, \text{resp.} \quad A \approx -3\,\text{dB}.$$

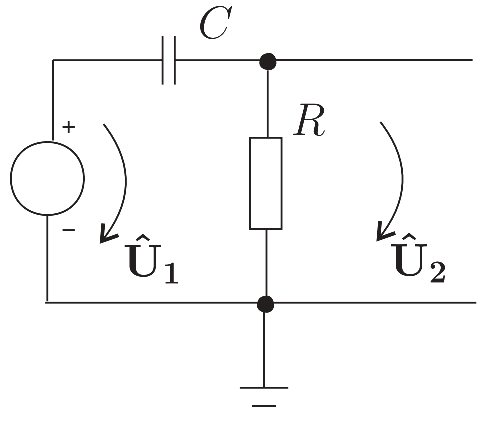
Fázová frekvenční charakteristika

$$\varphi = -\mathrm{arctg}(\omega\tau)$$

- $\omega \to 0$. Pro nízké kmitočty ($\omega\tau \ll 1$) se fáze přenosu obvodu blíží k nule. Již jsme uvedli, že napětí na kapacitoru „stíhá“ sledovat vstupní napětí. V grafu přenosové charakteristiky se průběh fáze asymptoticky blíží k vodorovné přímce s hodnotou $\varphi = 0°$.
- $\omega \to \infty$. Pro vysoké kmitočty ($\omega\tau \gg 1$) klesá přenos obvodu proto, že „pomalý“ kapacitor nestačí reagovat na rychlé změny okamžité hodnoty vstupního napětí. Protože jde o harmonický ustálený stav, je napětí na kapacitoru sinusové, ale pomalost s jakou kapacitor dovoluje měnit na svých svorkách napětí způsobí, že se fáze zpožďuje. Pro rostoucí kmitočty se asymptoticky blíží k $-90°$ resp. $-\pi/2$.
- Dosazením do výše uvedeného vztahu zjistíme, že na mezním kmitočtu je

$$\varphi = -\mathrm{arctg}(\omega\tau) = -\mathrm{arctg}(1) = -45° = -\pi/4.$$

Derivační RC obvod ve frekvenční oblasti

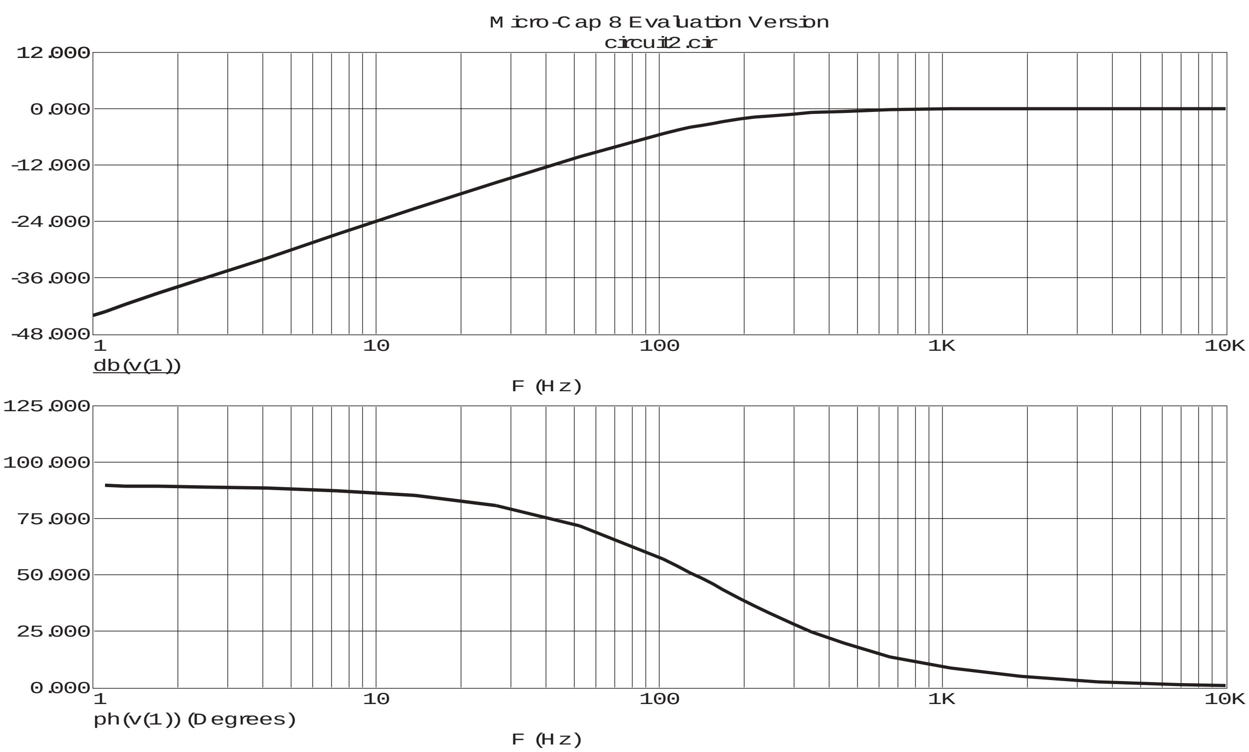


Obrázek 3.15: RC – derivační obvod

$$\hat{\mathbf{U}}_2 = \hat{\mathbf{U}}_1 \frac{R}{R + \hat{\mathbf{Z}}_\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{U}}_1 \frac{R}{R + 1/j\omega C}$$

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$$|\hat{\mathbf{H}}| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \qquad \varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$$



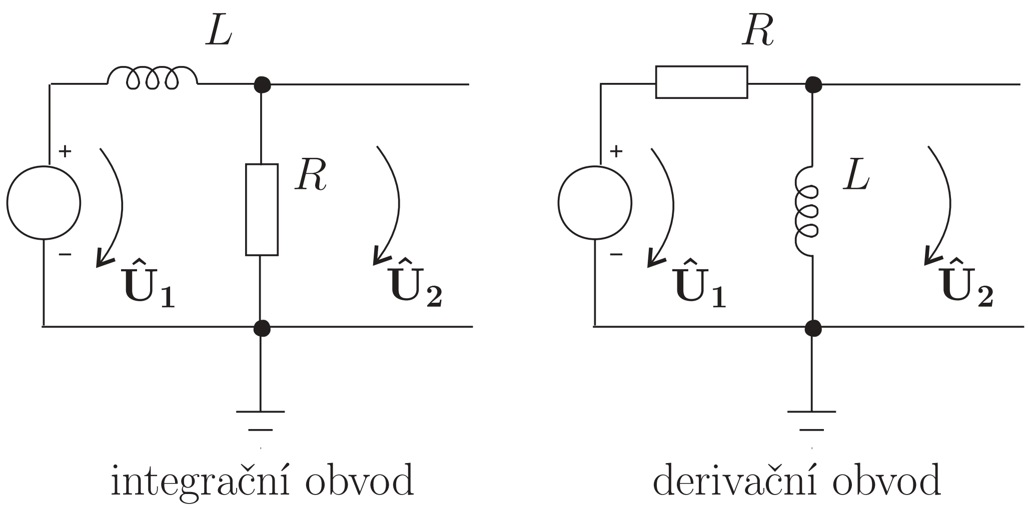
Obrázek 3.16: Frekvenční charakteristiky derivačního RC obvodu

Derivační obvod ve frekvenční oblasti má následující asymptotické vlastnosti:

- $\omega \to 0$. Směrem k nízkým kmitočtům ($\omega\tau \ll 1$) absolutní hodnota přenosu klesá. Asymptota má sklon +20 dB na dekádu kmitočtu a fáze přenosu obvodu se blíží k $+90°$, tedy výstupní napětí „předbíhá“ napětí vstupní.
- $\omega \to \infty$. Pro vysoké kmitočty ($\omega\tau \gg 1$) se absolutní hodnota přenosu obvodu asymptoticky blíží k jedničce a fáze k nule.
- Na mezním kmitočtu ($\tau = 1/\omega$) je

$$\varphi = \mathrm{arctg}(1/\omega\tau) = \mathrm{arctg}(1) = 45° = \pi/4.$$

Obvody RL



Obrázek 3.17: RL obvody

$$\text{integrační } H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\frac{L}{R}}, \quad \text{derivační } H(j\omega) = \frac{j\omega\frac{L}{R}}{1 + j\omega\frac{L}{R}}.$$

Vše o frekvenční oblasti

- Popis obvodu v harmonickém ustáleném stavu je prakticky významný proto, že reprezentuje vlastnosti obvodu pro širokou oblast jeho použití.
- Matematický aparát pracuje s komplexními impedancemi a fázory tak, že formulace popisu obvodů je velmi jednoduchá, avšak omezená jen na harmonický ustálený stav – vylučuje výpočet přechodných dějů a popis činnosti obvodu s neharmonickým signálem. Výrazy s fázory (impedance, přenosy a obrazy signálu) nemohou vystupovat ve vztazích pro časové průběhy signálů.
- Matematický popis obvodu dovoluje formulovat komplexní funkci kmitočtu označovanou jako přenosová funkce (přenos) obvodu. Z ní lze odvodit amplitudovou a fázovou frekvenční charakteristiku obvodu. Amplitudová charakteristika je většinou zobrazována v logaritmických souřadnicích na obou osách (x - logaritmus frekvence, y - logaritmus absolutní hodnoty přenosu v decibelech [dB]) a fázová charakteristika s logaritmem frekvence a lineární stupnicí fázového úhlu.
- V kvalitativním odhadu vlastností obvodů s kapacitory a induktory lze na „dostatečně“ vysokých kmitočtech považovat kapacitor za zkrat a induktor za rozpojený obvod. Na „dostatečně“ nízkých kmitočtech lze kapacitor považovat za rozpojený obvod a induktor za zkrat.