

Formální metody - Z

Radek Mařík

ČVUT FEL, K13133

September 6, 2011



1 Úvod do formálních metod

- Specifikace
- Cíle formálních metod

2 Z notace

- Základní notace
- Operace se schématy
- Příklad

3 Principy dokazování

- Výroková logika

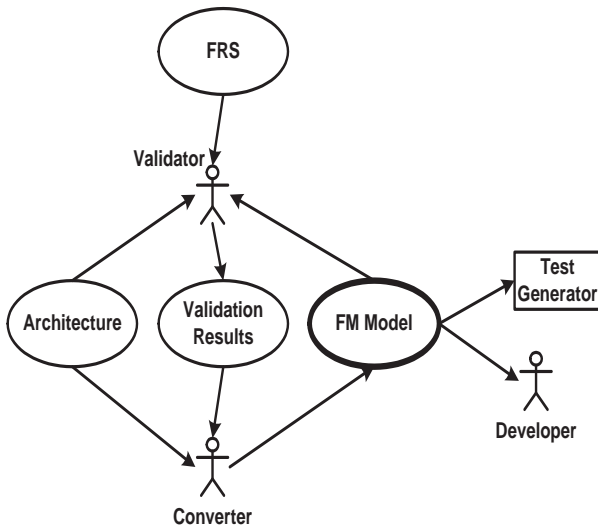


Specifikace softwaru

- vstupní data pro přípravu testwaru,
- často prezentovány jako vágní představy,
 - chybějící data,
 - pře určené položky - pře určená data,
- volné věty nelze interpretovat počítačem,
- snaha o přesnější, stručné a strojem inte pretované zápisy:
 - založeno na logice a jednoduché matematice,
 - vyžaduje další zápis popisu softwaru,
 - používá se pro
 - specifikaci,
 - návrh,
 - modelování,
 - verifikaci,
 - snaha o využití v nástrojích pro testování.



Použití formálních metod při testování



Příklad softwarového projektu ^[Jac97]

Systém řízení dokumentů

Výtah z neformálního popisu:

- Jestliže uživatel chce získat dokument ze účelem změny, má povolení ke změně, nikdo jiný v daný okamžik dokument nemodifikuje, potom uživatel může získat dokument pod svou správou.
- Jakmile jeden uživatel zamkne daný dokument za účelem editování, potom jej nikdo jiný nemůže rovněž zamknout (samozřejmě ostatní jej mohou číst pokud k tomu mají právo).
- Když uživatel ukončí editování dokumentu, měl by jej vrátit a odemknout a takto povolit jiným uživatelům provádět změny.



Formální metody [Jac97, WD96]

- aplikují logiku a jednoduchou matematiku na programování.
- znamenají (další) zápis formálního popisu softwaru.



Formální metody - praxe ^[Jac97, WD96]

Modelování Modely umožňují popis a predikci chování programu. Model je zjednodušená reprezentace. Formální metodu lze použít jako **oraculus**, nezávislý standard, který nás informuje o výsledcích testovacích běhů programů.

Návrh znamená organizaci interní struktury programu. **Členění** znamená rozdělení celého systému na menší části nebo **moduly**, které mohou být vyvinuty nezávisle. **Opětné použití** jako základní technika složení systému z připravených stavebních bloků nebo **vícenásobně použitelných softwarových komponent**

Verifikace snaha prokázat, že implementace bude dělat to, co bylo zamýšleno. **Důkaz** jako demonstrační prostředek je založen pouze na specifikaci a textu programu, ne na běhu programu.



Z notace

- Z je jedna ze standardizovaných notací(ANSI standard).
- Z je právě jenom notace:
 - není exekuční,
 - není to programovací jazyk.
- Z je založena na teorii množin a matematické logice.
- Matematickou logikou je **predikátový kalkulus prvního řádu**.
- Z je založena na modelech. Systém je modelován pomocí
 - **stavu** - tj. sadě **stavových proměnných** a jejich hodnot
 - **operací**, které mohou měnit stav.
- **Schéma**: vzory deklarací a omezení.
- Charakteristickou vlastností Z jsou **typy**. Každý objekt má jednoznačný typ reprezentovaný jako maximální množina v rámci dané specifikace.



Z základní položky

Základní typ - deklarace nového typu.

$[PERSON, DOCUMENT]$

Proměnná - deklarace nového objektu.

$joe, petr, sheila : PERSON$

Zkratky

$USERS == \{joe, petr, sheila\}$
 $USER_GROUP == \mathbb{P} PERSON$
 $PERSON \leftrightarrow DOCUMENT ==$
 $\mathbb{P}(PERSON \times DOCUMENT)$



Z axiomatické popisy

$$maxUsers : \mathbb{N}$$
$$maxUsers \leq 100$$
$$permission : DOCUMENT \leftrightarrow PERSON$$
$$doug, aki, phil : PERSON$$
$$spec, design, code : DOCUMENT$$

- Deklarace nad čarou říká, že *maxUsers* je nezáporné číslo.
- Predikát pod čarou omezuje hodnoty deklarace.
- Položky v axiomatickém popisu jsou vždy **konstanty**.



Z k-tice

vázají na sebe v pevném uspořádání několik prvků jakéhokoliv typu.

$$DAY == 1 \dots 31$$

$$MONTH == 1 \dots 12$$

$$YEAR == \mathbb{Z}$$

$$DATE == DAY \times MONTH \times YEAR$$

$$| \quad \text{landing, opening} : DATE$$

$$| \quad \text{landing} = (20, 7, 1969)$$

$$| \quad \text{opening} = (9, 11, 1989)$$



Z projekční operátory

extrahují komponenty ze struktur.

$$\text{first}(\text{aki}, 4117) = \text{aki}$$
$$\text{second}(\text{aki}, 4117) = 4117$$

Příklad - specifikace práv

$$\begin{aligned} \text{permission} = \{ \\ & (\text{spec}, \text{doug}), \\ & (\text{design}, \text{doug}), \\ & (\text{design}, \text{aki}), \\ & (\text{code}, \text{aki}), \\ & (\text{code}, \text{phil}) \\ & \} \end{aligned}$$


Z schéma

- pojmenovaný důležitý koncept,
- sada proměnných vázaných nějakými podmínkami,
- obecná formát

<i>Name</i> _____
<i>declaration</i>
<i>predicate</i>

- příklad

<i>RightArrow</i> _____
<i>ch? : CHAR</i>
<i>ch? = right_arrow</i>

- konvence pojmenovávání komponent

vstup : ?,
výstup : !



Z dekorace

operace nad stavy používají se dvě kopie *stavu*:

- stav před operací,
- stav po operaci.

State

$a : A$

$b : B$

P

State'

$a' : A$

$b' : B$

$P[a'/a, b'/b]$



Z operace

OperationA

State

State'

...

Δ *State*

State

State'

OperationB

Δ *State*

...



Příklad schéma I

Dokument může být zamknut za účelem změny v daném časovém okamžiku pouze jednou osobou.

relace je parciální funkcí.

Documents

checked_out : *DOCUMENT* \rightarrow *PERSON*

checked_out \subseteq *permission*

Možný stav systému:

checked_out = {
 (*design*, *doug*)
 (*spec*, *doug*)
 (*code*, *phil*)
}



Příklad schéma II

První operace měnicí stav:

CheckOut

$\Delta Documents$

$p? : PERSON$

$d? : DOCUMENT$

$d? \notin \text{dom } checked_out$

$(d?, p?) \in permission$

$checked_out' = checked_out \cup \{(d?, p?)\}$

Vstupní podmínky - predikáty, které neobsahují čárkované proměnné.



Příklad schéma III

Případy, kdy vstupní podmínka není splněna:

- dokument je již zamknut:

<i>CheckedOut</i>
$\exists Documents$
$d? : DOCUMENT$
$d? \in \text{dom } checked_out$

- osoba nemá povolení:

<i>Unauthorized</i>
$\exists Documents$
$p? : PERSON$
$d? : DOCUMENT$
$(d?, p?) \notin permission$



Příklad schéma IV

Celá operace pokrývá všechny tři možnosti:

$$T_CheckOut \hat{=} CheckOut \vee CheckedOut \vee Unauthorized$$



Dokazování ve výrokové logice - princip

- Výrok $p \wedge q$.
- K dokázání $p \wedge q$, jak p tak i q se musí dokázat.
- Za předpokladu platnosti $p \wedge q$ víme, že p musí být pravdivé, rovněž q musí být pravdivé.
- Shrnutí:

$$\frac{p \quad q}{p \wedge q} \quad [\wedge - \text{intro}]$$

$$\frac{p \wedge q}{p} \quad [\wedge - \text{elim1}]$$

$$\frac{p \wedge q}{q} \quad [\wedge - \text{elim2}]$$



Dokazování ve výrokové logice - inference

Inferenční pravidlo obecně

$$\frac{\textit{premiss}_1 \cdots \textit{premiss}_n}{\textit{conclusion}} \quad [\textit{name}]$$



Literatura I



Jonathan Jacky.

The Way of Z: Practical Programming with Formal Methods.
Cambridge University, 1997.



Jim Woodcock and Jim Davies.

Using Z: Specification, Refinement, and Proof.
Prentice Hall, 1996.



JAPE demonstration

cd Radek/Papers/TestSemTAB

- ① run jape
- ② /File/Select top theory
- ③ JAPEHOME/EXAMPLES/SCS.jt
- ④ Prove
- ⑤ select the main window
- ⑥ by pointing apply the translation rules
- ⑦ quit JAPE with no saving

