

# Formální Metody a Specifikace (LS 2011)

## Přednáška 7:

### Formální metody pro kyber-fyzikální systémy

Stefan Ratschan, Tomáš Dzetkulič

Katedra číslicového návrhu  
Fakulta informačních technologií  
České vysoké učení technické v Praze

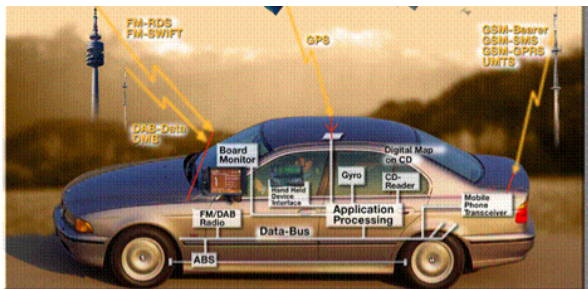
1. duben 2011



# Vestavěné systémy

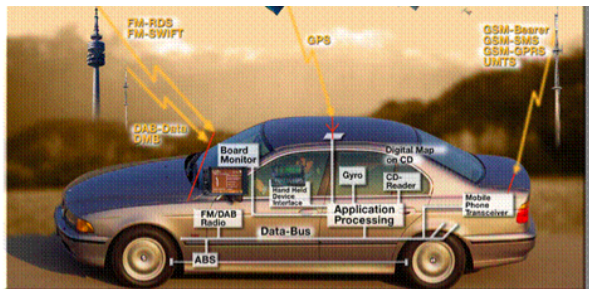
# Vestavěné systémy

Převážná **většina** všech **mikroprocesorů** se nevyskytuje v desktop počítačích ale **vestavěná v technických systémech** (např. ve vlacích, autech, robotech, ve Vaší pračce)



# Vestavěné systémy

Převážná **většina** všech **mikroprocesorů** se nevyskytuje v desktop počítačích ale **vestavěná v technických systémech** (např. ve vlacích, autech, robotech, ve Vaší pračce)



**Náklady** na elektroniku v autech brzy víc než **50%** (Zpráva pro Evropskou komisi, 2005)

# Další integrace

Tradiční vestavěné systémy:

Výpočetní technika řídí fyzikální systém,  
**jasná hranice** mezi obojí.

# Další integrace

Tradiční vestavěné systémy:

Výpočetní technika řídí fyzikální systém,  
*jasná hranice* mezi obojí.

Víc a víc:

*Těsná a všudypřítomná integrace* mezi  
výpočetními a fyzikálními komponenty:

*Kyber-fyzikální systémy (cyber-physical systems)*

# Správnost kyber-fyzikálních systémů

Nejen těsná integrace mezi výpočetními a fyzikálními komponenty,  
ale i těsná **integrace** do každodenního **lidského života**.

# Správnost kyber-fyzikálních systémů

Nejen těsná integrace mezi výpočetními a fyzikálními komponenty,  
ale i těsná **integrace** do každodenního **lidského života**.

Selhání může ohrožovat lidský život (např. letadla)



# Správnost kyber-fyzikálních systémů

Nejen těsná integrace mezi výpočetními a fyzikálními komponenty,  
ale i těsná **integrace** do každodenního **lidského života**.

Selhání může ohrožovat lidský život (např. letadla)

**Správnost** nepostradatelná (*safety-critical systems*)

Např. Airbus, velká část nákladů: Zabezpečení správnosti vestavěného kódu

# Správnost kyber-fyzikálních systémů

Nejen těsná integrace mezi výpočetními a fyzikálními komponenty,  
ale i těsná **integrace** do každodenního **lidského života**.

Selhání může ohrožovat lidský život (např. letadla)

**Správnost** nepostradatelná (*safety-critical systems*)

Např. Airbus, velká část nákladů: Zabezpečení správnosti vestavěného kódu

Obrovský zájem i o nejmenší zlepšení zabezpečení správnosti

# Návrh a testování kyber-fyzikálních systémů

Další problém: Izolovaný software můžeme snadno testovat.

# Návrh a testování kyber-fyzikálních systémů

Další problém: Izolovaný software můžeme snadno testovat.

Ale: Jak otestujeme letadlo, jadernou elektrárnou?

# Návrh a testování kyber-fyzikálních systémů

Další problém: Izolovaný software můžeme snadno testovat.

Ale: Jak otestujeme letadlo, jadernou elektrárnou?

Problémy:

- ▶ Testování probíhá na fyzikálním systému: drahé, nebezpečné.
- ▶ Můžeme testovat jen konečný,  
a v praxi velmi malý počet možných situací.

# Návrh a testování kyber-fyzikálních systémů

Další problém: Izolovaný software můžeme snadno testovat.

Ale: Jak otestujeme letadlo, jadernou elektrárnou?

Problémy:

- ▶ **Testování** probíhá na **fyzikálním systému**: drahé, nebezpečné.
- ▶ Můžeme testovat jen **konečný**,  
a v praxi velmi **malý počet** možných **situací**.
- ▶ **Chyby** se najdou **pozdě**, musíme zopakovat drahé postupy.

# Návrh a testování kyber-fyzikálních systémů

Další problém: Izolovaný software můžeme snadno testovat.

Ale: Jak otestujeme letadlo, jadernou elektrárnou?

Problémy:

- ▶ **Testování** probíhá na **fyzikálním systému**: drahé, nebezpečné.
- ▶ Můžeme testovat jen **konečný**,  
a v praxi velmi **malý počet** možných **situací**.
- ▶ **Chyby** se najdou **pozdě**, musíme zopakovat drahé postupy.
- ▶ **Zdlouhavý** postup (*time to market*).

# Model based design

- ▶ Co nejdřívejší **používání modelů** konečného produktu *příklad*



# Model based design

- ▶ Co nejdřívejší **používání modelů** konečného produktu *příklad*
- ▶ **Souběžný** vývoj fyzikálního systému a software

# Model based design

- ▶ Co nejdřívejší **používání modelů** konečného produktu *příklad*
- ▶ **Souběžný** vývoj fyzikálního systému a software
- ▶ **Hledání chyb** už **v modelu**

# Model based design

- ▶ Co nejdřívejší **používání modelů** konečného produktu *příklad*
- ▶ **Souběžný** vývoj fyzikálního systému a software
- ▶ **Hledání chyb** už **v modelu**
- ▶ **Automatizace** práce s modelem (např. simulace, testování)

# Model based design

- ▶ Co nejdřívejší **používání modelů** konečného produktu *příklad*
- ▶ **Souběžný** vývoj fyzikálního systému a software
- ▶ **Hledání chyb** už **v modelu**
- ▶ **Automatizace** práce s modelem (např. simulace, testování)

Následky:

- ▶ Testování modelů **levnější** než testování konkrétního výrobku.

# Model based design

- ▶ Co nejdřívejší **používání modelů** konečného produktu *příklad*
- ▶ **Souběžný** vývoj fyzikálního systému a software
- ▶ **Hledání chyb** už **v modelu**
- ▶ **Automatizace** práce s modelem (např. simulace, testování)

Následky:

- ▶ Testování modelů **levnější** než testování konkrétního výrobku.
- ▶ **Chyby** se najdou **brzy** (a nemusíme zopakovat drahé postupy).

# Model based design

- ▶ Co nejdřívejší **používání modelů** konečného produktu *příklad*
- ▶ **Souběžný** vývoj fyzikálního systému a software
- ▶ **Hledání chyb** už **v modelu**
- ▶ **Automatizace** práce s modelem (např. simulace, testování)

Následky:

- ▶ Testování modelů **levnější** než testování konkrétního výrobku.
- ▶ **Chyby** se najdou **brzy** (a nemusíme zopakovat drahé postupy).
- ▶ Větší **paralelizace** postupu, výrobek rychleji na trhu.

# Model based design

- ▶ Co nejdřívejší **používání modelů** konečného produktu *příklad*
- ▶ **Souběžný** vývoj fyzikálního systému a software
- ▶ **Hledání chyb** už **v modelu**
- ▶ **Automatizace** práce s modelem (např. simulace, testování)

Následky:

- ▶ Testování modelů **levnější** než testování konkrétního výrobku.
- ▶ **Chyby** se najdou **brzy** (a nemusíme zopakovat drahé postupy).
- ▶ Větší **paralelizace** postupu, výrobek rychleji na trhu.
- ▶ Formální **důkazy správnosti** modelů.

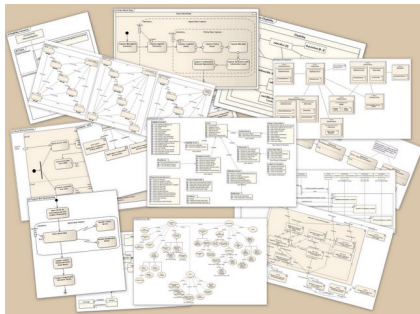
# Modely kyber-fyzikálních systémů

Musíme modelovat i

- ▶ výpočetní procesy, i
- ▶ fyzikální systém.

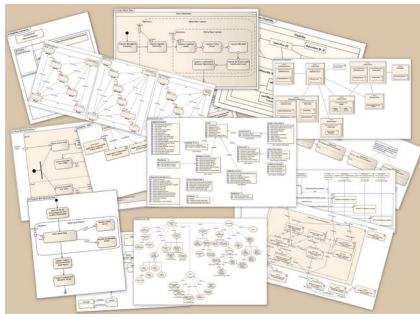


# Modely výpočetních procesů



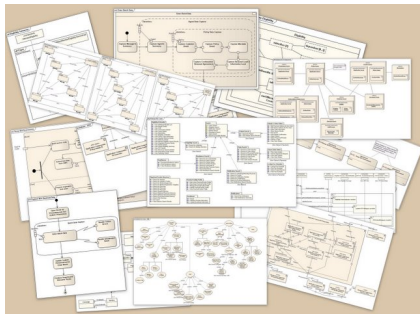
UML (unified modeling language)

# Modely výpočetních procesů



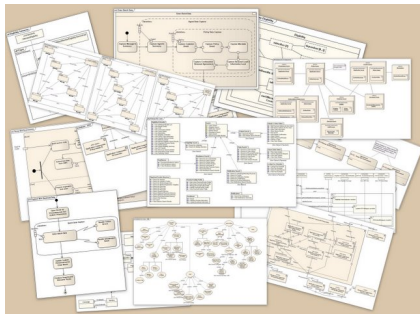
UML (unified modeling language),  
konečné automaty

# Modely výpočetních procesů



UML (unified modeling language),  
konečné automaty, C++

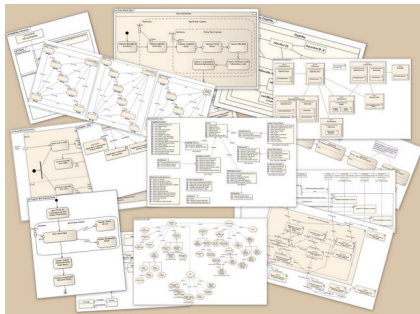
# Modely výpočetních procesů



UML (unified modeling language),  
konečné automaty, C++

- Tradiční předmět **informatiky**

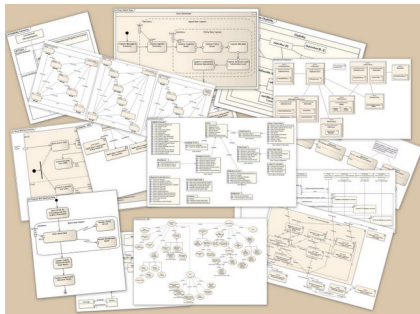
# Modely výpočetních procesů



UML (unified modeling language),  
konečné automaty, C++

- ▶ Tradiční předmět **informatiky**
- ▶ **Základní objekty**: konečné množiny, celá čísla, pole, seznamy a podobné datové struktury (**diskrétní**)

# Modely výpočetních procesů



UML (unified modeling language),  
konečné automaty, C++

- ▶ Tradiční předmět **informatiky**
- ▶ **Základní objekty**: konečné množiny, celá čísla, pole, seznamy a podobné datové struktury (**diskrétní**)
- ▶ **Typické chyby**: Array overflow, dělení nulou, ne-terminace

# Modely fyzikálních procesů

$$\dot{x}_1 = x_1^2 - x - 2$$

$$\dot{x}_2 = \sin x_1$$

$$\dot{x}_3 = x_1 + x_2$$

# Modely fyzikálních procesů

$$\dot{x}_1 = x_1^2 - x - 2$$

$$\dot{x}_2 = \sin x_1$$

$$\dot{x}_3 = x_1 + x_2$$

- ▶ Tradiční předmět řídicí techniky, fyziky, a matematiky



# Modely fyzikálních procesů

$$\dot{x}_1 = x_1^2 - x - 2$$

$$\dot{x}_2 = \sin x_1$$

$$\dot{x}_3 = x_1 + x_2$$

- ▶ Tradiční předmět **řídící techniky, fyziky, a matematiky**
- ▶ **Základní objekty:** reálná čísla, ... (spojité, nespočetné)

# Modely fyzikálních procesů

$$\dot{x}_1 = x_1^2 - x - 2$$

$$\dot{x}_2 = \sin x_1$$

$$\dot{x}_3 = x_1 + x_2$$

- ▶ Tradiční předmět **řídící techniky, fyziky, a matematiky**
- ▶ **Základní objekty:** reálná čísla, ... (spojité, nespočetné)
- ▶ **Typické chyby:** Dosažení nebezpečných stavů, nedosažený cílového stavu.

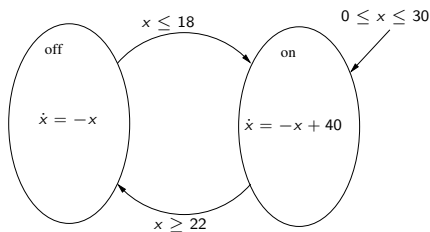
# Hybridní modely

Problém: **oddělené modely** fyzikálních a výpočetních procesů **nestačí**  
(vzájemný vliv)

# Hybridní modely

Problém: **oddělené modely** fyzikálních a výpočetních procesů **nestačí** (vzájemný vliv)

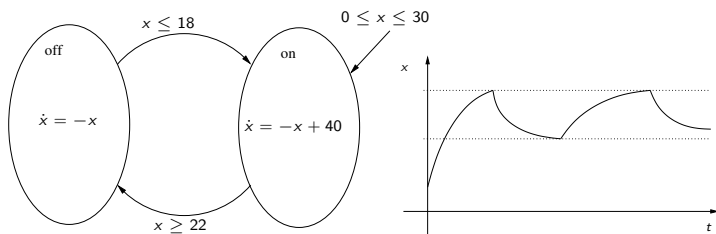
Např.: Termostat



# Hybridní modely

Problém: **oddělené modely** fyzikálních a výpočetních procesů **nestačí** (vzájemný vliv)

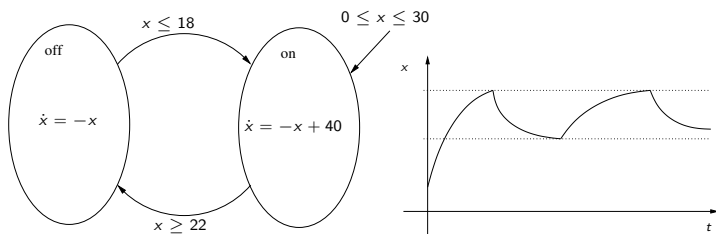
Např.: Termostat



# Hybridní modely

Problém: **oddělené modely** fyzikálních a výpočetních procesů **nestačí** (vzájemný vliv)

Např.: Termostat



Hybridní systém.

# Hybridní systémy: další příklady

Občas, fyzikální systém sám má částečně diskrétní povahu.

Například:

- ▶ fyzikální kontakt: míč

# Hybridní systémy: další příklady

Občas, fyzikální systém sám má částečně diskrétní povahu.

Například:

- ▶ fyzikální kontakt: míč
- ▶ diskrétní zařízení v systému: vypínač, řadicí páka



# Hybridní systémy: další příklady

Občas, fyzikální systém sám má částečně diskrétní povahu.

Například:

- ▶ fyzikální kontakt: míč
- ▶ diskrétní zařízení v systému: vypínač, řadicí páka
- ▶ diskrétní modelování: linearizace

# Hybridní systémy: další příklady

Občas, fyzikální systém sám má částečně diskrétní povahu.

Například:

- ▶ fyzikální kontakt: míč
- ▶ diskrétní zařízení v systému: vypínač, řadicí páka
- ▶ diskrétní modelování: linearizace

Občas se spojitost vyskytuje už v čistě výpočetních procesech:

- ▶ požadavky na reálný čas: protokoly (po 9.8 sekundách, udělej ...)
- ▶ výpočet spojitých výstupů: hudba, simulace spojitých jevů
- ▶ spojitá abstrakce výpočetních systémů

# Hybridní systémy: popis na základě logických formulí

Konečná množina *módů* (např. {off, on})

# Hybridní systémy: popis na základě logických formulí

Konečná množina *módů* (např. {off, on})

Speciální proměnná *mode*

nabývající hodnotu z *těchto módů* (viz. čítač programu)

# Hybridní systémy: popis na základě logických formulí

Konečná množina **módů** (např. {off, on})

Speciální proměnná *mode*

nabývající hodnotu z **těchto módů** (viz. čítač programu)

Konečná množina **proměnných** nabývajících **reálné hodnoty**  
(např. modelování teploty).

# Hybridní systémy: popis na základě logických formulí

Konečná množina **módů** (např. {off, on})

Speciální proměnná *mode*

nabývající hodnotu z **těchto módů** (viz. čítač programu)

Konečná množina **proměnných** nabývajících **reálné hodnoty**  
(např. modelování teploty).

**Popis** systému, **logické formule** s těmito predikáty a proměnnými:

# Hybridní systémy: popis na základě logických formulí

Konečná množina **módů** (např. {off, on})

Speciální proměnná *mode*

nabývající hodnotu z **těchto módů** (viz. čítač programu)

Konečná množina **proměnných** nabývajících **reálné hodnoty** (např. modelování teploty).

**Popis** systému, **logické formule** s těmito predikáty a proměnnými:

- ▶ *Jump* (např.  $[mode = \text{off} \wedge x \geq 10] \Rightarrow [mode' = \text{on} \wedge x' = 0]$ )  
viz. přechodová podmínka programů

# Hybridní systémy: popis na základě logických formulí

Konečná množina **módů** (např. {off, on})

Speciální proměnná *mode*

nabývající hodnotu z **těchto módů** (viz. čítač programu)

Konečná množina **proměnných** nabývajících **reálné hodnoty** (např. modelování teploty).

**Popis** systému, **logické formule** s těmito predikáty a proměnnými:

- ▶ *Jump* (např.  $[mode = \text{off} \wedge x \geq 10] \Rightarrow [mode' = \text{on} \wedge x' = 0]$ )  
viz. přechodová podmínka programů
- ▶ *Flow* (např.  
 $[mode = \text{off} \Rightarrow \dot{x} = x \sin(x) + 1] \wedge [mode = \text{on} \Rightarrow \dots]$ )



# Hybridní systémy: popis na základě logických formulí

Konečná množina **módů** (např.  $\{\text{off}, \text{on}\}$ )

Speciální proměnná *mode*

nabývající hodnotu z **těchto módů** (viz. čítač programu)

Konečná množina **proměnných** nabývajících **reálné hodnoty** (např. modelování teploty).

**Popis** systému, **logické formule** s těmito predikáty a proměnnými:

- ▶ *Jump* (např.  $[mode = \text{off} \wedge x \geq 10] \Rightarrow [mode' = \text{on} \wedge x' = 0]$ )  
viz. přechodová podmínka programů
- ▶ *Flow* (např.  
 $[mode = \text{off} \Rightarrow \dot{x} = x \sin(x) + 1] \wedge [mode = \text{on} \Rightarrow \dots]$ )

Podobně jako u programů můžeme na základě toho definovat  
jestli systém může udělat **krok ze stavu *s* do stavu *s'***.

# Vývoj hybridních systémů

$s \rightarrow s'$  pokud

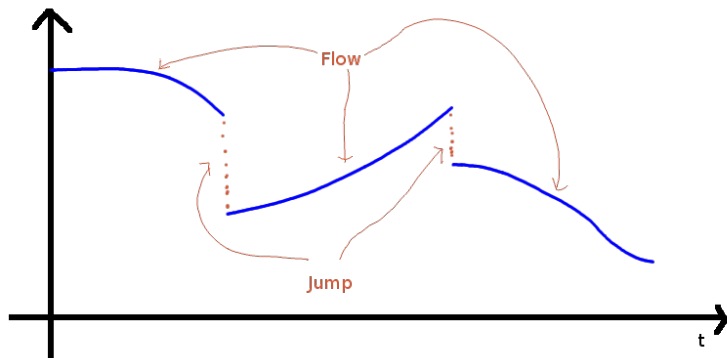
- ▶  $s, s'$  splňují formuli *Jump*, nebo
- ▶ je možný spojitý vývoj podle *Flow*.

# Vývoj hybridních systémů

$s \rightarrow s'$  pokud

- ▶  $s, s'$  splňují formuli *Jump*, nebo
- ▶ je možný spojitý vývoj podle *Flow*.

Opět: systém může vykonat libovolný počet takovýchto kroků ( $\rightarrow^*$ )



# Specifikace chování

Podobně jako u programů můžeme specifikovat  
**žádané chování** hybridních systémů:

# Specifikace chování

Podobně jako u programů můžeme specifikovat

**žádané chování** hybridních systémů:

- ▶ *Init* (e.g.,  $mode = \text{firstgear} \wedge 0 \leq x \wedge x \leq 10$ )

# Specifikace chování

Podobně jako u programů můžeme specifikovat

**žádané chování** hybridních systémů:

- ▶ *Init* (e.g.,  $mode = \text{firstgear} \wedge 0 \leq x \wedge x \leq 10$ )
- ▶ *Safe* (např.  $x \geq 8000$ )

# Specifikace chování

Podobně jako u programů můžeme specifikovat

**žádané chování** hybridních systémů:

- ▶ *Init* (e.g.,  $mode = \text{firstgear} \wedge 0 \leq x \wedge x \leq 10$ )
- ▶ *Safe* (např.  $x \geq 8000$ )

A můžeme se zeptat jestli to **systém splňuje**, tj. pokud

- ▶ začíná v stavu splňujícím *Init*, a
- ▶ dělá libovolný počet kroků podle  $\rightarrow$  (tj. *Jump*, a *Flow*)

bude vždy splňovat *Safe*?

# Ověřování omezené správnosti hybridních systémů

Podobně jako u programů, můžeme zakódovat

**správnost** během **omezeného počtu kroků** do logické formule:

$$\neg \exists v_1, \dots, v_n . [Init(v_1) \wedge \bigwedge_{i=1, \dots, n-1} \Phi_H[v \leftarrow v_i, v' \leftarrow v_{i+1}] \wedge \neg Safe(v_n)]$$

Tady,  $\Phi_H$  zakóduje že systém dělá jeden krok:

$$Jump \vee \Phi_{Flow},$$

přičemž **Jump** je přímo z popisu hybridního systému,

ale  $\Phi_{Flow}$  je **složitá** formule

(nad-aproximace diferenciálních rovnic  
na základě Taylorových polynomů).



# Ověřování omezené správnosti hybridních systémů

Podobně jako u programů, můžeme zakódovat

**správnost** během **omezeného počtu kroků** do logické formule:

$$\neg \exists v_1, \dots, v_n . [Init(v_1) \wedge \bigwedge_{i=1, \dots, n-1} \Phi_H[v \leftarrow v_i, v' \leftarrow v_{i+1}] \wedge \neg Safe(v_n)]$$

Tady,  $\Phi_H$  zakóduje že systém dělá jeden krok:

$$Jump \vee \Phi_{Flow},$$

přičemž ***Jump*** je přímo z popisu hybridního systému,

ale  **$\Phi_{Flow}$**  je **složitá** formule

(nad-aproximace diferenciálních rovnic  
na základě Taylorových polynomů).

Celá formule je formulí v **teorií reálných čísel**,  
a můžeme je dokázat příslušnou rozhodující procedurou.

# Ověřování omezené správnosti hybridních systémů

Podobně jako u programů, můžeme zakódovat

**správnost** během **omezeného počtu kroků** do logické formule:

$$\neg \exists v_1, \dots, v_n . [Init(v_1) \wedge \bigwedge_{i=1, \dots, n-1} \Phi_H[v \leftarrow v_i, v' \leftarrow v_{i+1}] \wedge \neg Safe(v_n)]$$

Tady,  $\Phi_H$  zakóduje že systém dělá jeden krok:

$$Jump \vee \Phi_{Flow},$$

přičemž ***Jump*** je přímo z popisu hybridního systému,

ale  **$\Phi_{Flow}$**  je **složitá** formule

(nad-aproximace diferenciálních rovnic  
na základě Taylorových polynomů).

Celá formule je formulí v **teorii reálných čísel**,

a můžeme je dokázat příslušnou rozhodující procedurou.

Tudíž: **Automatický důkaz omezené správnosti** hybridních systémů.

# Implementace správného systému

Správnost modelu nutně neznamená **správnost konečného produktu**

# Implementace správného systému

Správnost modelu nutně neznamená **správnost konečného produktu**

Může se stát i **pro software** pro který máme důkaz správnosti.

Proč?

# Implementace správného systému

Správnost modelu nutně neznamená **správnost konečného produktu**

Může se stát **i pro software** pro který máme důkaz správnosti.

Proč?

Chybný překladač, chybný operační systém, chybný čip atd..

# Neomezená správnost

Ve našem výzkumu vyvíjíme metody které umí ověřovat správnost hybridních systémů přes **neomezený počet kroků**.

# Neomezená správnost

Ve našem výzkumu vyvíjíme metody které umí ověřovat  
správnost hybridních systémů přes **neomezený počet kroků**.

`http://hsolver.sourceforge.net`

# Neomezená správnost

Ve našem výzkumu vyvíjíme metody které umí ověřovat  
správnost hybridních systémů přes **neomezený počet kroků**.

`http://hsolver.sourceforge.net`

Demo



# Neomezená správnost

Ve našem výzkumu vyvíjíme metody které umí ověřovat  
správnost hybridních systémů přes **neomezený počet kroků**.

`http://hsolver.sourceforge.net`

Demo

Příští přednáška: **neomezená správnost programů**.