

Cvičení 1. (Master theorem) Vyřešte následující rekurence.

(a) $T(n) = 2 T(n/3) + 1$

(g) $T(n) = T(n-1) + 2$

(b) $T(n) = 5 T(n/4) + n$

(h) $T(n) = T(n-1) + n^c$, kde $c \geq 1$ je konstanta

(c) $T(n) = 7 T(n/7) + n$

(i) $T(n) = T(n-1) + c^n$, kde $c > 1$ je konstanta

(d) $T(n) = 9 T(n/3) + n^2$

(j) $T(n) = 2 T(n-1) + 1$

(e) $T(n) = 8 T(n/2) + n^3$

(k) $T(n) = T(\sqrt{n}) + 1$

(f) $T(n) = 49 T(n/25) + n^{3/2} \log n$

(l) $T(n) = \sqrt{n} T(\sqrt{n}) + 1$

Nápověda: (k) Zkuste substituci $S(m) = T(2^m)$. Substituce je korektní, protože 2^m je rostoucí funkce.

Správnost algoritmů (částečná)

Dokažte správnost následujících algoritmů:

Cvičení 2.

VSTUP: celá čísla a, b

$a := b + 3$

if $b > 10$ **then**

$b := a + b$

return b

Cvičení 3. celočíselné násobení (nelze použít operátor \cdot)

VSTUP: kladná celá čísla a, b

VÝSTUP: $a \cdot b$

$mezivysledek := b$

for $i := 2$ **to** a **do**

$mezivysledek := mezivysledek + b$

return $mezivysledek$

Cvičení 4. $DFS(G)$

Cvičení 5. $reverse(S)$ – obrácení řetězce S . Předpokládejme syntaxi: prázdný řetězec – "", funkce $head(X)$ – první znak ze zadaného řetězce, funkce $tail(X)$ – řetězec bez prvního znaku.

procedure $reverse(S)$

$X := S$

while $(X <> "")$ **do**

$Y := head(X).Y$

$X := tail(X)$

return Y

Binární vyhledávání v setříděném poli

Máme pole P obsahující n přirozených čísel setříděných od nejmenšího po největší. Chtěli bychom zjistit, jestli pole obsahuje číslo x .

```
VSTUP: pole  $P$ , číslo  $x$ 
VÝSTUP: TRUE/FALSE
dolni = 1
horni =  $n$ 
while horni  $\geq$  dolni do
    stred =  $\lfloor (\text{dolni} + \text{horni})/2 \rfloor$ 
    if  $x = P[\text{stred}]$  then
        return TRUE
    else if  $x < P[\text{stred}]$  then
        horni = stred - 1
    else
        dolni = stred + 1
return FALSE
```

Domácí úkol 1. Dokažte (pomocí Master Theoremu), že toto řešení má složitost $O(\log n)$.

Domácí úkol 2. Dokažte správnost tohoto řešení.