

1. Házíme hrací kostkou. Určete pravděpodobností těchto jevů:

- a) A při jednom hodu padne šestka; $\frac{1}{6}$
- b) B při jednom hodu padne sudé číslo; $\frac{1}{2}$
- c) C při dvou hodech padnou obě šestky; $\frac{1}{36}$
- d) D při dvou hodech padnou stejné počty ok; $\frac{1}{6}$
- e) E při dvou hodech padne alespoň jednou šestka; $\frac{11}{36}$
- f) F při dvou hodech padne právě jednou šestka; $\frac{5}{18}$

2. V osudí máme b bílých koulí a c černých koulí, které jsou nerozlišitelné. Určete pravděpodobnosti uvedených jevů:

- a) A náhodně vyjmutá koule je bílá. $\frac{b}{b+c}$
- b) B vybíráme jednu po druhé a poslední, která v osudí zbyde je černá. $\frac{c}{b+c}$
- c) C vyjmeme kouli, vrátíme zpátky a opět vyjmeme kouli. Obě koule mají bílou barvu. $\left(\frac{b}{b+c}\right)^2$
- d) D vyjmeme kouli, odložíme stranou a vyjmeme další kouli. Obě mají černou barvu. $\frac{c(c-1)}{(b+c)(b+c-1)}$
- e) E vyjmeme kouli, vrátíme zpátky a opět vyjmeme kouli. Obě koule mají stejnou barvu. $\frac{b^2+c^2}{(b+c)^2}$
- f) F vyjmeme kouli, odložíme stranou a vyjmeme další kouli. Obě mají rozdílnou barvu. $\frac{2bc}{(b+c)(b+c-1)}$

3. Píšeme náhodně tři cifry. Určete pravděpodobnosti těchto jevů:

(Úlohu řešte ve dvou variantách: číslo může být libovolné, nebo * číslo nesmí začínat nulou.)

- a) A Cifry jsou navzájem různé. 0,72
- b) B Právě dvě cifry jsou stejné. 0,27
- c) C Cifry jsou všechny stejné. 0,01

Poznamenejme, že ovšem platí: $P(A) + P(B) + P(C) = 1$.

4. Dva střelci střílí dvakrát na terč. První jej zasahuje s pravděpodobností p_1 a druhý s p_2 . Vítězí ten, kdo má více zásahů. Vypočtěte pravděpodobnosti možných výsledků. Vyčíslete jednotlivé pravděpodobnosti pro hodnoty

- a) $p_1 = 0,9$, $p_2 = 0,85$; b) $p_1 = 0,9$, $p_2 = 0,8$.

$$P_1 = p_1^2(1-p_2)^2 + 2p_1^2p_2(1-p_2) + 2p_1(1-p_1)(1-p_2)^2$$

$$P_2 = p_2^2(1-p_1)^2 + 2p_2^2p_1(1-p_1) + 2p_2(1-p_2)(1-p_1)^2$$

$$P_x = p_1^2p_2^2 + 4p_1p_2(1-p_1)(1-p_2) + (1-p_1)^2(1-p_2)^2.$$

$$\text{a) } P_1 = 0,2289, \quad P_2 = 0,1398, \quad P_x = 0,6314;$$

$$\text{b) } P_1 = 0,2988, \quad P_2 = 0,1248, \quad P_x = 0,5764.$$

5. Mezi součástkami je 3% vadných. Ze skupiny 100 součástek jich náhodně vybereme 15. Jaké jsou pravděpodobnosti P_k jevů, že ve vybrané skupině je k , $k = 0, 1, 2, 3$ vadných součástek.

$$P_k = \frac{\binom{3}{k} \binom{97}{15-k}}{\binom{100}{15}}, \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$P_0 \doteq 0,61; \quad P_1 \doteq 0,33; \quad P_2 \doteq 0,06; \quad P_3 \doteq 0,003.$$

6. Student zná odpověď na 20 otázek z 25. Náhodně si vytáhne 3 otázky. Jaké jsou pravděpodobnosti toho, že zodpoví 3, 2, 1 či žádnou otázku.

Řešení:

$$P_3 \doteq 0,5; \quad P_2 \doteq 0,4; \quad P_1 \doteq 0,09; \quad P_0 \doteq 0,01.$$

7. Máme domluvenou schůzku mezi 12 a 13 hodinou, na kterou oba přicházíme náhodně a čekáme nejvýše 10 minut. Určete jaká je pravděpodobnost P_s , že dojde k setkání. Jaká bude tato pravděpodobnost P_s^* , pokud čeká pouze jeden.

$$\text{Použijte geometrickou pravděpodobnost. } P_s = \frac{11}{36}; \quad P_s^* = \frac{11}{72}$$

8. Náhodně volíme čísla x a y z intervalu $(0, 1)$. Jaká je pravděpodobnost náhodného jevu $A = \{x + y \leq 1 \wedge xy \leq \frac{2}{9}\}$.

$$\text{Použijte geometrickou pravděpodobnost. } P(A) = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} \ln 2$$