

# Y36SAP-7

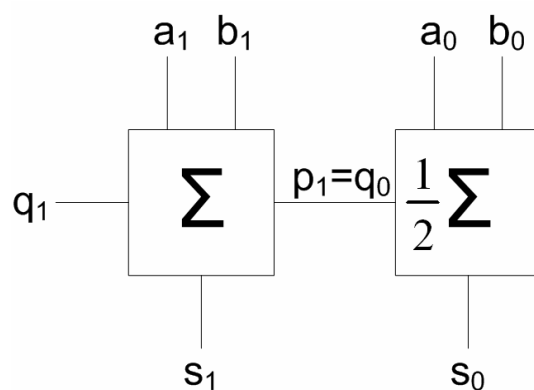
Aritmetické obvody  
paralelní sčítačka/odčítačka  
obvody pro posuvy

2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

1

## Paralelní sčítačka



$$\begin{aligned} S &= A + B \\ A &= \dots a_2 a_1 a_0 \\ B &= \dots b_2 b_1 b_0 \end{aligned}$$

2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

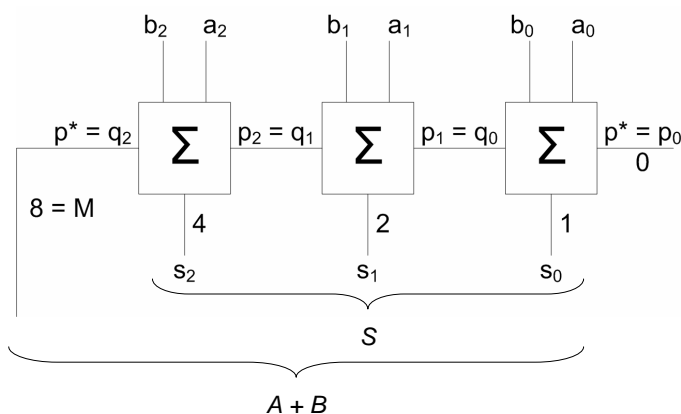
2

## Sčítačka pro nezáporná čísla

$S = A + B$  .... jen někdy

$A = \dots a_2 a_1 a_0$

$B = \dots b_2 b_1 b_0$



2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

3

## Sčítačka pro nezáporná čísla

- $p_i$  .... přenos do řádu  $i$  ..... *carry*
- $q_i$  .... přenos z řádu  $i$
- $M = 8 = 2^3 = 1000_2 = (111 + 1)_2$

$$S = \begin{cases} A + B & \text{je-li } q^* = 0 \\ A + B - M & \text{je-li } q^* = 1 \end{cases}$$

- *zde:*  $q^*_2$  .... přeplnění ..... *overflow*

2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

4

## Odčítání pro nezáporná čísla - opakování

pozorování na příkladu  $M=1000$ ,  $\epsilon=1$ :

$$B=101 \quad \bar{B}=010$$

$$B + \bar{B} = 111 = 1000 - 1 = M - 1$$

$$-B = \bar{B} + 1 - M$$

$$A - B = \bar{A} + B + 1 - M$$

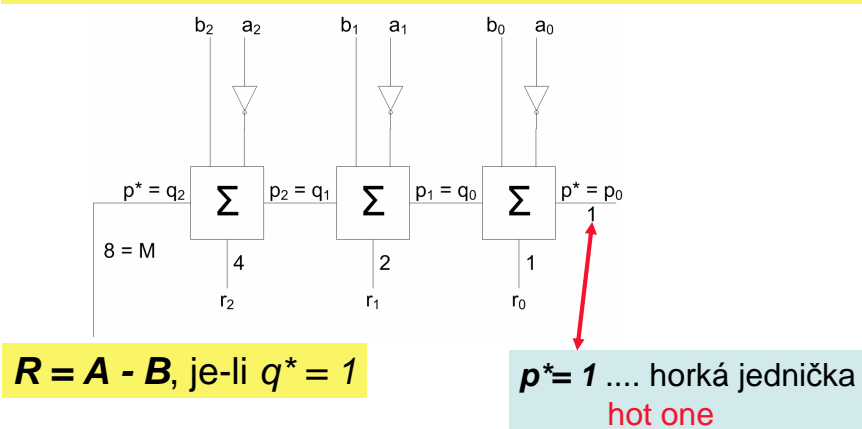
Abychom dostali správný výsledek  
– musíme mít možnost odečíst modul ....  
Musí vyjít přenos !!

2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

5

## Odčítačka pro nezáporná čísla



2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

6

## Odčítání

- sčítání .... přenos  $q^*$  .....carry
- odčítání .... výpůjčka  $v^*$  .....borrow

$$\overline{q^*} = v^*$$

$q^* = 1$	$\Leftrightarrow$	$v^* = 0$	$\Leftrightarrow$	$A - B \geq 0$
$q^* = 0$	$\Leftrightarrow$	$v^* = 1$	$\Leftrightarrow$	$A - B < 0$

## Sčítačka-odčítačka pro nezáporná čísla

- složitější řízení, protože detekce přeplnění záleží na operaci
- sčítání ... přeplnění (zde přenos) pro  $q^*=1$
- odčítání .... přeplnění (zde výpůjčka) pro  $v^*=1, q^*=0$
- nakreslit na tabuli

## Operace s čísli se znaménkem

- Nejpoužívanější číselné kódy:
  - **přímý**
  - **aditivní**
  - **doplňkový**
- **přímý kód** - zpracovává se zvlášť znaménko a zvlášť absolutní hodnota .... nezáporné číslo

2008-Kubátová

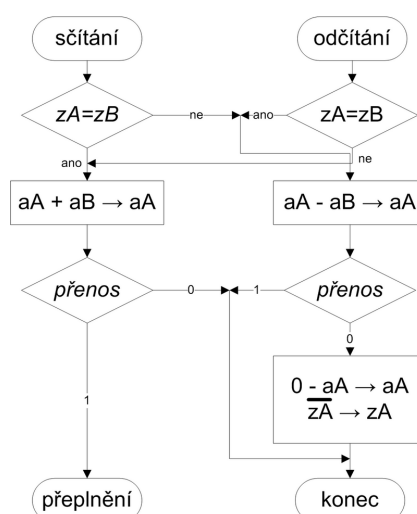
Y36SAP-aritmetický hardware

9

## Sčítání a odčítání v přímém kódu

- $A + B, A - B$ ,  
výsledek ulož do A
- kde
  - $A \sim (zA, aA)$ ,
  - $B \sim (zB, aB)$
  - z** – znaménko
  - a** – absolutní hodnota

vývojový diagram ... sekvence  
řídících signálů ... sekvenční  
obvod ... řadič



2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

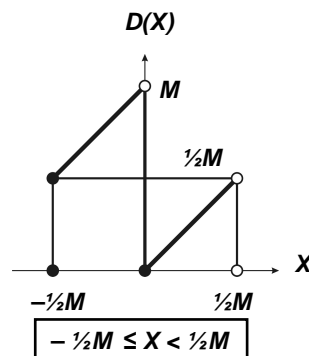
10

## Doplňkový kód

Definice:  $D(X) = \begin{cases} X, & \text{je-li } X \geq 0 \\ M + X, & \text{je-li } X < 0 \end{cases}$

Příklad – napsat všechna 3 bitová čísla  
( $M = 1000$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $l = 3$ )

$X$	$D(X)$
0	0 0 0
1	0 0 1
2	0 1 0
3	0 1 1
-4	1 0 0
-3	1 0 1
-2	1 1 0
-1	1 1 1



Znaménko je určeno prvním bitem zleva,  
ale tento bit je organickou součástí obrazu !!!

2008-Kubátová

AP-aritmetický hardware

11

## Sčítání a odčítání v doplňkovém kódu

		$D(A) + D(B)$	$D(A + B)$
1	$A \geq 0 \ B \geq 0$	$A + B$	$A + B$
2	$A \geq 0 \ B < 0$ $A < 0 \ B \geq 0$	$A + B + M$	$\begin{cases} A + B \\ A + B + M \end{cases}$
3	$A < 0 \ B < 0$	$A + B + M + M$	$A + B + M$

$$D(A + B) = \begin{cases} D(A) + D(B) \\ D(A) + D(B) - M \end{cases}$$

Sečtou se obrazy a ignoruje se přenos !!!

Příklady – viz tabule a cvičení

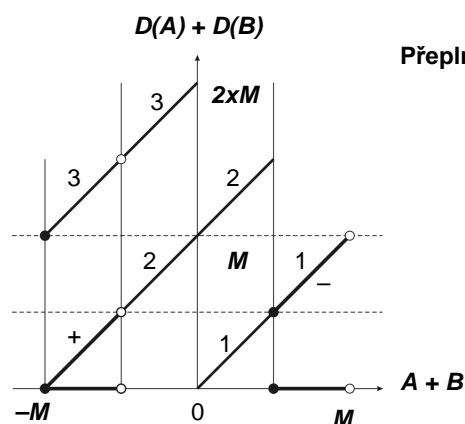
2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

12

## Přeplnění

Přeplnění (overflow) není přenos (carry) !!!!!



Přeplnění:

$\begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array}$	+	$\begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array}$	$\rightarrow$	$\begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array}$	+	$\begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array}$	$\rightarrow$	$\begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array}$

2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

13

## Odčítání v doplňkovém kódu

Příklad pro 3 bitová nezáporná čísla (opakování):

$$B=101 \quad \bar{B}=010$$

$$B + \bar{B} = 111 = 1000 - 1 = M - 1$$

$$-B = \bar{B} + 1 - M$$

V doplňkovém kódu:

$$A - B = A + \bar{B} + 1 - M$$

$$A - B = A + (-B)$$

$$D(B) + D(-B) = B + (-B) + M = M$$

$$D(-B) = M - D(B)$$

$$D(-B) = \overline{D(B)} + 1$$

Správný výsledek – musím mít možnost odečíst modul, Musí vyjít přenos !!

$$A - B = D(A) + \overline{D(B)} + 1$$

detekce přeplnění je stejná jako u sčítání!!!

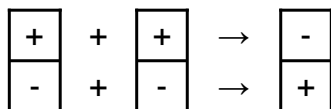
2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

14

## Sčítačka-odčítačka v doplňkovém kódu (včetně detekce přeplnění)

Přeplnění:



tzn. v nejvyšším řádu sčítačky bude:

$a=0 \ b=0 \ s=1$

nebo

$a=1 \ b=1 \ s=0$

$p \neq q$

$$over = p \oplus q$$

nebo také:

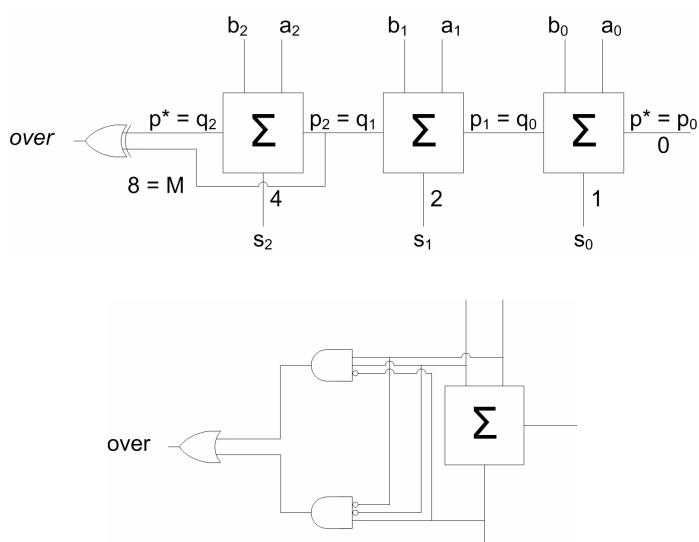
$$over = \bar{a}\bar{b}s + ab\bar{s}$$

$s_i$	a	b	p	q	S
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
2	0	1	0	0	1
3	0	1	1	1	0
4	1	0	0	0	1
5	1	0	1	1	0
6	1	1	0	1	0
7	1	1	1	1	1

2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

15



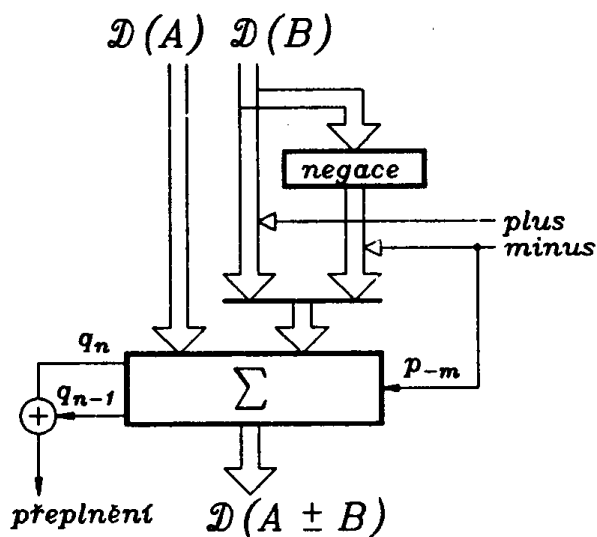
2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

16

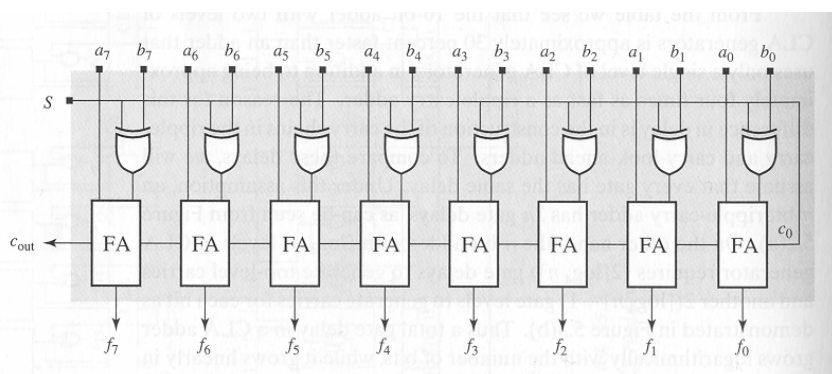


## Sčítačka-odčítačka v doplňkovém kódu (včetně detekce přeplnění)



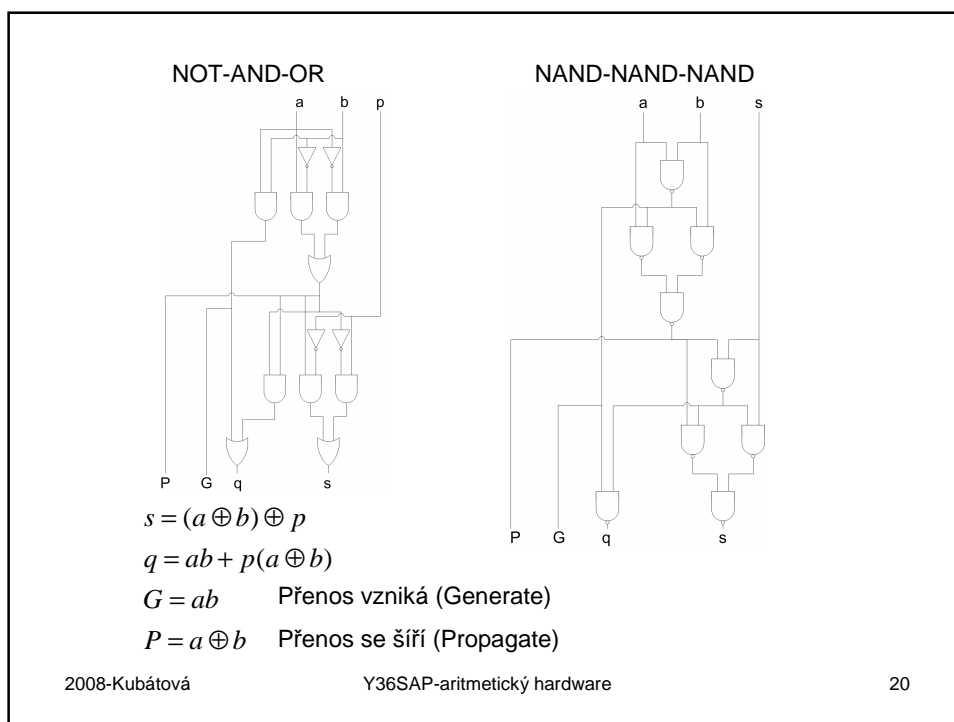
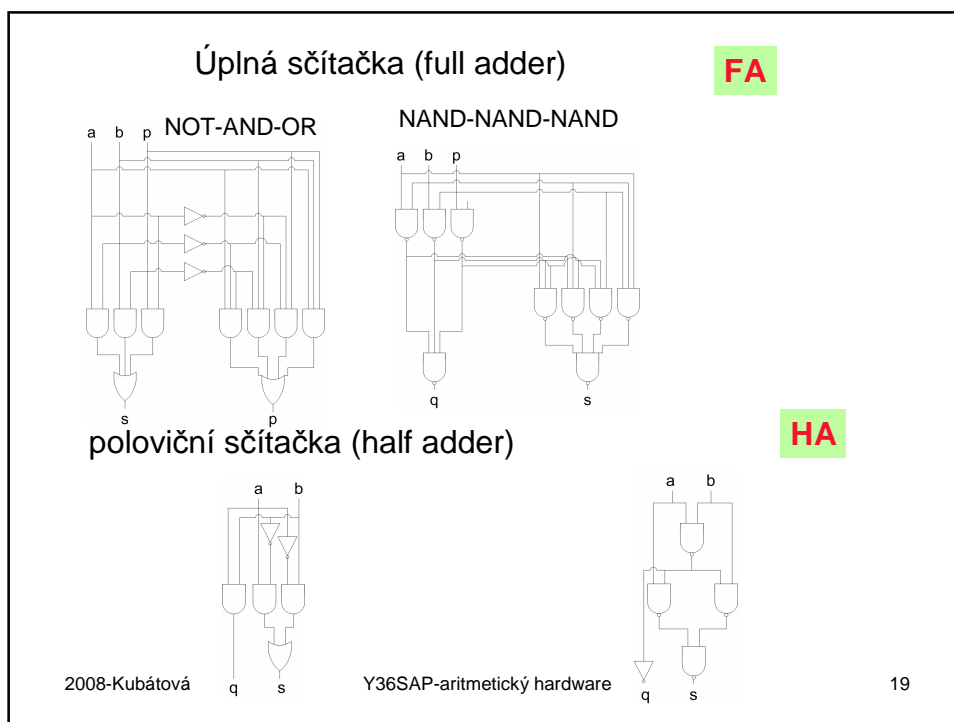
17

## Sčítačka-odčítačka v doplňkovém kódu – 8 bitová

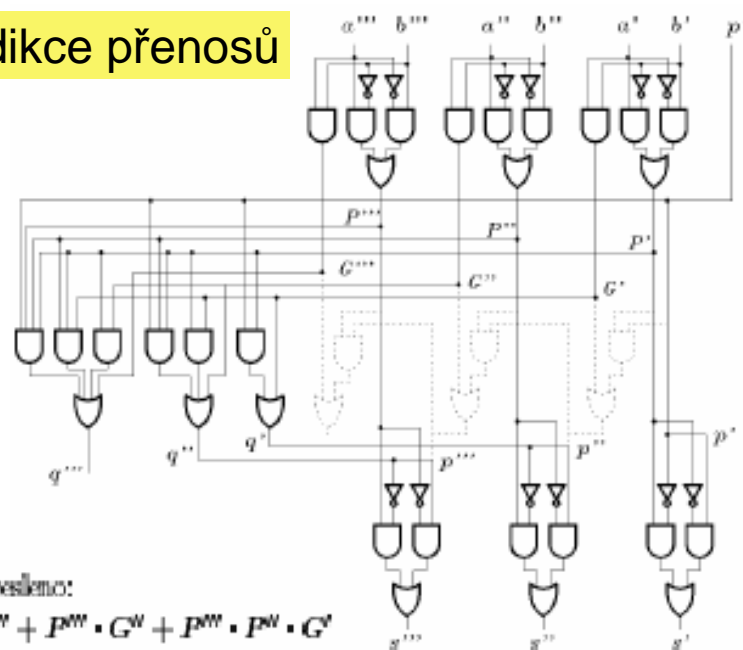


$S = 1$  ... odčítej (subtract)  
 $c_{out}$  ... přenos (Carry)  
 $c_0$  ... horká jednička  
 over .. přetečení (overflow) zde není zakresleno

18



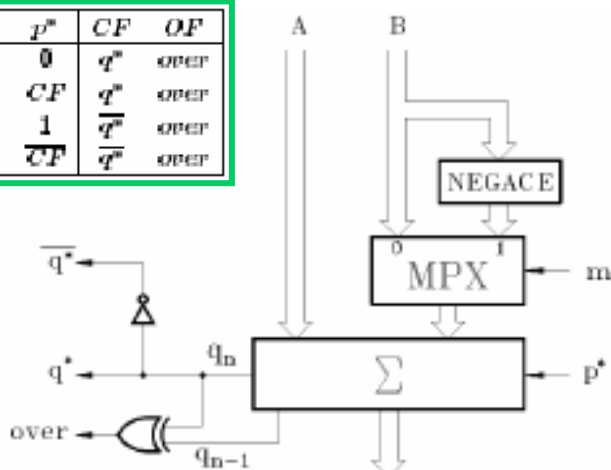
## Predikce přenosů



21

## Sčítačka-odčítačka v procesoru

	<i>m</i>	<i>p</i> <sup>W</sup>	<i>CF</i>	<i>OF</i>
<b>ADD</b>	0	0	<i>q</i> <sup>W</sup>	<i>over</i>
<b>ADC</b>	0	<i>CF</i>	<i>q</i> <sup>W</sup>	<i>over</i>
<b>SUB</b>	1	1	$\overline{q}^W$	<i>over</i>
<b>SBB</b>	1	$\overline{CF}$	$\overline{q}^W$	<i>over</i>

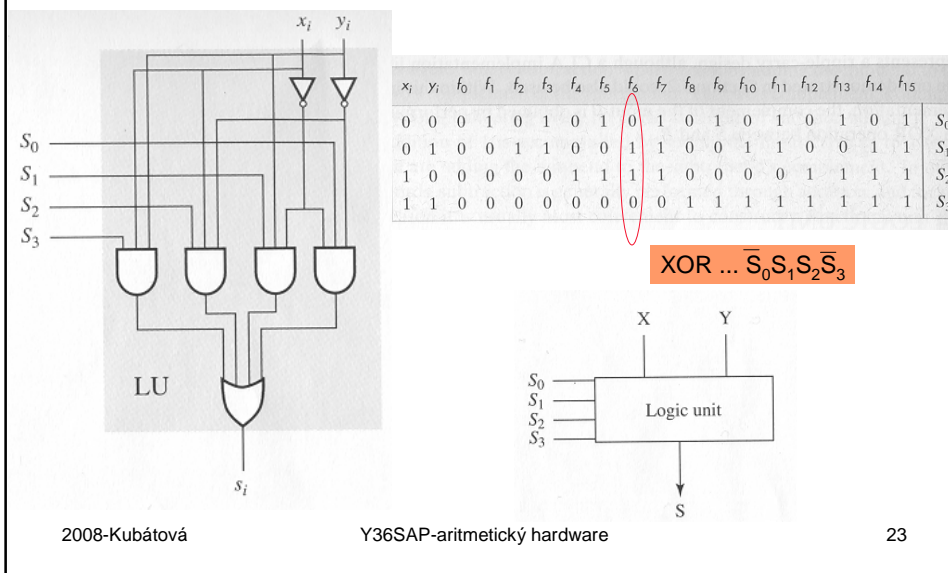


2008-Kubátová

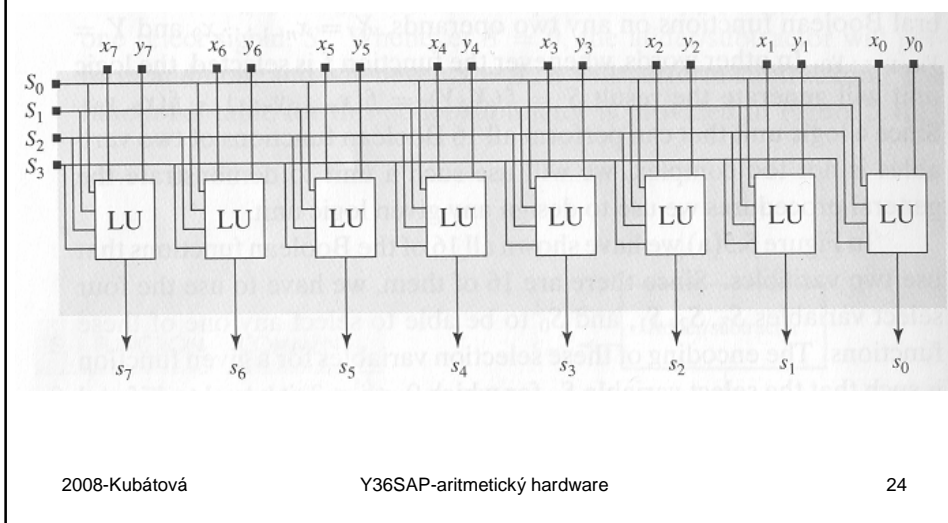
Y36SAP-aritmetický hardware

22

## (A)LU - logická jednotka



## ALU - logická jednotka – 8 bitová



## Rozšíření řádové mřížky v doplňkovém kódu

$$\mathcal{D}(X) = \begin{cases} X \\ X + M \end{cases} \quad \mathcal{D}'(X) = \begin{cases} X \\ X + N \end{cases}$$

$M$  a  $N$  ... moduly řádových mřížek:  $M < N$

$$\mathcal{D}'(X) = \mathcal{D}(X) + \begin{cases} 0 & \text{pro } X \geq 0 \\ N - M & \text{pro } X < 0 \end{cases}$$

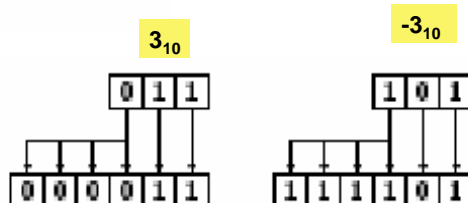
znaménkové rozšíření  
*sign extension*

$$M = 2^m, N = 2^n \implies N - M = 2^n - 2^m$$

$$N - M = (2^{n-m} - 1) \cdot 2^m$$

### Příklad

$M = 1000_2$  ... 3bitová čísla  
 $N = 1000000_2$  ... 6bitová čísla  
 $N - M = 111000_2$



2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

25

## Posuvy

Problémy:

$$A \times 2^k = A \ll k$$

$$A : 2^k = A \gg k$$

- vypadávají některé bity (číslíce)
- co uložit na uvolněná místa
- logický posuv ... ignoruje se/nuly
- cyklický posuv ... vypadávající číslice se ve stejném pořadí nasunou na uvolněná místa
- aritmetický posuv ... detekce přeplnění nebo ztráty přesnosti/výsledek má odpovídat přísl. násobení nebo dělení

2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

26

## Aritmetický posuv doplňkovém kódu

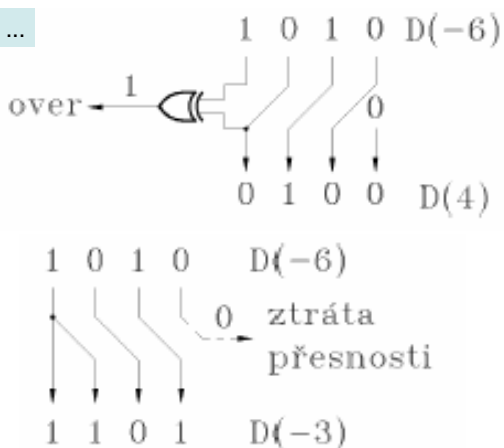
posuv vlevo ... násobení 2, 4, ...

$$A \ll = A \times 2 = A + A$$

posuv vpravo ... dělení 2, 4, ...

$$A \gg 1 - \text{opak } A \ll 1$$

$$\begin{aligned} 001,01 \times 100 &= 101,00 \\ 101,00 : 100 &= 001,01 \end{aligned}$$



2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

27

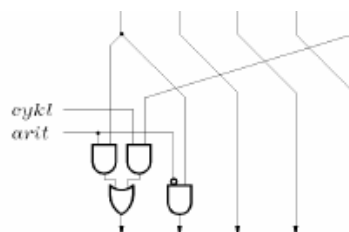
## Obvody pro posuv (*shifters*)

princip posuvů o jedno místo vpravo (bez detekce):

**PŘÍMÝ KÓD**



arit	cykl	
0	0	logický
0	1	cyklický
1	0	aritmetický
1	1	???



2008-Kubátová

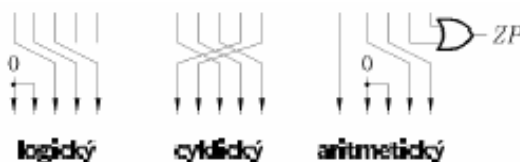
Y36SAP-aritmetický hardware

28

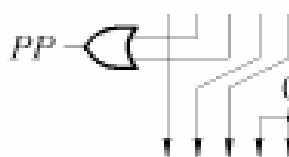
## Obvody pro posuv

posuvy o dvě místa vpravo s detekcí ztráty přesnosti pro aritmetický posuv

### PŘÍMÝ KÓD



aritmetický posuv o dvě místa vlevo  
s detekcí přeplnění *PP*



2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

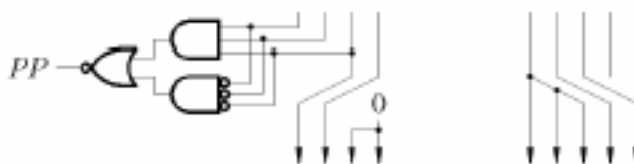
29

## Obvody pro posuv

### DOPLŇKOVÝ KÓD

aritmetický posuv o dvě místa vlevo  
s detekcí přeplnění *PP*

aritmetický posuv o dvě místa  
vpravo bez detekce *ZP*

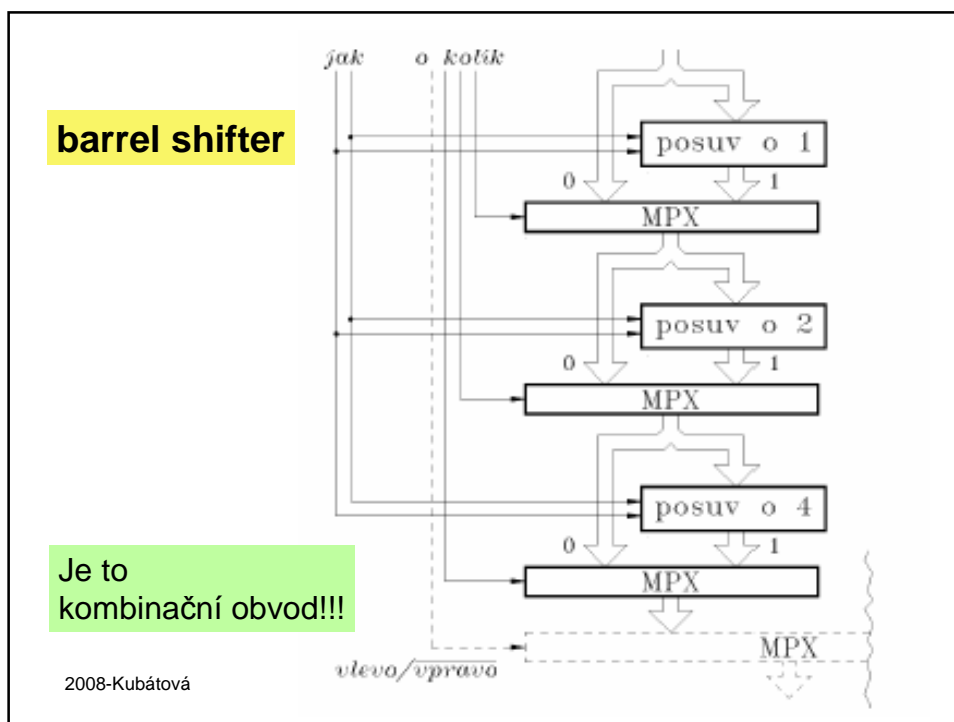


Příklad: 1110 ...o 2 vlevo, tj. krát 4 .... 1000

2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

30



## Příklad

Logický posuv čtyřbitového čísla o 0 až 3 bity vpravo podle dvou řídicích vstupů a, b

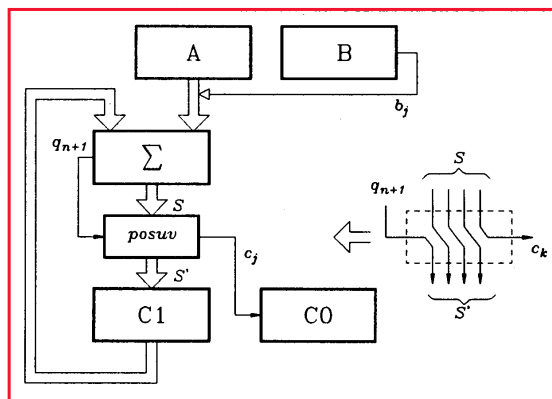
o_ kolik	0	1	2	3
ba	00	01	10	11

**Řešení**  
2 x MUX (2 krát 4 vstupy) + vodiče viz tabule



## Násobení

$$\begin{array}{r}
 A \times B = C \\
 111 \times 101 = 100011 \\
 \hline
 000 \quad \downarrow\downarrow\downarrow \\
 111 \quad \leftarrow \\
 0111 \\
 \hline
 000 \quad \leftarrow \\
 0011 \\
 \hline
 111 \quad \leftarrow \\
 1000
 \end{array}$$



2008-Kubátová

33

## Dělení

$$101 : 110 = 0,110$$

podíl

$$\begin{array}{r}
 -110 \\
 \hline
 -1 \rightarrow 0,
 \end{array}$$

návrat

$$\begin{array}{r}
 +110 \\
 \hline
 1010
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -110 \\
 \hline
 1000 \rightarrow 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -110 \\
 \hline
 1000 \rightarrow 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -110 \\
 \hline
 -10 \rightarrow 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 +110 \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

zbytek

návrat

návrat přes nulu ... restaurace  
nezáporného zbytku  
pomocná operace obnovující  
původní dílčí zbytek pro  
následující odčítání

2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

34

## Dělení bez návratu přes nulu (bez restaurace nezáporného zbytku)

$$\begin{array}{r}
 101 : 110 = 0,110 \\
 - \underline{110} \quad \rightarrow 0. \\
 + \quad \underline{110} \\
 1000 \rightarrow 1 \\
 - \quad \underline{110} \\
 100 \rightarrow 1 \\
 - \quad \underline{110} \\
 -10 \rightarrow 0 \\
 + \quad \underline{110} \\
 100
 \end{array}$$

podíl

návrat

zbytek

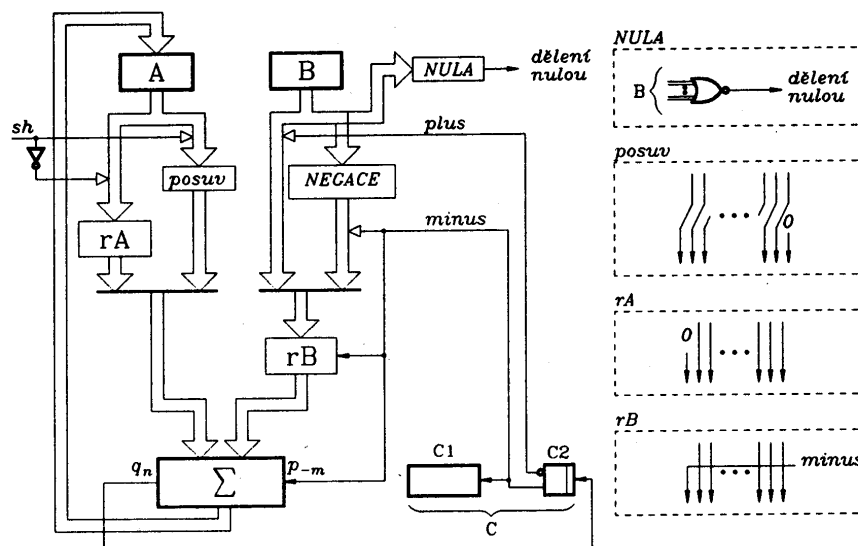
návrat jen v posledním kroku je-li zbytek záporný a jen v případě, když je potřeba správný zbytek

2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

35

## Dvojková dělička bez návratu přes nulu



2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

36

## Desítkové kódy

zobrazení desítkových číslic

k-bitové kódy ...  $2^k \geq 10$  ...  $k \geq 4$

	BCD	+3	2421	8,4,2,-1
0	0000	0011	0000	0000
1	0001	0100	0001	0111
2	0010	0101	0010	0110
3	0011	0110	0011	0101
4	0100	0111	0100	0100
5	0101	1000	1011	1011
6	0110	1001	1100	1010
7	0111	1010	1101	1001
8	1000	1011	1110	1000
9	1001	1100	1111	1111

2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

37

## sčítačka v kódu BCD (jednomístná desítková)

**a,b** .. číslice sčítanců

**s** ... číslice součtu

**p** .. přenos s nižšího řádu

**q** .. přenos do vyššího řádu

označme  **$y = a + b + p$**  ... pak pro  **$y \geq 10$**  má být  **$q = 1$**

hledáme vztah mezi **y** a **s** ... **korekce -10** pro  **$q = 1$**

$$-10 = -16 + 6$$

**Př.  $3+2+0 \dots 05$  ... 0 0101**

**$5+6+1 \dots 12$  ... 0 1100+**0110** ... 1 0010**

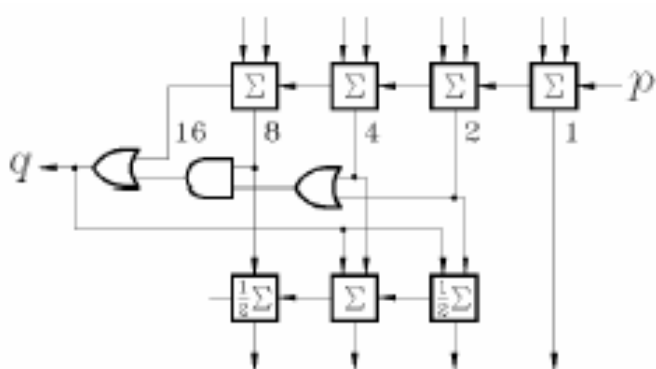
**$8+9+0 \dots 17$  ... 1 0001+**0110** ... 1 0111**

2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

38

## sčítačka v kódu BCD (jednomístná desítková)



2008-Kubátová

Y36SAP-aritmetický hardware

39