

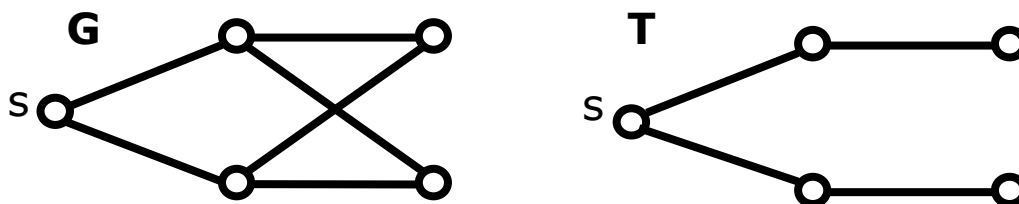
## Kontrolní úlohy pro týdny 3 a 4

### Poznámky:

- a) Při zasílání řešených úloh přednášejícímu se zaměřte především na řešení úloh zdůrazněných tučným fontem, ostatní úlohy řešte pouze “pro sebe”.
- b) Úlohy, které jste nedokázali vyřešit, neváhejte konzultovat na prosemináři, na cvičení nebo na osobní konzultaci s vyučujícím.

- 3.1 Navrhněte algoritmus topologického očíslování hran acyklického orientovaného grafu.**
- 3.2 Zdůvodněte, proč pro testování acykličnosti (resp. hledání topologického uspořádání uzlů) orientovaného grafu stačí vypouštět jenom kořeny (nebo jenom listy).
- 3.3 Je topologické uspořádání uzlů (hran) orientovaného grafu určeno jednoznačně ?
- 3.4 Kolika různými způsoby lze orientovat úplný neorientovaný graf o  $n$  uzlech  $K_n$  tak, aby byl výsledný graf acyklický ?**
- 3.5 Popište strukturu obyčejného orientovaného grafu s  $n$  uzly, který má pro danou hodnotu  $k$  ( $1 \leq k \leq n-1$ ) přesně  $k! \cdot (n-k)!$  různých topologických uspořádání uzlů.**
- 3.6 Popište strukturu grafu binární relace, která je reflexivní (resp. symetrická, antisymetrická, asymetrická, tranzitivní, ireflexivní).
- 3.7 Jak se z matice incidence neorientovaného grafu určí množina sousedů zadaného uzlu? Jaká bude časová složitost této operace?
- 3.8 Jak se z matice incidence orientovaného grafu určí množina předchůdců zadaného uzlu? Jaká bude časová složitost této operace?
- 3.9 Přesně popište, jaký bude vztah matice sousednosti (obecného) neorientovaného grafu  $G$  a matice sousednosti grafu  $G'$ , který vznikl nějakou orientací hran grafu  $G$ .
- 3.10 V jakém orientovaném grafu bude  $r$ -tá mocnina  $V^r$  matice sousednosti  $V$  obsahovat počty různých orientovaných cest mezi jednotlivými uzly ?**
- 3.11 Jak se z matice sousednosti neorientovaného grafu určí množina sousedů zadaného uzlu? Jaká bude časová složitost této operace?
- 3.12 Jak se z matice sousednosti orientovaného grafu určí množina předchůdců zadaného uzlu? Jaká bude časová složitost této operace?
- 3.13 Navrhněte algoritmus převodu matice incidence  $A$  neorientovaného grafu na jeho matici sousednosti  $V$ .**
- 3.14 Navrhněte algoritmus převodu matice sousednosti  $V$  orientovaného grafu na jeho matici incidence  $A$ .**
- 3.15 Změní se nějak chování či výsledek algoritmu BFS, pokud příkaz na řádce 12 umístíme bezprostředně za řádek 6?
- 3.16 Jak budou výsledky algoritmu BFS (tzn. vytvořený BFS-strom a hodnoty  $d[u]$ ) ovlivněny změnou pořadí uzlů v seznámech sousedů ?
- 3.17 Změní se nějak složitost algoritmu BFS, pokud namísto spojové reprezentace použijeme  $k$  vyjádření struktury grafu jeho matici incidence  $A$  (resp. matici sousednosti  $V$ ) ?**

- 3.18 **Zdůvodněte, proč nelze následující strom  $T$  získat jako BFS-strom při prohledání grafu  $G$  do šířky pro žádné uspořádání uzlů v seznamech sousedů uzlů, přestože strom  $T$  představuje jeden z možných stromů nejkratších cest z uzlu  $s$  do všech ostatních uzlů.**



- 3.19 Jak vypadá neorientovaný graf, jehož BFS strom má při libovolném uspořádání uzlů v seznamu sousedů tvar hvězdice ?
- 3.20 **Upravte algoritmus BFS tak, aby určoval počet a strukturu (tj. skupiny uzlů) jednotlivých komponent neorientovaného grafu.**
- 4.1 **Vysvětlete na příkladu, že je možné, aby uzel  $u$  orientovaného grafu skončil při prohledání do hloubky jako jediný uzel nějakého dílčího DF-stromu, přestože do  $u$  vcházejí i z něho vycházejí hrany.**
- 4.2 Navrhněte obecný postup orientace hran neorientovaného grafu, jehož výsledkem bude acyklický orientovaný graf.
- 4.3 Upravte algoritmus procházení neorientovaného (resp. orientovaného) grafu do hloubky tak, aby generoval všechny cesty (resp. orientované cesty) vycházející ze zadaného počátečního uzlu  $s$ .
- 4.4 **Navrhněte algoritmus časové složitosti  $O(|U|+|H|)$ , který pro zadaný acyklický orientovaný graf určí počet (nikoliv nutně strukturu) všech orientovaných cest (délky alespoň 1) v tomto grafu.**
- 4.5 **Navrhněte algoritmus časové složitosti  $O(|U|)$ , který zjistí, zda je zadaný neorientovaný graf stromem.**
- 4.6 **Při procházení orientovaného grafu  $G$  do hloubky byla zjištěna existence hran všech čtyř typů (tj. stromové, zpětné, dopředné i příčné). Pro které z následujících vlastností lze z této skutečnosti odvodit nějaký závěr a jaký? a) souvislost b) silná souvislost c) acykličnost**
- 4.7 Jaký je hlavní rozdíl algoritmů BFS a DFS pro obecné grafy a algoritmů pro systematický průchod kořenových stromů?