

Y O I P S T

Pravděpodobnost a matematická statistika - tématické okruhy a otázky ke zkoušce

Tématické okruhy

Pravděpodobnost: Náhodné jevy a struktura jevového pole. Definice a základní vlastnosti pravděpodobnosti. Podmíněná pravděpodobnost a nezávislost náhodných jevů. Odvození podmínky pro nezávislost. Odvoďte, zda jsou náhodné jevy A a \bar{A} závislé či nezávislé. Vzorec pro úplnou pravděpodobnost a jeho odvození. Bayesův vzorec.

Náhodná veličina: Distribuční funkce náhodné veličiny a její vlastnosti. Druhy rozdělení a jejich charakteristiky. Hustota a pravděpodobnostní funkce a jejich vlastnosti. Binomické a Poissonovo rozdělení a Poissonova věta a její využití.

Číselné charakteristiky: Střední hodnota, rozptyl a směrodatná odchylka. Vzorce pro výpočet a odvození základních vlastností. Obecné a centrální momenty, koeficienty šikmosti a špičatosti. Kvantil a kvantilová funkce. Robustní charakteristiky, medián, kvantily a mezikvantilová odchylka. Čebyševova nerovnost.

Normální rozdělení: Hustota a distribuční funkce normálního rozdělení a normované normální rozdělení. Vlastnosti kvantilů. Generování hodnot náhodné veličiny se zadaným rozdělením.

Transformace náhodné veličiny: Algoritmus výpočtu hustoty a distribuční funkce po transformaci. Charakteristická funkce a její vztah k momentům.

Náhodný vektor: Sdružené a marginální charakteristiky náhodného vektoru. Závislost a nezávislost náhodných veličin. Koeficienty kovariance a korelace a jejich vlastnosti.

Náhodný výběr: Definice náhodného výběru, výběrový úhrn a výběrový průměr. Jejich rozdělení pro výběr z normálního rozdělení. Centrální limitní věta. Výběrový rozptyl a jeho vlastnosti. Výběrové momenty a jejich využití.

Bodové odhady: Definice odhadu a kritéria pro posouzení kvality. Nestranný a konzistentní odhad. Metody konstrukce odhadů (metoda maximální věrohodnosti a momentová metoda). Princip odvození. Intervalové odhady a jejich konstrukce pro parametry normálního rozdělení.

Testování statistických hypotéz: Strategie testování, chyby 1. a 2. druhu a jejich vztah. Parametrické a neparametrické testy. Testy o střední hodnotě a rozptylu. Testy symetrie. Testy shody rozdělení (Wilcoxonův test, Kolmogorovův-Smirnovův test, test dobré shody). Testy normality a testy nezávislosti.

V písemné části zkoušky bude řešení některé s uvedených úloh pomocí počítače buď v MAPLE nebo v OpenOffice. Při řešení můžete využívat studijních materiálů, které si přinesete.

Pro úlohy z pravděpodobnosti je možné výpočty (sčítání řad, derivování a integrování) provádět na počítači.

Při ústní zkoušce budete interpretovat získané výsledky a zdůvodňovat výběr metody řešení.

Ukázky otázek ke zkoušce

Odvoďte: Náhodné jevy A a B jsou nezávislé právě když je $P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$.

Čemu se rovná $P(A \cup B)$.

Ukažte, že jsou-li náhodné jevy A a B nezávislé, jsou nezávislé i jevy \overline{A} a \overline{B} .

Odvoďte vlastnosti střední hodnoty $E(aX + b) = aE(X) + b$.

Odvoďte vlastnosti rozptylu: $D(aX + b) = a^2 D(X)$, $D(X) \geq 0$, $D(X + Y) = ?$.

V jakém vztahu jsou kvantily u_p normovaného normálního rozdělení $N(0, 1)$ a kvantily x_p obecného normálního rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$.

Jak je definován medián a jaké má vlastnosti.

Co je kvartil a mezikvartilová odchylka.

Jak jsou definovány koeficienty šikmosti a špičatosti a jakou vlastnost rozdělení můžeme poznat z jejich hodnot.

Jaké vlastnosti má výběrový úhrn \tilde{X} , výběrový průměr \overline{X} a výběrový rozptyl S^2 .

Odvoďte čemu se rovnají střední hodnoty a rozptyly statistik \tilde{X} , \overline{X} a S^2 .

Jaké rozdělení mají statistiky \tilde{X} a \overline{X} pro normální a pro obecné rozdělení.

Jaké rozdělení má statistika S^2 v případě normálního rozdělení.

Co je bodový odhad parametru rozdělení a kdy je nestranný a kdy konzistentní.

Popište princip metody maximální věrohodnosti.

Popište princip momentové metody hledání bodových odhadů.

Co je intervalový odhad parametru rozdělení a jak jej hledáme. Uveďte odhady střední hodnoty a rozptylu v případě normálního rozdělení.

Strategie testování hypotéz. Co je chyba 1. a 2. druhu. Kterou z nich umíme určit. V jaké jsou vzájemné závislosti.

Parametrické a neparametrické testy. Uveďte jejich příklady.

Co je kritický obor testu a jak jej určíme.

Jaký test zvolíme pro ověření rovnosti středních hodnot.

Jaký test zvolíme pro ověření rovnosti rozptylů

Jaký test zvolíme pro test symetrie rozdělení.

Jaký test zvolíme pro ověření shody rozdělení.

Jaký test zvolíme pro rozhodnutí o typu rozdělení.

Co je histogram, krabicový graf a vrubový krabicový graf.