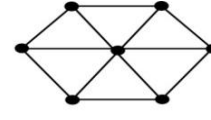
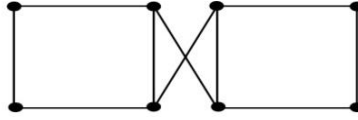
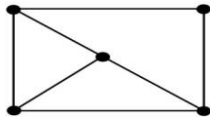


Série de TD 2

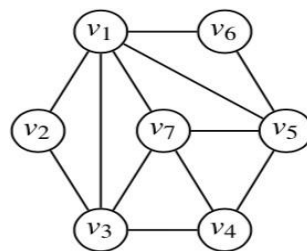
Exercice 1:

Déterminer le nombre chromatique des graphes suivants :



Exercice 2:

Majorez et minez le nombre chromatique de ce graphe :



Problèmes d'incompatibilité

Exercice 3:

On donne un graphe de 7 sommets par sa matrice d'adjacence M ci-dessous. Ce graphe représente les 7 bancs d'un parc et les allées permettant de passer de l'un à l'autre.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. On veut peindre les bancs de façon que deux bancs reliés par une allée soient toujours de couleurs différentes. Donnez un encadrement du nombre minimal de couleurs nécessaire, en justifiant. Déterminez ce nombre.
2. Est-il possible de parcourir toutes les allées de ce parc sans passer deux fois par la même allée ?
3. Est-il possible de parcourir des allées de ce parc en passant à côté de chaque banc exactement une fois ?

Exercice 4:

On désire attribuer des canaux de fréquences radio à six stations. Deux stations distantes de moins de 150 km ne peuvent pas avoir le même canal. Combien faut-il de canaux distincts connaissant les données du tableau ci-dessous, exprimant la distance entre les stations ?

	A	B	C	D	E	F
A	–	85	175	200	50	100
B	–	–	125	175	100	160
C	–	–	–	100	200	250
D	–	–	–	–	210	220
E	–	–	–	–	–	100
F	–	–	–	–	–	–

Exercice 5:

Sept élèves, désignés par A,B,C,D,E,F et G se sont rendus à la bibliothèque aujourd'hui. Le tableau suivant précise « qui à rencontré qui » (la bibliothèque étant petite, deux élèves présents au même moment se rencontrent nécessairement...).

élève	A	B	C	D	E	F	G
a rencontré	D,E	D,E,F,G	E,G	A,B,E	A,B,C,D,F,G	B,E,G	B,C,E,F

De combien de places assises doit disposer la bibliothèque pour que chacun ait pu travailler correctement au cours de cette journée ?

Arbres, arbres couvrants

Exercice 6:

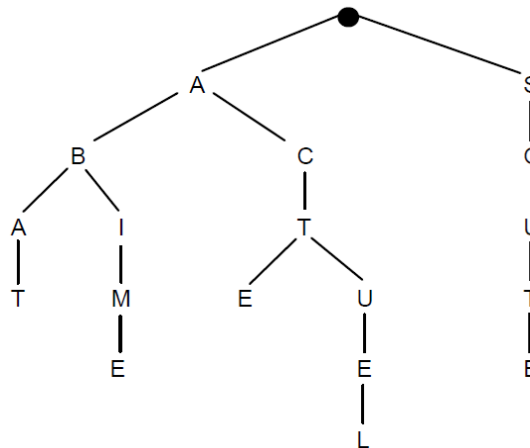
Combien d'arbres différents existe-t-il avec 4 sommets ? avec 5 sommets ? avec 6 sommets ?

Indication : Faire un classement des arbres selon le nombre de feuilles (sommets sans fils).

Exercice 7:

L'arbre ci-dessous code un « dictionnaire » composé des cinq mots ABAT, ABIME, ACTE, ACTUEL et SOUTE.

- On souhaite inclure dans ce dictionnaire le mot SORT. Que devient l'arbre ?
- On souhaite maintenant inclure le mot SOU. Or, le mot SOUTE étant déjà présent, le mot SOU est « déjà construit » dans cet arbre...
 Comment distinguer alors le mot SOU du mot ABI qui, lui, n'appartient pas au dictionnaire ?
- Expliquez comment, à l'aide d'un tel arbre, il est possible de déterminer si un mot donné appartient ou non au dictionnaire.



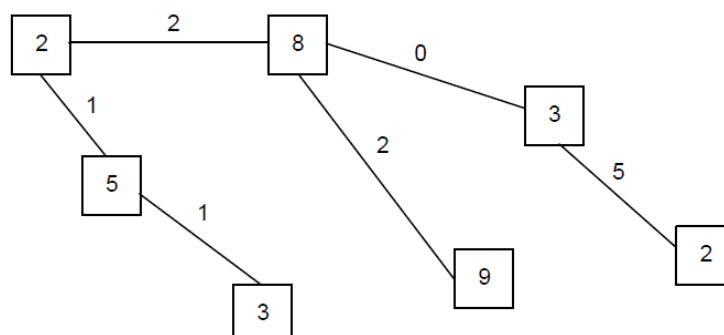
Exercice 8:

Le schéma ci-dessous représente la carte d'un groupe de villages. Les sommets sont des villages et les arêtes des chemins reliant les villages.

Pour chaque village, la valeur du sommet correspond au nombre d'enfants du village en âge d'être scolarisé. Pour chaque chemin reliant deux villages, la valeur correspond au nombre de rivières que doivent traverser les piétons empruntant ce chemin.

On souhaite choisir l'un de ces villages pour y construire une école. Le critère de choix principal est la sécurité : on veut minimiser le nombre de traversées des rivières.

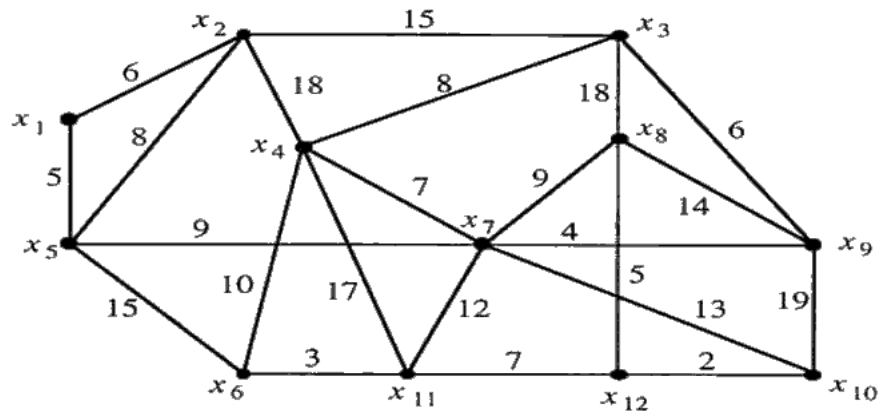
Dans quel village doit-on construire cette école ?



Exercice 9:

Déterminer un arbre couvrant de poids minimum du graphe suivant :

- D'abord à l'aide de l'algorithme de Kruskal
- Puis à l'aide de celui de Prim.

**Exercice 10:**

Trouvez tous les arbres couvrants de poids minimum du graphe ci-après (les chiffres sur les arêtes représentent leur poids).

