



## Recherche Opérationnelle R.O.

**Pr. Abdessamad Kamouss**

**Cycle Ingénieur**  
**ENSAM Casablanca**

# Contenu du module

- 1 Introduction à la recherche opérationnelle
- 2 Programmation linéaire
  - Modélisation en Programmation linéaire
  - Résolution des PL
  - Dualité
  - Post-Optimisation
- 3 Optimisation combinatoire
  - Généralités sur les graphes
  - Parcours eulériens et hamiltoniens des graphes
  - Problème de plus court chemin
  - Problèmes de transport et de flots

# Introduction à la recherche opérationnelle

- 1 Introduction à la recherche opérationnelle
- 2 Programmation linéaire
  - Modélisation en Programmation linéaire
  - Résolution des PL
  - Dualité
  - Post-Optimisation
- 3 Optimisation combinatoire
  - Généralités sur les graphes
  - Parcours eulériens et hamiltoniens des graphes
  - Problème de plus court chemin
  - Problèmes de transport et de flots

# Définitions de la Recherche Opérationnelle

## Définition (Cambridge Dictionary)

Operational research UK (US operations research) The systematic study of how best to **solve problems** in **business and industry**.

## Définition (Wikipedia)

Operational research is the use of **mathematical models**, statistics and **algorithms** to aid in **decision-making**.

## Définition (ROADEF)

Recherche Opérationnelle est une **approche scientifique** pour la résolution de problèmes de **gestion de systèmes complexes**.

# Recherche Opérationnelle - autres définitions

## Définition

La **recherche opérationnelle** est une discipline qui utilise des méthodes **mathématiques** et **algorithmiques** pour analyser des problèmes complexes et optimiser des processus décisionnels.

Elle vise à aider les organisations à prendre des décisions efficaces en modélisant des situations réelles, en évaluant différentes options et en minimisant ou maximisant des critères spécifiques, comme le coût, le temps ou la ressource. Ses applications couvrent divers domaines, tels que la logistique, la finance, la production et la gestion des opérations.

# Un premier problème

## Achat de billets d'avion

Un homme d'affaires doit effectuer 5 voyages entre Casa (**CAS**) et Paris (**PAR**) selon les conditions suivantes :

- Il doit partir le lundi de CAS à PAR et revenir le mercredi de PAR à CAS.
- Un billet aller-retour : 400U.
- Réduction de 20 % si un weekend est inclus.
- Aller simple : 75 % du prix aller-retour.

## Question

**Comment acheter les billets pour les 5 semaines (à prix minimum) ?**

# Un premier problème

## Evaluation des alternatives

### Alternatives

- Acheter 5 CAS-PAR-CAS normaux.

$$5 \times 400 = 2000$$

- Acheter un CAS-PAR, 4 PAR-CAS-PAR comprenant un weekend et un PAR-CAS.

$$0.75 \times 400 + 4 \times 0.8 \times 400 + 0.75 \times 400 = 1880$$

- Acheter un CAS-PAR-CAS pour le lundi de la première semaine et le mercredi de la dernière semaine, et 4 PAR-CAS-PAR comprenant un weekend pour les autres voyages.

$$5 \times 0.8 \times 400 = 1600$$

**La troisième alternative est la meilleure.**

## Voyage sans redondance (Problème de voyageur de commerce)

Un étudiant projette de visiter les campus de trois universités au cours d'un voyage unique, débutant et finissant à l'aéroport de **P**.

- Les trois établissements sont dans les villes de **A**, **B**, et **C**.
- L'étudiant ne veut visiter chaque ville qu'une seule fois.
- On veut maintenir le trajet total le plus court possible.
- Les distances entre les aéroports de ces villes sont données dans la table ci-après :



# Décision binaire

Ville	P	A	B	C
P	-	30	38	73
A	35	-	18	53
B	32	19	-	51
C	79	50	59	-

Table – Les distances de vol inter-aéroports.

## Question

L'objectif ici est de trouver une modélisation mathématique capable de représenter ce problème et ses différentes contraintes tout en permettant d'évaluer et minimiser la distance globale de ce voyage.

# Décision binaire : modélisation

- Puisque n'importe quel trajet consiste en une série de petits déplacements entre deux villes, on numérote les villes comme suit : 1 pour **P**, 2 pour **A**, 3 pour **B** et 4 pour **C**. Ainsi, nous aurons une variable  $x_{1,2}$  égale à 1 si l'étudiant voyage de **P** à **A** au cours de son parcours total et 0 sinon.
- Puisqu'il n'y a pas de voyage d'une ville vers cette même ville, nous avons les contraintes :  $x_{i,i} = 0, i = 1, \dots, 4$
- Chaque ville ne devant être visitée qu'une seule fois, elle ne peut apparaître qu'une seule fois comme ville d'arrivée. Donc pour  $j$  fixé avec  $j = 1, \dots, 4$ ,

$$x_{1,j} + x_{2,j} + x_{3,j} + x_{4,j} = 1$$

d'où :

$$\sum_{i=1}^4 x_{i,j} = 1, j = 1, \dots, 4.$$

# Décision binaire : modélisation

- Puisque la même ville ne peut pas être une source d'un trajet plus qu'une fois, alors on pose la contrainte suivante :

$$\sum_{j=1}^4 x_{i,j} = 1, \quad i = 1, \dots, 4.$$

- Afin d'obtenir un véritable trajet ayant même origine et départ, nous devons rejeter les affectations qui décrivent des groupes déconnectés de petits déplacements comme  $x_{1,2} = x_{2,1} = 1$  ou  $x_{3,4} = x_{4,3} = 1$ , avec toutes les autres variables égales à 0. Nous pouvons forcer ceci avec les contraintes :

$$x_{i,j} + x_{j,i} \leq 1, \quad i = 1, \dots, 4, j = 1, \dots, 4.$$

- On peut décrire la distance totale associé à n'importe quel parcours autorisé par :

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 x_{i,j} a_{i,j}.$$

# Décision binaire

## Voyage sans redondance

Donc la modélisation du problème sera comme suit :

$$\min \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 x_{i,j} a_{i,j}$$

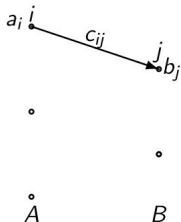
- $x_{i,j} \in 0, 1, i = 1, \dots, 4, j = 1, \dots, 4.$
- $x_{i,i} = 0, i = 1, \dots, 4.$
- $\sum_{i=1}^4 x_{i,j} = 1, j = 1, \dots, 4.$
- $\sum_{j=1}^4 x_{i,j} = 1, i = 1, \dots, 4.$
- $x_{i,j} + x_{j,i} \leq 1, i = 1, \dots, 4, j = 1, \dots, 4.$



# R.O : Applications

## Problème e transport

- de marchandises.
- des entrepôts vers les clients
- coûts de transport, distance sur les arcs
- trouver le meilleur plan de distribution



$$\min \sum c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j \in B} x_{ij} \leq a_i$$

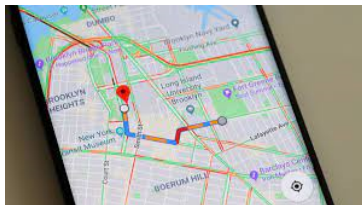
$$\sum_{i \in A} x_{ij} \geq b_j$$

$$x_{ij} \geq 0$$

# R.O : Applications

## Plus court chemin

- entre deux villes
- entre deux pays
- entre un fournisseur et ses clients
- ...



## Mariages stables

- consistant à trouver par exemple, étant donnés  $n$  hommes,  $n$  femmes et leurs listes de préférences, une façon stable de les mettre en couple.
- Une situation est dite instable s'il existe au moins un homme et une femme qui préféreraient se mettre en couple plutôt que de rester avec leurs partenaires actuels



## Applications du problème de mariage stable

**En général, le problème de mariage stable est souvent utilisé dans des situations nécessitant une répartition de biens rares ou hétérogènes :**

- Affectation des élèves à des écoles d'ingénieurs
- Affectation des étudiants à des spécialités
- Association des travailleurs à des postes clés
- Attribution des medecins internes à des hopitaux
- Dons d'organes
- ...

# R.O : Applications

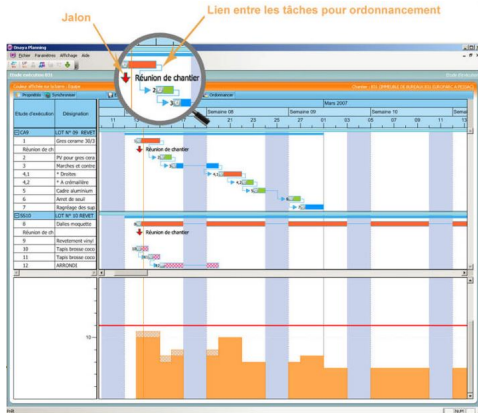
## Challenges ROADEF

- 2022 Problème d'optimisation de chargement de camion 3D  
Planification de la maintenance des pannes basée sur l'exploitation du réseau
- 2020
- 2018 Problème de stock de coupe
- 2016 Problème d'acheminement des stocks pour la distribution de gaz
- 2014 Les trains ne disparaissent pas
- 2012 Réaffectation de machines  
Un problème de gestion d'énergie de grande taille comportant des contraintes diversifiées
- 2010
- 2009 Gestion des perturbations dans le domaine aérien  
Planification des techniciens et des interventions pour les télécommunications
- 2007 Ordonnancement de véhicules pour une chaîne de montage automobile
- 2005
- 2003 Gestion des prises de vue réalisées par un satellite d'observation
- 2001 Allocation de fréquences avec polarisation

# R.O : Applications en ingénierie

## A. Planifier et ordonnancer

### Ordonnancement des chantiers



# R.O : Applications en ingénierie

## A. Planifier et ordonnancer

### Ordonnancement d'atelier

Ordonnancer  
les passages  
sur les  
machines



# R.O : Applications en ingénierie

## A. Planifier et ordonnancer

### Emplois du temps

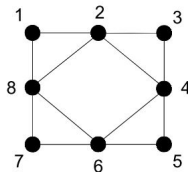
Planifier  $n$  cours en le minimum de temps, certains cours ne pouvant avoir lieu en parallèle (partage des ressources: classe ou prof).

conflits entre les cours

→ graphe d'exclusion mutuelle

*Un exemple*

*Un cours =  
un prof+une classe*



### Planification des centres d'appels

*Charges salariales = 70% des coûts de l'entreprise.*

- 6 millions de clients
- 2500 téléconseillers de clientèle (TC)
- 7 sites, 33 activités
- 70000 appels par jour
- Coût annuel > 100 M€

# R.O : Applications en ingénierie

## A. Planifier et ordonnancer

### Planification des centres d'appels

#### ■ Données

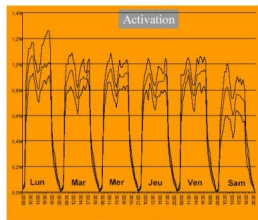
- courbe de demande
- contrats des TC (droits)

#### ■ Objectif

- affecter au mieux les jours de congé aux TC

#### ■ Contraintes

- répondre à la demande
- respecter les contrats



# R.O : Applications en ingénierie

## B. Stocker et Gérer

### Gestion de la production, des stocks et de la maintenance

- Suivi de production
- Respect des délais
- Gain de temps
- Respect du client
- Meilleure compétitivité
- Organisation du travail
- résistance aux aléas
- ...



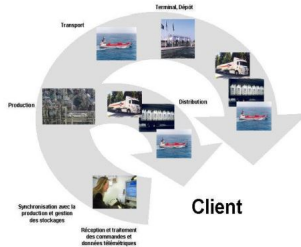


# R.O : Applications en ingénierie

## C. Transporter

### Transport, logistique

- Optimisation des tournées de véhicules, distribution
- Relations fournisseurs / clients
- Organisation des centres logistique.



# R.O : Applications en ingénierie

## C. Transporter

### Transport, logistique

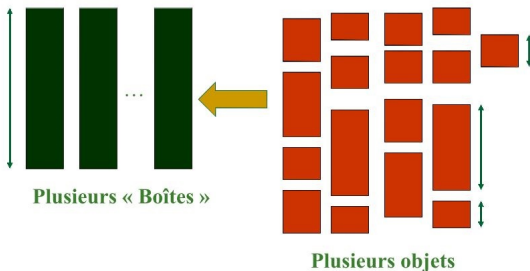
- Le ramassage scolaire



# R.O : Applications en ingénierie

## D. Emballer et ranger

### Emballage

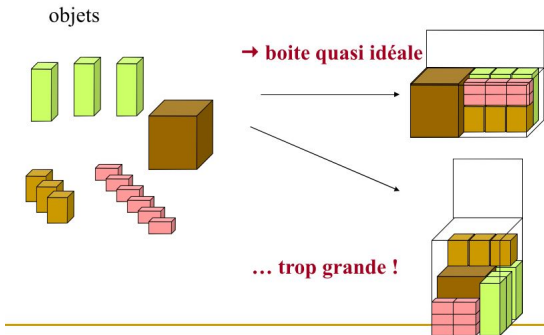


**Comment mettre les objets dans les Boîtes en utilisant le moins possible de Boîtes ?**

# R.O : Applications en ingénierie

## D. Emballer et ranger

### Emballage



# R.O : Applications en ingénierie

## D. Emballer et ranger

### Emballage

- Déterminer la boîte idéale pour placer les objets (celle qui peut accueillir les objets et qui minimise la place perdue).
- Problèmes de chargement de bateaux (2 degrés de liberté, objets similaires) avec des conteneurs.

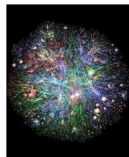
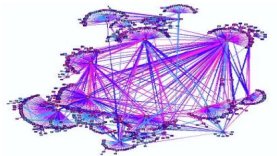


# R.O : Applications en ingénierie

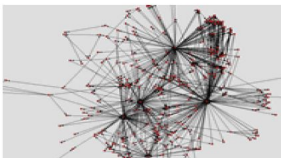
## E. Router et Relier

### Router et sécuriser

Réseau de mobilophonie



Web



### Calcul d'itinéraires

- en fonction du trafic :
  - Données actualisées toutes les 5 minutes
  - Informations nécessaires en temps réel
  - Temps disponible pour calculer un itinéraire :  $1/10^{\text{ème}}$  de seconde



# R.O : Conclusion

## La R.O consiste à :

- **Faire le mieux** : coût min, meilleur profit, plus court parcours, plus rapide chemin, sécurité maximum, ...
- **Avec les ressources disponibles** : ressources humaines, matière première, temps machines, moyen de transport, mémoire, ...