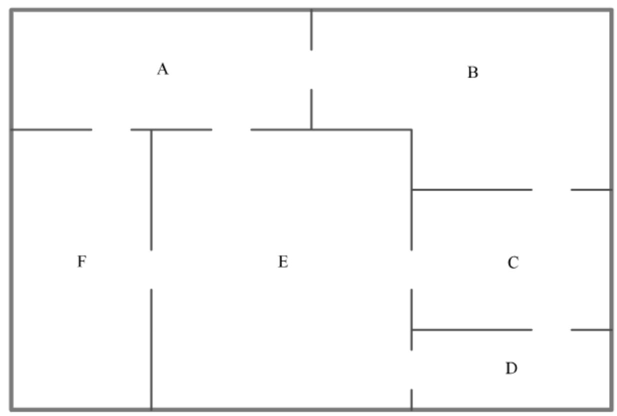
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS
UNIVERSITÉ HASSAN II DE CASABLANCA

Cycle Ingénieur
TD N° 2
R.O : Optimisation Combinatoire

Exercice 1

Une usine 4.0 est constituée de 6 ateliers différents A, B, C, D, E et F reliés par des canalisations de climatisation. Le plan de l'usine est schématisé sur la figure ci-contre.



1 Représenter cette situation par un graphe **(G)** dont les sommets sont les ateliers.

2 En reposant sur la théorie des graphes, répondre en justifiant votre réponse aux questions suivantes :

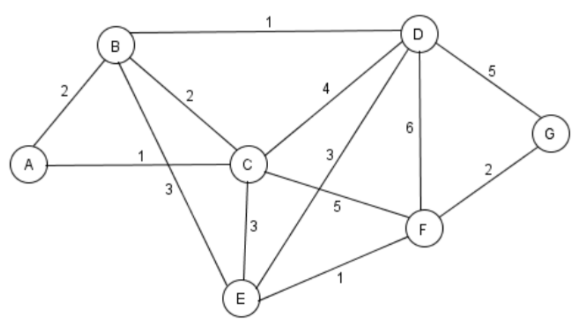
(a) Est-ce que chaque atelier peut communiquer avec tous les autres ateliers ?
(b) Est-ce que chaque atelier peut communiquer directement avec tous les autres ateliers ?
(c) Peut-on faire une tournée de maintenance sans redondance dans tous les ateliers via les canalisations?
(d) Peut-on parcourir toutes les canalisations sans passer plus d'une fois par la même ?

3 On note par $\mathscr{M}$ la matrice d'adjacence du graphe précédent **(G)**.

(a) Déterminer la matrice $\mathscr{M}$ et calculer $\mathscr{M}^3$.
(b) Combien existe-t-il de possibilités permettant d'aller de l'atelier A à l'atelier D en empruntant exactement trois canalisations ? Donner la liste de ces possibilités.
(c) Est-il toujours possible de relier deux ateliers différents en empruntant exactement trois canalisations ?

Exercice 2

Le graphe ci-contre représente le plan d'une ville. Le sommet A désigne l'emplacement des services techniques. Les sommets B, C, D, E, F et G désignent les emplacements importants de la ville. Une arête représente l'avenue reliant deux emplacements et est pondérée par le nombre de feux tricolores situés sur le trajet.



Proposer en se basant sur un algorithme un trajet comportant un minimum de feux tricolores reliant A à G, puis celui reliant F à C.

Exercice 3

Dans un pays où la sécurité des chemins n'est pas assurée, on doit aller d'une ville **X** à une ville **Y** . Le réseau routier est donné par un ensemble de villes et un ensemble de tronçons de route joignant ces villes.
Pour chaque tronçon $\mathbf{t_i}$ de route, on connait la probabilité $\mathbf{p_i}$ de se faire dépouiller sur le tronçon. On suppose que le risque de se faire dépouiller dans un tronçon n'influence pas sur les autres tronçons.
Comment trouver le chemin de X à Y qui minimise la probabilité de se faire dépouiller?.

Exercice 4

On s'intéresse au problème de conversion de monnaie d'une devise en une autre. On dispose au départ d'un ensemble de monnaies et de conversions possibles d'une devise **i** en une devise **j** et des taux de conversion $\mathbf{t_{i,j}}$. La conversion n'est pas forcément symétrique (en général $\mathbf{t_{j,i}} \neq \mathbf{t_{i,j}}$) et il se peut même qu'elle soit possible dans un sens et pas dans l'autre.

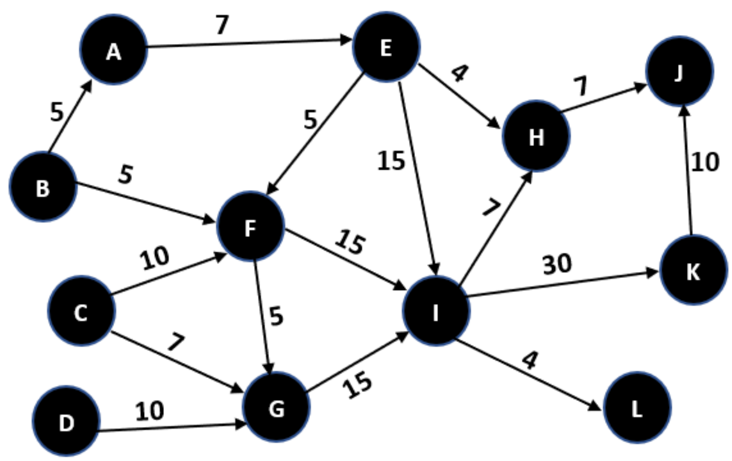
1. Proposer une modélisation du problème par un graphe G approprié.
2. Suggérer un algorithme permettant de déterminer la meilleur façon de convertir entre deux devises.
3. Dans quelle condition exprimée sur G, quelqu'un peut-il devenir infiniment riche en changeant de l'argent?

Exercice 5

Trois villes J, K et L sont alimentées en eau grâce à 4 réserves A, B, C et D.
Les réserves journalières disponibles en milliers de m^3 sont :

Réserve	A	B	C	D
Disponibilité en m^3	15	10	15	15

Le réseau de distribution d'eau est schématisé par le graphe ci-contre, les débits maximaux des canalisations sont indiqués sur chaque arc en milliers de m^3 par jour.



1. Déterminer le flot maximal en m^3 d'eau qui peut arriver aux villes J, K et L, et donner la coupe minimale correspondante.

   Quels algorithmes peut-on appliquer pour obtenir ce résultat?

2. Ces trois villes en pleine évolution désirent améliorer leur réseau d'alimentation afin de satisfaire des besoins futurs plus importants. Une étude a été faite et a permis de déterminer les demandes journalières probables, à savoir 15, 20 et 15 pour les villes J, K et L respectivement.

   Aussi le conseil communal décide de refaire les canalisations **(A,E)** et **(I,L)**.

   Déterminer les capacités à prévoir pour ces deux canalisations et la valeur du nouveau flot optimal.