

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
250

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM



Recherche Opérationnelle

R.O.

Partie 6: Ordonnancement

Pr. Abdessamad Kamouss

Cycle Ingénieur
ENSAM Casablanca

Intérêt de l'ordonnancement

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
251

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

Introduction

Les techniques d'ordonnancement permettent à l'entreprise de mieux gérer ses projets, ses activités et d'améliorer ses performances.

Plus précisément les techniques d'ordonnancement ont pour objectif :

- l'organisation de l'ensemble des tâches composant un projet ;
- la détermination de la durée totale de réalisation du projet ;
- un meilleur contrôle du projet ;
- une identification et si possible, une réduction des goulots éventuels qui risquent de retarder ou de perturber la réalisation du projet ;

Intérêt de l'ordonnancement

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
252

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

Introduction

- une étude des différentes possibilités de réduction des délais de réalisation et donc des coûts du projet ;
- une meilleure allocation des ressources nécessaires au projet.

Ces techniques ne concernent pas uniquement la production ; elles permettent d'améliorer la gestion de tout projet, comme par exemple :

- l'organisation d'une campagne de publicité,
- une mission d'audit,
- le lancement d'un nouveau produit,
- etc.

Notions de base en ordonnancement

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
253

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

Définition

- **Une tâche** est considérée comme un tout indivisible qui se caractérise par un début et une fin clairement identifiés ; et qui est reliée à au moins une autre tâche par une relation d'antériorité.
- **Date de début au plus tôt** t_x d'une tâche x est égale à la longueur du plus long chemin du début des travaux à x .
- **Date de début au plus tard** t_x^* est la date maximum à laquelle on doit exécuter x sans retarder le projet.
- **Marge totale** d'une tâche x notée MT_x est le retard total qu'on peut se permettre sur x sans remettre en cause la date de fin du projet.

Notions de base en ordonnancement

Définition

- **Marge libre** d'une tâche x notée ML_x est le retard total qu'on peut se permettre sur la tâche x sans retarder l'exécution d'une autre tâche qu'elle précède.
- **Tâche critique** est une tâche qui a une marge totale nulle. Tout retard sur son exécution entraîne un retard global sur le projet.
- **Chemin critique** est un chemin constitué de tâches critiques.
- On a $ML_x \leq MT_x$.
- Si $retard_x \leq ML_x$ alors les tâches suivantes ne seront pas perturbées.
- Si $ML_x < retard_x \leq MT_x$ alors certaines tâches suivantes vont être perturbées mais la date fin du projet ne sera pas perturbée.
- Si $retard_x > MT_x$ alors la date fin du projet sera nécessairement perturbée.

Méthodes de l'ordonnancement

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
255

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

Méthodes

La grande majorité des méthodes utilisées pour la résolution des problèmes d'ordonnancement s'appuient sur une modélisation des contraintes à l'aide d'un **graphe**.

Deux types de méthodes sont classiquement utilisées :

- **la méthode PERT** (Program Evaluation and Review Technics) : qui a été introduite aux États-Unis en 1958 pour la conduite du programme de recherche et de construction des fusées Polaris.
- **la méthode MPM** (Méthode des Potentiels Métra) : issue de l'école française avec le professeur B.Roy de l'université Paris Dauphine.

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
256

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

Réseau de PERT

Réseau de PERT

Recherche
opérationnelle

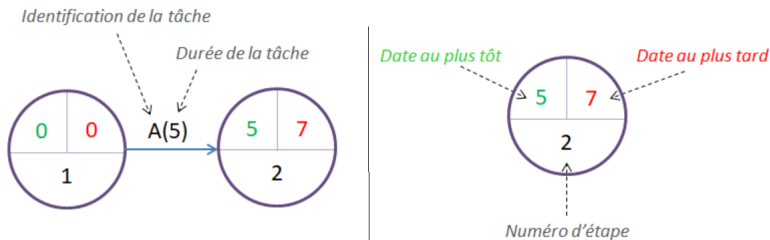
Pr.
Abdessamad
Kamouss
257

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

Le but est d'organiser les tâches sous la forme d'un réseau afin de faciliter la gestion du projet. Cette représentation graphique permet d'identifier les connexions entre les différentes tâches, les temps d'exécution, les interdépendances.



Réseau de PERT

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
258

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

Exemple

On considère un projet constitué des tâches suivantes :

Tâche	Durée	Antécédent(s)
A	2	-
B	8	-
C	5	A
D	2	B
E	6	B
F	5	E
G	3	A,D

Réseau de PERT

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
259

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

Définition

- **Niveau 1** : tâches qui peuvent commencer immédiatement en début de projet (pas de contraintes d'antériorité).
- **Niveau n** : Tâches dont les tâches antérieures sont au maximum de niveau n-1.

Exemple

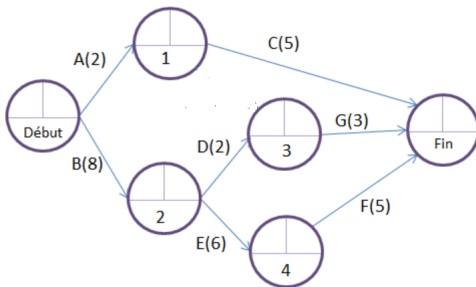
Pour l'exemple précédent on a :

Niveau	1	2	3
Tâches	A,B	C, D, E	F, G

Réseau de PERT

Exemple

On dresse le graphe contenant les différentes tâches et les liens de dépendance (les antécédents). On indique sur le graphique la désignation des tâches et leur durée comme défini précédemment.



Tâche	Durée	Antécédent(s)
A	2	-
B	8	-
C	5	A
D	2	B
E	6	B
F	5	E
G	3	A,D

Réseau de PERT

Recherche
opérationnelle

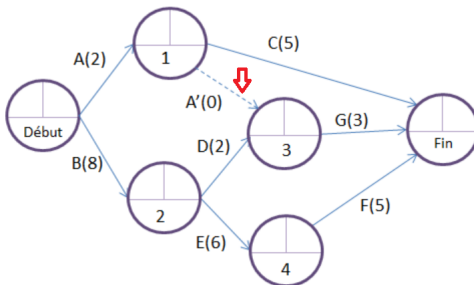
Pr.
Abdessamad
Kamouss
261

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

Afin de représenter le fait que la tâche **G** est précédée par les tâches **A** et **D**, nous ajoutons une tâche fictive **A'** de durée **0**.



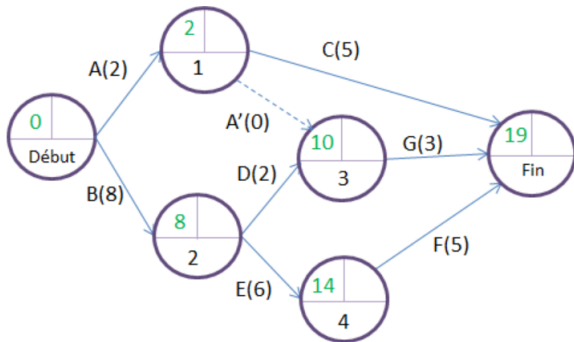
Tâche	Durée	Antécédent(s)
A	2	-
B	8	-
C	5	A
D	2	B
E	6	B
F	5	E
G	3	A,D

Réseau de PERT

Définition

On indique les **dates au plus tôt** de la façon suivante :

$t_{\text{debut}} = 0$ et $t_j = \max(t_i) + d_{ij}$ sur tous les i précédant de j ,
où d_{ij} = durée de la tâche ij .



Réseau de PERT

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
263

Intérêt de l'or-
donnancement

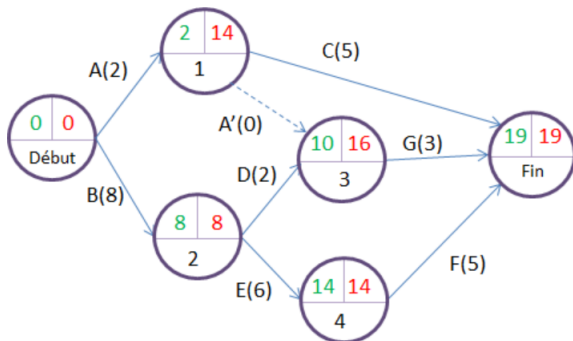
Réseau de
PERT

Méthode MPM

Définition

On indique les **dates au plus tard** de la façon suivante :

$t_{fin}^* = t_{fin}$ et $t_i^* = \min(t_j^*) - d_{ij}$ sur tous les j suivant de i ,
où d_{ij} représente la durée de la tâche ij .

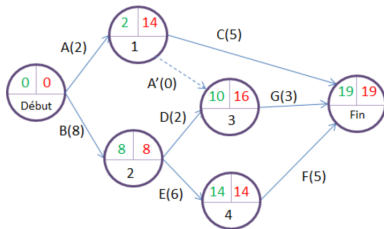


Réseau de PERT

Définition

La **marge totale** d'une tâche ij est :

$$MT_{ij} = t_j^* - t_i - d_{ij}.$$



Tâche	MT_{ij}
A	$14-0-2=12$
B	$8-0-8=0$
C	$19-2-5=12$
D	$16-8-2=6$
E	$14-8-6=0$
F	$19-14-5=0$
G	$19-10-3=6$

Réseau de PERT

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
265

Intérêt de l'or-
donnancement

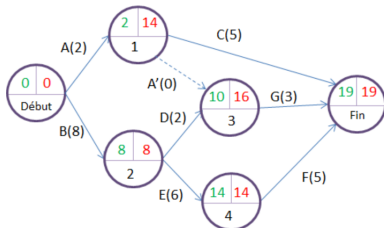
Réseau de
PERT

Méthode MPM

Définition

La **marge libre** d'une tâche ij est calculée de la façon suivante :

$$ML_{ij} = t_j - t_i - d_{ij}.$$

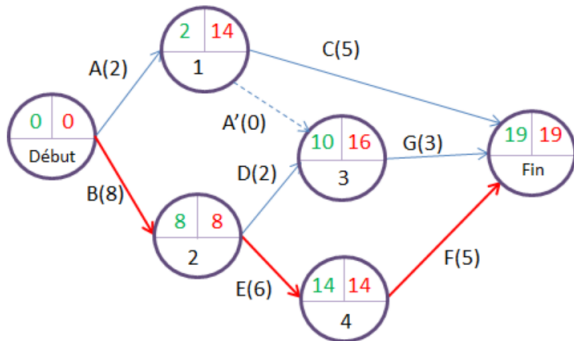


Tâche	ML_{ij}
A	$2-0-2=0$
B	$8-0-8=0$
C	$19-2-5=12$
D	$10-8-2=0$
E	$14-8-6=0$
F	$19-14-5=0$
G	$19-10-3=6$

Réseau de PERT

Définition

La **chemin critique** est le chemin passant par les tâches dont la marge totale est nulle. Ce tracé indique le délai incompressible pour réaliser le projet.



Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
267

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

Réseau MPM

Réseau MPM

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
268

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

Le but de cette méthode est d'organiser les tâches sous la forme d'un réseau afin de faciliter la gestion du projet.

Les principales conventions d'un réseau MPM qui est sous forme d'un **graphe** sont les suivantes :

- chaque tâche est représentée par un sommet

Nom de la tâche	
Date au plus tôt	Date au plus tard
Marge totale	Marge libre

- les contraintes de succession sont symbolisées par les arcs
- le graphe se termine sur un sommet appelé "Fin".

Réseau MPM

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
269

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

Exemple

Tâche	Durée	Antécédent(s)
A	6	-
B	2	-
C	7	B
D	8	B
E	3	A, C
F	4	E, D

La répartition des tâches en niveaux :

Niveau	1	2	3	4
Tâches	A,B	C, D	E	F

Réseau MPM

Recherche
opérationnelle

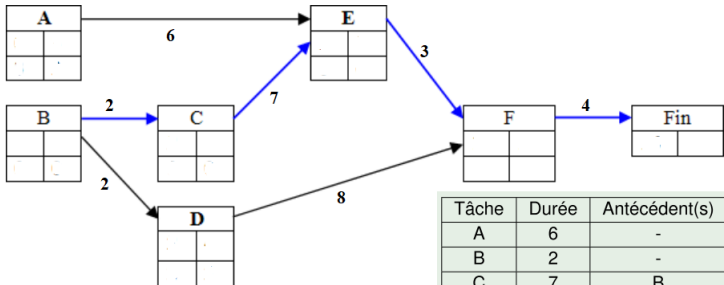
Pr.
Abdessamad
Kamouss
270

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

On obtient le graphe orienté suivant



Tâche	Durée	Antécédent(s)
A	6	-
B	2	-
C	7	B
D	8	B
E	3	A, C
F	4	E, D

Réseau MPM

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
271

Intérêt de l'or-
donnancement

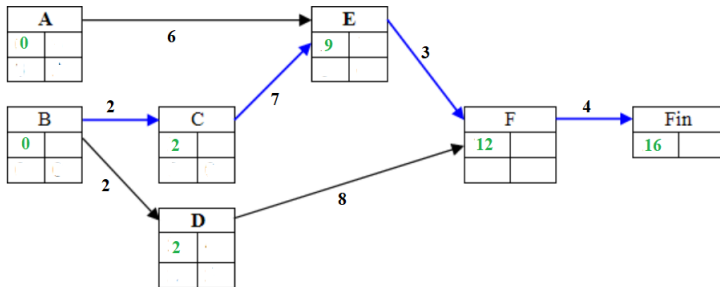
Réseau de
PERT

Méthode MPM

Définition

Date au plus tôt : Date à laquelle on peut commencer la tâche parce que les tâches précédentes sont terminées.

Max (Dates au plus tôt précédentes + durées précédentes).



Réseau MPM

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
272

Intérêt de l'or-
donnancement

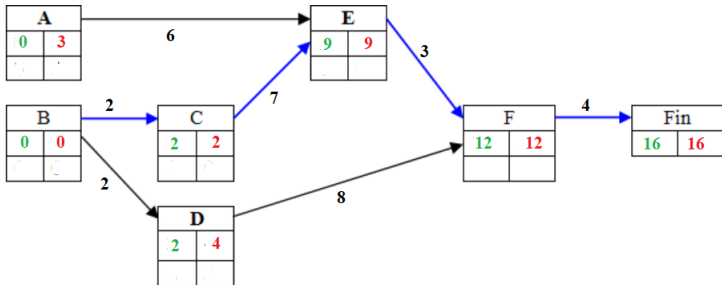
Réseau de
PERT

Méthode MPM

Définition

Date au plus tard : Date maximale à laquelle on peut commencer la tâche sans repousser la fin du projet.

Min (Date au plus tard suivantes) - durée de la tâche.



Réseau MPM

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
273

Intérêt de l'or-
donnancement

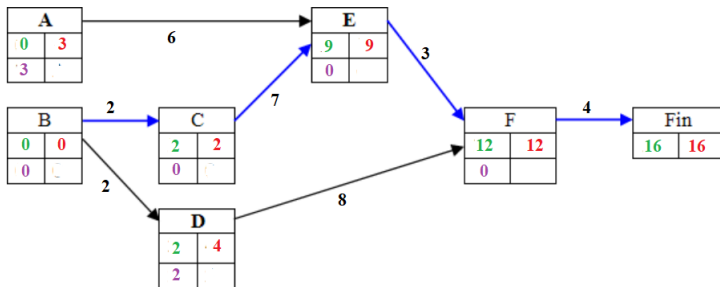
Réseau de
PERT

Méthode MPM

Définition

Marge totale : Retard autorisé à la tâche sans retarder la fin du projet.

Date au plus tard - Date au plus tôt.



Réseau MPM

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
274

Intérêt de l'or-
donnancement

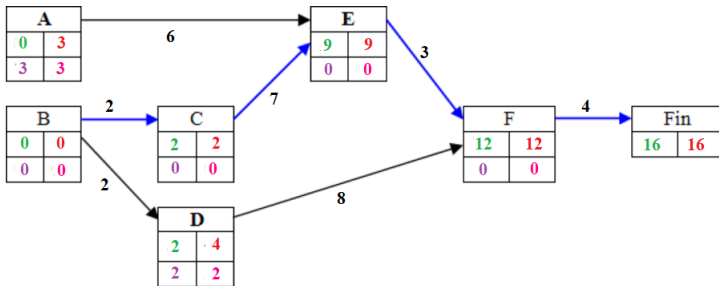
Réseau de
PERT

Méthode MPM

Définition

Marge libre : Retard autorisé sans retarder aucune des tâches suivantes.

Min (Dates au plus tôt suivantes) - Durée de la tâche - Date au plus tôt de la tâche.



Réseau MPM

Recherche
opérationnelle

Pr.
Abdessamad
Kamouss
275

Intérêt de l'or-
donnancement

Réseau de
PERT

Méthode MPM

Les tâches critiques et le chemin critique :

