

# THÉORIE DES GRAPHS - GUIDE DE RÉVISION

## 1. GRAPHS DE BASE

### A. Graphe Orienté ( $\rightarrow$ )

---

#### Définition:

- $G = (\chi, U)$  où  $U$  = ensemble des arcs (flèches)

#### Éléments clés:

Copy

```
- Arc (x,y): Flèche de x vers y
- Origine: Point de départ de l'arc
- Extrémité: Point d'arrivée de l'arc
```

#### Exemple pratique:

mermaid

```
graph LR
  A-->B
  A-->C
  B-->D
```

C

```
G = (χ, U) avec:
χ = {A, B, C, D}
U = {(A,B), (A,C), (B,D)}
```

## B. Graphe Non Orienté (—)

---

### 🔗 Définition:

- $G = (V, E)$  où  $E$  = ensemble des arêtes

### 🔑 Termes importants:

```
- Arête [x,y]: Liaison non orientée  
- Sommets adjacents: Directement reliés  
- Arêtes incidentes: Partageant un sommet
```

### 📄 Exemple pratique:

```
G = (V, E) avec:  
V = {A, B, C}  
E = {[A,B], [B,C]}
```

## 🔗 2. TYPES SPÉCIAUX DE GRAPHS

### A. Graphe Simple

---

### 🔗 Caractéristiques:

```
✓ Pas de boucles  
✓ Pas d'arêtes parallèles
```

## B. Graphe Complet

---

### Propriétés:

- Non orienté: Toutes les paires connectées
- Nombre d'arêtes:  $n(n-1)/2$  pour  $n$  sommets

### Formule à retenir:

Pour  $n$  sommets:  
Nombre d'arêtes =  $n(n-1)/2$

## C. Graphe Biparti

---

### Structure:

- Deux ensembles de sommets:  $X$  et  $Y$
- Arêtes uniquement entre  $X$  et  $Y$

### Exemple:

```
X = {A, B}
Y = {1, 2}
E = {[A,1], [A,2], [B,1]}
```

## 3. MESURES ET CALCULS

### A. Degrés dans un Graphe Orienté

---

#### Formules:

```
d+(x) = nombre d'arcs sortants
d-(x) = nombre d'arcs entrants
d(x) = d+(x) + d-(x)
```

## Propriétés:

$$\sum d^+(x) = \sum d^-(x) = |E|$$
$$\sum d(x) = 2|E|$$

## B. Degrés dans un Graphe Non Orienté

---

### Points clés:

- $d(x)$  = nombre d'arêtes connectées à  $x$
- Boucle compte double
- Somme des degrés =  $2 \times$  nombre d'arêtes

# 4. CONCEPTS AVANCÉS

## A. Sous-structures

---

### Types:

1. Sous-graphe:
  - Sous-ensemble de sommets
  - Leurs arêtes correspondantes
2. Graphe partiel:
  - Tous les sommets
  - Sous-ensemble d'arêtes
3. Sous-graphe partiel:
  - Sous-ensemble de sommets
  - Sous-ensemble d'arêtes

## B. Planaire vs Non-Planaire

---

### 🔗 Définition:

Planaire: Peut être dessiné sans croisement d'arêtes

## 📌 5. LEMMES IMPORTANTS

### A. Lemme des Poignées de Main

---

#### 📄 Énoncé:

Dans tout graphe non orienté:  
Le nombre de sommets de degré impair est PAIR

#### 💡 Application pratique:

Utile pour:

- Vérifier la validité d'une structure
- Prouver l'impossibilité de certaines configurations

## 🔗 POINTS À RETENIR

### 1. Vérifications rapides:

- Somme des degrés =  $2 \times$  nombre d'arêtes
- Graphe complet:  $n(n-1)/2$  arêtes
- Degrés impairs: nombre pair de sommets

### 2. Distinctions importantes:

- Arc  $\neq$  Arête
- Graphe orienté  $\neq$  Graphe non orienté
- Sous-graphe  $\neq$  Graphe partiel

### 3. Propriétés fondamentales:

- Connexité
- Planarité
- Bipartition

---

💡 **Conseil de révision:** Commencez par maîtriser les concepts de base (types de graphes, degrés) avant de passer aux notions plus avancées.