

流形切片技术的设计与分析：Morse 理论导论

摘要：

本文旨在探索 Morse 理论的相关基础知识，关注其应用和简单的相关实例。

我首先深入研究了临界点的概念以及 Morse 函数的相关定义，并阐述了 Morse 函数所引导出的相关性质。

本文将说明 Morse 函数的存在性和普遍存在于光滑流形上的推论，并解释 Morse 引理。使用数学分析领域的技术并将其与流的概念相结合，证明 Morse 引理。

此外，本文还将利用 Morse 函数对临界点附近的流形进行深入分析，并探索其拓扑性质以及引导出的拓扑关系。证明了在没有临界点的区间内的子流形、流形的水平集可以通过构建出的梯度向量场进行同胚变换。此外，本文引入柄（handle）的概念，并详细解释了 Morse-Smale 动力学的内涵，最终证明了 Morse-Smale 定理。

在文章最后，将给出一个关于 Morse 理论的例子，并看看上述所推导出的定理是如何应用到流形上。

关键字: Morse 函数, Morse 引理, Morse-Smale 系统