

Сумматор и полусумматор

Сложение чисел

$$\begin{array}{r} + \quad 1 \ 0 \ 0 \ 1 \\ \quad 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\ \hline \end{array}$$

Сложение чисел

$$\begin{array}{r}
 1001 \\
 + 0011 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Сложение чисел

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 1001 \\ 0011 \\ \hline 0 \end{array}$$

Сложение чисел

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 1001 \\ 0011 \\ \hline 00 \end{array}$$

Сложение чисел

$$\begin{array}{rcccc} & & 1 & 1 & & \\ & 1 & 0 & 0 & 1 & \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & \\ \hline & & & 0 & 0 & \end{array}$$

Сложение чисел

$$\begin{array}{r} \\ \\ + \\ \\ \\ \hline \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

Сложение чисел

$$\begin{array}{r} \\ \\ + \\ \hline 1 \end{array}$$

Полусумматор

A	B	P	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

- Для переноса в старший разряд:

$$P = AB$$

- Для текущего разряда:

$$S = \bar{A}B + A\bar{B} = A \oplus B$$

Полусумматор

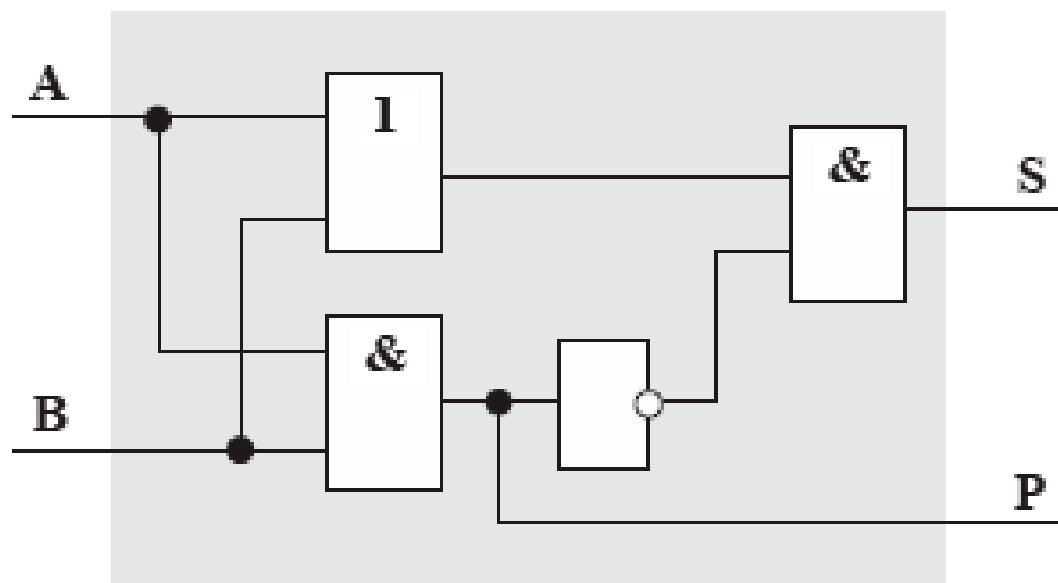
A	B	P	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

- Для переноса в старший разряд:

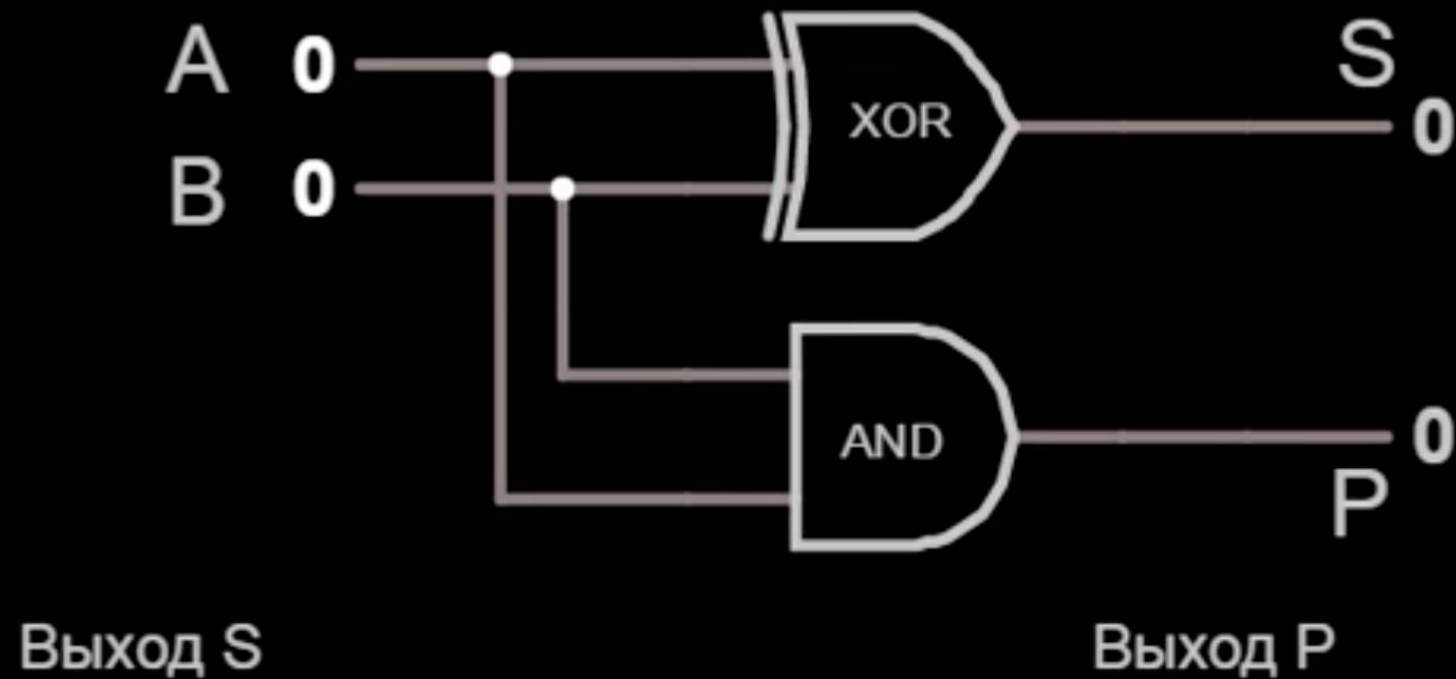
$$P = AB$$

- Для текущего разряда:

$$S = \bar{A}B + A\bar{B} = A \oplus B$$



Полусумматор

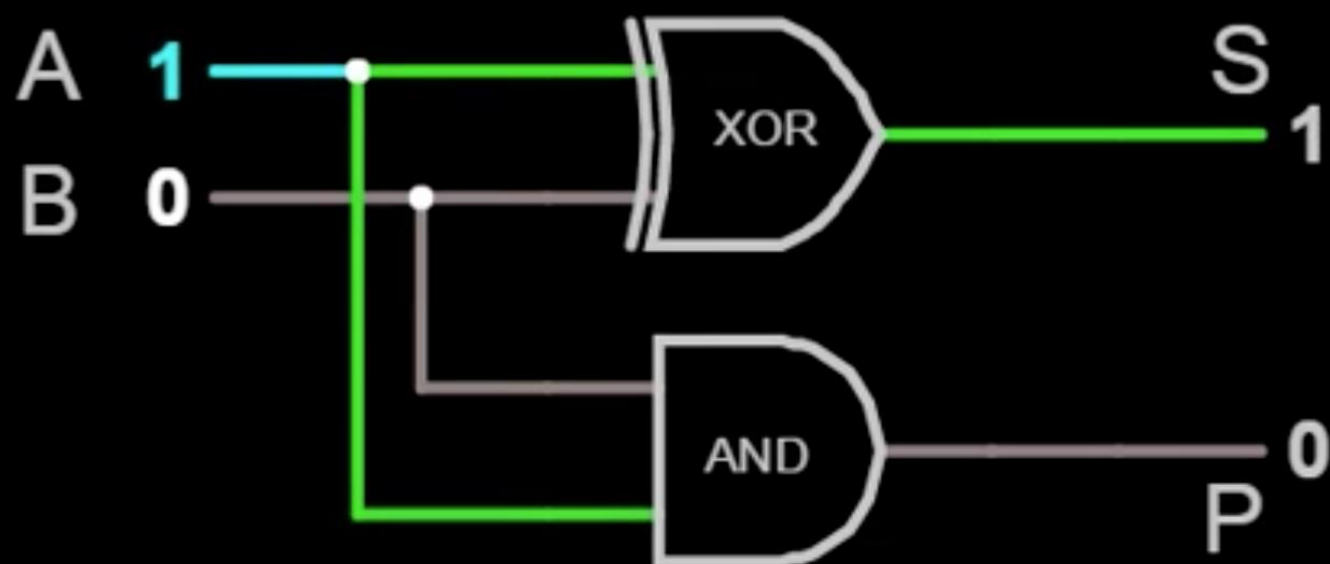


0 V
logic output

0 V
logic output

t = 5.44 s
time step = 5 μs

Полусумматор



Выход S

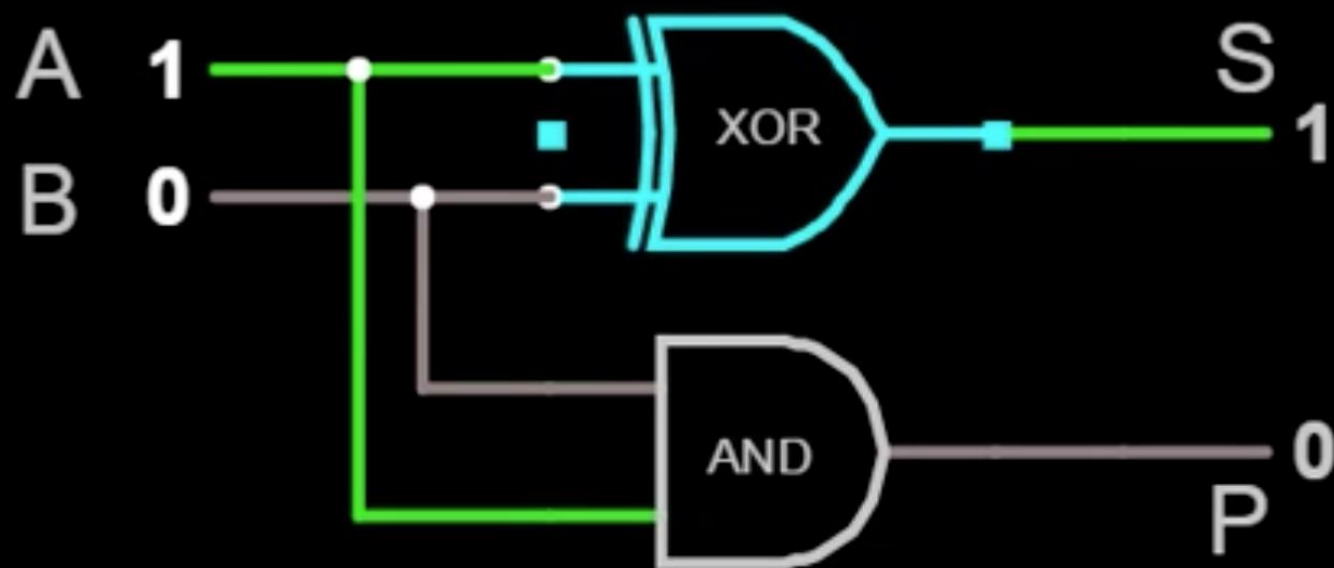
Выход P

5 V
logic output

0 V
logic output

logic input
1 (5 V)
I = 0 A

Полусумматор



Выход S

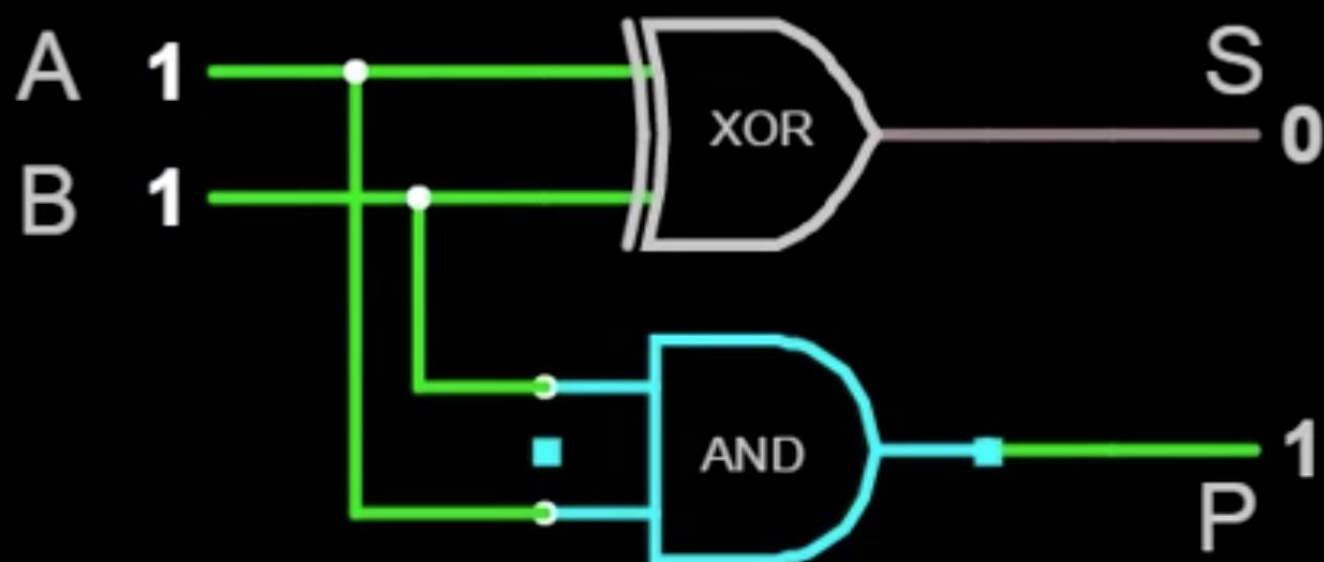
Выход P

5 V
logic output

0 V
logic output

XOR gate
Vout = 5 V
Iout = 0 A

Полусумматор



Выход S

Выход P

5 V
logic output

5 V
logic output

AND gate
 $V_{out} = 5\text{ V}$
 $I_{out} = 0\text{ A}$

Полноразрядный сумматор

Построим СДНФ для выхода P (перенос в старший разряд):

$$P = (\neg A \wedge B \wedge P_0) \vee (A \wedge \neg B \wedge P_0) \vee (A \wedge B \wedge \neg P_0) \vee (A \wedge B \wedge P_0)$$

Преобразуем:

$$1) (A \wedge B \wedge \neg P_0) \vee (A \wedge B \wedge P_0) = (A \wedge B) \wedge (\neg P_0 \vee P_0) = A \wedge B$$

$$\text{Имеем, } P = (\neg A \wedge B \wedge P_0) \vee (A \wedge \neg B \wedge P_0) \vee (A \wedge B)$$

$$2) (\neg A \wedge B \wedge P_0) \vee (A \wedge B) = B \wedge (\neg A \wedge P_0 \vee A) = B \wedge (\neg A \vee A) \wedge (P_0 \vee A) = \\ = B \wedge (P_0 \vee A) = (B \wedge P_0) \vee (A \wedge B)$$

$$\text{Имеем, } P = (A \wedge \neg B \wedge P_0) \vee (B \wedge P_0) \vee (A \wedge B)$$

$$3) (A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B \wedge P_0) = A \wedge (B \vee \neg B \wedge P_0) = A \wedge (B \vee \neg B)(B \vee P_0) = \\ = A \wedge (B \vee P_0) = (A \wedge B) \vee (A \wedge P_0)$$

Таким образом, для переноса в старший разряд получили:

$$P = A \wedge B \vee A \wedge P_0 \vee B \wedge P_0$$

Проанализируем таблицу истинности для выхода S. Значение S отлично от нуля в том случае, если единица поступает ровно на один вход (при этом на двух других входах фиксируется ноль), или на все три входа сразу, т. е.:

$$S = \neg (A \wedge B \vee A \wedge P_0 \vee B \wedge P_0) \wedge (A \vee B \vee P_0) \vee (A \wedge B \wedge P_0)$$

С учетом формулы для переноса в старший разряд, имеем:

$$S = \neg P \wedge (A \vee B \vee P_0) \vee (A \wedge B \wedge P_0)$$

A	B	P ₀	P	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Построим СДНФ для выхода Р (перенос в старший разряд):

$$P = (\neg A \wedge B \wedge P_0) \vee (A \wedge \neg B \wedge P_0) \vee (A \wedge B \wedge \neg P_0) \vee (A \wedge B \wedge P_0)$$

Преобразуем:

$$1) (A \wedge B \wedge \neg P_0) \vee (A \wedge B \wedge P_0) = (A \wedge B) \wedge (\neg P_0 \vee P_0) = A \wedge B$$

$$\text{Имеем, } P = (\neg A \wedge B \wedge P_0) \vee (A \wedge \neg B \wedge P_0) \vee (A \wedge B)$$

$$2) (\neg A \wedge B \wedge P_0) \vee (A \wedge B) = B \wedge (\neg A \wedge P_0 \vee A) = B \wedge (\neg A \vee A) \wedge (P_0 \vee A) =$$

$$= B \wedge (P_0 \vee A) = (B \wedge P_0) \vee (A \wedge B)$$

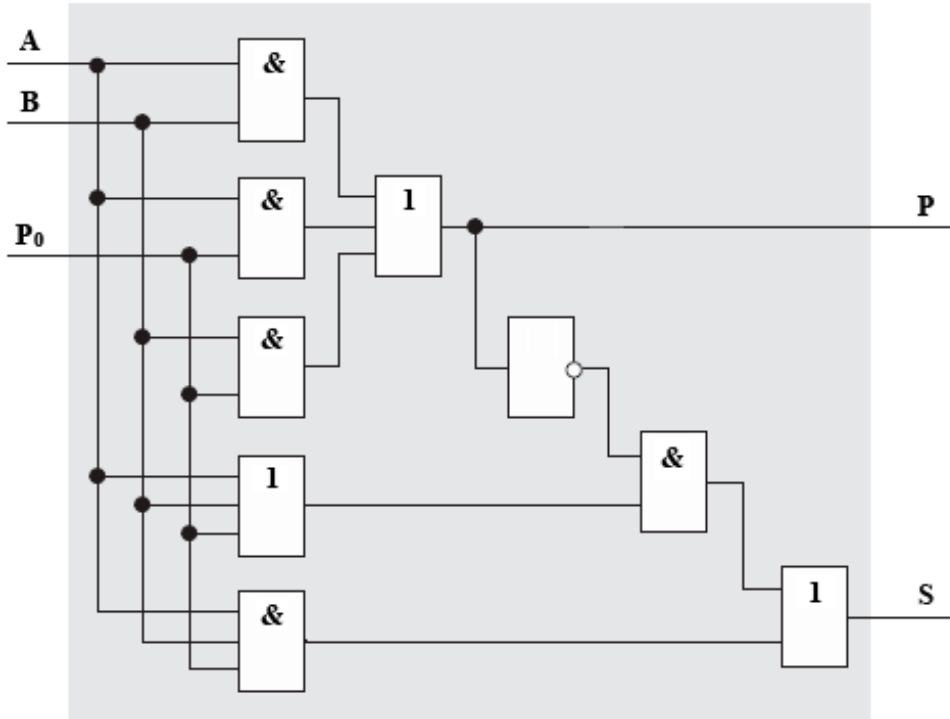
$$\text{Имеем, } P = (A \wedge \neg B \wedge P_0) \vee (B \wedge P_0) \vee (A \wedge B)$$

$$3) (A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B \wedge P_0) = A \wedge (B \vee \neg B \wedge P_0) = A \wedge (B \vee \neg B)(B \vee P_0) =$$

$$= A \wedge (B \vee P_0) = (A \wedge B) \vee (A \wedge P_0)$$

Таким образом, для переноса в старший разряд получили:

$$P = A \wedge B \vee A \wedge P_0 \vee B \wedge P_0$$



Проанализируем таблицу истинности для выхода S. Значение S отлично от нуля в том случае, если единица поступает ровно на один вход (при этом на двух других входах фиксируется ноль), или на все три входа сразу, т. е.:

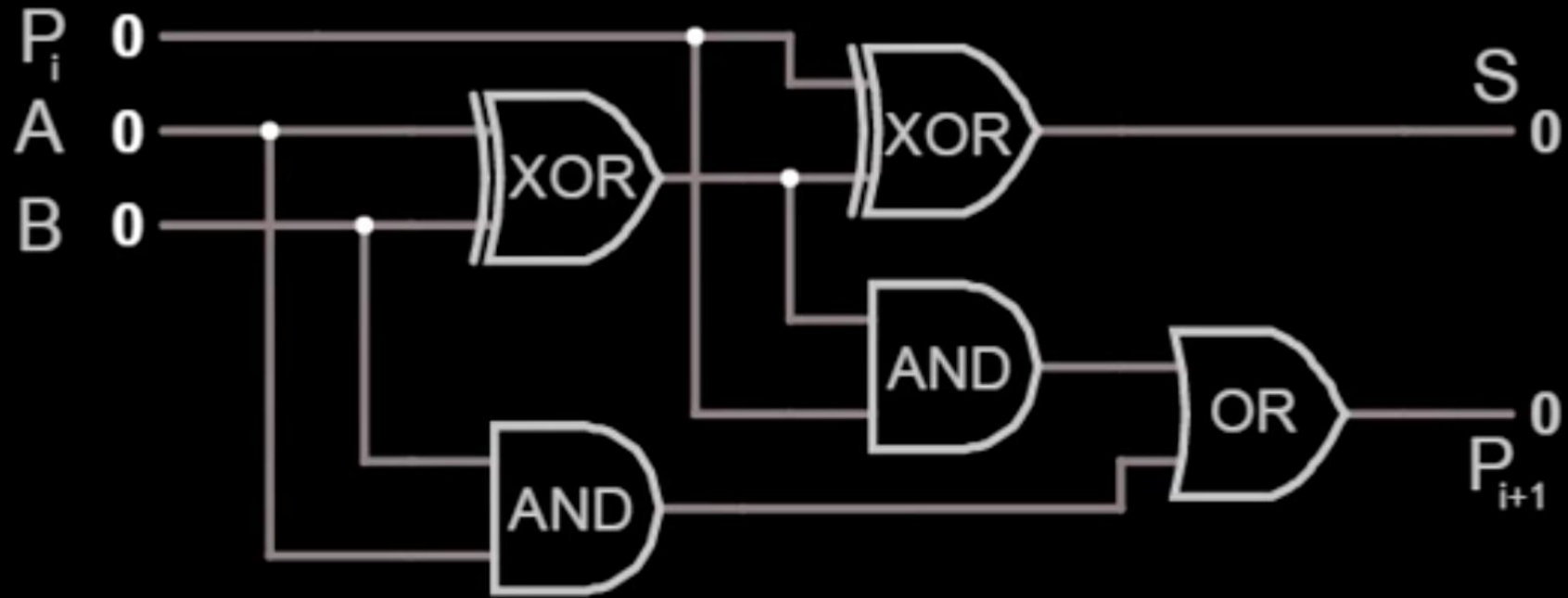
$$S = \neg (A \wedge B \vee A \wedge P_0 \vee B \wedge P_0) \wedge (A \vee B \vee P_0) \vee (A \wedge B \wedge P_0)$$

С учетом формулы для переноса в старший разряд, имеем:

$$S = \neg P \wedge (A \vee B \vee P_0) \vee (A \wedge B \wedge P_0)$$

A	B	P ₀	P	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Сумматор



Выход S

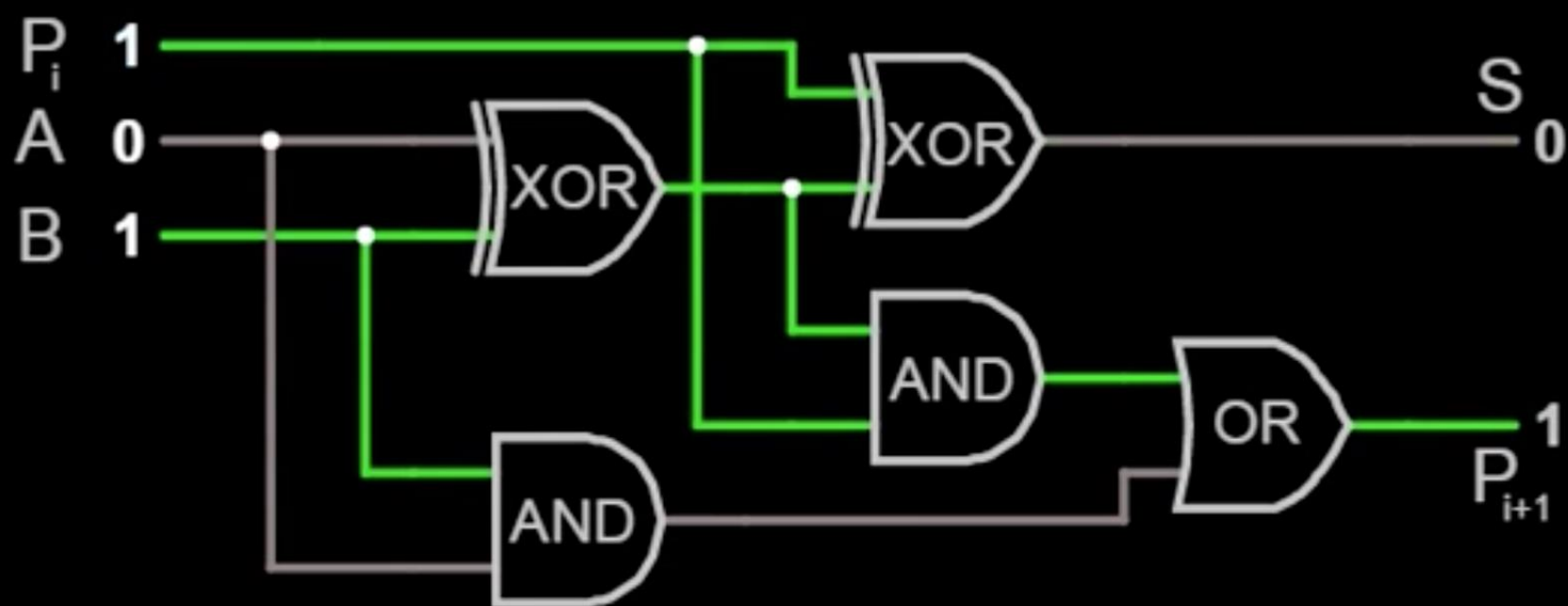
0 V
logic output

Выход P_{i+1}

0 V
logic output

$t = 310.15 \text{ ms}$
time step = $5 \mu\text{s}$

Сумматор



Выход S

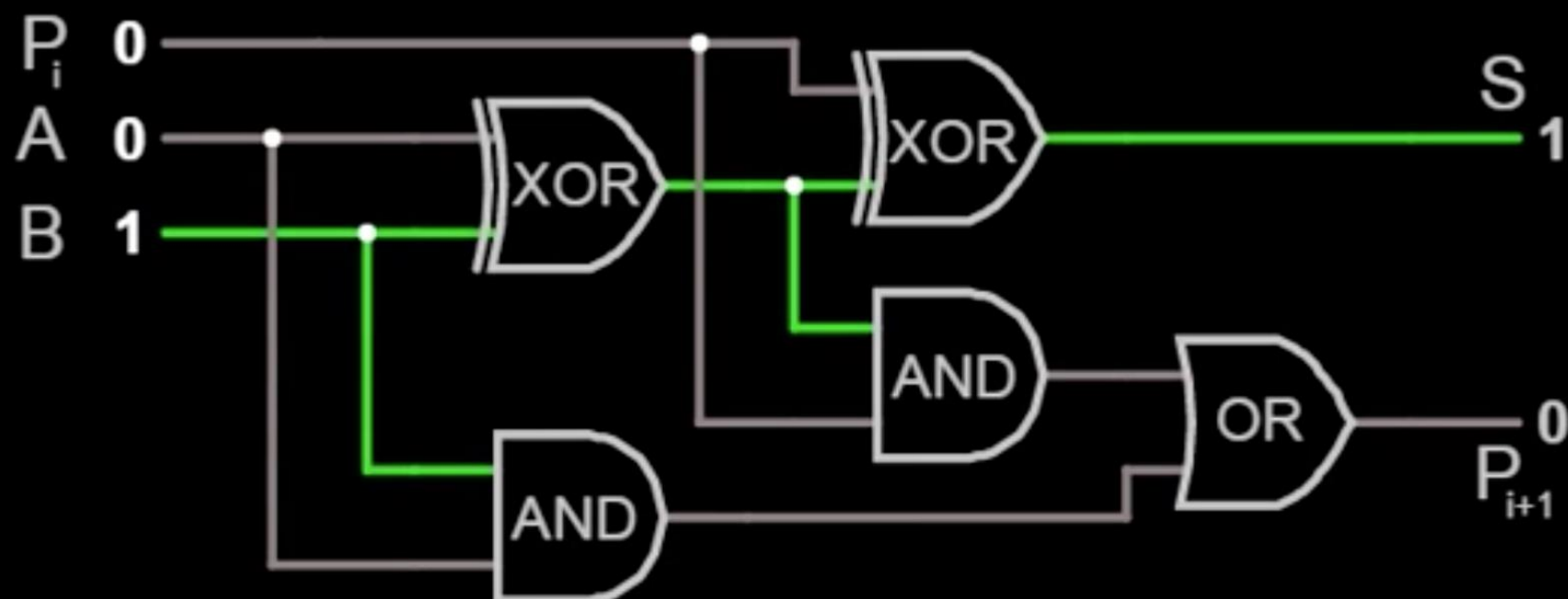
Выход P_{i+1}

5 V
logic output

5 V
logic output

$t = 488.49 \text{ ms}$
time step = $5 \mu\text{s}$

Сумматор



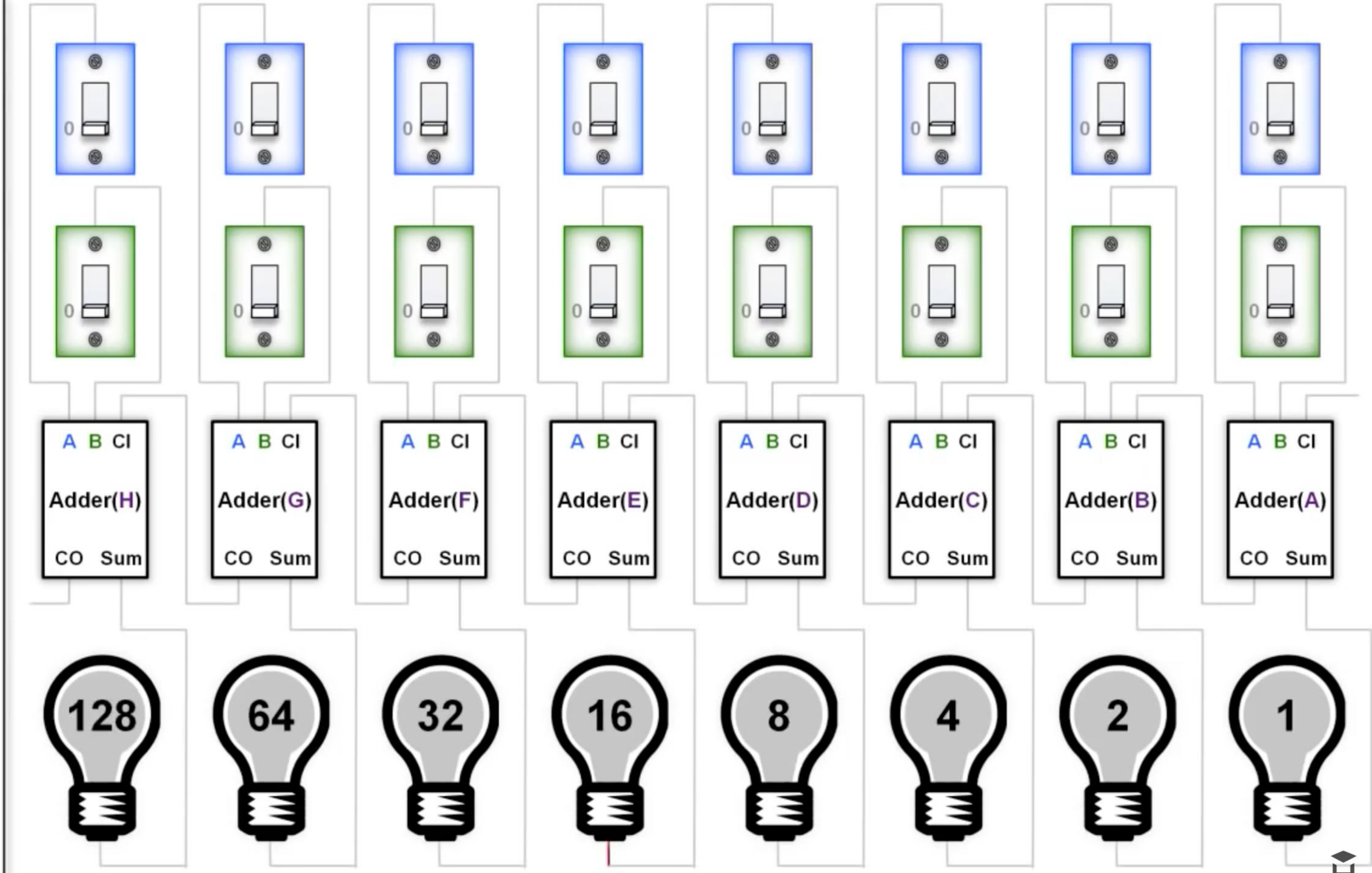
Выход S

Выход P_{i+1}

5 V
logic output

0 V
logic output

$t = 480.29 \text{ ms}$
time step = $5 \mu\text{s}$



0

00000000

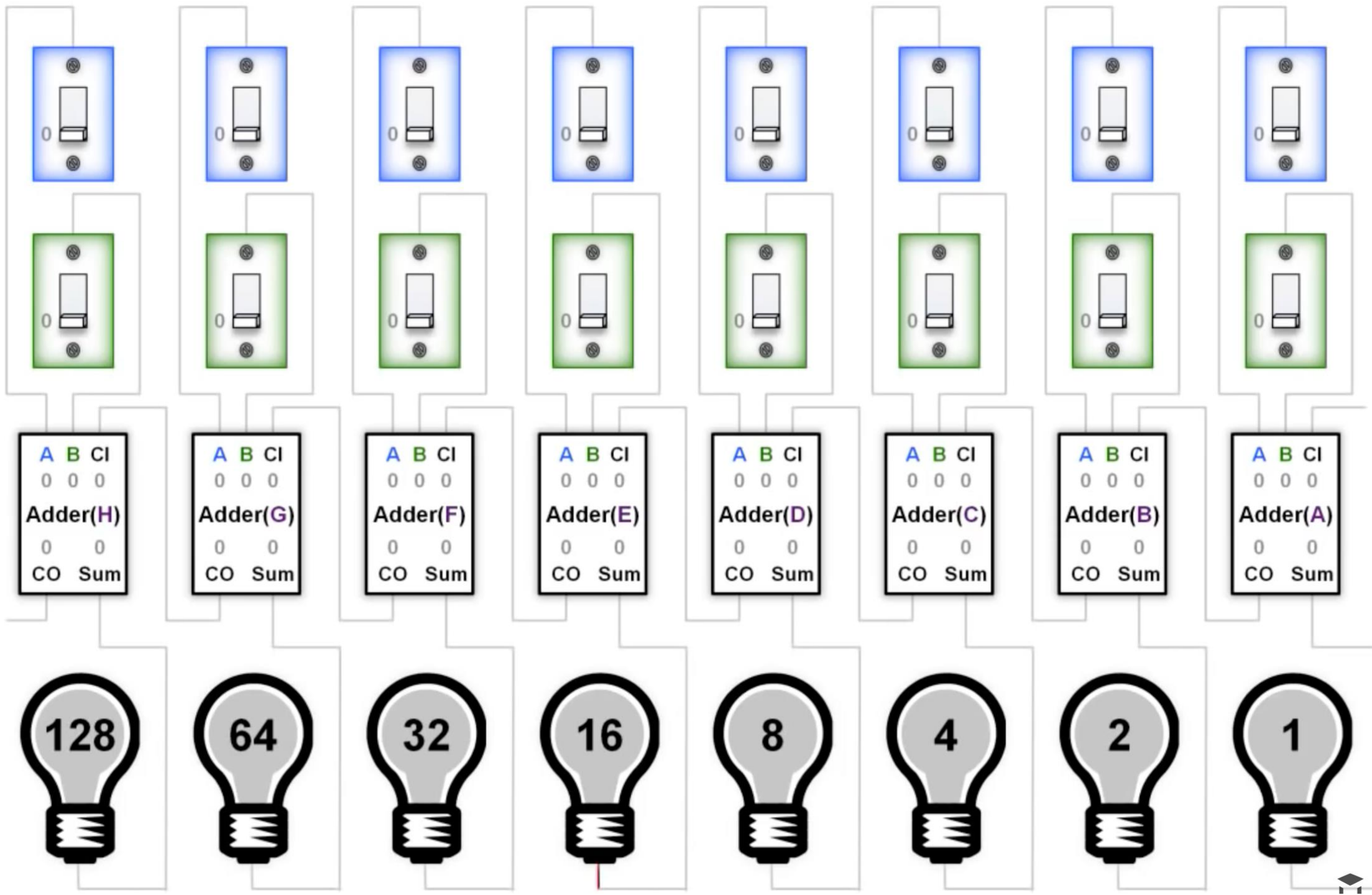
0

00000000

+

0

00000000



1

00000001

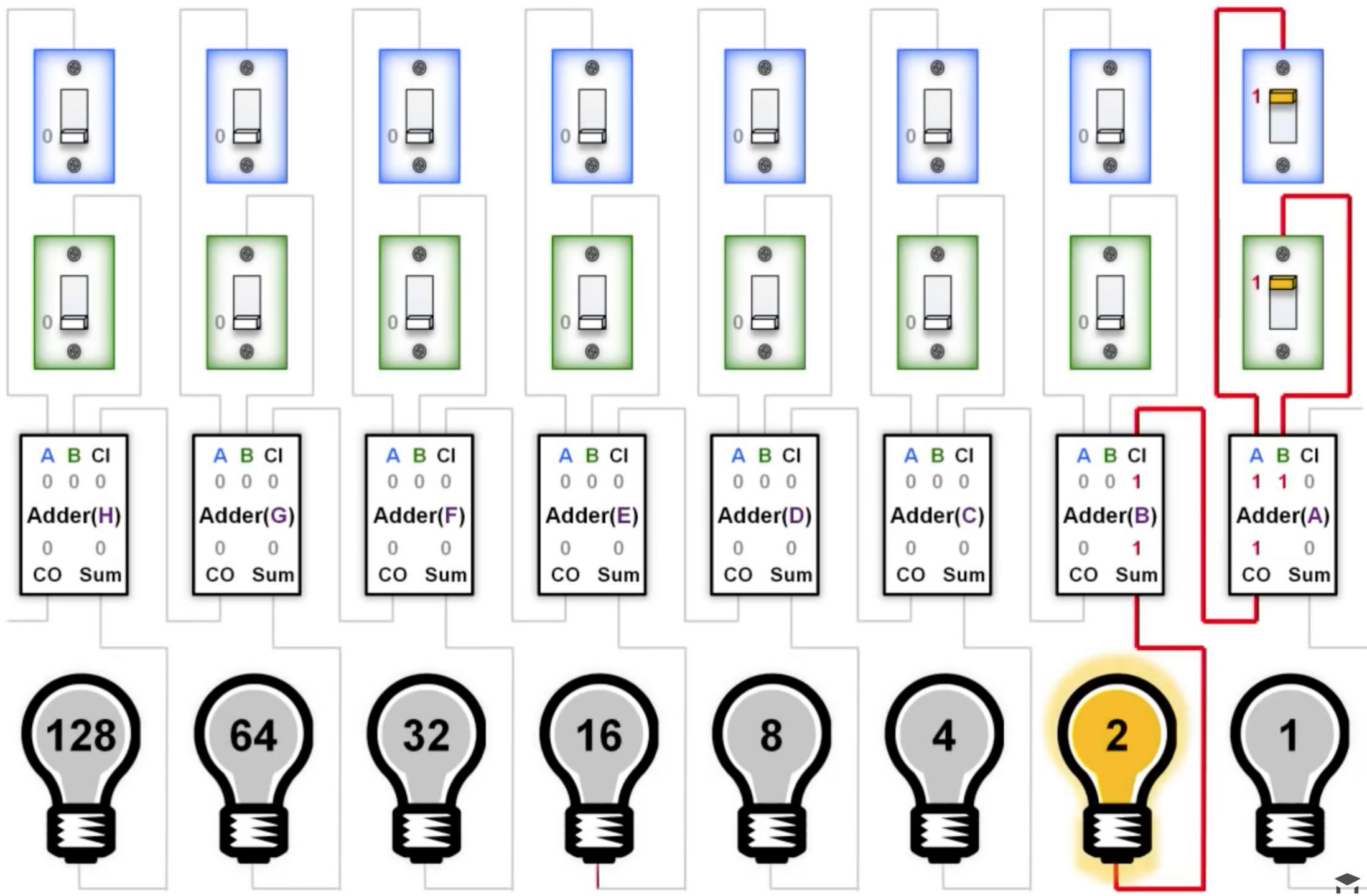
1

00000001

+

2

00000010



2

00000010

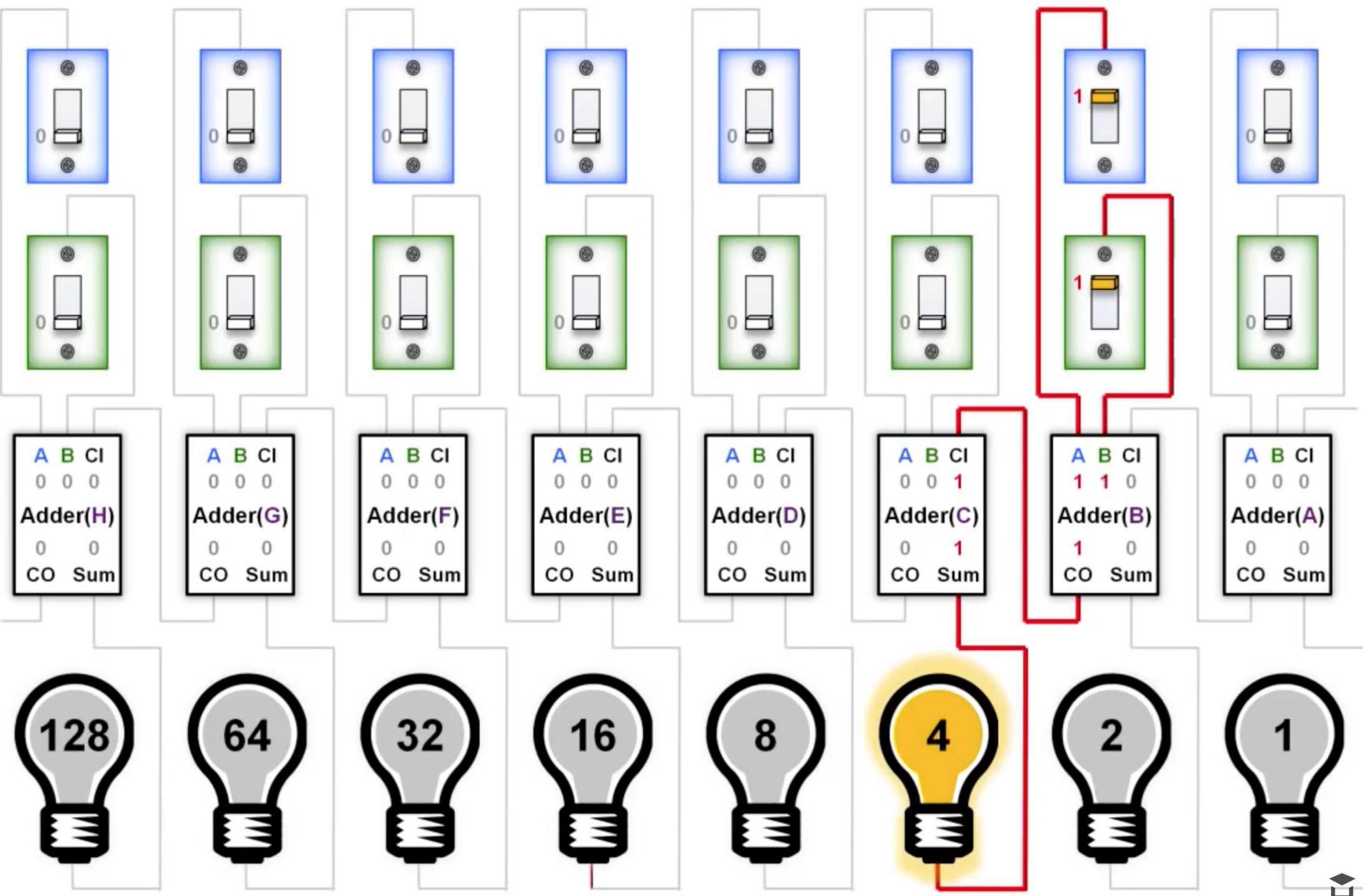
2

00000010

+

4

00000100



3

00000011

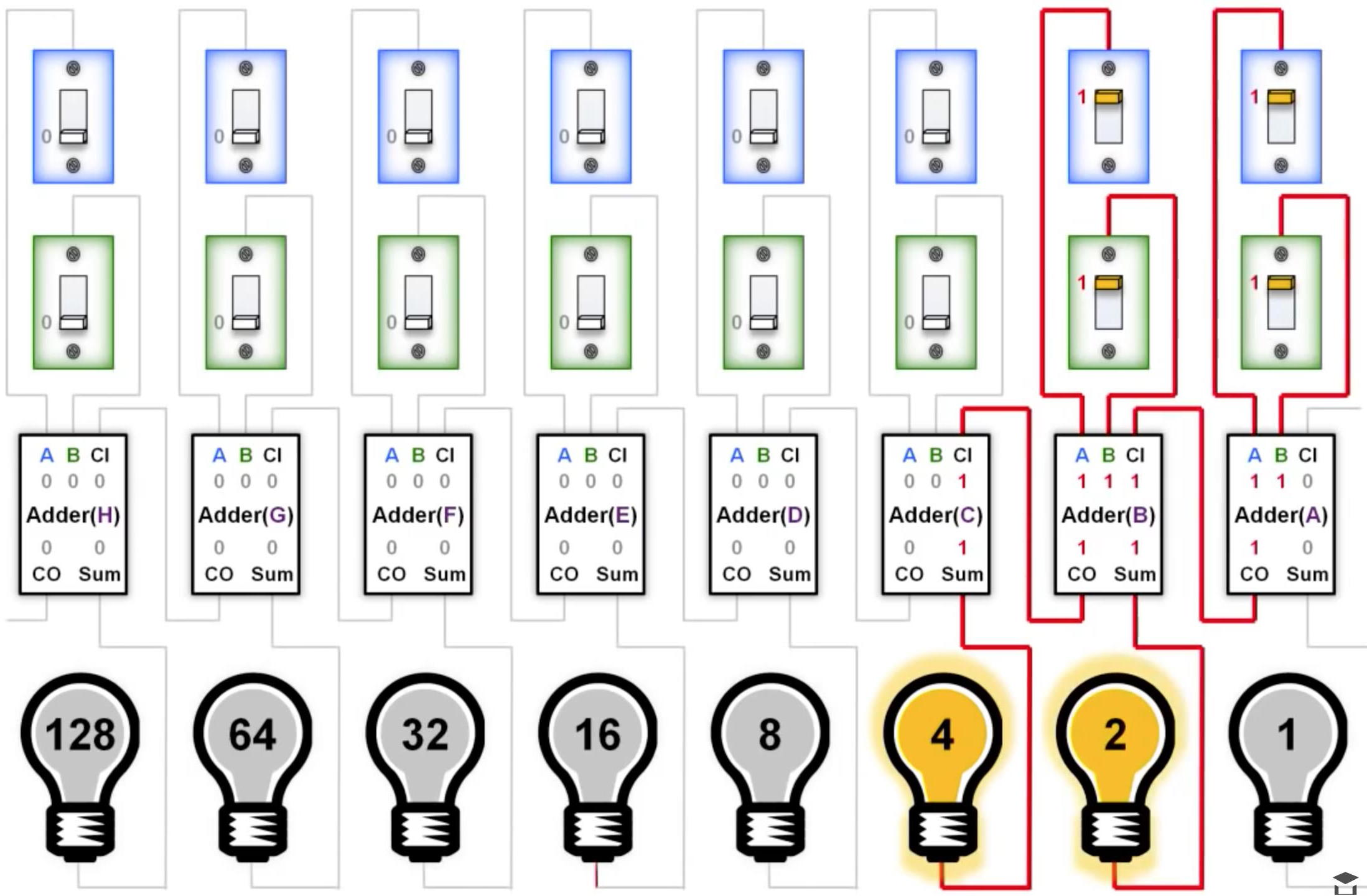
3

00000011

+

6

00000110



10

00001010

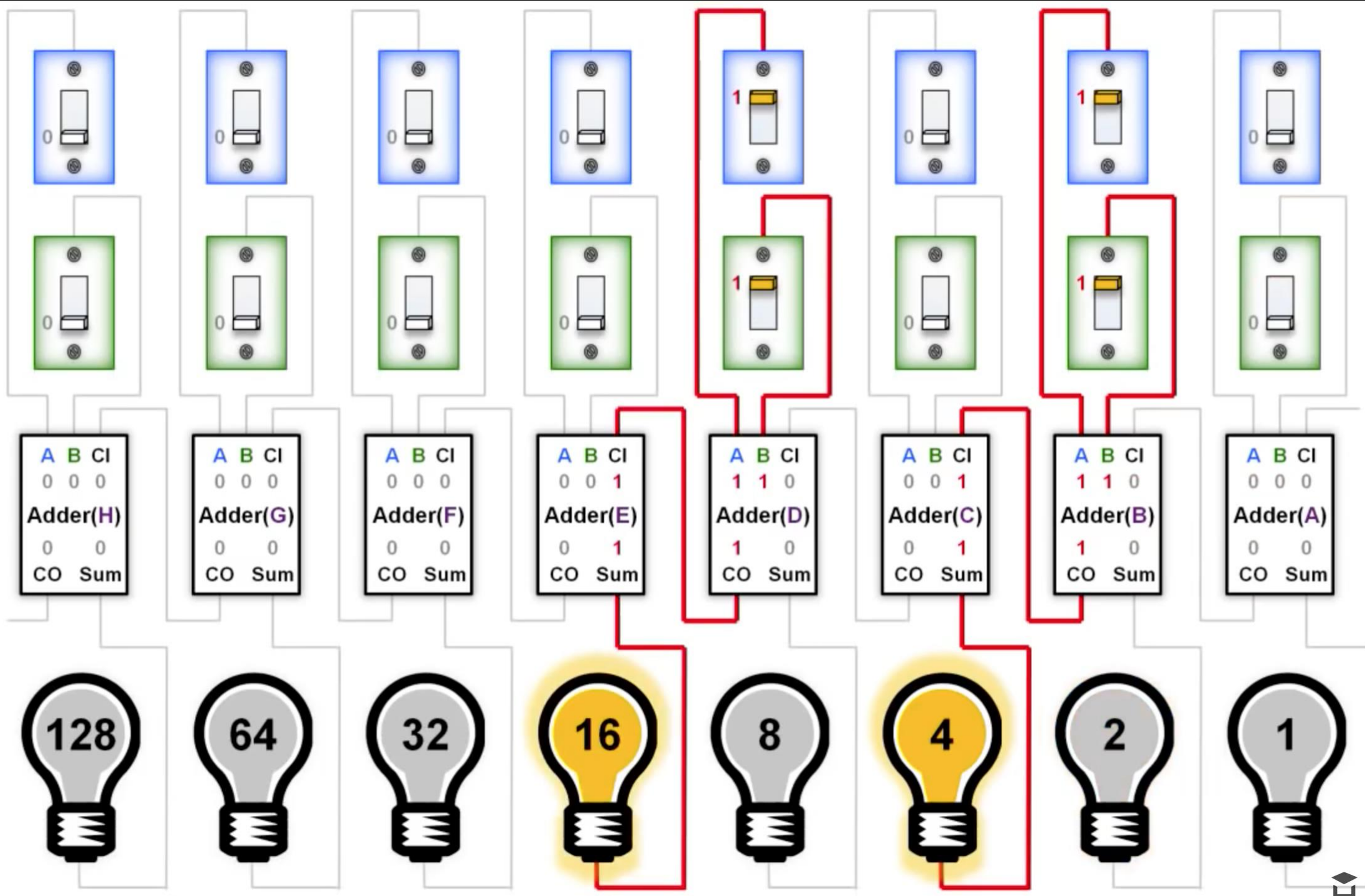
10

00001010

+

20

00010100



15

00001111

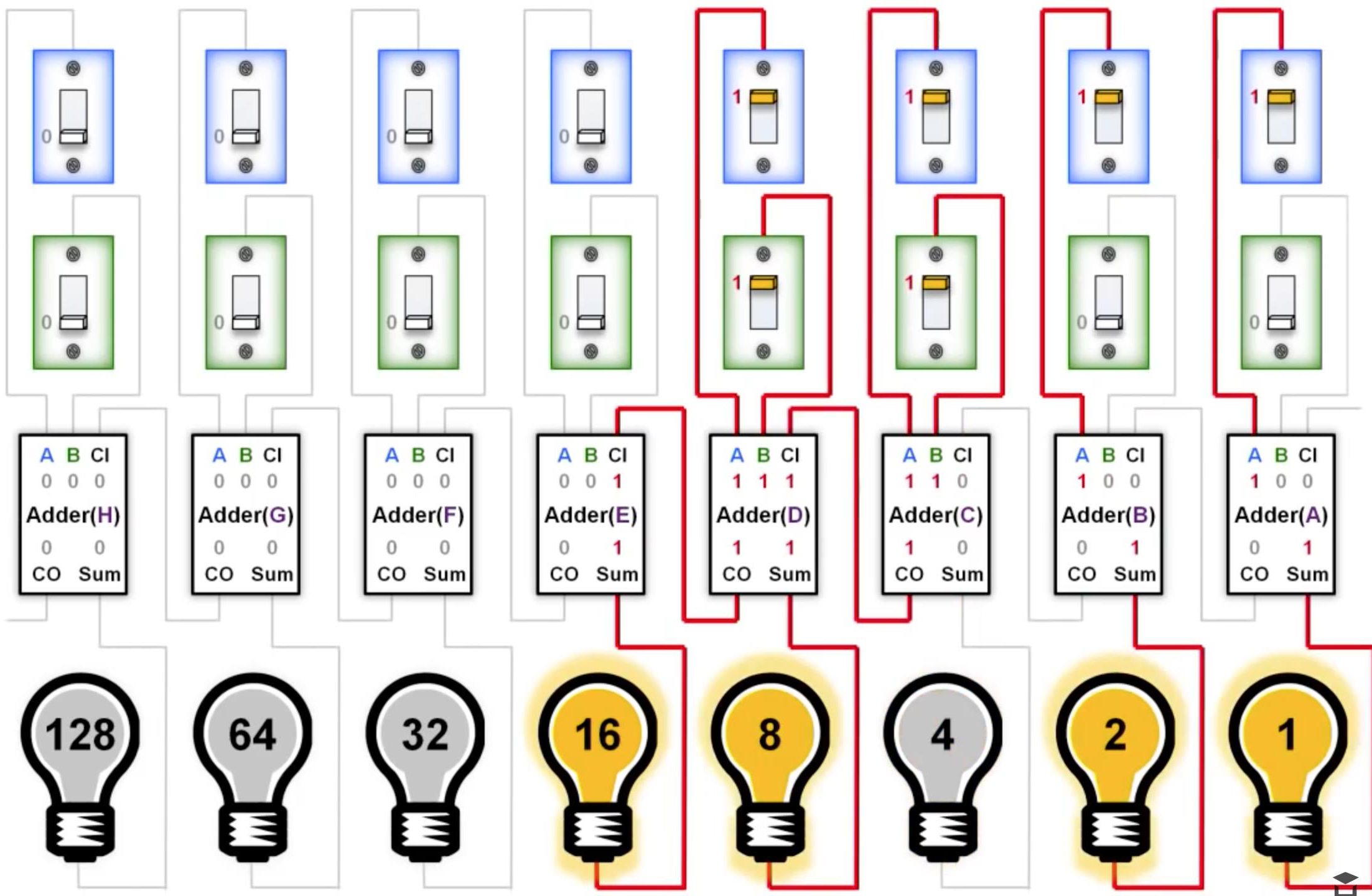
12

00001100

+

27

00011011



219

11011011

36

00100100

+

255

11111111

