第九章　电磁感应与电磁波

一、单选题

1、B　2、C　3、C　4、D　5、C　6、D

二、判断题

7、×　8、√　9、×　10、×　11、×　12、×

三、填空题

13、$-2\pi\cos(100\pi t)$，0.628 A　14、$-\mu_0 n\omega I_0\cos\omega t\cdot\pi a^2$　15、变化的磁场，变化的电场　16、1210 匝，4.8×10^{-2}J　17、$\frac{\mu_0 NI}{2\pi}\ln 2$，0　18、$\pi R^2\varepsilon_0\frac{\mathrm{d}E}{dt}$，$\frac{\mu_0\varepsilon_0 R}{2}\frac{\mathrm{d}E}{dt}$　19、$\frac{1}{2}v\ \ bc\ \ B$，c

四. 计算题

20. 解：(1) (图略) 右手定则可以判断 Ob 段 $\vec{v}\times\vec{B}$ 指向 b，Oa 段 $\vec{v}\times\vec{B}$ 指向 a，此问题如同大电池和小电池两负极相连，小电池成为负载. 以 O 为原点 Ob 为轴正向，距 O 为 l 处取线元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 指向 b，类似操作对 Oa 段，分别算两电动势相减，

$$\mathcal{E}=\int_0^{\frac{4}{5}x}\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}_1-\int_0^{\frac{1}{5}x}\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)_2\cdot\mathrm{d}\vec{l}_2=\int_0^{\frac{4}{5}x}\omega lB\ \ \mathrm{d}l-\int_0^{\frac{1}{5}x}\omega lB\ \ \mathrm{d}l=\frac{3}{10}\omega Bx.$$

注意到 $\mathrm{d}\vec{l}_1$ 与 $\mathrm{d}\vec{l}_2$ 反向，被积函数是奇函数或原函数是偶函数，则可直接在距 O 为 l 处取线元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 沿 Ob 方向，

$$\mathcal{E}=\int_{-\frac{1}{5}x}^{\frac{4}{5}x}\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_{-\frac{1}{5}x}^{\frac{4}{5}x}\omega lB\ \ \mathrm{d}l=\frac{3}{10}\omega Bx=V_b-V_a.$$

(2) Ob 段 $\vec{E}_k=\vec{v}\times\vec{B}$ 指向 b，Oa 段 $\vec{E}_k=\vec{v}\times\vec{B}$ 指向 a，且 Ob 段长于 Oa 段，则 b 点电势高于 a 点.

21. 解：(1) (图略) 设 $t=0$ 时，导线 ab 绕 OO' 轴旋转的初相位为零，即半圆面的法向与磁场 $\vec{B}$ 方向夹角为零. 半圆面积元为 $\mathrm{d}S_1$，矩形面积元为 $\mathrm{d}S_2$，则通过整个回路的磁通量

$$\Phi_\mathrm{m}=\int_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_{S_1}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}_1+\int_{S_2}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}_2=\frac{\pi r^2}{2}B\cos 2\pi nt+BS.$$

(2) 由法拉第电磁感应定律和欧姆定律

$$\mathcal{E}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_\mathrm{m}}{\mathrm{d}t}=n\pi^2r^2B\sin 2\pi nt,\qquad I=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{n\pi^2r^2B}{R}\sin 2\pi nt.$$

22. 解：(1) (图略) 导体棒 OP 上任一点速度 $\vec{v}$ 垂直于纸面向里，$\vec{v}\times\vec{B}$ 垂直于转轴 OO'向右与 OP 的夹角为 α，由几何条件有 $\alpha=\pi/2-\theta$. 以 O 为原点 OP 为正向，距

O 为 l 处取线元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 指向 P，线元速率 $v=\omega l\sin\theta$，

$$\mathcal{E}=\int_O^P(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_0^L\omega lB\sin\theta\cos\alpha\,\mathrm{d}l=\omega B\sin^2\theta\int_0^L l\ \mathrm{d}l=\frac{1}{2}\omega BL^2\sin^2\theta=V_P-V_O.$$

(2) OP 上 $\vec{E}_k=\vec{v}\times\vec{B}$ 指向右且与 OP 的夹角小于 $\pi/2$，则 P 点电势高于 O 点.

23. 解：(1) (图略) 以 CD 延长线与载流长直导线垂直交点为原点，DC 为 r 轴，回路包围内一点距载流长直导线垂直距离为 r 的磁感强度 $B=B(r)=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$，$r$ 附近的面积元 $\mathrm{d}S=h\mathrm{d}r$，

$$\Phi_\mathrm{m}=\int_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_a^b\frac{\mu_0 I}{2\pi r}h\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I_0 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\cdot\sin\omega t.$$

(2) 由法拉第电磁感应定律

$$\mathcal{E}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_\mathrm{m}}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0\omega I_0 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\cdot\cos\omega t.$$

24. 解：(1) (图略) 导线框不运动，闭合回路内的感应电动势即是 MN 上的动生电动势，MN 上瞬时非静电场 $\vec{E}_k=\vec{v}\times\vec{B}$ 及瞬时感应电流从 N 指向 M，则 M 点电势高于 N 点，电动势和感应电流

$$\mathcal{E}=\int_N^M(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=vBL,\qquad I=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{vBL}{R}.$$

MN 作为载流导线所受瞬时安培力 $F=\left|I\overrightarrow{NM}\times\vec{B}\right|=ILB$ 垂直于 MN 向左，成为运动阻力. 由牛顿第二定律，

$$-F=-ILB=-\frac{vL^2B^2}{R}=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t},\qquad\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=-\frac{L^2B^2}{mR}\int_0^t\mathrm{d}t,\qquad v=v_0\exp\left(-\frac{L^2B^2}{mR}t\right).$$

五. 证明题

25. 证明：(图略) 电流有柱对称性. 以轴上一点为圆心半径为 $r\le R$ 与轴垂直的同心圆为安培环路，电流与安培环路正向成右手螺旋，磁感应强度沿环路各点正向切向. 有介质时的安培环路定理，

$$\oint_L\vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=H\ 2\pi r=\sum I_0=\frac{I}{\pi R^2}\pi r^2,\qquad H=\frac{Ir}{2\pi R^2},\qquad B=\frac{\mu_0\mu_r Ir}{2\pi R^2}.$$

磁场能量密度为

$$w_m=\frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}=\frac{1}{2}HB=\frac{\mu_0\mu_r I^2r^2}{8\pi^2R^4}.$$

取半径 r 且厚度 $\mathrm{d}r$ 高 h 的圆柱壳层为体积元 $\mathrm{d}V=2\pi r\mathrm{d}r\cdot h$，磁场能量

$$W_m=\int_V w_m\mathrm{d}V=\int_0^R\frac{\mu_0\mu_r I^2r^2}{8\pi^2R^4}2\pi rh\mathrm{d}r=\frac{\mu_0\mu_r I^2}{16\pi}h,\qquad\frac{W_m}{h}=\frac{\mu_0\mu_r I^2}{16\pi}.$$