第一次 质点运动学参考答案

一、选择题：

1.B　　2.D　　3.C　　4.B　　5.A

二、填空题：

1. $x = 2t^2 - \frac{1}{12}t^4 - t + 0.75$

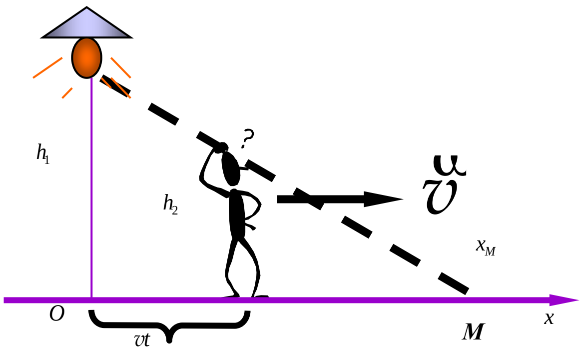
2. $0.009\pi\,\mathrm{m/s^2}$，0

3. $-8\mathrm{m/s}$　，$-16\mathrm{m/s^2}$

4. $y = \frac{b}{a}x$

5. $18\,m\cdot s^{-1}$，$\tan\alpha = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = -\frac{3}{2}$；$72.1\,m\cdot s^{-2}$，$\tan\beta = \frac{a_y}{a_x} = -\frac{2}{3}$

三、计算题



1. 取坐标如图所示

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{x_M}{x_M - vt} \qquad x_M = \frac{h_1 vt}{h_1 - h_2}$$

$$v_M = \frac{\mathrm{d}x_M}{\mathrm{d}t} = \frac{h_1 v}{h_1 - h_2}$$

2. 因　$v_2/v_1 = R\omega_2/(R\omega_1) = k\,t_2^2/(k\,t_1^2) = t_2^2/t_1^2$

故　$v_1 = v_2\,t_1^2/t_2^2 = 8\mathrm{m/s}$

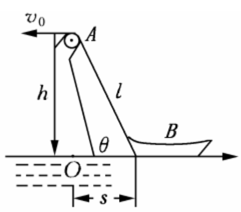
$a_n = v_1^2/R = 32\mathrm{m/s^2}$

$a_t = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t = \mathrm{d}(R\omega)/\mathrm{d}t = \mathrm{d}(Rkt^2)/\mathrm{d}t = 2Rkt = 2Rkt^2/t = 2v_1/t_1 = 16\mathrm{m/s^2}$

所以　$a = (a_n^2 + a_t^2)^{1/2} = 35.8\mathrm{m/s^2}$

3. 设人到船之间绳的长度为l，此时绳与水面成θ角，由图可知

$$l^2 = h^2 + s^2$$



将上式对时间t求导，得

$$2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = 2s\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

根据速度的定义，并注意到l, s是随t减少的，

∴
$$v_{绳} = -\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = v_0, v_{船} = -\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

即 $$v_{船} = -\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = -\frac{l}{s}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = \frac{l}{s}v_0 = \frac{v_0}{\cos\theta}$$

或 $$v_{船} = \frac{lv_0}{s} = \frac{(h^2+s^2)^{1/2}v_0}{s}$$

4. (1)大船看小艇，则有$\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$，依题意作速度矢量图如图(a)

(a) (b)

由图可知 $$v_{21} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 50\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$$

方向北偏西 $$\theta = \arctan\frac{v_1}{v_2} = \arctan\frac{3}{4} = 36.87^\circ$$

(2)小船看大船，则有$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$，依题意作出速度矢量图如图(b)，同上法，得

$$v_{12} = 50\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$$

方向南偏东36.87°

四、证明题

由 $a=\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=(\mathrm{d}v/\mathrm{d}x)(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)=v(\mathrm{d}v/\mathrm{d}x)=-kv^2$

有 $$\mathrm{d}v/v=-k\mathrm{d}x$$

$$\int_{v_0}^{v}(\mathrm{d}v/v) = -\int_0^x k\mathrm{d}x$$

$$\ln(v/v_0)=-kx$$

故 $$v=v_0\mathrm{e}^{-kx}$$

第二次 牛顿定律参考答案

一、选择题：

1. C　　2.B　　3.A　　4.A　　5.C

二、填空题：

1. $\dfrac{1}{v} = \dfrac{1}{v_0} + \dfrac{k}{m}t$

2. 9:16

3. 4.2m ， 8.2m/s

4. $g\mathrm{ctg}\theta$， $mg/\sin\theta$

5. 0, $3mg$-$2mg\cos\theta_0$, θ_0, $mg\cos\theta_0$, $mg\cos\theta+2mg(\cos\theta-\cos\theta_0)$

三、计算题

1. 设水平面对球的正压力为 N，绳的张力为 T，球在水平面上作圆周运动的半径为 r，角速度为 ω，绳与竖直方向夹角为 θ，则有：

水平方向：$T\sin\theta = m\omega^2 r$

竖直方向：$T\cos\theta + N = mg$

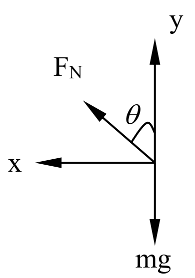
解之得：$N = \dfrac{m(g\sin\theta - r\omega^2\cos\theta)}{\sin\theta}$， 以 $\cos\theta = \dfrac{h}{l}, \omega = 2\pi n, r = l\sin\theta$ 代入，有

$$N = m(g - 4\pi^2 n^2 h)$$

因为当 N=0 时质点开始脱离水平面，此时的转速 n 为最大值，所以

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{h}}$$

2. 取钢球为隔离体，其受力分析如右图所示，在图示坐标中列动力学方程



$$F_N\sin\theta = ma_n = mR\,\omega^2\sin\theta$$

$$F_N\cos\theta = mg$$

且有 $\cos\theta$ =（R-h）/R

由上述各式可解得钢球距碗底的高度为

$$h = R - g/\omega^2$$

3. 要求得手提带上的张力 T，我们用牛顿第二定律：

$$T - W = ma_y \qquad ①$$

而 $W - mg = 29.4$ (N)

该过程手提包的加速度和电梯是一致的，可以从位移公式中得出：

$$y = v_{0y}t + 1/2\ a_y t^2$$

其中，$v_{0y} = 0$，$y = 2.0\text{m}$，当 $t = 6.0\text{s}$ 时，解得 $a_y = 11.1\ \text{m/s}^2$

代入①式，得 T = 62.7 (N)

四、证明题

1. 证明：

(1)∵ $$a = \frac{-kv}{m} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

分离变量，得

$$\frac{\mathrm{d}v}{v}=\frac{-k\mathrm{d}t}{m}$$

即
$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=\int_0^t\frac{-k\mathrm{d}t}{m}$$

$$\ln\frac{v}{v_0}=\ln e^{-\frac{kt}{m}}$$

∴
$$v=v_0e^{-\frac{k}{m}t}$$

(2)
$$x=\int v\mathrm{d}t=\int_0^t v_0e^{-\frac{k}{m}t}\mathrm{d}t=\frac{mv_0}{k}(1-e^{-\frac{k}{m}t})$$

(3)质点停止运动时速度为零，即 t→∞，

故有
$$x'=\int_0^\infty v_0e^{-\frac{k}{m}t}\mathrm{d}t=\frac{mv_0}{k}$$

(4)当 t=$\frac{m}{k}$时，其速度为

$$v=v_0e^{-\frac{k}{m}\cdot\frac{m}{k}}=v_0e^{-1}=\frac{v_0}{e}$$

即速度减至v_0的$\frac{1}{e}$.

第三次 动量守恒定律和能量守恒定律参考答案

一、选择题：

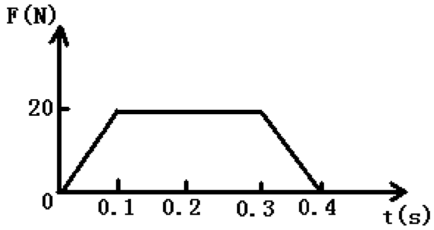
1. C 2. B 3. D 4. C 5. B

二、填空题：

1. 合外力的功，合外的功及合内力的功，合外力的功和非保守内力的功
2. $\frac{ab}{2v}$
3. $\vec{v}=10\vec{i}+8\vec{j}$ m/s
4. 1:5
5. $GMm/2r$，$-GMm/2r$

三、计算题

1. （1）



（2）$I=\int Fdt=\frac{(0.2+0.4)\times 20}{2}=$6N·S ，

$\overline{F}=\frac{I}{\Delta t}=15N$

（3）由 $I=mv-mv_0$

解得 v=3m/s

2. 水桶匀速上提过程中，a=0，拉力与水桶重力平衡，有 $\vec{F}+\vec{P}=0$

水桶重力随位置的变化关系为 $P=mg-\beta gy$（其中 $\beta=0.2kg/m$）

人对桶的拉力的功为 $W=\int_0^{10}\vec{F}\cdot d\vec{y}=\int_0^{10}(mg-\beta gy)dy=882\text{J}$

3. 解法一：利用动能定理。

选取桌面为坐标原点，向下为 x 轴正向，向下 dx 元功为：

$$dA=\rho xgdx=\frac{m}{l}gxdx$$

其中 x 为下垂端的坐标。链条刚离开桌面时有：

$$A=\int_a^l dA=\frac{m}{l}g\int_a^l xdx=\frac{m}{2l}g(l^2-a^2)$$

因为：

$$A=E_{kb}-E_{ka}=\frac{1}{2}mv^2$$

所以：

$$v^2=\frac{g}{l}(l^2-a^2)$$

$$v=\sqrt{\frac{g}{l}(l^2-a^2)}$$

解法二：利用机械能守恒。

选取链条，重物，地球为一个系统，无外力和非保守内力做功为零，取桌面为势能零点，链条离开桌面时的速度为 v, 利用机械能守恒定理得

$$0-\frac{m}{l}ag\frac{1}{2}a=\frac{1}{2}mv^2-mg\frac{1}{2}l$$

所以：$v=\sqrt{\frac{g}{l}(l^2-a^2)}$

4. 取 BC 面为重力势能零点，g=10m/s^2

(1) $M_f=\frac{1}{2}mv^2-mgR=-14J$

(2) 由 $f=\mu N=\mu mg=ma \qquad 2as=v_B{}^2$

解得 $\mu=0.27$

(3) 由 $mgh=\frac{1}{2}mv_D{}^2$ 解得 $v_D=\sqrt{15}m/s$

$a_n=v_D{}^2/R=10m/s^2$

$mg\cos30°=ma_t \qquad a_t=5\sqrt{3}m/s^2$

$a=\sqrt{a_n{}^2+a_t{}^2}=\sqrt{175}m/s^2$

由 $N-mg\sin30°=ma_n$ 解得 N=30N

四、证明题

证明：由动量守恒定律有

$$m_Av_A+m_Bv_B=0, \qquad v_A=-\frac{m_B}{m_A}v_B$$

$$E_{KA}=\frac{1}{2}m_Av_A^2, \qquad E_{KB}=\frac{1}{2}m_Bv_B^2$$

所以 $$\frac{E_{KA}}{E_{KB}}=\frac{\frac{1}{2}m_A\left(-\frac{m_B}{m_A}v_B\right)^2}{\frac{1}{2}m_Bv_B^2}=\frac{m_B}{m_A}$$

第四次 刚体转动参考答案

一、选择题：

1.A 2.A 3. D 4.C 5.B

二、填空题：

1. 4s, −15m/s

2. 13.1rad/s ,390

3. $3mL^2/4$, $mgL/2$, $2g/(3L)$

4. $4\omega_0$, $\frac{3}{2}mr^2\omega_0^2$

5. 38kg·m^2

三、计算题

1. $m_2g-T_2=m_2a$

$$T_1-\mu m_1 g=m_1 a$$

$$(T_2-T_1)r=J\alpha$$

$$a=r\alpha$$

由以上四式可得：

$$a=\frac{m_2 g-\mu m_1 g}{\frac{J}{r^2}+m_1+m_2}，\quad T_1=\frac{m_1(m_2+\mu m_2+\mu\frac{J}{r^2})g}{m_1+m_2+\frac{J}{r^2}}，\quad T_2=\frac{m_2(m_1+\mu m_1+\mu\frac{J}{r^2})g}{m_1+m_2+\frac{J}{r^2}}$$

由 $v^2=2ah$

可得 $v=\sqrt{\dfrac{2(m_2-\mu m_1)gh}{m_1+m_2+\frac{J}{r^2}}}$

2. 角动量守恒：子弹击中杆时，子弹和杆组成的体系受的重力和轴的支承力作用，这两个力均通过转轴 O，无力矩。

$$mvl_1=(\frac{1}{3}ML^2+ml^2)\omega$$

子弹埋在杆中，于杆一起摆动，机械能守恒。

$$mgh_1+Mgh=\frac{1}{2}(\frac{1}{3}ML^2+ml_1{}^2)\omega^2$$

$$h=\frac{2}{l}(1-\cos 60°)=\frac{l}{4}$$

$$h_1=l(1-\cos 60°)=\frac{l}{2}$$

计算

$$\omega^2=\frac{\left(ml_1+M\frac{l}{2}\right)g}{\frac{1}{3}Ml^2+ml^2}，\quad \omega=3.83(rad\cdot s^{-1})$$

$$v=\frac{\left(\frac{1}{3}ML^2+ml_1^2\right)\omega}{ml_1}=185(m\cdot s^{-1})$$

3. 解 $\mathrm{d}m=\frac{m}{l}\mathrm{d}x$

$$\mathrm{d}F_{\mathrm{f}}=\mu\mathrm{d}mg$$

$$\mathrm{d}M=x(\mu\mathrm{d}mg)$$

$$M=\int x\mu \mathrm{d}mg=\frac{\mu mg}{l}\int_0^L x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mu mgL$$

4. 由机械能守恒定律有

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}J\omega^2+\frac{1}{2}kh^2=mgh$$

因为 $\omega=\frac{v}{r}$

$$v=\sqrt{\frac{2mgh-kh^2}{m+\frac{J}{r^2}}}=1.51m/s$$

第五次　机械振动

一、选择题

1. D　2. D　3. B　4. D　5. D

二、填空题

1、24/7s；4/3π

2、7cm

3、0.4m；2s；π/4；1.26m/s

4、$\frac{T}{8}$

5、$x=0.04\cos(4\pi t-\frac{\pi}{2})$

三、计算题

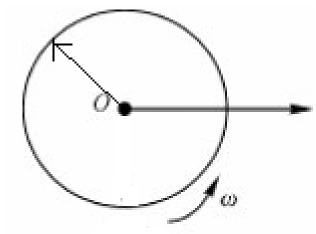
1、解：（1）$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=10(\text{rad/s})$　　$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{5}=0.628(\text{s})$

（2）$\upsilon_0=-\omega A\sin\phi_0=0.17(\text{m/s})$　　$\phi_0=\arccos\frac{1}{2}=\frac{\pi}{3}$

（3）$x=0.02\cos(10t+\frac{\pi}{3})$

2、解：（1）$x = 0.12\cos(\pi t - \frac{\pi}{3})$

（2）$t = \frac{5}{6}\pi \cdot \frac{T}{2\pi} = \frac{5}{6} = 0.83(\mathrm{s})$



3、解：（1）$\omega = 8\pi(\mathrm{rad/s})\quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.25(\mathrm{s})\quad \mathrm{A{=}0.1(m)}$

$\phi_0 = \frac{2}{3}\pi \quad \upsilon_m = 0.8\pi{=}2.5(\mathrm{m/s})\quad a_m = 63.2(\mathrm{m/s^2})$

（2）$\phi = \omega t + \phi_0 = 8\pi t + \frac{2\pi}{3}$　　各时刻$\phi = \frac{2\pi}{3}$

4、解：（1）$k = \frac{F_m}{x_m} = 2(\mathrm{N/m})$；$E = \frac{1}{2}kA^2 = 0.16(\mathrm{J})$

（2）$\upsilon_m = A\omega = 0.8\pi \Rightarrow \omega = 2\pi(\mathrm{rad/s})$；$\phi_0 = \frac{\pi}{3}$

$x = 0.4\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$

5、解：（1）$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\phi_{20} - \phi_{10})} = 0.08(\mathrm{m})$

$\phi_0 = \arctan\frac{A_1\sin\phi_{10} + A_2\sin\phi_{20}}{A_1\cos\phi_{10} + A_2\cos\phi_{20}} = \arctan 11 = 84.8^{\circ}$

（2）$\phi = \frac{3\pi}{4}$时， 振幅最大 $A = 0.12(\mathrm{m})$

$\phi = -\frac{\pi}{4}$时，振幅最小 $A = 0.02(\mathrm{m})$

第六次　机械波

一、选择题

1.B　2.C　　3.D　　4.D　　5.D

二、填空题

1、$\frac{b}{2\pi};\frac{2\pi}{c};\frac{b}{c};ab$

2、0.25Hz；$\frac{\pi}{5}$

3、（1） 波源；（2） 能够传播机械振动的弹性介质。

4、3m；300m/s

5、$y_1(t)=A_1\cos[\omega(t-\frac{r_1}{u})+\phi_1]$；$y_2(t)=A_2\cos[\omega(t-\frac{r_2}{u})+\phi_2]$；

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\phi_2-\phi_1-\omega\frac{r_2-r_1}{u})}$$

三、计算题

1、解：（1）$\lambda=8(\text{m})$；$A=0.04(\text{m})$；$\nu=\frac{u}{\lambda}=125(\text{Hz})$；$T=\frac{1}{\nu}=0.008(\text{s})$

（2）$y=0.04\cos[250\pi(t-\frac{x}{100})]$

（3）上，上，下，下　（4）$y=0.04\cos(250\pi t+\pi)$

2、解：（1）$y_o=A\cos[\omega(t+\frac{L}{u})+\phi]$

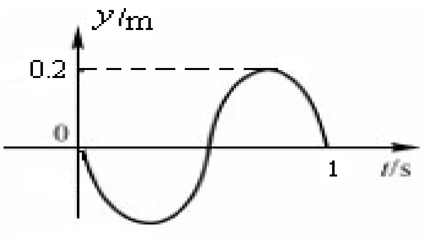
（2）以 O 点为波源：$y=A\cos[\omega(t+\frac{x+L}{u})+\phi]$

（3）$\frac{\omega(x+L)}{u}=2k\pi\quad(k=0,\pm1,\text{L})$；$x=\frac{2k\pi u}{\omega}-L$

3、解：（1）$y=0.03\cos[4\pi(t+\frac{x}{20})-\pi](\text{m})$；$y_D=0.03\cos(4\pi t-\frac{14\pi}{5})$

（2）$y=0.03\cos[4\pi(t-\frac{x}{20})](\text{m})$；$y_D=0.03\cos(4\pi t-\frac{14\pi}{5})$

4、解：（1）$y_P=0.2\cos(2\pi t-\frac{\pi}{2})$；



（2）以 O 点为波源：$y_O=0.2\cos(2\pi t+\frac{\pi}{2})$；

$$y=0.2\cos[2\pi(t-\frac{x}{0.6})+\frac{\pi}{2}](\text{m})$$

（3）如图

第七次 气体动理论参考答案

一、　选择题

1. D　2.B　3.A　4. C　5. B

二、填空题

1. $2.44\times10^{25}m^{-3};1.30kg.m^{-3};3.45\times10^{-9}m$

2. 1:1； 1：16

3. 热力学温度；在平衡态下，自由度为i的分子平均总能量均为$\frac{i}{2}kT$；

1摩尔自由度为i的分子组成的系统内能为$\frac{i}{2}RT$；

由质量为M，摩尔质量为M_{mol}，自由度为i的分子组成的系统的内能为$\frac{M}{M_{\text{mol}}}\frac{i}{2}RT$.

4. 等压；等体；等温

5. 0.152J

第八次　热力学基础答案

一、选择题

1. D　2. C　3. D　4. B　5. C

二、填空题

1. 124.65J， -84.35J。

2. He， CO_2； He， CO_2。

3. 做功，传热， 始末温度，过程。

4. 等压，绝热，等压，绝热。

5. 2 ， 200J 。

三、计算题

1 解：（1）等体过程　$W=0$

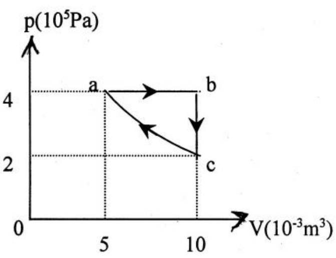
$$Q_v=\Delta E=\nu C_V\Delta T=\frac{3}{2}R(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\times8.31\times(350-300)\text{J}=623\text{J}$$

（2）等压过程

$$Q_p=\nu C_p\Delta T=\frac{5}{2}R(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\times8.31\times(350-300)\text{J}=1039\text{J}$$

$$\Delta E=\nu C_V\Delta T=\frac{3}{2}R(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\times8.31\times(350-300)\text{J}=623\text{J}$$

$$W=Q_p-\Delta E=(1039-623)\text{J}=416\text{J}$$



2 解：(1)$a\rightarrow b$: $W_1=\int P_a dV=P_a(V_b-V_a)=2\times10^3\text{J}$;

$b\rightarrow c$: $V_b=V_c$, $W_2=0$;

$c\rightarrow a$: $W_3=\nu RT_c\ln\frac{V_a}{V_c}$ -1.38×10³J

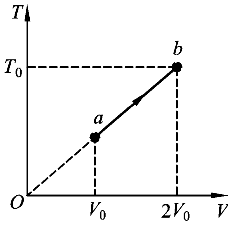
(2) $T_b=\frac{2P_bV_b}{R}=962\text{K}$　　$C_V=5R/2$

$a\rightarrow b$: $Q_1=W_1+E_b-E_a=7\times10^3$J;　　$b\rightarrow c$:　$Q_2=E_c-E_b=\nu C_V(T_c-T_b)=-5\times10^3$J;

$c\rightarrow a$:　$Q_3=W_3=-1.38\times10^3$J

(3) $\eta=1-\dfrac{Q_2+Q_3}{Q_1}=8.86\%$

3 解：设 $T=KV$ 由图可求得直线的斜率 $K=T_0/2V_0$



得过程方程　　　$T=\dfrac{T_0}{2V_0}V$

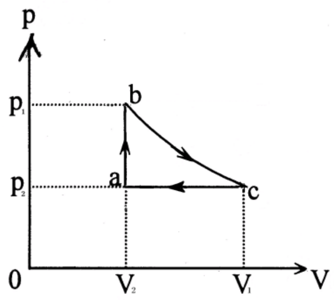
利用状态方程　　$pV=\upsilon RT$

得到 1mol 的理想气体 ab 过程气体对外作功

$$W=\int_{V_0}^{2V_0}P\mathrm{d}V=\int_{V_0}^{2V_0}\frac{RT}{V}\mathrm{d}V=\int_{V_0}^{2V_0}\frac{R}{V}\frac{T_0}{2V_0}V\mathrm{d}V=\frac{RT_0}{2}$$

四 、证明题

1. 等体过程（ab 过程）吸收热量



$$Q_1'=\upsilon C_V(T_2-T_1)$$

$$Q_1=Q_1'=C_V(\frac{p_1V_2}{R}-\frac{p_2V_1}{R})$$

绝热过程（bc 过程）　$Q_3'=0$

等压压缩过程（ca 过程） 放出热量

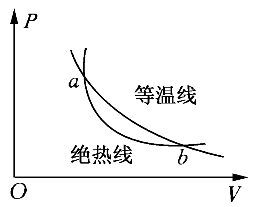
$$Q_2'=\upsilon C_p(T_2-T_1)$$

$$Q_2=\left|Q_2'\right|=-\upsilon C_p(T_2-T_1)=C_p(\frac{p_2V_1}{R}-\frac{p_2V_2}{R})$$

所以循环效率

$$\eta=1-\frac{Q_2}{Q_1}=1-\frac{C_p(p_2V_1-p_2V_2)}{C_V(p_2V_1-p_2V_2)}=1-\gamma\frac{V_1/V_2-1}{p_1/p_2-1}$$

2.　用热力学第一定律和第二定律分别证明，



（1）

方法一：由热力学第一定律有 $Q=\Delta E+W$

假设等温线和绝热线有两个交点 a 和 b，

则经等温 $a\rightarrow b$ 过程,内能变化为$\Delta E_1=Q_1-W_1=0$，即$\Delta E_1=0$

经绝热 $b\rightarrow a$ 过程，内能变化为$\Delta E_2+W_2=0$ 即$\Delta E_2=-W_2<0$

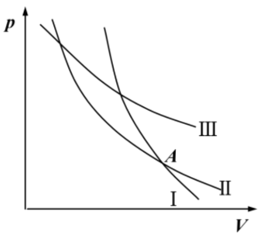
从上得出$\Delta E_1\neq\Delta E_2$，这与 a，b 两点的内能变化应该相同矛盾.

故一条等温线和一条绝热线不能相交两次。

方法二：若两条曲线有两个交点，则组成闭合曲线而构成了一循环过程，这循环过程只有吸热，无放热，且吸热全部用来对外做正功，热机效率为 100%，违背了热力学第二定律，故一条等温线和一条绝热线不能相交两次。

（2）利用反证法和热力学第二定律证明。

假设两条绝热线 I 与 II 在 p-V 图上相交于一点 A，如图所示。现在在图上画一等温线III ，使它与两条绝热线组成一个循环。这个循环只有一个单热源，它把吸收的热量全部转变为功即热机效



率为 100％，并使周围没有变化。显然这是违反热力学第二定律的，因此两条绝热线不能相交。