第七章　静电场

一、单选题

1. B　2. A　3. C　4. B　5. B　6. C

二、判断题

7. ×　8. ×　9. √　10. ×　11. ×　12. ×

三、填空题

13. $(\sqrt{2}-1)R$　　14. 2，2　　15. 0，$Q/(4\pi\varepsilon_0 R)$　　16. $\varepsilon_0 S/(d-t)$

17. 低，高，减小　　18. $q/(24\varepsilon_0)$　　19. a，负　　20. $Qq/(8\pi\varepsilon_0 R)$

四. 计算题

21. 解：(1)　(图略) 电荷分布具有轴对称性，电场强度垂直于轴沿径向，高斯面为同轴柱面，真空中的高斯定理 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\ \ 2\pi rh = \sum q/\varepsilon_0$，空间分三部分，

$$\begin{cases} E_1\ \ 2\pi rh = 0, & E_1 = 0, & 0<r<R_1 \\ E_2\ \ 2\pi rh = \dfrac{\lambda h}{\varepsilon_0}, & E_2 = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}, & R_1<r<R_2 \\ E_3\ \ 2\pi rh = 0, & E_3 = 0, & R_2<r \end{cases}$$

(2) 两柱面间电势差，场强积分与路径无关，积分沿径向，$\vec{E}\cdot d\vec{l} = \vec{E}\cdot d\vec{r} = E\ \ dr$. 注意：非匀强场，$U \neq Ed \neq E(R_2-R_1)$

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}_2\cdot d\vec{l} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

22. 解：(1)　(图略) 电荷分布具有轴对称性，电场强度垂直于轴沿径向，高斯面为同轴柱面，真空中的高斯定理 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\ \ 2\pi rh = \sum q/\varepsilon_0$，空间分两部分，

$$\begin{cases} E_1\ \ 2\pi rh = \dfrac{\rho_e \pi r^2 h}{\varepsilon_0}, & E_1 = \dfrac{\rho_e r}{2\varepsilon_0}, & 0<r<R \\ E_2\ \ 2\pi rh = \dfrac{\rho_e \pi R^2 h}{\varepsilon_0}, & E_2 = \dfrac{\rho_e R^2}{2\varepsilon_0 r}, & R<r \end{cases}$$

空间电势分布，场强积分与路径无关，积分沿径向，$\vec{E}\cdot d\vec{l} = \vec{E}\cdot d\vec{r} = E\ \ dr$，

$$V_1 = \int_r^0 \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_r^0 \frac{\rho_e r}{2\varepsilon_0} dr = -\frac{\rho_e r^2}{4\varepsilon_0}, \qquad 0<r<R$$

$$V_2 = \int_r^0 \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_r^R \frac{\rho_e R^2}{2\varepsilon_0 r} dr + \int_R^0 \frac{\rho_e r}{2\varepsilon_0} dr = \frac{\rho_e R^2}{2\varepsilon_0}\ln\frac{R}{r} - \frac{\rho_e R^2}{4\varepsilon_0}, \qquad R<r$$

23. 解：(图略) 电荷分布具有球对称性，电场强度沿径向，高斯面为同心球面，有各向同性

均匀介质的高斯定理 $\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = D\ \ 4\pi r^2 = \sum q$，空间分两部分，

$$\begin{cases} D_1 4\pi r^2 = \dfrac{4}{3}\pi r^3 \rho_0, & E_1 = \dfrac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}, & 0 < r < R \\ D_2 4\pi r^2 = \dfrac{4}{3}\pi R^3\rho_0 = Q, & E_2 = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}, & R < r \end{cases}$$

球体积元 $\mathrm{d}V = 4\pi r^2 \mathrm{d}r$，静电能

$$W_e = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \mathrm{d}V = \int_0^R \frac{1}{2}\varepsilon_0 \left(\frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\right)^2 4\pi r^2 \mathrm{d}r + \int_R^\infty \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\right)^2 4\pi r^2\mathrm{d}r$$

$$= \frac{Q^2}{40\pi\varepsilon_0 R} + \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R} = \frac{Q^2}{40\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R}(5+\varepsilon_r)$$

24.　解：(1) (图略) 由电容器的串并联

$$C_{AB} = \frac{(C_1 + C_2)C_4}{(C_1+C_2)+C_4} + C_3 = \frac{(5+5)\ \ 10}{(5+5)+10} + 5 = 10\ \ (\mu F)$$

(2) 电容的串联，各电容器带电荷量相同，总电压为各电容器电压之和；电容的并联，各电容器极板间电势差相同，总电荷为各电容器极板带电荷量之和

$$Q_{AD} = (C_1 + C_2)U_{AD} = C_4(U_{AB} - U_{AD})$$

$$U_{AD} = \frac{C_4}{C_1 + C_2 + C_4}U_{AB} = \frac{10}{5+5+10}10 = 5\ \ (\mathrm{V})$$

或 AD 间 C_1 和 C_2 并联的电容量与 C_4 的电容量相等，二者是串联关系，各分 AB 间一半的电压，则 $U_{AD} = \frac{1}{2}U_{AB} = 5$ V.

25. 解：(1)　(图略) 空心导体球壳静电平衡时，电荷均匀分布在导体球壳内外表面上，球心点电荷 q，内表面电荷$-q$，外表面电荷 $2q$. 电荷分布具有球对称性，电场强度沿径向，高斯面为同心球面，真空中的高斯定理 $\oint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = E\ \ 4\pi r^2 = \sum q/\varepsilon_0$，空间分三部分，

$$\begin{cases} E_1\ \ 4\pi r^2 = \dfrac{q}{\varepsilon_0}, & E_1 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, & 0 < r < R_1 \\ E_2\ \ 4\pi r^2 = 0, & E_2 = 0, & R_1 < r < R_2 \\ E_3\ \ 4\pi r^2 = \dfrac{2q}{\varepsilon_0}, & E_3 = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0 r^2}, & R_2 < r \end{cases}$$

(2) 电荷有限分布，无穷远点作为电势零点，积分沿径向，$\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = E\ \ \mathrm{d}r$，

$$V_1 = \int_r^\infty \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \int_r^{R_1} E_1\,\mathrm{d}r + \int_{R_1}^{R_2} E_2\,\mathrm{d}r + \int_{R_2}^\infty E_3\,\mathrm{d}r$$

$$= \int_r^{R_1}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r + \int_{R_2}^\infty \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} + \frac{2}{R_2}\right), \qquad 0 < r < R_1$$

$$V_2=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_r^{R_2}E_2\,\mathrm{d}r+\int_{R_2}^{\infty}E_3\,\mathrm{d}r=\int_{R_2}^{\infty}\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R_2},\qquad R_1<r<R_2$$

$$V_3=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_r^{\infty}E_3\,\mathrm{d}r=\int_r^{\infty}\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r},\qquad R_2<r$$

五. 证明题

26. 证明：(图略) 电荷分布具有平面对称性，电场强度沿竖直方向由正极指向负极. 电介质分界面作钱币形高斯面, 介质内无自由电荷，有各向同性均匀介质的高斯定理

$$\oint_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-D_1\Delta S+D_2\Delta S=0\quad\Rightarrow\quad\vec{D}_1=\vec{D}_2=\vec{D}$$

正极板和其相邻电介质分界面做钱币形高斯面，导体内无电场

$$\oint_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=D\Delta S=\sigma\Delta S\quad\Rightarrow\quad D=\sigma=\frac{Q}{S}\quad\Rightarrow\quad E_1=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_1}=\frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_1 S},\qquad E_2=\frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_2 S}$$

积分沿强度方向，匀强场电势差

$$U=\int_L\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_L E\ \mathrm{d}l=E\int_L\mathrm{d}l=Ed$$

电容器两极板电势差

$$U=U_1+U_2=E_1d_1+E_2d_2=\frac{Qd_1}{\varepsilon_0\varepsilon_1 S}+\frac{Qd_2}{\varepsilon_0\varepsilon_2 S}$$

电容器的电容量

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 S}{\varepsilon_1 d_2+\varepsilon_2 d_1}$$