第八章　恒定磁场

一、单选题

1、D　2、B　3、C　4、A　5、D　6、D

二、判断题

7、√　8、×　9、×　10、×　11、√　12、×

三、填空题

13、Na^2IB，0　　14、$\frac{3\mu_0 I}{8a}+\frac{\mu_0 I}{8b}$，垂直纸面向里　　15、$\frac{2\pi mf}{e}$，　$2\pi Rf$

16、$0.028\ \mathrm{A\cdot m^2}$　$(9\pi\times10^{-3}\ \mathrm{A\cdot m^2})$　　17、　c，　a　　18、$\pi R^2 B$

19、$\frac{\mu_0 xI}{2\pi RL}$，2　　20、　1.4 A

四. 计算题

21. 解：(1)　(图略) 电流有柱(轴)对称性. 以轴为圆心半径为 r 与轴垂直的同心圆为安培环路，电流与安培环路正向成右手螺旋，磁感应强度沿环路各点正向切向. 有介质时的安培环路定理，$\oint_S \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=H\ \ 2\pi r=\sum I_0$，

$$\begin{cases} H_1\ \ 2\pi r=\dfrac{\pi r^2}{\pi R^2}I, & B_1=\dfrac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}, \qquad 0<r<R, \\ H_2\ \ 2\pi r=I, & B_2=\dfrac{\mu_0\mu_r I}{2\pi r}, \qquad R<r. \end{cases}$$

(2) 磁感强度由(1)得，通量仿照例题 8.2.4，截面法向与磁感应强度方向平行，注意沿轴向已经完成一重积分，所以 $\mathrm{d}S=x\mathrm{d}r$，

$$\Phi_\mathrm{m}=\int\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_0^R\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}x\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Ix}{4\pi}.$$

22. 解：(1)　(图略) 电荷面密度 $\sigma=Q/(\pi R^2)$. 将圆盘切割成同心圆条，半径 r，宽度 $\mathrm{d}r$，面积 $\mathrm{d}S=2\pi r\ \ \mathrm{d}r$，则在圆条上的电流元 $\mathrm{d}I$ 在圆心产生的磁感强度 $\mathrm{d}B$

$$\mathrm{d}q=\sigma\ \ \mathrm{d}S=\frac{Q}{\pi R^2}2\pi r\mathrm{d}r, \qquad T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\Big/\frac{2\pi n}{60}=\frac{60}{n},$$

$$\mathrm{d}I=\frac{\mathrm{d}q}{T}=\frac{\sigma}{T}2\pi r\mathrm{d}r, \qquad \mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{2r}\mathrm{d}I=\frac{\mu_0\pi\sigma}{T}\mathrm{d}r.$$

同心圆电流在圆心产生的磁感强度

$$B=\int\mathrm{d}B=\int_0^R\frac{\mu_0\pi\sigma}{T}\mathrm{d}r=\frac{\mu_0\pi\sigma}{T}R=\frac{\mu_0 nQ}{60R},$$

方向与圆电流成右手螺旋.

(2) 圆电流磁矩，方向与圆电流成右手螺旋，

$$\mathrm{d}m = \mathrm{d}I \ \ S = \frac{Q}{\pi R^2}\frac{n}{60}2\pi r\mathrm{d}r \ \ \pi r^2 = \frac{n\pi Q r^3}{30R^2}\mathrm{d}r.$$

23. 解：(图略) 螺线管首尾相连, 得到轮胎状的螺绕环. 在螺绕环内以螺绕环中心为圆心的半径为 r 的同心圆为安培环路，磁感强度方向与螺绕环电流成右手螺旋，且沿同心圆正切向. 有介质时的安培环路定理

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = H \ \ 2\pi r \approx H \ \ l = \sum I_0 = NI, \qquad B = \mu_0\mu_r H = \frac{\mu_0\mu_r NI}{l}.$$

24. 解：(1) (图略) 空间一点距无限长载流直导线垂直距离为 r 的磁感强度的情况. 以与载流直导线垂直交点为圆心半径为 r 过场点的同心圆为安培环路，电流与安培环路正向成右手螺旋，磁感应强度沿环路各点正向切向. 真空中的安培环路定理,

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = B \ \ 2\pi r = \mu_0 \sum I_i = \mu_0 I, \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

此时线框中心场点 P 距载流线垂直距离 $r = a + (b-a)/2 = (a+b)/2$，则可得磁感强度 $B = \mu_0 I/[\pi(a+b)]$，方向垂直于纸面向里.

(2) 磁感强度由(1)得, 通量仿照例题 8.2.4，线框法向与磁感应强度方向平行，垂直于纸面向里. 注意沿竖直方向已经完成一重积分, 所以 $\mathrm{d}S = h\mathrm{d}r$，

$$\Phi_\mathrm{m} = \int \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} h\mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}.$$

25. 解：(1) (图略) 空间一点距载流 I_1 无限长直导线垂直距离为 r 处的磁感强度 $B = B(r) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$，由右手定则，电流 I_1 右侧平面内磁感强度方向垂直于纸面向里. 由安培力 $\mathrm{d}\vec{F} = I_2\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$，AD 边受安培力垂直于边向左，BC 边受力垂直于边向右，AB 边受力垂直于边向上，CD 边受力垂直于边向下. AD、BC 各边上相应磁场大小不变,

$$F_{AD} = I_2 a B(a) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}, \qquad F_{BC} = I_2 a B(2a) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}.$$

由对称性，AB、CD 边受力大小相等，方向相反. 在 AB 上取线元 $\mathrm{d}l = \mathrm{d}r$ 向右，

$$F_{AB} = F_{CD} = \int I_2 B\mathrm{d}l = \int_a^{2a} I_2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln 2.$$

(2) 由(1)求合力，方向水平向左，

$$F = F_{AD} - F_{BC} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}.$$

五. 证明题

26. 证明：(图略) 匀强磁场，安培力

$$\vec{F}(\overline{AB}) = \int_{\overline{AB}} I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B} = I\left(\int_{\overline{AB}}\mathrm{d}\vec{l}\right)\times\vec{B} = I\overrightarrow{AB}\times\vec{B}$$

$$\vec{F}\left(\widehat{AB}\right)=\int_{\widehat{AB}} I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}=I\left(\int_{\widehat{AB}}\mathrm{d}\vec{l}\right)\times\vec{B}=I\overrightarrow{AB}\times\vec{B}$$

两等式最后一步是由于直线段(半圆段)有向线段矢量求和即为首尾相连.