

# 数学模型第一次小组作业

姓名	学号	序号
陈鹏宇	20204227	73
赵家乐	20204241	78
王星然	20204256	86

## 1.

### 题目

请自行查询某商业银行的整存整取年利率，填入下表：

一年期	二年期	三年期	五年期
1.75%	2.25%	2.75%	2.75%

现有1笔本金，准备30年后使用，若此期间利率不变，问应该采用怎样的存款方案？

### 模型

假设不可提前支取存款

假设不将本金分开混合选择存款方案(可以证明分开本金存取不如不分开)

假设将获得的利润继续进行存款

注意到一个重要的事实:最终获得利润与存款方案选择顺序无关

这个事实可以大大减少求解的时间复杂度，并允许建立更简单的模型

决策变量 $p_i$ 表示选择第*i*种方案的总利润率， $y_i$ 表示选择第*i*种方案占用的时间， $t_i$ 表示第*i*种方案选择的次数

目标函数为

$$\max = \prod_{i=1}^4 p_i^{t_i}$$

约束条件为

$$t_i \text{ 为整数}$$

$$\sum_{i=1}^4 t_i \times y_i = 30$$

### 程序

```

model:
  sets:
    years/1..4/:yearData,yearSelection,profitData; // yi,ti,pi
  endsets
  data:
    profitData = 1.0175 1.0450 1.0825 1.1375;
    yearData = 1 2 3 5;
  enddata
  max=@prod(years(i):
    profitData(i)^yearSelection(i));
  @for(years:@gin(yearSelection));
  @sum(years(i):
    yearSelection(i)*yearData(i)) = 30;
end

```

## 结果

The screenshot shows the 'Lingo 18.0 Solver Status [Lingo2]' window. It displays the following information:

Solver Status		Variables	
Model Class:	PINLP	Total:	4
State:	Global Opt	Nonlinear:	4
Objective:	2.20942	Integers:	4
Infeasibility:	0	Constraints	
Iterations:	33	Total:	2
		Nonlinear:	1
Extended Solver Status		Nonzeros	
Solver Type:	Global	Total:	8
Best Obj:	2.20942	Nonlinear:	4
Obj Bound:	2.20942	Generator Memory Used (K)	
Steps:	1	25	
Active:	0	Elapsed Runtime (hh:mm:ss)	
		00:00:00	

At the bottom, there is an 'Update Interval' set to 2, and buttons for 'Interrupt Solver' and 'Close'.

使用全局求解器可求得全局最优解2.20942



Global optimal solution found.

Objective value: 2.209424  
 Objective bound: 2.209424  
 Infeasibilities: 0.000000  
 Extended solver steps: 1  
 Total solver iterations: 33  
 Elapsed runtime seconds: 0.14

Model Class: PINLP

Total variables: 4  
 Nonlinear variables: 4  
 Integer variables: 4  
  
 Total constraints: 2  
 Nonlinear constraints: 1  
  
 Total nonzeros: 8  
 Nonlinear nonzeros: 4

Variable	Value	Reduced Cost
YEARDATA( 1)	1.000000	0.000000
YEARDATA( 2)	2.000000	0.000000
YEARDATA( 3)	3.000000	0.000000
YEARDATA( 4)	5.000000	0.000000
YEARSELECTION( 1)	0.000000	0.1859879E-01
YEARSELECTION( 2)	0.000000	0.1660661E-01
YEARSELECTION( 3)	10.00000	-0.4360204E-02
YEARSELECTION( 4)	0.000000	0.000000
PROFITDATA( 1)	1.017500	0.000000
PROFITDATA( 2)	1.045000	0.000000
PROFITDATA( 3)	1.082500	0.000000
PROFITDATA( 4)	1.137500	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	2.209424	1.000000
2	0.000000	0.5692928E-01

YEARSELECTION( 1)	0.000000	0.1859879E-01
YEARSELECTION( 2)	0.000000	0.1660661E-01
YEARSELECTION( 3)	10.00000	-0.4360204E-02
YEARSELECTION( 4)	0.000000	0.000000

对第三种方案选择了10次，即选择了三年期整存整取10次

## 分析

为了得到最大的利润，不仅要考虑方案的年利率，还要考虑方案所占用的时间。要注意到每次选择方案后获得的利润可以继续用于下次方案。三年期方案和五年期方案的年利率相同，均较大，但是最优解选择的是10次三年期，而没有选择6次五年期，这是因为三年期可以更快地将利润用于下次存款，更快地增大本金。

