КТ2. матстат.

$$M\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x)\,dx = \int_{-\infty}^{0} x \cdot 0 \cdot dx + \int_{0}^{+\infty} x \cdot e^{-x}\,dx =$$

$$= \int_{0}^{+\infty} x \cdot e^{-x}\,dx = -\int_{0}^{+\infty} x \cdot d(e^{-x}) = -\left[x \cdot e^{-x} \Big|_{0}^{+\infty} - \right.$$

$$\left. - \int_{0}^{+\infty} e^{-x}\,dx \right] = -\left[(0-0) + e^{-x} \Big|_{0}^{+\infty} \right] = -(0-1) = 1$$

$$M\xi^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot p(x)\,dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot \cancel{0}\,dx + $$

$$\cancel{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2\, d(e^{-x}) = -\left[x^2 e^{-x}\Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x}\, d(x^2)\right]} =$$

$$\cancel{= -\left[x^2 \cdot e^{-x}\right.} + \int_0^{+\infty} x^2 e^{-x}\,dx = -\int_0^{+\infty} x^2\, d(e^{-x}) =$$

$$= -\left[x^2 e^{-x}\Big|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} e^{-x}\, d(x^2)\right] = -\left[0 - 2\int_0^{+\infty} e^{-x} \cdot x\,dx\right] =$$

взял из расчёта $M\xi$.

$$= \cancel{+}\, -2\int_0^{+\infty} x \cdot d(e^{-x}) = = 2 \cdot 1 = 2$$

1) $D\xi = M\xi^2 - (M\xi)^2 = 2 - (1)^2 = 1 < \infty$

2) ξ_k – независимы

3) ξ_k одинаково распределены

(плотность распред. $f_\xi(x)$ у всех ξ)

по простейшей Ц. П. Т.

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\xi_k - M\xi}{\sqrt{D\xi}} \cdot \sqrt{n} \rightarrow N(0,1)$$

(*)

$$\underbrace{\sqrt{n}\left(\overline{\xi}_k - 1\right)}_{\eta} \rightsquigarrow N(0, 1)$$

$$\eta = \sqrt{n}\,\overline{\xi}_k - \sqrt{n}$$

$$\eta + \sqrt{n} = \sqrt{n}\,\overline{\xi}_k$$

$$\overline{\xi}_k = \frac{1}{\sqrt{n}}\eta + 1$$

$$M\overline{\xi}_k = M\left[\frac{1}{\sqrt{n}}\eta + 1\right] = M\left[\frac{1}{\sqrt{n}}\eta\right] + M[1] = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \underbrace{M\eta}_{=0} + 1 = 1$$

$$D\overline{\xi}_k = D\left[\frac{1}{\sqrt{n}}\eta + 1\right] = \left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2 D\eta = \frac{1}{n}\underbrace{D\eta}_{=1} = \frac{1}{n}$$

$$\overline{\xi}_k \rightsquigarrow N\left(1, \frac{1}{n}\right)$$

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n} \cdot 2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x-1)^2}{2 \cdot \frac{1}{n}}}$$