6.2 图的存储表示

邻接矩阵表示法

邻接表表示法

邻接多重表表示法*

图的十字链表*

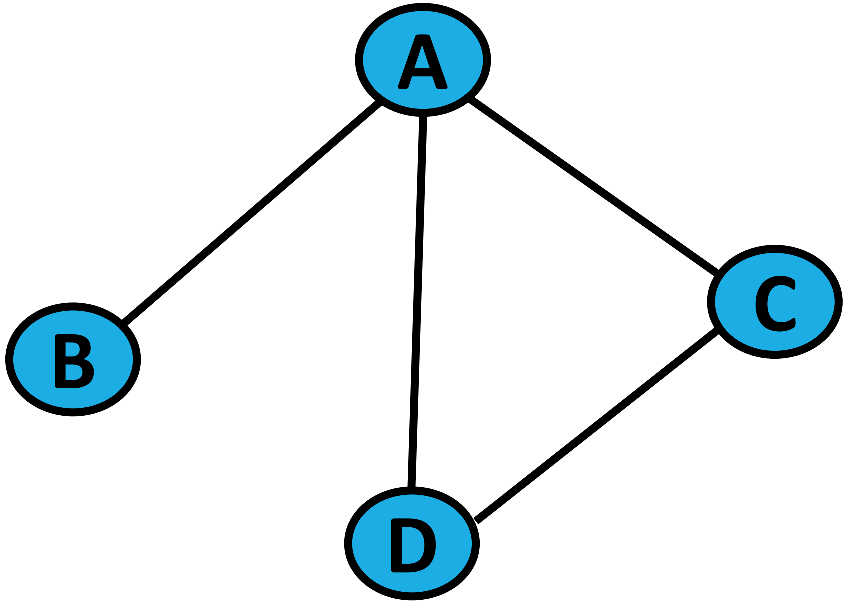
6.2 图的存储表示：邻接矩阵

邻接矩阵是表示顶点之间邻接关系的矩阵

设G=（V，E）是具有n个顶点的图，则G 的邻接矩阵是具有如下性质的 n 阶方阵：

$$\text{arcs}[\,i\,,\,j\,] = \begin{cases} 1 & \text{若}(Vi,Vj)\text{ 或 }<Vi,Vj>\text{是}E(G)\text{中的边} \\ 0 & \text{若}(Vi,Vj)\text{ 或 }<Vi,Vj>\text{不是}E(G)\text{中的边} \end{cases}$$

邻接矩阵举例

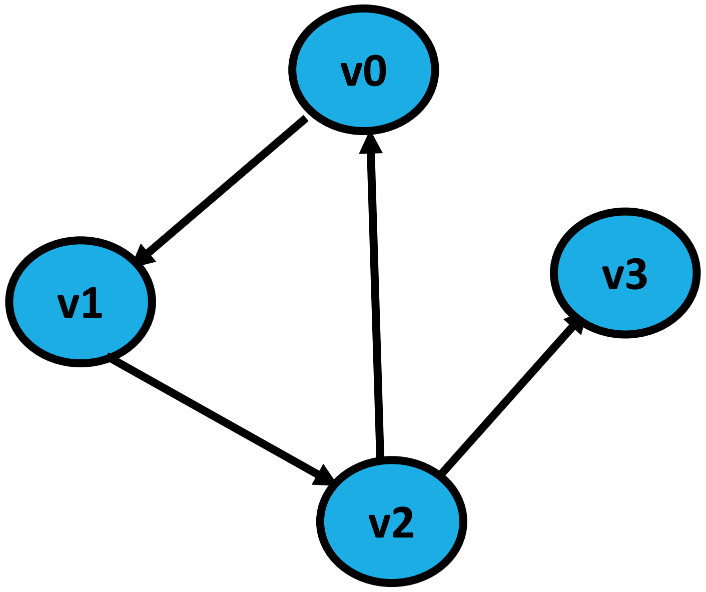


$$G1.arcs=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

G1.vexs

A	B	C	D

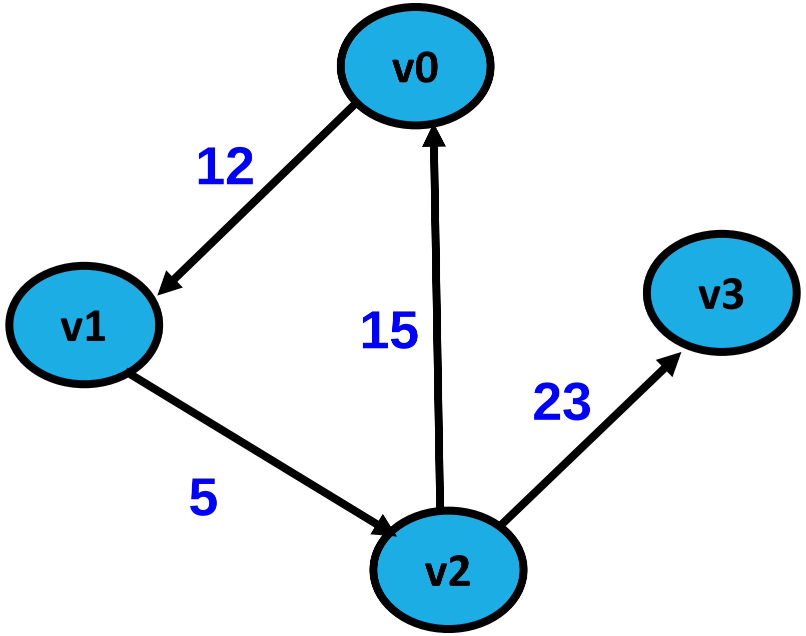
邻接矩阵举例



$$G3.arcs=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

G3.vexs	v0	v1	v2	v3

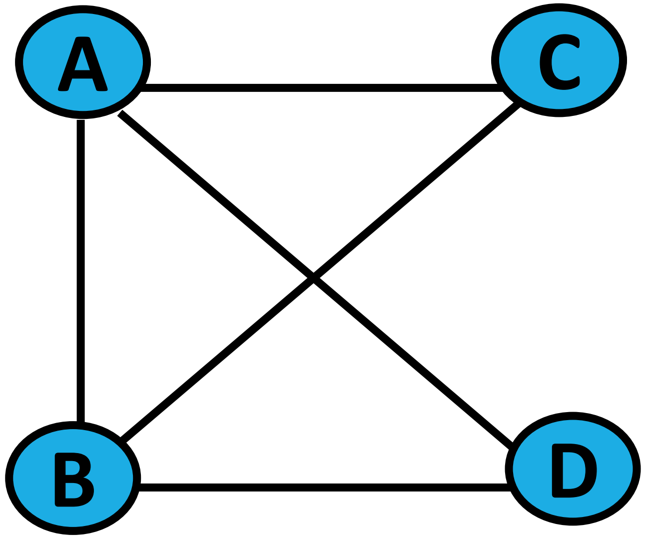
邻接矩阵举例



G5网络

$$G5.arcs=\begin{bmatrix} 0 & 12 & \infty & \infty \\ \infty & 0 & 5 & \infty \\ 15 & \infty & 0 & 23 \\ \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix}$$

无向图邻接矩阵特点

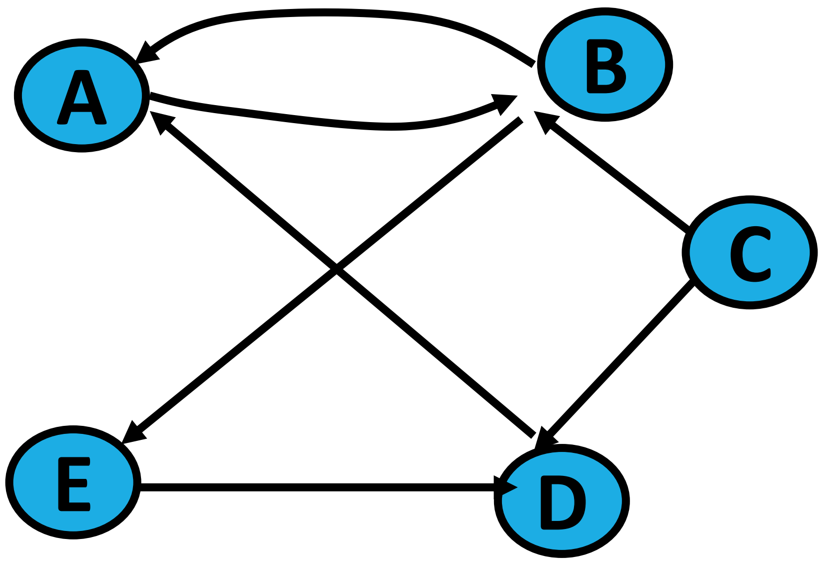


$$G1.arcs=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1. 邻接矩阵是对称的，因此可以只存储下三角或上三角的信息

2. 由其邻接矩阵可以断定图有几个顶点、判定任意两个顶点之间是否有边，并容易求得各个顶点的度。即：对于无向图或无向网络，顶点vi的度D(vi)就是其邻接矩阵第i行或第i列的元素之和

有向图邻接矩阵特点



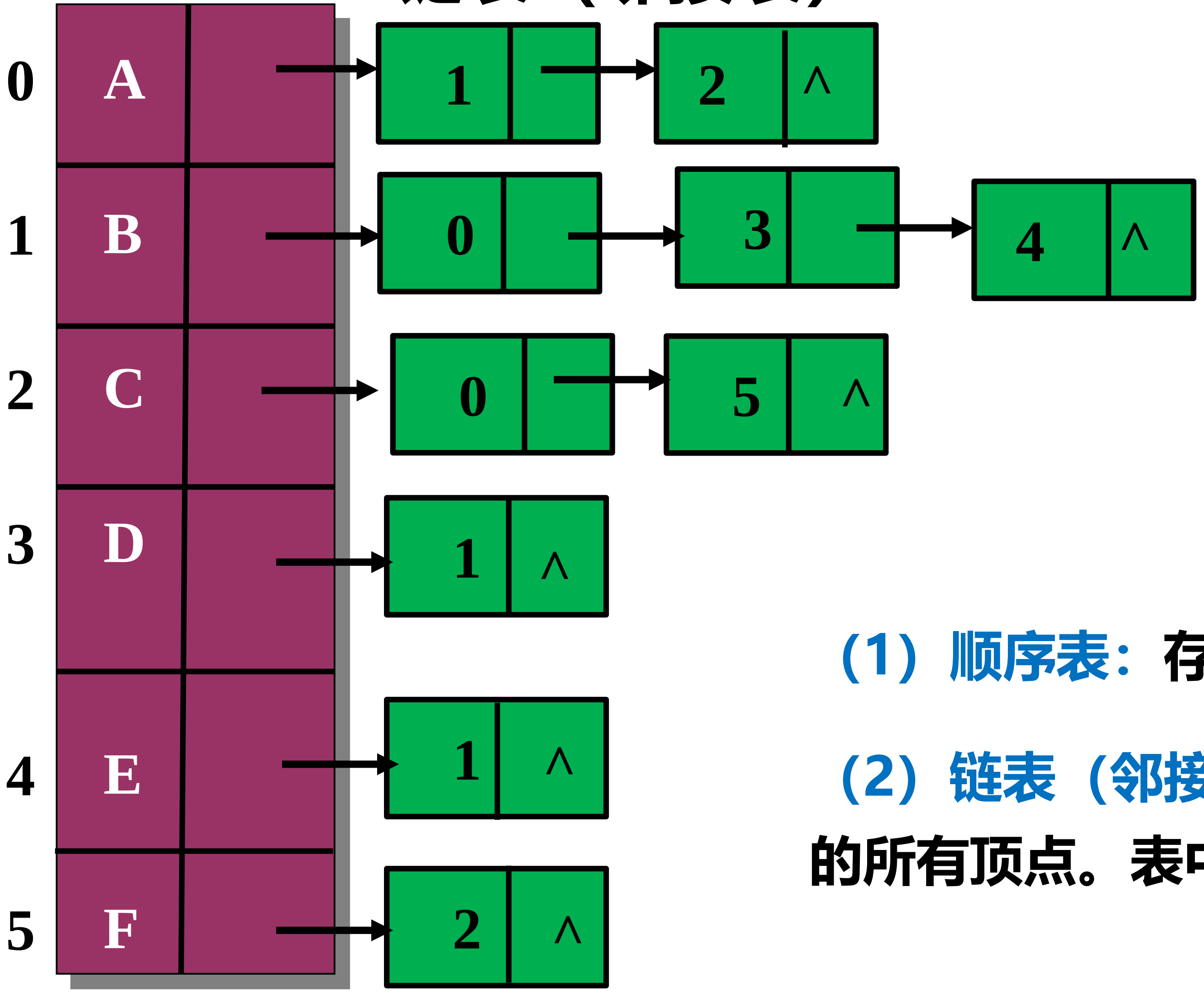
$$G2.arcs=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

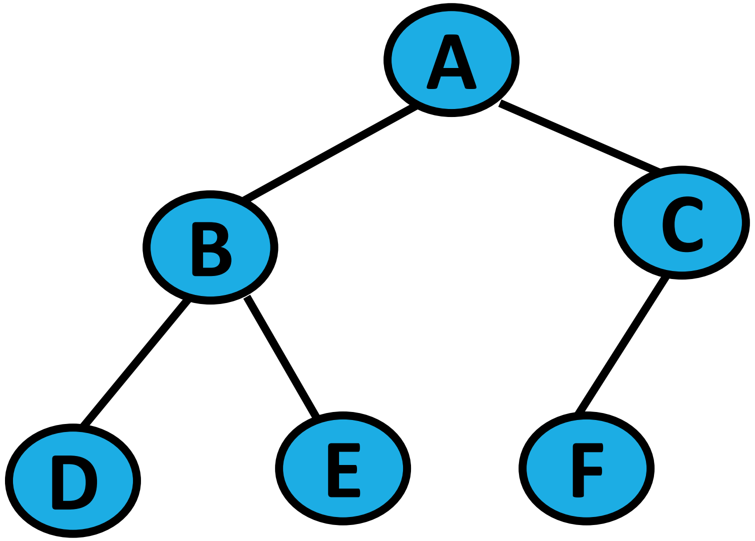
- 邻接矩阵不一定是对称的，但完全有向图或完全有向网络的邻接矩阵是对称的
- 由其邻接矩阵很容易判定图的顶点数、顶点之间是否邻接和顶点的入度和出度
  - 顶点的v_i出度OD（v_i）就是其邻接矩阵第i行元素个之和
  - 顶点的v_i入度ID（v_i）就是其邻接矩阵第i列元素个数之和

完全图

邻接表表示

顺序表　链表（邻接表）

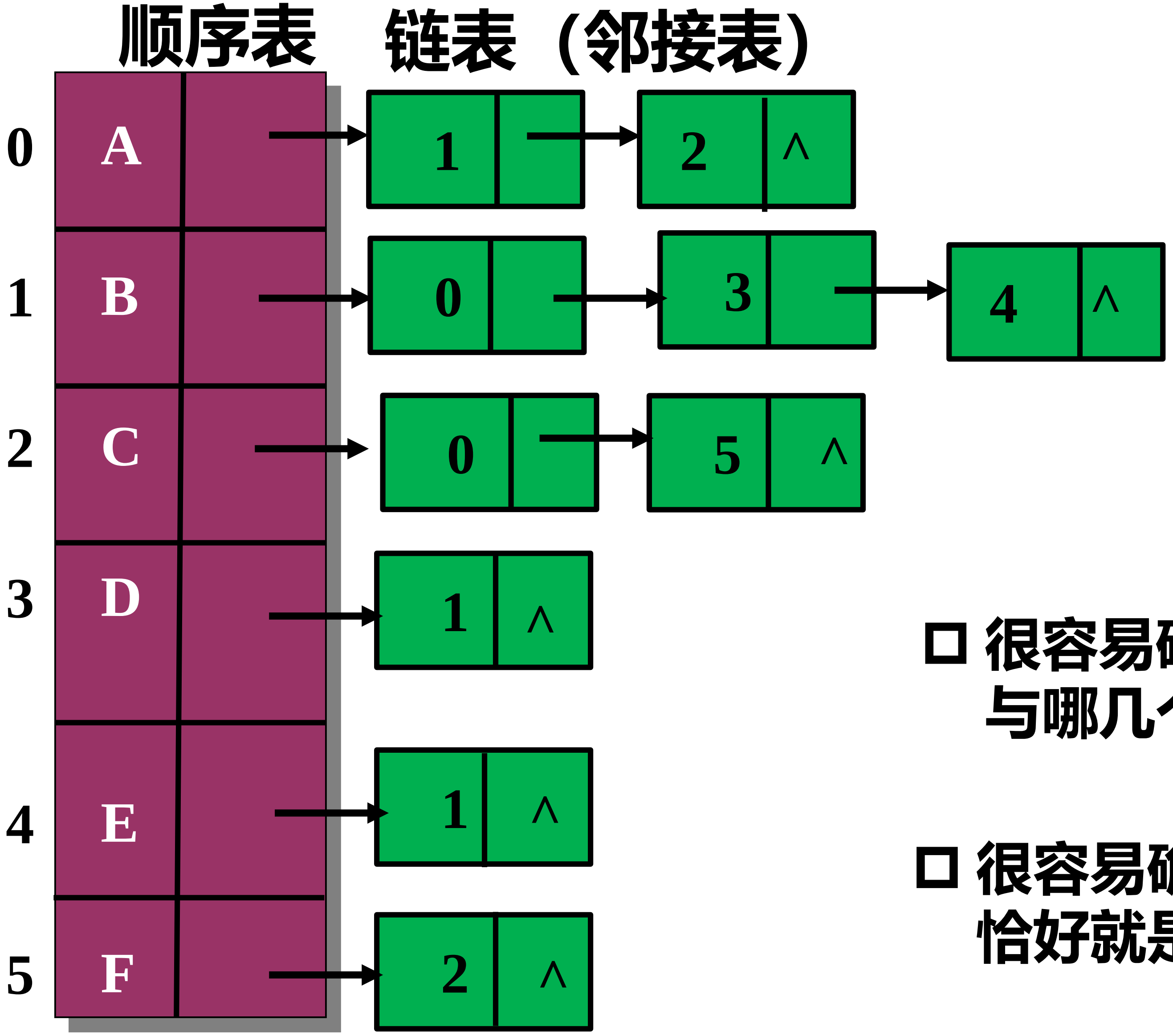


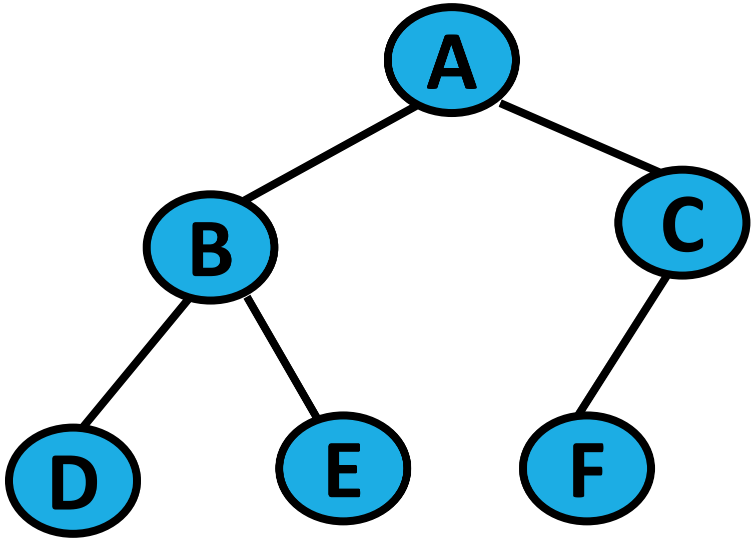


（1）顺序表：存储图中的n个顶点

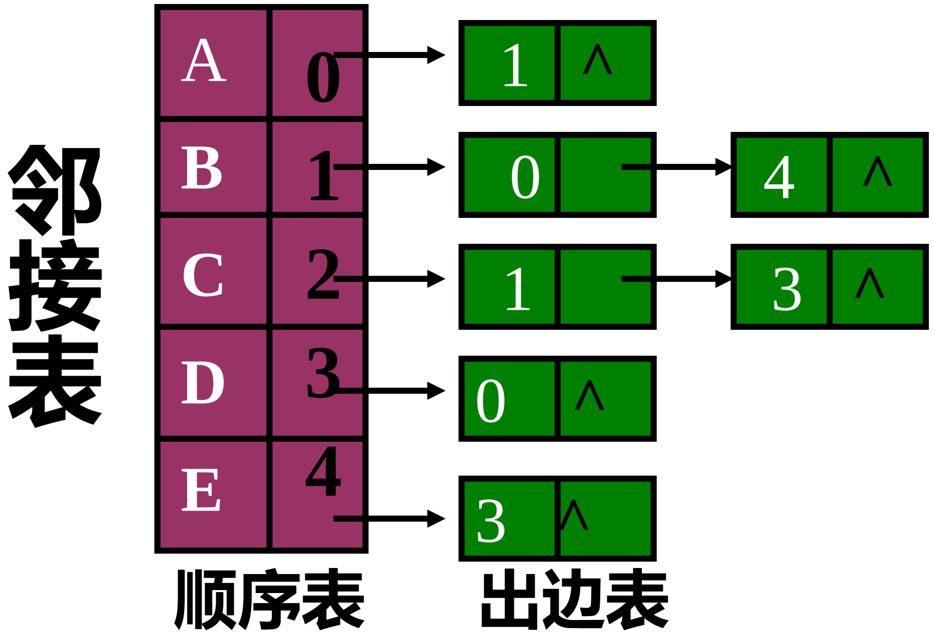
（2）链表（邻接表）：是一个单链表，存储和该顶点相邻的所有顶点。表中的每个结点：顶点域和指针域

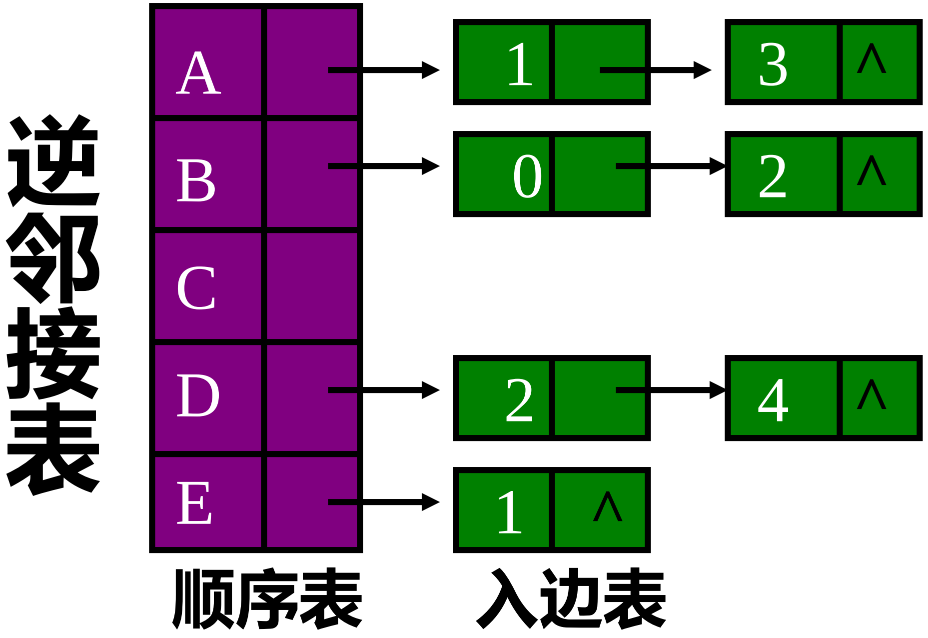
邻接表表示

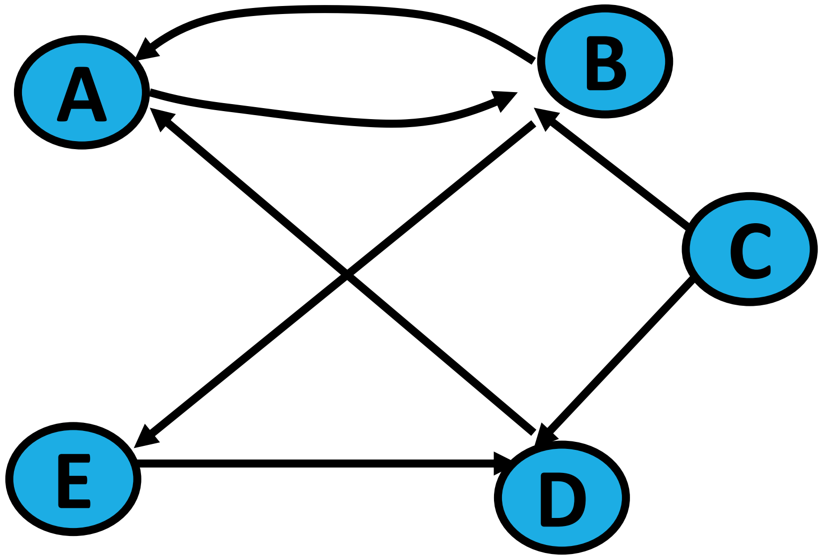




- 很容易确定图的顶点数，也很容易判断一个顶点与哪几个顶点是否有边相连
- 很容易确定图的顶点的度。任一个顶点v_i的度$D(v_i)$恰好就是顶点表中第i个顶点的边表中结点的个数







- 由图的邻接表很容易确定图的顶点数、一个顶点与哪几个顶点是否有弧相连以及弧的方向
- 在图的正邻接表中，任一个顶点的出度OD(v_i)正好就是第i个顶点出边表中结点的个数
- 在图的逆邻接表中，任一个顶点的入度ID(v_i)正好就是第i个顶点入边表中结点的个数

两种表示方法的比较

空间开销:

无论有向图还是无向图，其邻接矩阵表示的空间代价O(n^2)

如果G为无向图，其邻接表的空间代价O(n+2e)

如果G为有向图，其邻接表的空间代价O(n+e)

邻接矩阵只与顶点数有关；邻接表与顶点数和边数有关；

如果e<<n^2，采用邻接表较为省空间开销;

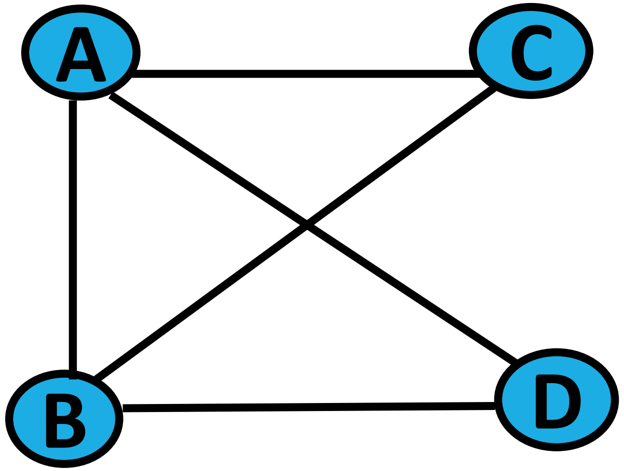
如果e接近n^2,采用邻接矩阵更省空间（因为邻接表中要有指针域的开销）；

两种表示方法的比较

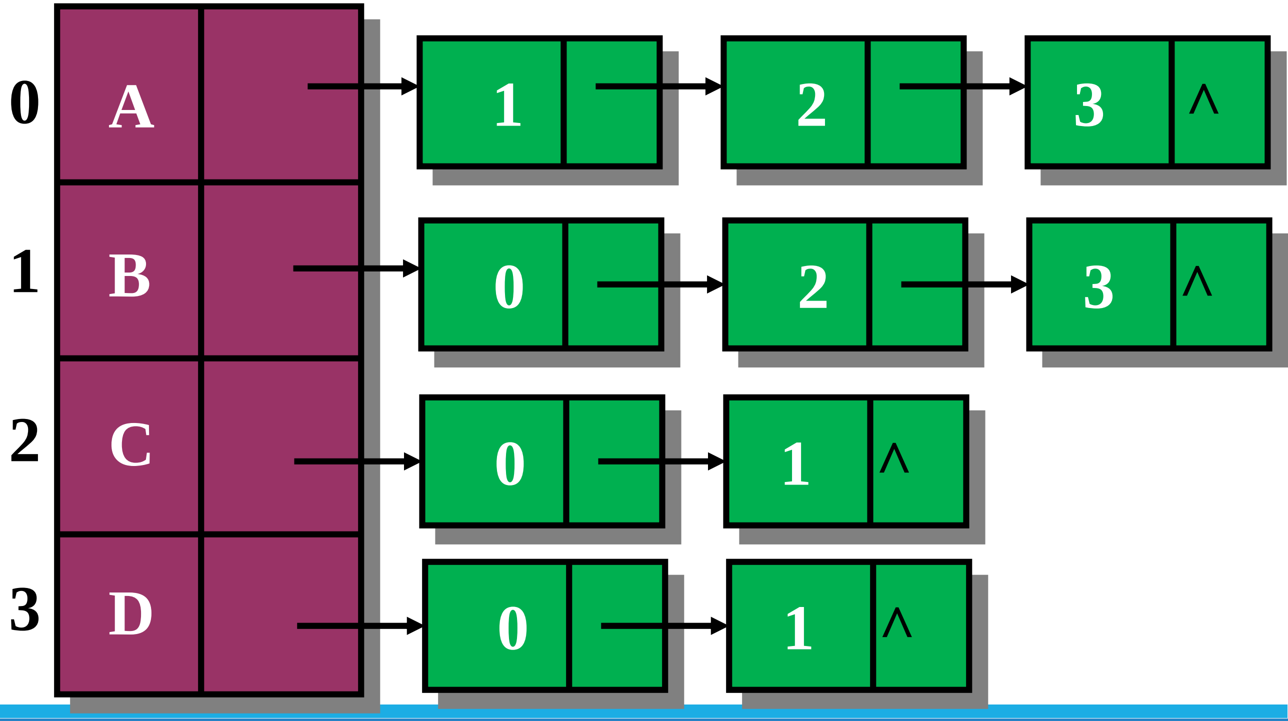
2.操作的实现：

① 判断两个顶点之间是否有边相连

② 求顶点的度

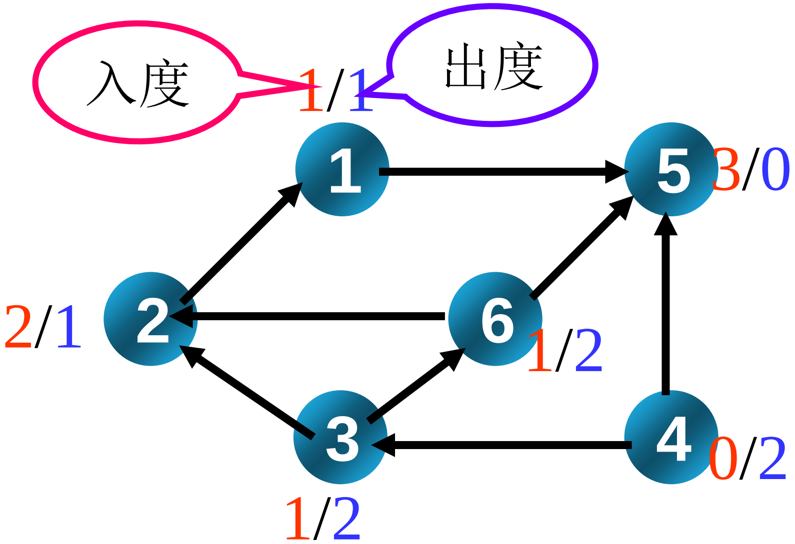


$$G1.arcs=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

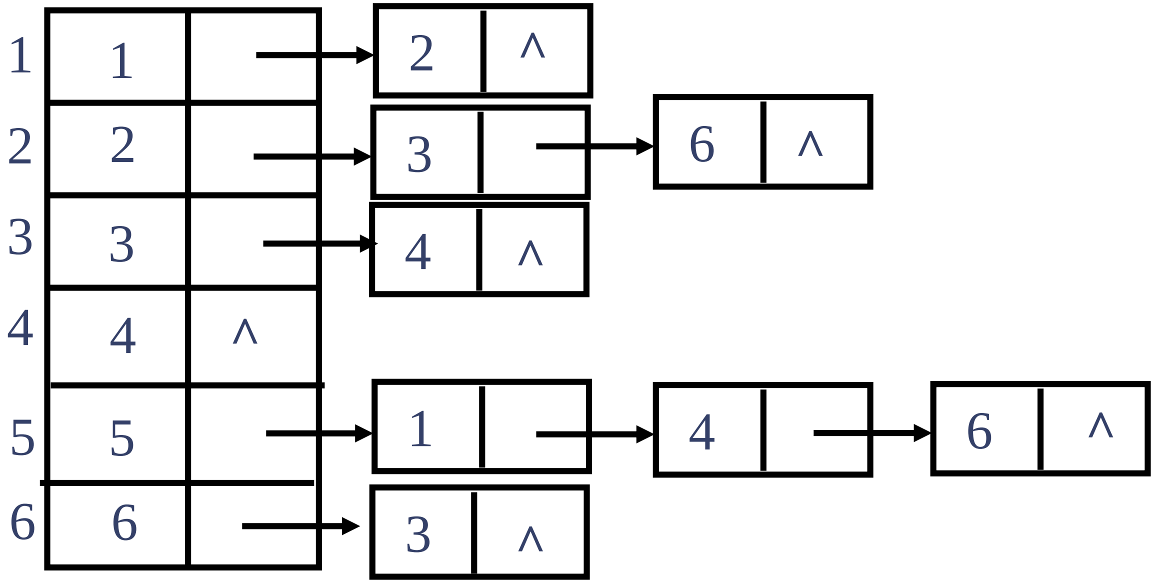


课堂练习

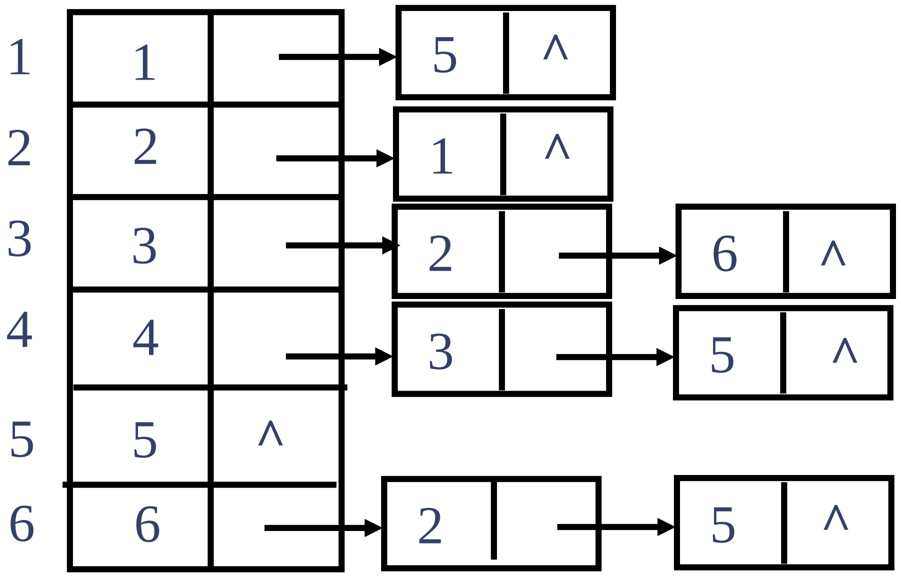
已知有向图的邻接矩阵，画出该有向图并写出每个顶点入度与出度； 画出邻接表，逆邻接表，



逆邻接表



邻接表



邻接矩阵

$$
\begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{pmatrix}
$$