

# 《KERMIT: BERT 的逻辑化》 2.0

## 修正版

YKY

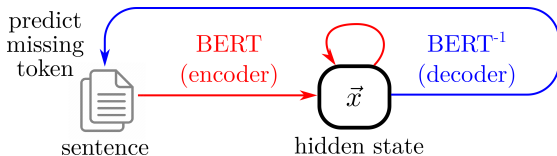
August 14, 2020

# Table of contents

- 1 BERT 的革命性意义：「闭环路训练」
- 2 BERT 的内部结构
- 3 Symmetry in logic
- 4 Symmetric neural network
- 5 BERT 的逻辑化
- 6 逻辑 与 AI 之间的联系
- 7 Attention 是什么？
- 8 谓词 (predicates) vs 命题 (propositions)
- 9 “Attention is all you need” ?
- 11 Content-addressable long-term memory
- 12 知识图谱 (knowledge graphs)
- 13 对 逻辑主义 的质疑

# BERT 的革命性意义：「闭环路训练」

- BERT 利用平常的文本 induce 出知识，而这 representation 具有 通用性 (universality)：



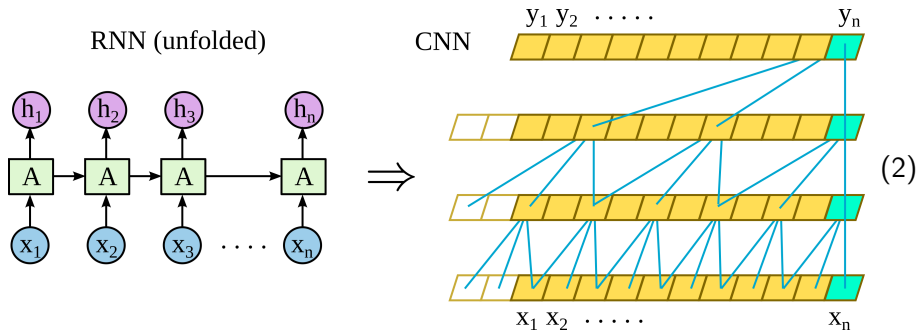
换句话说：隐状态的 representation 压缩了句子的意思，而它可以应用在别的场景下

- This implies that human-level AI can be *induced* from existing corpora, 而不需重复 像人类婴儿成长的学习阶段
- 这种训练方法是较早的另一篇论文提出，它并不属于 BERT 的内部结构

# BERT 的内部结构

其实，BERT 也是混合了很多技巧 发展而成的：

- BERT 基本上是一个 seq-to-seq 的运算过程
- Seq-to-seq 问题最初是用 RNN 解决的
- 但 RNN 速度较慢，有人提出用 CNN 取代：



- CNN 加上 attention mechanism 变成 Transformer
- 我的想法是重复这个思路，但引入 逻辑的对称性

# Symmetry in logic

- 词语 组成 句子, 类比於 逻辑中, 概念 组成 逻辑命题
- 抽象地说, 逻辑语言 可以看成是一种有 2 个运算的 代数结构: 加法 ( $\wedge$ , 合并命题, 可交换) 和 乘法 ( $\cdot$ , 用作概念合成, 不可交换)

- 例如:

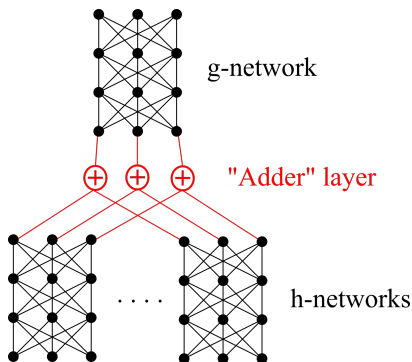
$$\begin{aligned} A \wedge B &\equiv B \wedge A \\ \text{下雨} \wedge \text{失恋} &\equiv \text{失恋} \wedge \text{下雨} \end{aligned} \tag{3}$$

- Word2Vec 也是革命性的; 由 Word2Vec 演变成 Sentence2Vec 则比较容易, 基本上只是 向量的 合并 (concatenation); Sentence 对应於 逻辑命题
- 但 命题的 集合 需要用 symmetric NN 处理, 因为 集合的元素 是顺序无关的

# Symmetric neural network

- Symmetric NN 问题 已经由 两篇论文解决了:  
[PointNet 2017] [DeepSets 2017]
- Any symmetric function can be represented by the following form (a special case of the Kolmogorov-Arnold representation of functions):

$$f(x, y, \dots) = g(h(x) + h(y) + \dots) \quad (4)$$

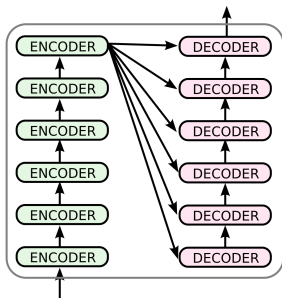


(5)

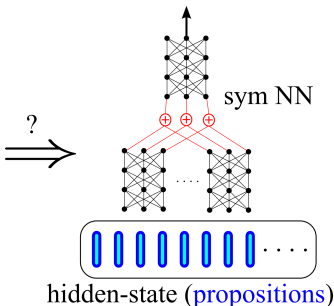
# BERT 的逻辑化

- 可以强迫 BERT 的 隐状态 变成 “set of propositions” 的形式，方法是在 Encoder 上施加 symmetric 结构：

original BERT / Transformer



logic BERT ?



(6)

- 下面会看到，其实这并无需要，因为 BERT 的「注意力机制」已经是对称的，它可以做 逻辑推导

# 逻辑 与 AI 之间的联系

- 既然 AI 基於 逻辑，则 AI 与逻辑之间 必然存在 精确 (precise) 的联系
- BERT 似乎是在执行 句子之间的变换，而这些句子是 word embedding 的 concatenation，例如：

$$\text{苏格拉底} \cdot \text{是} \cdot \text{人} \xrightarrow{BERT} \text{苏格拉底} \cdot \text{会} \cdot \text{死} \quad (7)$$

这个做法看似很「粗暴」，其实它和 逻辑式子 的作用一样：

$$\forall x. \text{Human}(x) \rightarrow \text{Mortal}(x) \quad (8)$$

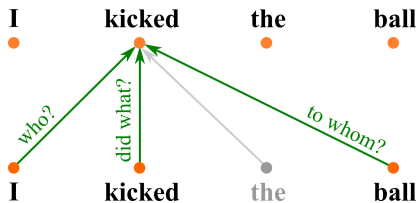
而这式子，根据 Curry-Howard 对应，就是 (7) 的函数映射！

- 我会在另一辑 slides 里 简介一下这些理论；可以说，逻辑的 几何结构 是「永恒」的，它可以指示 AI 的 长远发展



# Attention 是什么?

- 注意力 最初起源於 Seq2seq, 后来 BERT 引入 self-attention
- Attention 的本质就是 **加权**, 权值 可以反映 模型 **关注** 的点
- For each input, attention weighs the **relevance** of every other input and draws information from them accordingly to produce the output
- 在 BERT 里, attention 是一种 **words** 之间的关系:

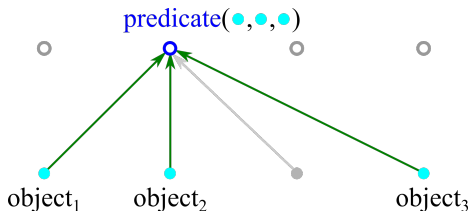


(9)

- 但, 从逻辑的角度看, word  $\neq$  命题
- 在逻辑学上, 必需分清 命题**内部** 与 命题**之间** 这两个层次, 非常关键!

# 谓词 (predicates) vs 命题 (propositions)

- “Predicate” 来自拉丁文「断言」的意思
- 逻辑里, predicate 代表一个 没有主体 / 客体 的断言, 换句话说, 是一个有「洞」的命题
- 命题** = **谓词** (predicate) + **主体 / 客体** (统称 objects)
- 例如: Human(John), Loves(John, Mary)
- 从逻辑的角度看, attention 的输出可以看成是 predicate 和 objects 的**结合**:



(10)

- 形象地说:

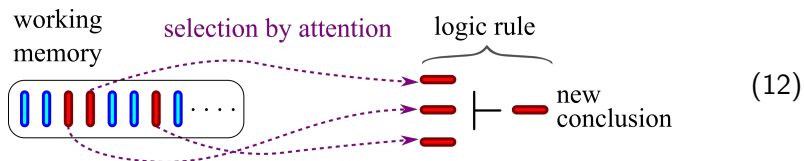
predicate + objects = proposition

$\bigcirc + \bullet \bullet \bullet \dots = \text{—}$

(11)

# “Attention is all you need” ?

- 类似地，**高层**的 attention 可以处理 **命题之间** 的关系
- 我们希望 attention 做到的是 **选择**有关联的命题，去做逻辑推导：



- 但从  $N$  个命题中选择  $K$  个，可以有  $\binom{N}{K}$  个子集，是 exponential 的
- BERT 的做法是：每次只输出  $N$  个命题，而前提的 “support” 也是上一层的全部  $N$  个命题，每个前提的「影响力」由 matrix 权重决定
- 根据 Curry-Howard isomorphism, BERT 的映射 其实对应於某种 **另类的逻辑**，这种逻辑的好处是运行**非常快**
- BERT 的逻辑 看似有局限，但这种表面的局限未必阻止它是 universal 的逻辑
- 关键是在 速度 与 逻辑的 expressive power 之间 找到平衡；BERT 的设计者可能没有意识到，事实上他们的逻辑已经非常 optimized, 要改进也不易

- Attention 的输出是 (其中  $Q, K, V = \text{query, key, value 矩阵}$ ):

$$\mathbf{y}_j = \sum_i \langle Q \mathbf{x}_j, K \mathbf{x}_i \rangle V \mathbf{x}_i \quad (13)$$

而这对应於下面的逻辑式子:

$$\mathbf{y}_j \dashv \mathbf{x}_1 \wedge \dots \mathbf{x}_j \wedge \dots \mathbf{x}_n \quad (14)$$

亦即是说:  $\mathbf{y}_j$  是由  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$  得出的逻辑结论, 而且注意力在  $\mathbf{x}_j$  上

- 容易看到, attention 对於  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$  是 交换不变的
- Multi-head attention 亦有一个很好的逻辑解释:

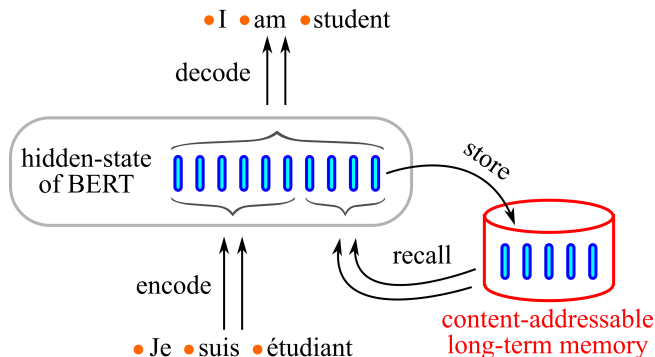
## High-level propositions (features)

- 有个疑惑：6 层的 BERT 只有  $512 \times 6 = 3072$  个 head，甚至  $8 \times$  multi-head 也只是 24576 个，如果每个 head 对应一条逻辑 formula，这是很少的数目



# Content-addressable long-term memory

- 以前 BERT 的隐状态 没有逻辑结构，我们不是很清楚它的内容是什么；逻辑化之后，BERT 内部的命题可以储存在 长期记忆 中：



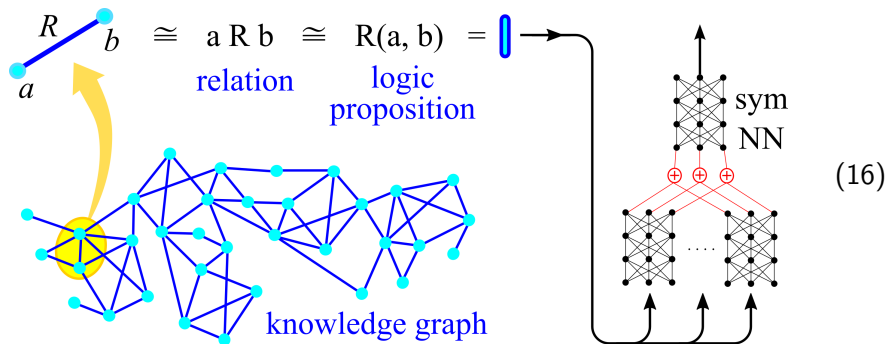
(15)

例如：「太阳是热的」、「水向下流」是经常正确的命题

- 命名：Knowledge-Enhanced Reasoning with Memorized Items
- 这种系统 已非常接近 strong AI，而这是有赖 逻辑化 才能做到的
- Content-addressable memory 的想法来自 Alex Graves et al 的 Neural Turing Machine [2014]

# 知识图谱 (knowledge graphs)

- 知识图谱 不能直接输入神经网络，它必需分拆成很多 edges，每个 edge 是一个 **关系**，也是一个 **逻辑命题**；也可以说 “graphs are isomorphic to logic”



- 而这些 edges 似乎必需用 **symmetric NN** 处理，因为它们是 **permutation invariant**
- 逻辑化 建立了 知识图谱 和 BERT 之间的一道桥梁

# 对 逻辑主义 的质疑

- 很多人怀疑：人脑真的用 逻辑 思考吗？
- 其实我们每句表达的 语言，都是逻辑形式的 (logical form)
- 直觉认为，人脑 构造一些 models，再从 model 中「读出」一些结论
- 例如给定一个描述：「已婚妇人出轨，用刀刺死丈夫」



(17)

- 那么 妻子穿著什么衣服？衣服什么颜色？这些都是 臆想 出来的细节，是不正确的
- 这个 model 可以有哪些细节？答案是：任何细节都不可以有，除非是 逻辑上蕴含的，或被 逻辑约束
- Model 本身可以是一些 抽象的逻辑命题 构成的，这也合理；反而，一个有很多感官细节的 model 并不合理
- 其实人脑可能 比我们想像中 更接近逻辑



# References

欢迎提问和讨论 😊

- [1] Alex Graves, Greg Wayne, and Ivo Danihelka. “Neural Turing Machines”. In: *CoRR* abs/1410.5401 (2014). arXiv: 1410.5401. URL: <http://arxiv.org/abs/1410.5401>.
- [2] Qi et al. “Pointnet: Deep Learning on Point Sets for 3D Classification and Segmentation”. In: *CVPR* (2017). <https://arxiv.org/abs/1612.00593>.
- [3] Zaheer et al. “Deep sets”. In: *Advances in Neural Information Processing Systems* 30 (2017), pp. 3391–3401.