

《KERMIT: BERT 的逻辑化》

YKY

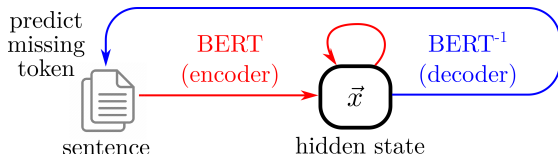
August 6, 2020

Table of contents

- 1 BERT 的革命性意义：「闭环路训练」
- 2 BERT 的内部结构
- 3 Symmetry in logic
- 4 Symmetric neural network
- 5 BERT 的逻辑化
- 6 逻辑与 AI 之间的联系
- 7 Attention 是什么？
- 8 谓词 (predicates) 与 命题 (propositions)
- 9 “Attention is all you need” ?
- 10 N 个命题选 K 个
- 11 Content-addressable long-term memory
- 12 知识图谱 (knowledge graphs)
- 13 对 逻辑主义 的质疑

BERT 的革命性意义：「闭环路训练」

- BERT 利用平常的文本 induce 出知识，而这 representation 具有 通用性 (universality)：



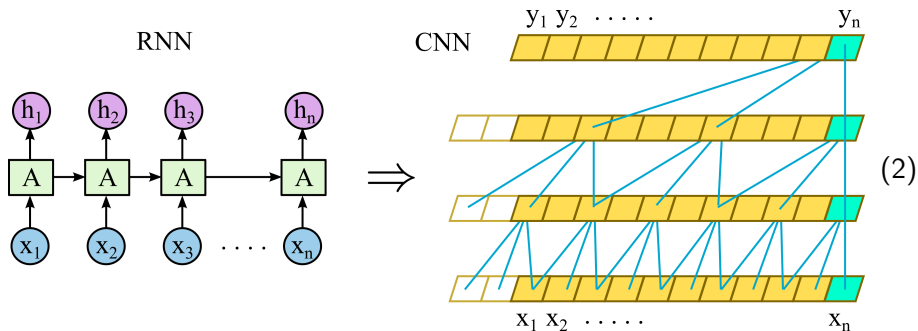
换句话说：隐状态的 representation 压缩了句子的意思，而它可以应用在别的场景下

- This implies that human-level AI can be *induced* from existing corpora, 而不需重复 像人类婴儿成长的学习阶段
- 这种训练方法是较早的另一篇论文提出，它并不属于 BERT 的内部结构

BERT 的内部结构

其实，BERT 也是混合了很多技巧 发展而成的：

- BERT 基本上是一个 seq-to-seq 的运算过程
- Seq-to-seq 问题最初是用 RNN 解决的
- 但 RNN 速度较慢，有人提出用 CNN 取代：



- CNN 加上 attention mechanism 变成 Transformer
- 我的目标是重复这个思路，但引入 symmetric NN 的结构

Symmetry in logic

- 词语 组成 句子, 类比於 逻辑中, 概念 组成 逻辑命题
- 抽象地说, 逻辑语言 可以看成是一种有 2 个运算的 代数结构: 加法 (\wedge , 合并命题, 可交换) 和 乘法 (\cdot , 用作概念合成, 不可交换)

- 例如:

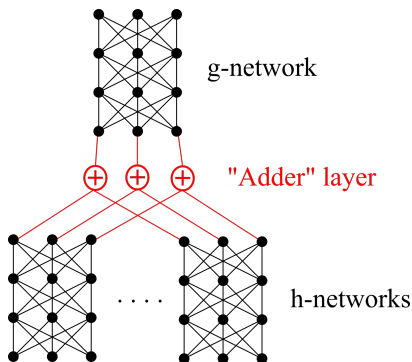
$$\begin{aligned} A \wedge B &\equiv B \wedge A \\ \text{下雨} \wedge \text{失恋} &\equiv \text{失恋} \wedge \text{下雨} \end{aligned} \tag{3}$$

- Word2Vec 也是革命性的; 由 Word2Vec 演变成 Sentence2Vec 则比较容易, 基本上只是 向量的 合并 (concatenation); Sentence 对应於 逻辑命题
- 但 命题的 集合 需要用 symmetric NN 处理, 因为 集合的元素 是顺序无关的

Symmetric neural network

- Symmetric NN 问题 已经由 两篇论文解决了:
[PointNet 2017] [DeepSets 2017]
- Any symmetric function can be represented by the following form (a special case of the Kolmogorov-Arnold representation of functions):

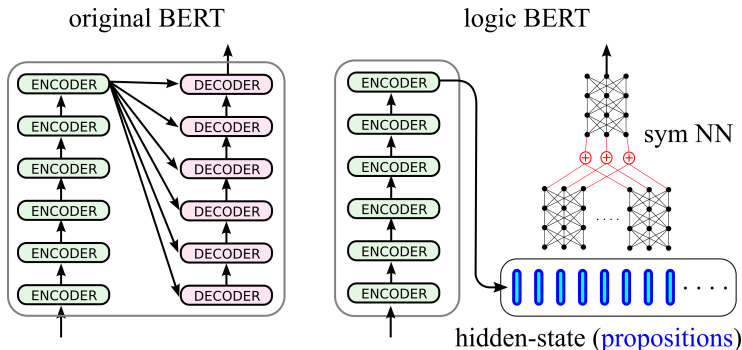
$$f(x, y, \dots) = g(h(x) + h(y) + \dots) \quad (4)$$




(5)

BERT 的逻辑化

- 可以将 BERT 的 隐状态 变成 “set of propositions” 的形式，方法是将 原来的 decoder 变成 sym NN:



(6)

- 这时，输出对  的交换不变性 is automatically satisfied by the architecture of the decoder
- 旧的 encoder 可以照旧使用，因为它是一个 universal seq-2-seq mapping
- 因为后半部改变了，error propagation 会令 representation 也改变
- 当然，这个想法有待实验证实 🤔

逻辑 与 AI 之间的联系

- 既然 AI 基於 逻辑，则 AI 与逻辑之间 必然存在 精确 (precise) 的联系
- BERT 似乎是在执行 句子之间的变换，而这些句子是 word embedding 的 concatenation，例如：

$$\text{苏格拉底} \cdot \text{是} \cdot \text{人} \xrightarrow{BERT} \text{苏格拉底} \cdot \text{会} \cdot \text{死} \quad (7)$$

这个做法看似很「粗暴」，其实它和 逻辑式子 的作用一样：

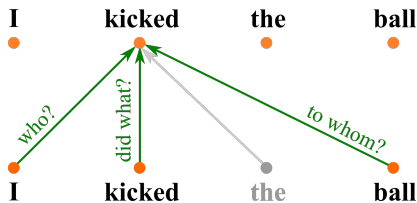
$$\forall x. \text{Human}(x) \rightarrow \text{Mortal}(x) \quad (8)$$

而这式子，根据 Curry-Howard 对应，就是 (7) 的函数映射！

- 我在另一篇文章里 将会分析这个联系；可以说，逻辑的 几何结构 是「永恒」的，它可以指示 AI 的 长远发展

Attention 是什么?

- 注意力 最初起源於 Seq2seq, 后来 BERT 引入 self-attention
- Attention 的本质就是 **加权**, 权值 可以反映 模型 **关注** 的点
- For each input, attention weighs the **relevance** of every other input and draws information from them accordingly to produce the output
- 在 BERT 里, attention 是一种 **words** 之间的关系:

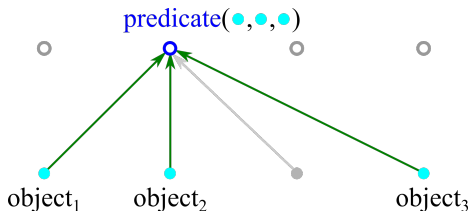


(9)

- 但, 从逻辑的角度看, word \neq 命题
- 在逻辑学上, 必需分清 命题**内部** 与 命题**之间** 这两个层次, 非常关键!

谓词 (predicates) 与 命题 (propositions)

- “Predicate” 来自拉丁文「断言」的意思
- 逻辑里, predicate 代表一个 没有主体 / 客体 的断言, 换句话说, 是一个有「洞」的命题
- 命题** = **谓词** (predicate) + **主体 / 客体** (统称 objects)
- 例如: Human(John), Loves(John, Mary)
- 从逻辑的角度看, attention 的输出可以看成是 predicate 和 objects 的**结合**:



(10)

- 形象地说:

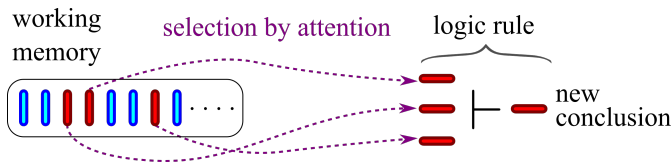
predicate + objects = proposition

$\bigcirc + \bullet \bullet \bullet \dots = \underline{\hspace{1cm}}$

(11)

“Attention is all you need” ?

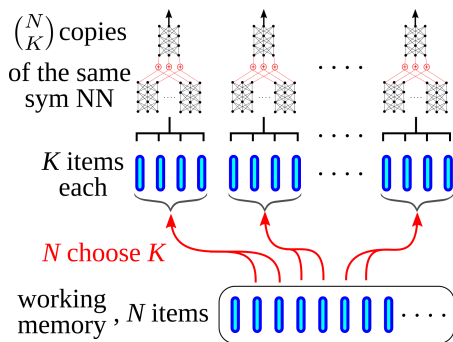
- 类似地，**高层**的 attention 可以处理 **命题之间** 的关系，但这时 attention 机制似乎有严重的不足之处
- 由词语构成句子 / 命题，通常有少数的 syntax 法则，例如
subject · verb · object
- 但由命题构成结论，并没有 *a priori* 的规则；逻辑上有关联的东西未必是相似的
- 例如：尿急 \wedge 不在厕所 \Rightarrow 忍著；但「尿」和「厕所」是 **后天** 学习的关系
- 我们希望 attention 做到的是 **选择** 有关联的命题，去做逻辑推导：



- 但从 N 个命题中选择 K 个，可以有 $\binom{N}{K}$ 个子集，是 exponential 的

N 个命题选 K 个

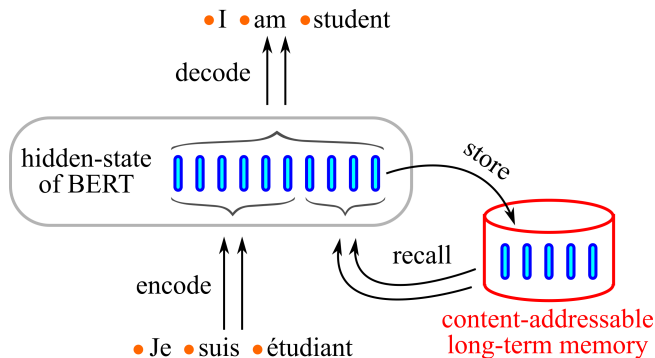
- At the propositional level, attention 要用 weight matrix 记住各种命题之间的相关性, 这种做法似乎 缺乏效率
- 我模仿 BERT 的优点 (它将 RNN unfold 成 CNN, 可以并行处理), 从 N 个命题中 预先选出 $\binom{N}{K}$ 组, 每组尝试进行 推导:



- BERT 的 self-attention, 根据 Curry-Howard isomorphism 对应於某些另类的逻辑, 关于这一点我会再更新.....

Content-addressable long-term memory

- 以前 BERT 的隐状态 没有逻辑结构，我们不是很清楚它的内容是什么；逻辑化之后，BERT 内部的命题可以储存在 长期记忆 中：



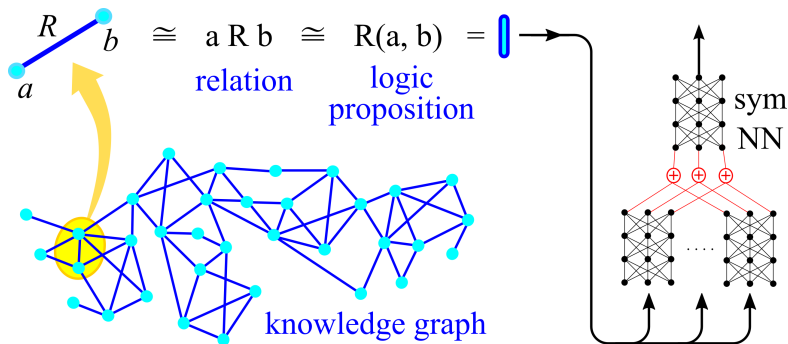
(14)

例如：「太阳是热的」、「水向下流」是非常正确的命题

- 命名：Knowledge-Enhanced Reasoning with Memorized Items
- 这种系统 已非常接近 strong AI，而这是有赖 逻辑化 才能做到的
- Content-addressable memory 的想法来自 Alex Graves et al 的 Neural Turing Machine [2014]

知识图谱 (knowledge graphs)

- 知识图谱 不能直接输入神经网络，它必需分拆成很多 edges，每个 edge 是一个 **关系**，也是一个 **逻辑命题**；也可以说 “graphs are isomorphic to logic”



- 而这些 edges 似乎必需用 **symmetric** NN 处理，因为它们是 permutation invariant

对 逻辑主义 的质疑

- 很多人怀疑：人脑真的用 逻辑 思考吗？
- 其实我们每句表达的 语言，都是逻辑形式的 (logical form)
- 直觉认为，人脑 构造一些 models，再从 model 中「读出」一些结论
- 例如给定一个描述：「已婚妇人出轨，用刀刺死丈夫」



(16)

- 那么 妻子穿著什么衣服？衣服什么颜色？这些都是 臆想 出来的细节，是不正确的
- 这个 model 可以有哪些细节？答案是：任何细节都不可以有，除非是 逻辑上蕴含的，或被 逻辑约束
- Model 本身可以是一些 抽象的逻辑命题 构成的，这也合理；反而，一个有很多感官细节的 model 并不合理
- 其实人脑可能 比我们想像中 更接近逻辑

References

欢迎提问和讨论 😊

- [1] Alex Graves, Greg Wayne, and Ivo Danihelka. “Neural Turing Machines”. In: *CoRR* abs/1410.5401 (2014). arXiv: 1410.5401. URL: <http://arxiv.org/abs/1410.5401>.
- [2] Qi et al. “Pointnet: Deep Learning on Point Sets for 3D Classification and Segmentation”. In: *CVPR* (2017). <https://arxiv.org/abs/1612.00593>.
- [3] Zaheer et al. “Deep sets”. In: *Advances in Neural Information Processing Systems* 30 (2017), pp. 3391–3401.