《The road to AGI》

YKY 甄景贤

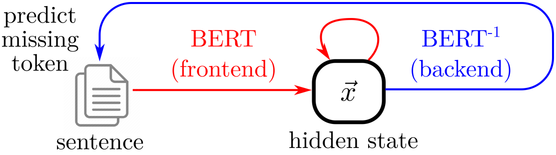
July 2, 2020

Table of contents

多谢 支持 ☺️

BERT 的革命性意义：「闭环路训练」

- BERT 利用平常的文本 induce 出知识，而这 representation 具有 通用性 (universality)：



(1)

换句话说：隐状态的 representation 压缩了句子的意思，而它可以应用在别的场景下

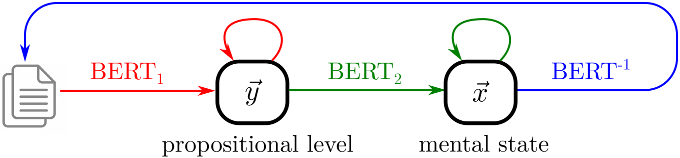
- This implies that human-level AI can be *induced* from existing corpora, 而不需重复 像人类婴儿成长的学习阶段
- Such corpora can include items such as images, movies with dialogues / subtitles
- 这种训练方法是较早的另一篇论文提出，它并不属於 BERT 的内部结构

从 BERT 过渡到 AGI

- 词语 组成 句子，类比於 逻辑中，概念 组成 逻辑命题
- 抽象地说，逻辑语言 可以看成是一种有 2 个运算的 代数结构，可以看成是 加法 $\wedge$ 和 乘法 $\cdot$，其中 乘法 是不可交换的，但加法 可交换
- 例如 两个命题：

$$我 \cdot 爱 \cdot 妳 \;\wedge\; 妳 \cdot 爱 \cdot 我 \tag{2}$$

- 这种逻辑结构 可以用 两层 的 BERT 模型 处理：



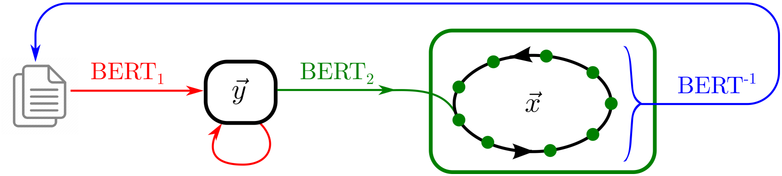
(3)

（第一层似乎可以纳入到第二层，简化整个模型）

- 我发现 最难处理的问题，是在第 2 层 的状态 $\vec{x}$. 它是一个 逻辑命题 的 集合，集合中元素有可交换性，亦即 permutation invariance. 这看似简单的特性，其实带来很大的麻烦

「集」结构 带来麻烦

- Word2Vec 也是革命性的；由 Word2Vec 演变成 Sentence2Vec 则比较容易，基本上只是 向量的 延长 (concatenation)；逻辑命题 类似於 sentence
- 假设 全体逻辑命题的空间是 $\mathbb{P}$，则 命题集合 的空间是 $2^{\mathbb{P}}$，非常庞大
- 如果限制 状态 $\vec{x}$ = working memory 只有 10 个命题，$\vec{x}$ 的空间是 $\mathbb{P}^{10} / \sim$ 其中 $\sim$ 是对称群 $\mathfrak{S}_{10}$ 的等价关系。换句话说 $2^{\mathbb{P}} \cong \coprod_{n=0}^{\infty} \mathbb{P}^n / \mathfrak{S}_n$
- $\mathbb{P}^n / \mathfrak{S}_n$ 虽然是 $\mathbb{P}^n$ 的商空间，但 $\mathfrak{S}_n$-不变性 很难用神经网络实现
- 现时 比较可行的办法，是将 状态 $\vec{x}$ 实现成 一个时间上的「轮盘」，每个 ● 表示一个命题：



(4)

- 有趣的是，如果用「轮盘」方法，BERT 的 注意力机制 有特殊意义....

Attention 是什么？

- 注意力 最初起源於 Seq2seq，后来 BERT 引入 self-attention
- 在 Seq2seq 中，编码器 (encoder) 由下式给出，它将输入的词语 x_i 转化成一连串的 隐状态 h_i：

$$h_t = \text{RNN}_{encode}(x_t, h_{t-1}) \tag{5}$$

- 这些 h_i 可以综合成单一个 隐状态 $c = q(h_1, ..., h_n)$.
- 这个 c 被「寄予厚望」，它浓缩了整个句子的意义
- 解码器 的结构类似，它的隐状态是 s_t，输出 y_t：

$$s_t = \text{RNN}_{decode}(y_t, s_{t-1}, c_t) \tag{6}$$

- 注意最后的 c_t 依赖时间，它是隐状态 h_j 的 加权平均：

$$c_i = \sum_j \alpha_{ij} h_j \tag{7}$$

- 其中 α_{ij} 量度 输入／输出 的隐状态之间的 相似度，取其最大值：

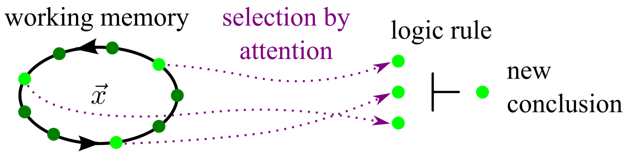
$$\alpha_{ij} = \text{softmax}\{\langle s_i, h_j \rangle\} \tag{8}$$

换句话说，α_{ij} 选择 最接近 h_j 的 s_i

Attention 给逻辑 AI 的启发

我这样理解 attention：

- 例如，翻译时，输入／输出句子中「动词」的位置可以是不同的
- 当 解码器需要一个「动词」时，它的隐状态 s_t 含有「动词」的意思
- Attention 机制 找出最接近「动词」的 编码器的隐状态（可以 ≥ 1 个）$\sum h_j$，交给 解码器，这是一种 information retrieval
- 例如，将 M 件东西 映射 到 N 件东西，可以有 N^M 个 mappings，这是非常庞大的空间。但如果这些物件有 类别，而同类只映射到同类，则可以用 attention 简化 mappings
- 所以 attention 是一种 inductive bias，它大大地缩小 mapping 空间
- 在逻辑的场景下，需要的 mapping 是 f : 命题集合 $\rightarrow$ 命题



(9)

Attention... is not what we want

- 逻辑 attention 和 传统 attention 要求略有不同，这是关键的一步
- 不是「同类映射到同类」，而是要在庞大的 logic rules 空间中找到适用 (applicable) 的 rules
- 隐状态 s_t 代表 “search state”，注意力 的目的是 选择 s_t 所需要的那些命题，交给 解码器
- 注意：逻辑 attention 从 M 个命题中 选择 N 个命题，$M > N$. 这是 inductive bias. 而 Symmetric NN 的做法，只是要求 M 个命题 的 置换不变性，所以它浪费了资源在很多 “don’t care” 的命题上
- 换句话说，selection 所带来的 bias 如果足够强，似乎不需要 symmetric. 很巧合地，再次应验了 “attention is all you need” 这句话

Fourier 神经网络

- 之前说过，需要 symmetric 神经网络。可以用 多项式 激活函数，得出一大堆 多项式的 weight-sharing 条件。这方法在 层数 增大时，计算变得很复杂。这是一个 computational invariant theory 的问题，我暂时未有时间深入研究
- 另一个方法我称之为 Fourier 神经网络
- 命题空间 $\mathbb{P}\mathrm{rop}$

「神经」知识表示

为什么要研究 神经知识表示?

- 从经典 logic-based AI 的传统，一直在使用「符号」的知识表示法
- 符号逻辑 很容易转换成 抽象代数 / 范畴论 形式（它们是同一个大家庭的「近亲」）
- 然而 或许存在 截然不同 的知识表示法? 但我们很难想像它 长什么样子
- 人脑的「神经」知识表示，可以作为参考，然后再研究它和逻辑表示之间的 correspondence

神经知识表示 的特点:

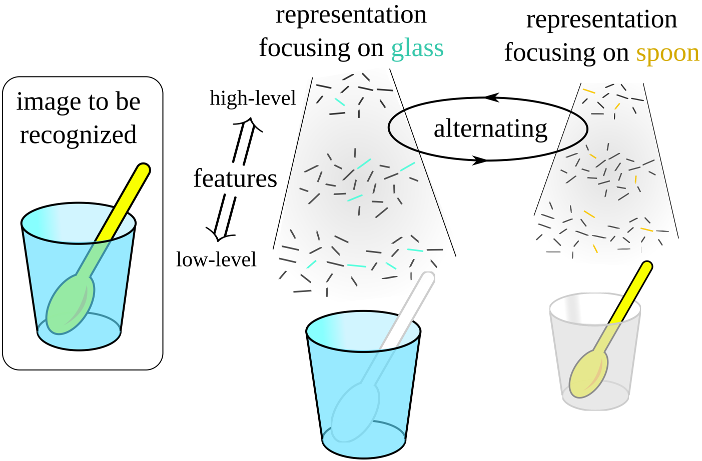
- distributive（分布性）
- model-based (vs rule-based)
- *in situ*（固定性）— 例如辨认「猫」的时候，大脑中 相应的神经元被 激活，但这些 神经元 不能移动，所以「猫」的表示 也不可移动

问题是：如果要辨认「白猫追黑猫」，「猫」的表示是固定的，则这两个「猫」表示 如何共存於神经网络中?

答案很可能是：两个「猫」交替地 出现在 时间上

神经 特征簇 (feature clusters)

例如，以「匙羹在杯中」作例子：

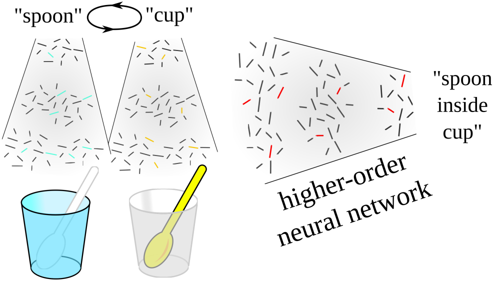


(10)

每个 复杂物体 由一个 feature cluster 辨认。多个「特征簇」在时间上交替出现，可以看成是一种 composition，例如 $A \cdot B$ 或 $A \circ B$.

高阶 特徵

- 一串 特征簇 的时间序列，例如 $A \cdot B$，可以被 更高阶 的神经网络 用作输入。高阶辨认 的结果是一些关系 (relations)，例如「匙羹在杯内」

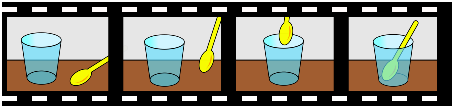


$$(11)$$

- 这似乎是一个 特征空间 $\times$ 时间 的映射 $f : X \times T \to Y$
- 关於这部分其实我仍未肯定，或许有其他方法

神经 $\leftrightarrow$ 逻辑 correspondence

- 我们的目标是了解 神经表示 和 逻辑表示 之间的关系，这关系或许可以用范畴论描述?
- 定义 复杂情境 (complex scenario) 是 感知材料 (sensory data) 的一个片段，如:



(12)

又或者一个故事，例如「John 爱 Mary 但 Mary 不爱他」

- 一个复杂情境 可以用若干个 特征簇 描述
- Equivalently, 复杂情境 可以用 逻辑 表示，就是一大堆 逻辑命题 的 conjunction，这些命题 钜细无遗 地描述该情境

再谈一次 逻辑结构

- 以前曾经说过，机器视觉 的成功，有赖於 将 视觉的几何结构 impose 在 深度神经网络上
- 这 深度神经网络 原本是 “free” 的，但加了限制之后，权重空间 变小了 (例如维数降低)，所以学习加速了
- 所谓 symmetry 的意义，简单例子:「如果知道左边等於右边，那就只需计算一次」
- 换句话说，数学家喜欢对称性，是因为它经常可以简化计算
- 同理，我们想将 逻辑结构 的对称性 impose 到神经网络
- 实际上，可能只需要逻辑上的交换律，就可以达到 强人工智能，正如 机器视觉的成功，在於引入了 CNN 的 convolution 结构，后者只是 视觉不变性 的其中一个最显著的 invariant
- 现代逻辑理论 非常漂亮，我花了十多年时间才弄懂，我希望将这套 逻辑-学习 理论简单讲解一下，也算功德完满了

- 在经典时代，逻辑的 代数形式 可以用 Boolean algebra 表述，然而这方法只适用於 命题逻辑
- Boolean algebra 是中学生熟悉的，类似 Venn diagram 的结构
- 这种结构和 拓樸学 的 open sets 结构一样，所以 命题逻辑 也可以看成是一种 topology
- 然而 predicate logic 的结构更复杂，直到最近才有比较完善的表述
- 现代逻辑结构和 type theory 有深刻的关系，此即 Curry-Howard isomorphism
- 现代逻辑也涉及 topos theory，那是一种由 algebraic geometry 引入的结构

Type theory and the Curry-Howard isomorphism

- 大家都知道 Lisp 语言没有 type，它是一种 untyped λ-calculus
- 在 Lisp 之上引入 type system，衍生成 ML, Caml, OCaml, Haskell 等 一系列语言
- 每一个 program 属於某个 type，例如 length() 函数，输入一个字串，输出它的长度；$\text{length} : \textsf{String} \rightarrow \textsf{Integer}$
- 有些逻辑学家 察觉到 类型论 的 $\tau_1 \rightarrow \tau_2$ 和逻辑中 $P \rightarrow Q$ 是一模一样的
- 这个关系的发现者至少包括 Brouwer-Heyting-Kolmogorov-Curry-Howard
- 这关系的深刻之处，在於把 符号逻辑上的 proofs 和 程式语言 的 programs 划上等号，前者是 符号 / 静态的，后者是 程序 / 动态的
- 每个 proof 就是一个 program，它输入一些 arguments，输出 关於那些 arguments 的证明
- 例如:「所有人都会死」是一个 program，它输入「苏格拉底」，输出「苏格拉底会死」
- 这个对应正好可以应用到深度学习：神经网络 是一个 function mapping，它将 逻辑前提 map 到结论

Topos theory and fibrations

- Predicate logic （谓词逻辑）和 命题逻辑 之间的差异在於 fibration 结构
- Fibration 通常用 $\begin{smallmatrix}\mathbb{E}\\ \downarrow\pi\\ \mathbb{B}\end{smallmatrix}$ 表示，$\mathbb{B}$ = base space, $\mathbb{E}$ = étale space, π = projection
- Base space 是 type 的空间，étale space 是 predicate 的空间
- 例如 $\mathbb{B}$ 空间的一个 type 是 Human，$\mathbb{E}$ 空间的一个谓词是 Mortal
- 於是有以下这个 type inference rule:

$$i : \mathrm{Human} \vdash \mathrm{Mortal}(i) : \mathsf{Prop} \tag{13}$$

  意思是说，如果 i 属於 Human 类型，则 $\mathrm{Mortal}(i)$ 属於 Prop 类型
- Topos 是一种 Cartesian-closed category (CCC)
-

多谢收看 ☺️