

《BERT 与逻辑的结合》

YKY

September 28, 2021

- 我比较熟悉 经典逻辑 AI，写过 逻辑引擎
- 但我没有 BERT/GPT 的实战经验
- 今天我们考虑一下 结合 BERT/GPT 和 逻辑引擎 的可能，有什么优势？

0. 我的策略

- 将 BERT/GPT 解释为一种 逻辑 / 符号演算的系统
- 将 逻辑结构 impose 到新的 BERT/GPT 模型
(它不再是语言模型，而是逻辑模型)
- 利用我们对逻辑 AI 的理解，
改良这新的模型，
从逻辑角度理解参数的意义
- 如果不这样做，BERT/GPT 仍然是 “black box”，
那就很难想出改良的思路

1. 逻辑 + BERT/GPT 混合的好处

似乎有一些优势，但我暂时未能提出一个很有说服力的说法：

- Long-term memory as a separate module
- Explicitly edit memories
- Make the BERT/GPT model more transparent

2. List of things desirable regardless of logicalization

由于我比较熟悉 logic，我不知有没有不用 logic 的更好方法.... 各位同学可以想想。

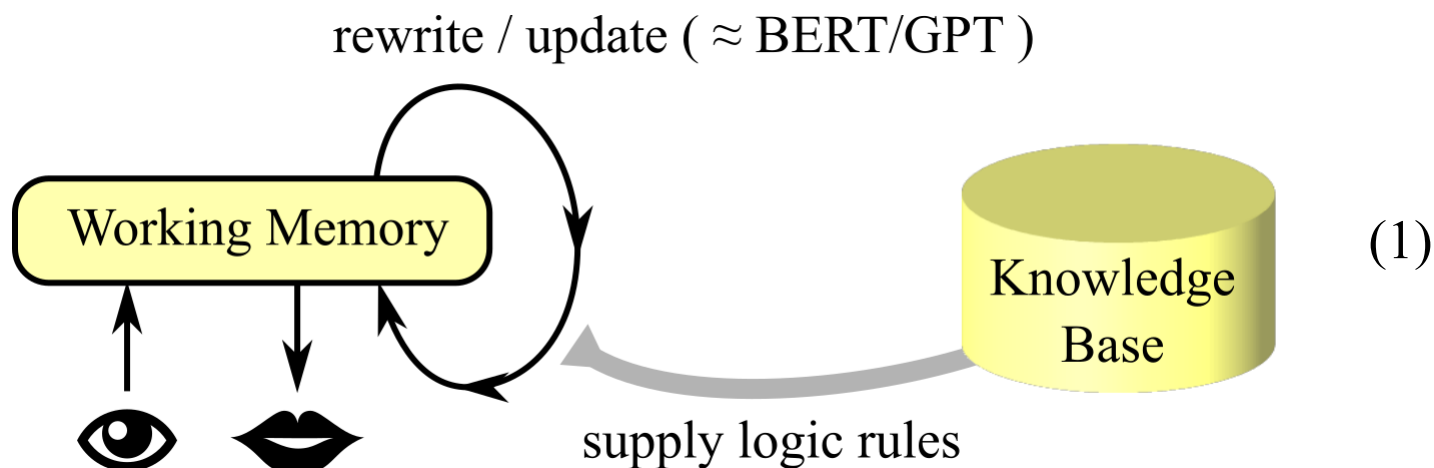
- 希望 BERT/GPT 的 inference 更 robust
- BERT/GPT 直接学习知识的能力 (“learn by being told”) 那就可以将这 AI 放到人类工作环境，透过工作教导 AI 似乎需要「长期记忆」(LTM) 但如果这 LTM 不是一个独立 module, 可能比较麻烦?

3. Transformer 的 equi-variance

(见 知乎 文章)

4. Logic AI 的基本架构

经典 logic-based AI 的架构，其实很简单的：



重点是我们将 update loop 那个函数 看成是 对应于 BERT/GPT.

借用 **认知科学** 术语，Working Memory = 系统的 **状态** (state), 例如：

我很肚饿 \wedge
冰箱没有食物 \wedge
现在是午夜 3 点 \wedge
商店已经打烊 \wedge
.... \wedge

换句话说，状态 是一堆 逻辑命题 的 **集合**

Working Memory 的状态更新 是靠 逻辑 rules 的作用，
例如： $\forall x. \text{human}(x) \rightarrow \text{mortal}(x)$

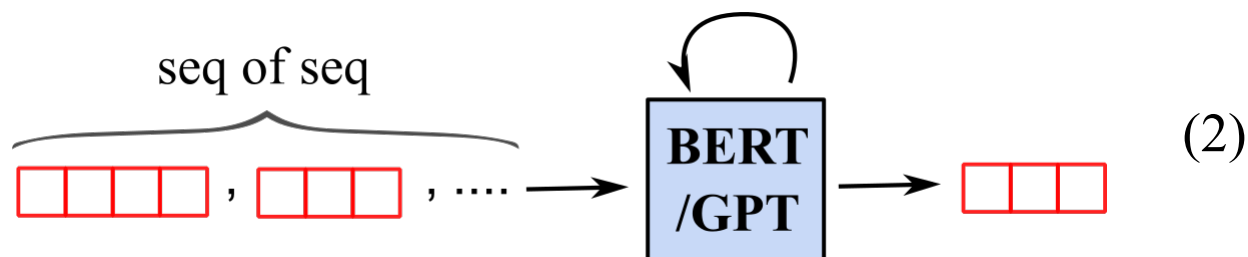
5. 神经科学 带来的的启发

- 一直以来，人们觉得 大脑的 KR (knowledge representtation, 知识表述) 跟符号逻辑 肯定是大相迳庭的

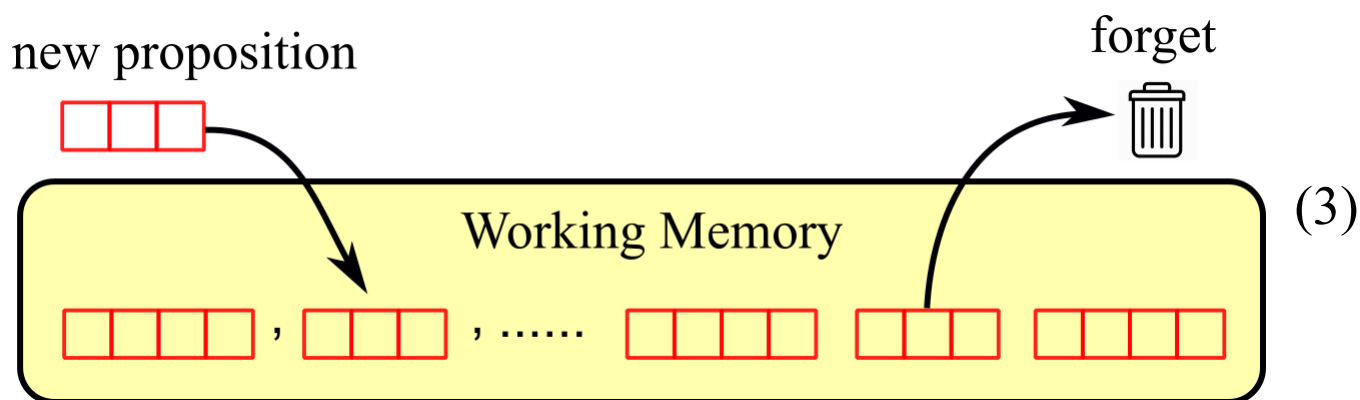
6. Seq-seq-2-seq

我提出：BERT/GPT 可能是一种 “seq-seq \rightarrow seq” architecture.

- 逻辑与 自然语言 之间大约有这样的对应：
句子 \approx 命题，词语 \approx 概念，
命题 = 多个概念的 concatenation
- 从 强化学习的角度看：
状态 (state) = 命题集合，
transition function: 命题集合 \rightarrow 命题集合
- 命题集 = sequence of 命题，
命题 = sequence of concepts，
所以 状态 = 命题集 = sequence of sequences (seq-seq)
- transition function: seq-seq \rightarrow seq-seq

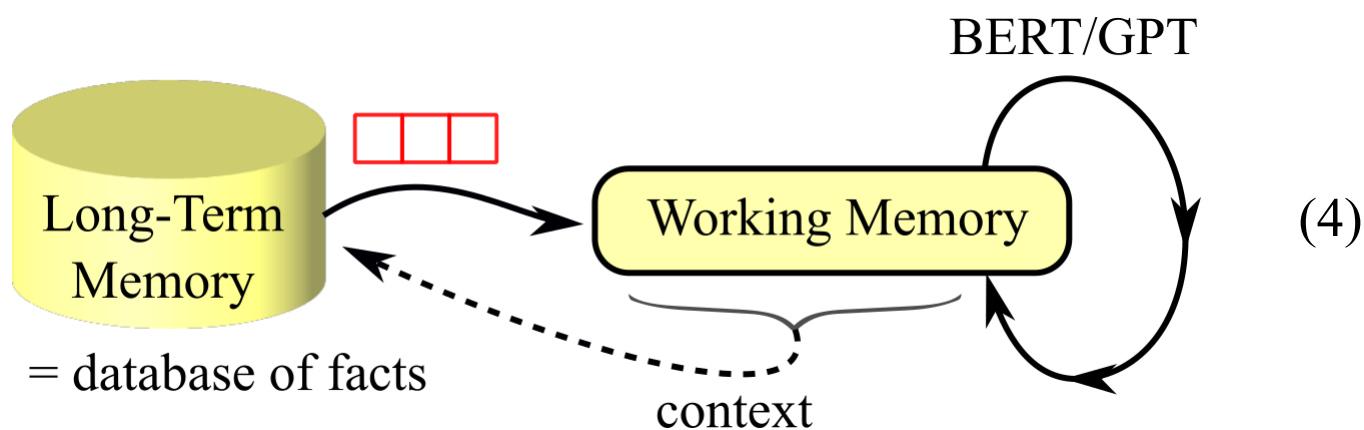


- 每次状态更新时，我们可以只增添一个命题，
「遗忘」另一个命题



- 因此 transition function 只需是 $\text{seq-seq} \rightarrow \text{seq}$

长期记忆 可以这样实现：



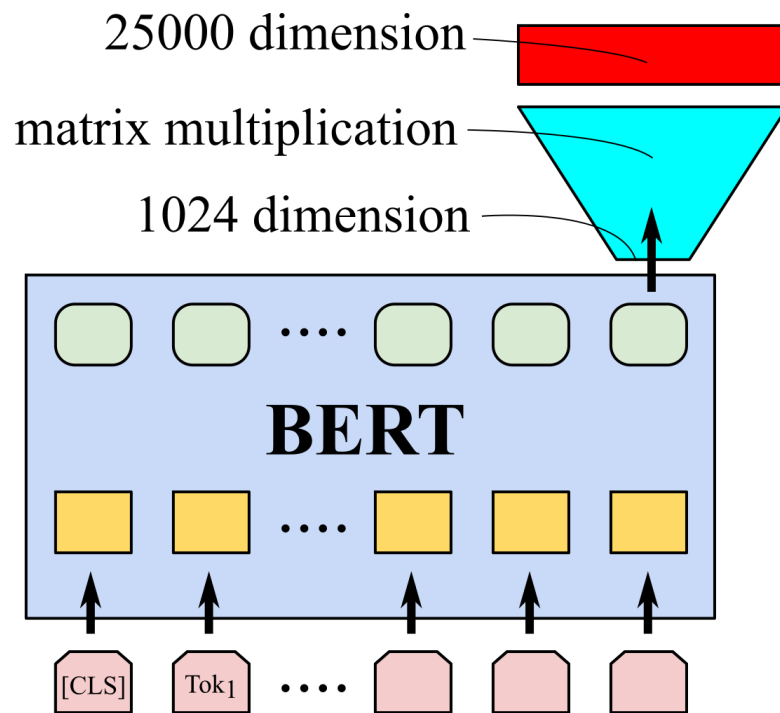
它透过 Working Memory 的内容 决定 输出什么 命题，其机制类似 **推荐系统** (recommender systems).

已经有类似的研究,利用 BERT/GPT 提取 **知识图谱** 资料 (COMET).

7. 强化学习的考虑

- 从 强化学习 的角度看，
每个 iteration 要输出一个 **命题** = 几个**词语**
- 这 输出 对应于 强化学习的 **actions**
- 换句话说，每个 action = 一个命题 = 几个词语
- 所以，我们需要输出 在 actions 之上的 **概率分布**
(而不仅仅是一个 action)
- 数学上 这是 $\{\text{所有可能命题}\} \rightarrow \mathbb{R}$ 的空间 $= \mathbb{R}^{|X|}$

- 这个空间异常大，我初时觉得 没有希望在计算机上表达
- 但 Dr 肖达 解释了一个很有效率的方法，
用 矩阵乘法 将输出 由 1024 维 **扩张** 到 25000 维：



(5)

- 但这个做法，其实输出的 只有 1024 个 **独立** 的份量

例如，「天气很热，我在家中整天_____」

- 流汗
- 吃冰淇淋
- 喝冰水
- 不穿衣服
- 开冷气....

「女朋友说分手，我觉得_____」

- 很伤心
- 如释重负
- 很气愤
- 很妒忌....

「电脑的键盘没反应，可能是因为_____」

- 未插线
- 电线断了
- 档机了
- 视窗未 active

考虑这些例子，我暂时不清楚 1024 维 够不够用。

以 1024-dim 表示所有 **概念** 是足够的 (cf. Word2Vec)

但未知它能不能够 表示所有常见的 **multi-modal** 概率分布。

8. BERT/GPT 是符号演算系统

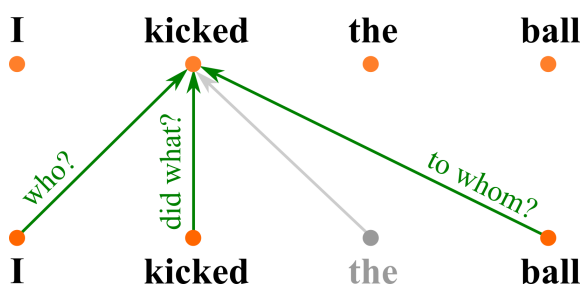
Few-shot generalization.

9. Variable binding

量词 $\forall X$ 将 变量 X 「捆绑」，意思是在 $\forall X$ 的 **有效范围** (scope) 内，所有 X 's 的取值 必须是一**样**的：

$$\forall X, Y, Z. \text{ grandfather}(X, Z) \leftarrow \text{father}(X, Y) \wedge \text{father}(Y, Z) \quad (6)$$

用 self-Attention 表达，即是 将 输入层 的一个 token “copy” 到 输出层的 另一个 token 位置。(可以对比下图：)



(7)

10. Relation algebra

Relation algebra 似乎是一种更 接近 自然语言 的 逻辑形式:

$$\begin{array}{ccccc} F & \circ & F & = & G \\ \text{爸爸} & \text{的} & \text{爸爸} & \text{是} & \text{爷爷} \end{array} \quad (8)$$

$$\begin{array}{ccccc} a & & F & & b \\ \text{Albert} & \text{是} & \text{爸爸} & \text{of} & \text{Bob} \\ b & & F & & c \\ \text{Bob} & \text{是} & \text{爸爸} & \text{of} & \text{Charles} \end{array} \quad (9)$$

$$\begin{array}{ccccc} a & & (F & \circ & F) & & c \\ \text{Albert} & \text{是} & \text{爸爸} & \text{of} & \text{爸爸} & \text{of} & \text{Charles} \end{array} \quad (10)$$

$$\begin{array}{ccccc} a & & G & & c \\ \text{Albert} & \text{是} & \text{爷爷} & \text{of} & \text{Charles} \end{array} \quad (11)$$

其实 上例中 $(9) \Rightarrow (10)$ 混合了 predicate logic.
Relation algebra 只描述 **关系** 之间的代数,
但不涉及 **关系内**的元素。

这个例子表明 BERT/GPT 用的可能是
一种更为 flexible 的 **rewriting system** (改写系统)。

注意: relation algebra 不同于 relational algebra, 后者是 描述 database 用。

11. 自动产生 / 运行 代码

我们可以**生成**一些 programming problems,
而且 100% 肯定 答案是正确的。

逻辑上的 \forall **泛化** 可以保证
学习出来的 规则 是正确的,
因为它很有可能是 **minimum description length** (MDL).

但逻辑引擎的问题是:
它没有很效率的 **learning algorithm** (不像 深度学习)

问题是 BERT/GPT 可以怎样「帮助」逻辑引擎 的学习...?