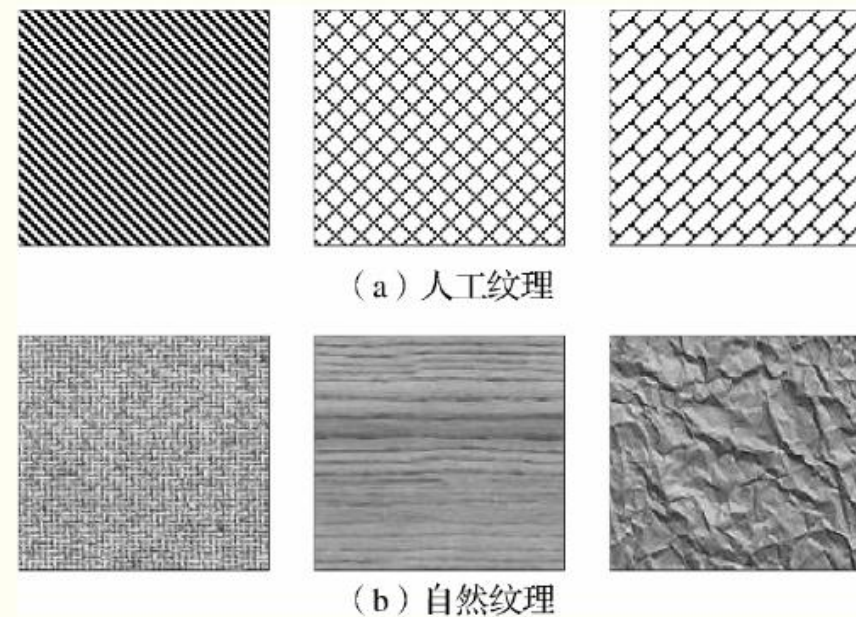


计算机视觉 纹理分析

纹理：灰度（颜色）在空间以一定的形式变化而产生的**图案（模式）**，反映图像中同质现象的视觉特征，体现了物体表面的具有重复性或者周期性变化的**表面结构组织排列属性**，借助纹理可用来辨识图像中的**不同区域**。

纹理的三大特点：

- 1. 重复性：**图像可以看作是某种局部元素在全局区域的不断重复出现
- 2. 周期性：**图像中的元素并非随机出现，而是按照一定的周期性重复出现
- 3. 同质性：**重复出现的元素在结构和尺寸上大致相同



不同于灰度、颜色等图像特征，**纹理特征通过像素及其周边空间域像素的灰度分布**进行描述，也就是**局部纹理信息**。局部纹理的反复排布呈现出的重复性，就是所谓的**全局纹理信息**。纹理信息在表现全局特征性质的同时，也体现了图像或图像所在区域对应景物的**表面特性**。纹理特征只是对物体表面特征进行描述，并不能反映物体的本质属性，即图像高层语义信息。

纹理特征提取：获得纹理的定量或定性描述

- 1. 纹理基元建模：**从像素出发，找出纹理基元（即纹理图像中辨识能力比较强的特征），并根据纹理基元的排列信息建立起纹理基元模型。
- 2. 整体纹理模型构建：**利用纹理基元模型对纹理图像进行特征提取，以支持对图像的进一步分割、分类以及辨识，形成图像整体纹理模型。

目录 contents

- 1. 统计描述方法**
- 2. 结构描述方法**
- 3. 频谱描述方法**

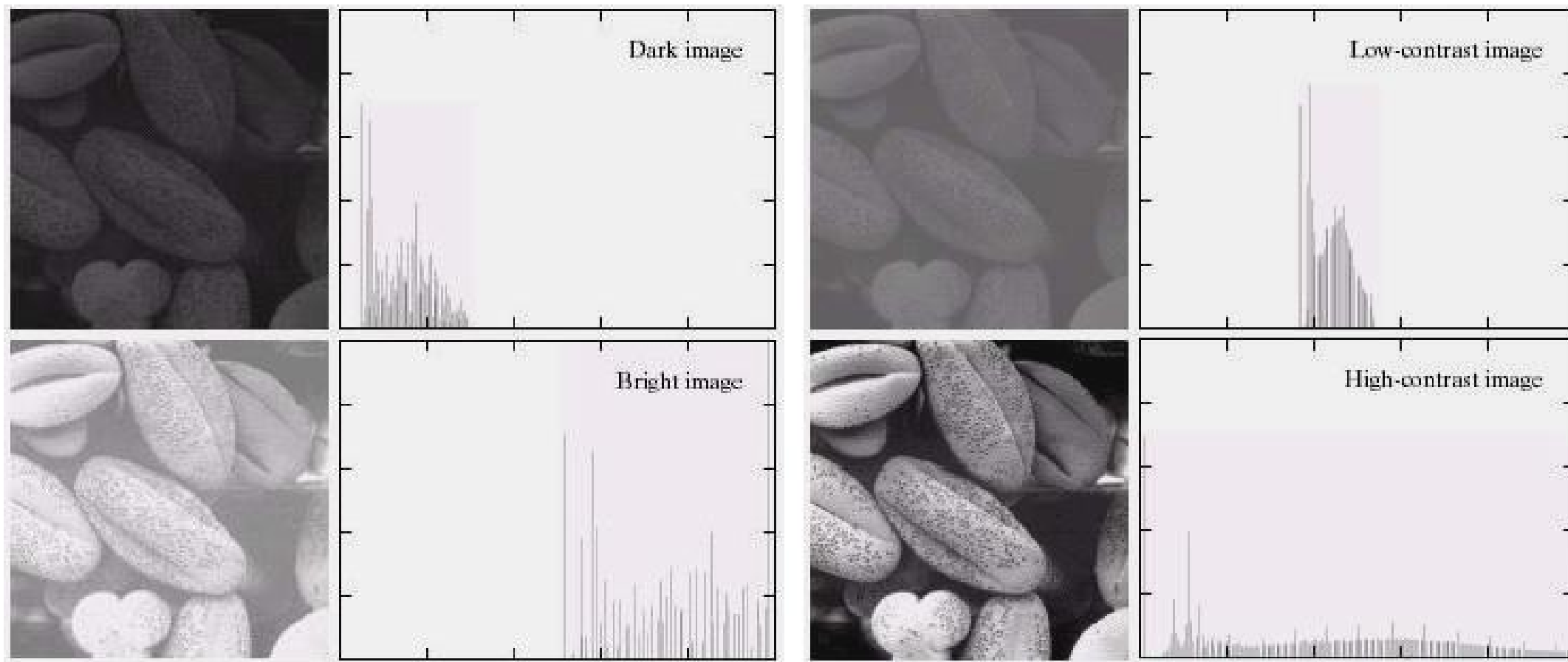
1. 统计描述方法

在统计描述法中，**纹理被看作一种对区域中某种特性分布的定量测量结果，利用统计规则来描述纹理**，比较适合描述自然纹理，可以提供纹理的平滑、稀疏、规则等性质，通常在**分类问题**中利用广泛。

(1) 最简单的统计法直接借助于图像的**灰度直方图的矩**来描述直方图并对纹理进行描述。

1. 统计描述方法

不同亮度不同对比度图像的灰度直方图：



1. 统计描述方法

直方图的性质

- 灰度直方图只能反映图像的灰度分布情况，而不能反映图像像素的位置，即**丢失了像素的位置信息**。
- 一幅图像对应唯一的灰度直方图，反之不成立。**不同的图像可对应相同的直方图**。下图给出了一个不同的图像具有相同直方图的例子。



- 一幅图像分成多个区域，多个区域的直方图之和即为原图像的直方图。

1. 统计描述方法

(2) 灰度共生矩阵 (GLCM: Gray-Level Co-occurrence Matrix)

在三维空间中，相隔某一距离的两个像素，它们具有相同的灰度级，或者具有不同的灰度级，若能找出这样两个像素的联合分布的统计形式，对于图像的纹理分析将是很有意义的。

灰度共生矩阵就是从**图像** (x, y) **灰度为** i 的像素出发，统计与其**距离为** δ 、**灰度为** j 的像素同时出现的**概率** P 。

1. 统计描述方法

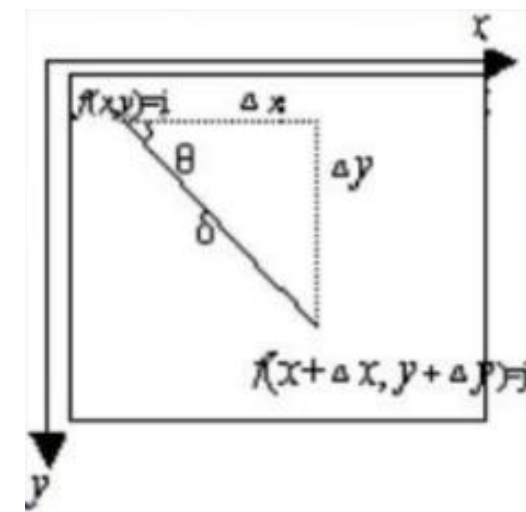
灰度共生矩阵

概率 $P(i, j, \delta, \theta)$ 的数学式表示为

$$P(i, j, \delta, \theta) =$$

$$\{ [(x, y), (x + \Delta x, y + \Delta y)] | f(x, y) = i, f(x + \Delta x, y + \Delta y) = j; x, y = 0, 1, \dots, N-1 \}$$

根据上述定义，所构成的灰度共生矩阵的第 i 行、第 j 列元素，表示图像上所有在 **θ 方向、相隔为 δ** ，一个为灰度 i 值，另一个为灰度 j 值的像素点对出现的频率。这里 θ 一般为0度、45度、90度和135度。



1. 统计描述方法

灰度共生矩阵特征的提取

- 灰度共生矩阵反映了图像灰度关于方向相邻间隔、变化幅度的综合信息，它可作为分析图像基元和排列结构的信息。
- 作为纹理分析的特征量，往往不是直接应用计算的灰度共生矩阵，而是在灰度共生矩阵的基础上再提取纹理特征量，称为**二次统计量**。
- 一幅图像的灰度级数一般是256，这样计算的灰度共生矩阵太大。为了解决这一问题，在求灰度共生矩阵之前，可**压缩**为16级。
- 若希望提取具有旋转不变性的特征，简单的方法是对 θ 取0度、45度、90度和135度的同一特征求平均值和均方差就可得到。

1. 统计描述方法

灰度共生矩阵特征的提取

- 1973年, Haralick等人由灰度共生矩阵提取了14种特征:
 1. 对比度 (Contrast)
 2. 能量 (Energy 角二阶矩)
 3. 熵 (Entropy)
 4. 均匀性 (Homogeneity)
 5. 相关性 (Correlation)
 6. 方差 (Variance)
 7. 平均 (Mean)
 8. 和方差 (Sum of Variances)
 9. 和熵 (Sum of Entropies)
 10. 和平均 (Sum of Means)
 11. 差方差 (Difference Variance)
 12. 差平均 (Difference Mean)
 13. 差熵 (Difference Entropy)
 14. 信息测度 (Information Measure of Correlation)

1. 统计描述方法

灰度共生矩阵特征的提取

- Python的Mahotas库中的mahotas.features.haralick()函数可以用来从图像中提取Haralick特征，该函数将**一幅图像作为输入**，并为图像的每个像素**返回一个由14个特征组成的矩阵**。这些特征包括图像纹理的对比度、异同度、同质性和能量等信息。

1. 统计描述方法

灰度共生矩阵特征的应用

- Haralick 利用ERTS1002-18134卫星多光谱图像对美国加利福尼亚海岸带的土地利用问题，用灰度共生矩阵的方法作纹理分析。海岸带主要有沿岸森林、树林、草地城区、小片灌溉区、大片灌溉区和水域七类。对ERTS1002-18134四波段卫片，将其中的某波段图像，取大小为 64×64 像素的非重迭窗口，间隔 $s=1$ ， $N_g=16$ (将0-255压缩成16级)。

1. 统计描述方法

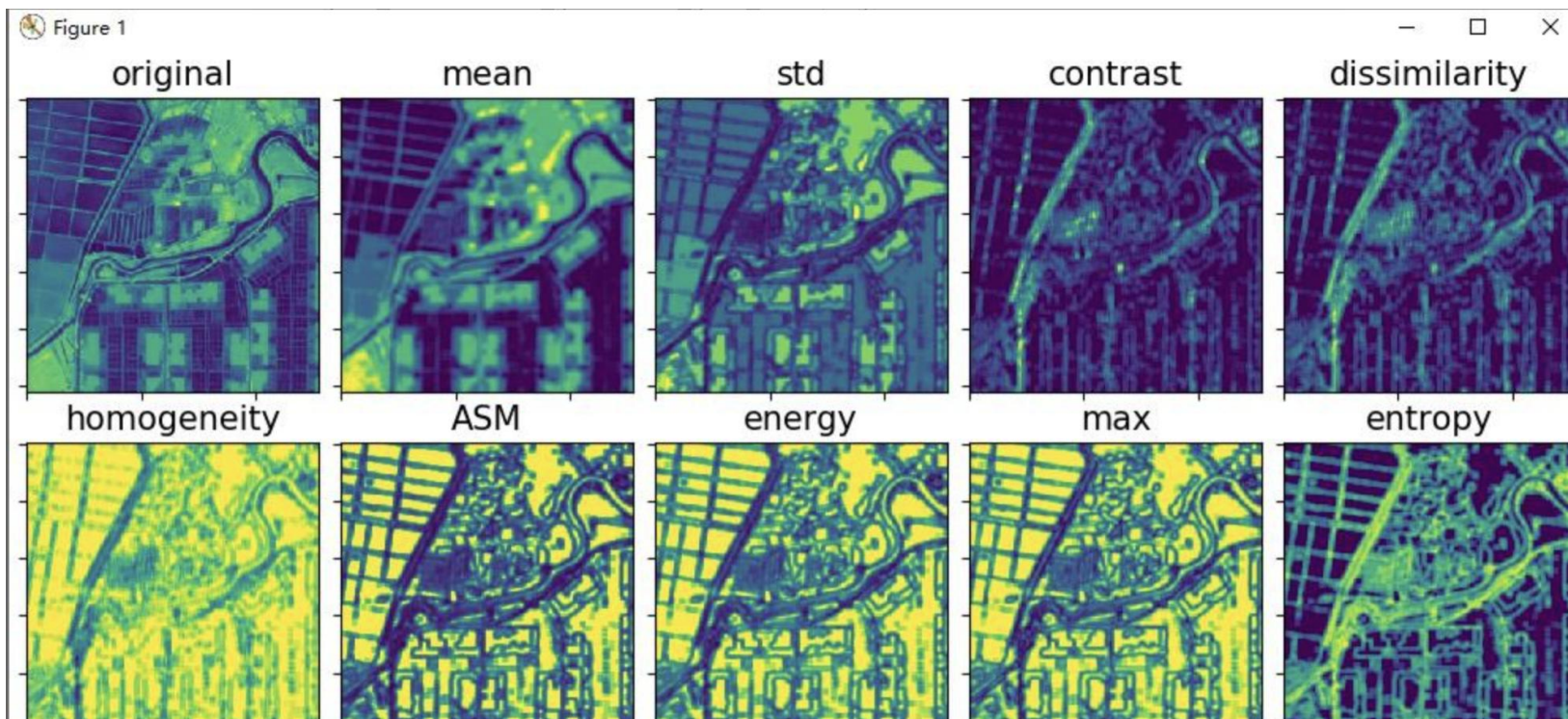
灰度共生矩阵特征的应用

- 将纹理特征和多光谱灰度特征组合成16*1特征向量，对七类地域分别取训练样本314个、检验样本310个，提取特征，用分段线性分类器分类，获得了平均**83.5%**的分类精度。
- 若仅仅用多光谱信息，用8个光谱特征向量对七类地域分类，分类精度只有**74.77%**，由此可见，纹理分类改善了典型模式识别的结果，**这是因为图像的纹理分析充分利用了图像灰度分布的结构信息。**

1. 统计描述方法

```
import fast_glm
from skimage import data

if __name__ == '__main__':
    img = data.camera()
    glm_mean = fast_glm.fast_glm_mean(img)
```



1. 统计描述方法

(3) 纹理能量

- 利用**模板（也称核）**计算局部**纹理能量**。设图像为 I ，模板为 M_1, M_2, \dots, M_N ，则卷积 $J_n = I \otimes M_n, n = 1, 2, \dots, N$ 给出各个像素邻域中的纹理能量分量。
- 采用尺寸为 $k \times k$ 的模板，对应第 n 个模板的纹理图像为：

$$T_n(x, y) = \frac{1}{k \times k} \sum_{i=-(k-1)/2}^{(k-1)/2} \sum_{j=-(k-1)/2}^{(k-1)/2} |J_n(x+i, y+j)|$$

这样对于每个像素位置 (x, y) ，都有一个**纹理特征矢量**

$$[T_1(x, y) \ T_2(x, y) \ \dots \ T_N(x, y)]^T$$

2. 结构描述方法

- **结构法是一种空域方法**：复杂的纹理可由一些简单的**纹理基元**以一定的有规律的形式重复排列组合而成。
- 结构法试图根据一些**几何关系**的放置/排列规则来描述纹理基元的组合。
- 结构法可获得一些与视觉感受相关的纹理特征，例如，对比度、方向性、周期性、粗糙度等。

结构法的关键：**(1) 确定纹理基元； (2) 建立排列规则。**

2. 结构描述方法

(1) 纹理基元

一个**纹理基元**是由一组属性所刻画的相连通的像素集合。最简单的基元就是**像素**，比像素复杂一点的基元就是**像素邻域**。

设纹理基元为 $h(x, y)$ ，排列规则为脉冲函数 $r(x, y)$ ，则纹理 $t(x, y)$ 为：

$$t(x, y) = h(x, y) \otimes r(x, y)$$
$$r(x, y) = \sum \delta(x - x_m, y - y_m)$$



2. 结构描述方法

(2) 排列规则

若设计右边4个重写规则。（其中， t 表示纹理基元， a 表示向右移动， b 表示向下移动）

- (1) $S \rightarrow aS$ (变量 S 可用 aS 来替换) \rightarrow
- (2) $S \rightarrow bS$ (变量 S 可用 bS 来替换) \downarrow
- (3) $S \rightarrow tS$ (变量 S 可用 tS 来替换)
- (4) $S \rightarrow t$ (变量 S 可用 t 来替换)

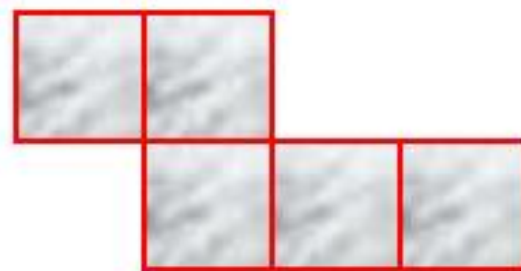
例如， t 是下图a的一个纹理基元，它也可以直接由上述规则(4)得到。如果依次使用规则(3),(1),(3),(1),(3),(1),(4),可得到tatatat，即生成如图b的图案。如果依次使用规则(3),(1),(3),(2),(3),(1),(3),(1),(4),即可得到下图c的图案。



(a)



(b)



(c)

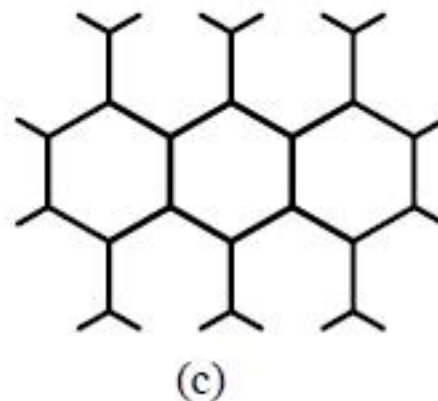
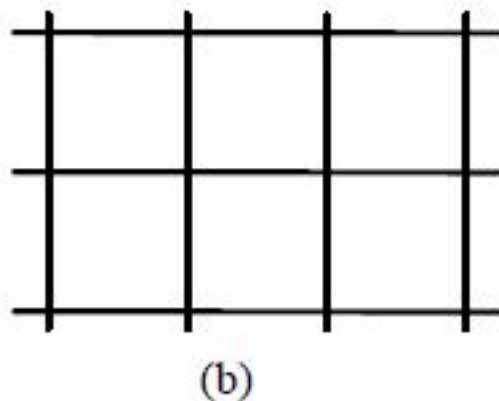
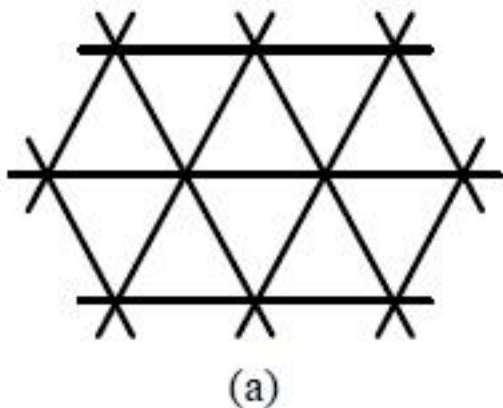
不同2D纹理模式的生成

2. 结构描述方法

(3) 纹理镶嵌

比较规则的纹理在空间中可以用有规律次序的形式通过纹理镶嵌来构建。

最典型的模式是用一种多边形镶嵌——**规则镶嵌**。例如：



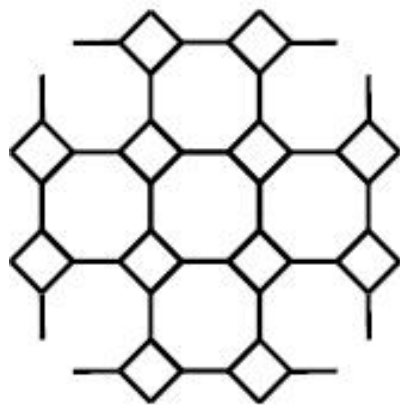
三种正多边形镶嵌（通过正多边形的拼接组合）

2. 结构描述方法

(3) 纹理镶嵌

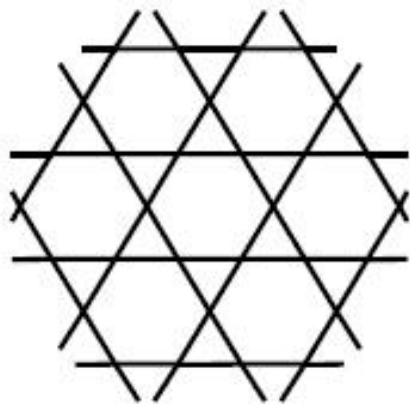
如果同时使用两种其边数不同的正多边形进行镶嵌就构成了**半规则镶嵌**。

几种典型的半规则镶嵌模式如下：



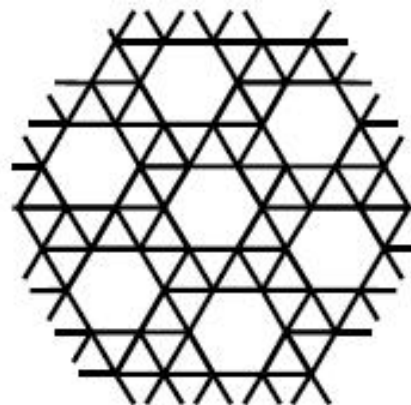
(4, 8, 8)

(a)



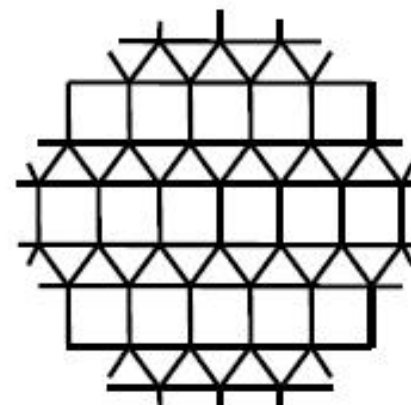
(3, 6, 3, 6)

(b)



(3, 3, 3, 3, 6)

(c)



(3, 3, 3, 4, 4)

(d)

半规则镶嵌

2. 结构描述方法

(4) 空间局部描述模式（局部二值模式，Local binary patterns, LBP） 是一种纹理分析算子，是借助局部邻域定义的纹理测度。它属于点样本的估计方式，**具有尺度不变性、旋转不变性和计算复杂度低等优点。**

例如，在遥感领域中的配准问题中，由于异源遥感影像在成像方式和光谱特征方面的不同，影像间往往存在显著的几何变形，如右图所示。这些差异导致在影像间进行特征提取和同名点匹配非常困难。



(a) 不同传感器影像之间的几何形变



(b) 可见光影像(左)和 SAR 影像(右)之间的非线性辐射差异

异源遥感影像间的几何形变和非线性辐射差异

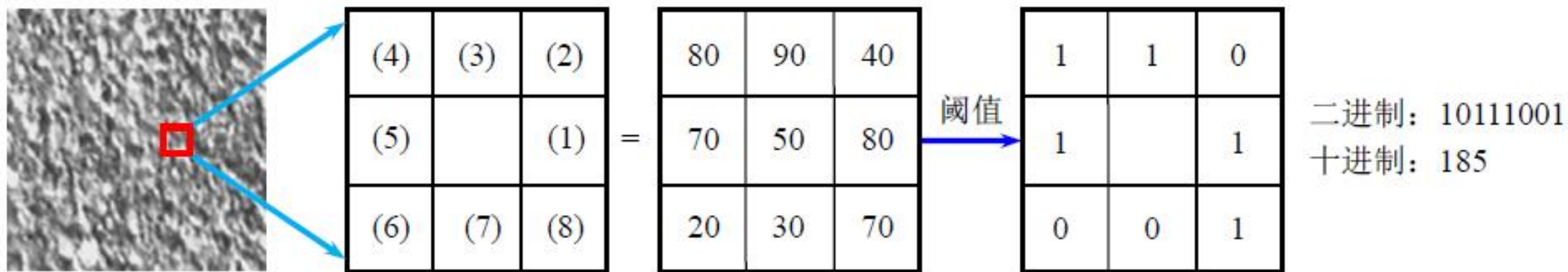
2. 结构描述方法

局部二值模式 (LBP)

下图给出了一个构建基本LBP算法的一个示例。

对一个像素的 3×3 邻域里的像素按顺序阈值化，将结果看作一个二进制数，并作为中心像素的标号。

因为每个窗口中有8个二值像素，共有256种可能的序列，对应256个不同的标号。对这256个不同标号统计得到的直方图可进一步用作区域的纹理描述符。

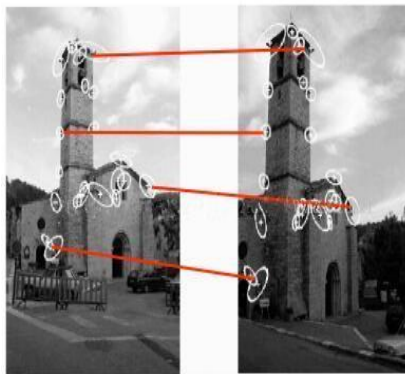


基本LBP算子

2. 结构描述方法

局部特征点

图像特征的局部表达，它只能反映图像上具有的局部特殊性，如图像的线条、交叉、轮廓等。在图像发生光线或位置变化时，局部特征点往往具有稳定不变性。



角点



斑点

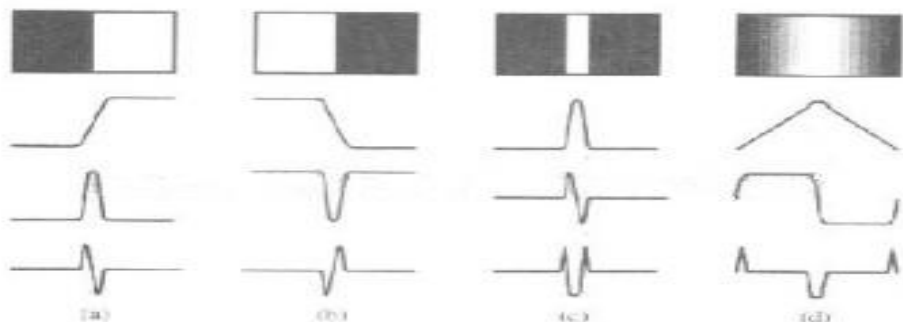
边缘检测

边缘是不同区域的分界线，是周围（局部）灰度值有显著变化的像素点的集合，有幅值与方向两个属性。

实际曲线

一阶导数

二阶导数



边缘的四种类型

阶跃型、

屋脊型、

斜坡型、

脉冲型边缘

特征描述子

特征描述子 (Feature Descriptors) 指的是检测图像的局部特征（如边缘、角点、轮廓等），然后根据匹配目标的需要进行特征的组合、变换，以形成易于匹配、稳定性好的**特征向量**，从而把图像匹配问题转化为特征匹配问题，进而可将特征匹配问题转化为特征空间向量的聚类问题。



3. 频谱描述方法

频域处理的基础是卷积定理，如果原始图像是 $f(x,y)$ ，处理后的图像是 $g(x,y)$ ，而 $h(x,y)$ 是处理系统的冲激响应，那么，处理过程可由下式表示

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y)$$

其中*代表卷积。

3. 频谱描述方法

(1) 傅里叶变换 (Fourier)

傅里叶频谱可借助傅里叶变换得到，它有三个适合描述纹理的性质。

- 傅里叶频谱中突起的峰值对应纹理模式的主方向
- 这些峰在频域平面的位置对应模式的基本周期
- 利用滤波把周期性成分除去，用统计方法描述剩下的非周期性部分。

傅里叶变换

数字图像处理方法：**空域分析法**和**频域分析法**。空域分析法就是对**图像矩阵**进行处理；频域分析法是通过**图像变换**将图像从空域变换到频域，从另外一个角度来分析图像的特征并进行处理。频域分析法在图像增强、图像复原、图像编码压缩及特征编码压缩方面有着广泛应用。

如果一个信号 $f(t)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上满足：

1. $f(t)$ 在任一有限区间上满足狄氏条件：在一个函数周期内，间断点的数目是有限的，极大值和极小值的数目是有限的，来保证最终条件：信号 $f(t)$ 绝对可积

2. $f(t)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上绝对可积 $\int_{-\infty}^{+\infty} (|f(t)|) dt < \infty$

就可以通过傅里叶变换把时域信号 $f(t)$ 转化到频域进行处理，**傅立叶变换函数**如下：

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = F[f(t)]$$

然后再通过傅里叶反变换把频域信号转化到时域，**傅立叶逆变换**：

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{j\omega t} d\omega = F^{-1}[f(t)]$$

傅里叶变换是线性系统分析的有力工具，提供了一种把时域信号转换到频域进行分析的途径，时域和频域之间是一一对一的映射关系。

图像的**频率**是表征图像中**灰度变化剧烈程度**的指标，是灰度在平面空间上的梯度。如：大面积的沙漠在图像中是一片灰度变化缓慢的区域，对应的频率值很低；而对于地表属性变换剧烈的边缘区域在图像中是一片灰度变化剧烈的区域，对应的频率值较高。

频率域法

图像平滑

✓ 低通滤波 ($G(u, v) = F(u, v)H(u, v)$) : 抑制高频成分, 通过低频成分, 然后再进行逆傅立叶变换获得滤波图像, 就可达到平滑图像的目的。

- 理想低通滤波器: $H(u, v) = \begin{cases} 1 & D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & D(u, v) \geq D_0 \end{cases}$
- 巴特沃斯低通滤波器: $H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u, v)}{D_0}\right]^{2n}}$
- 高斯低通滤波器: $H(u, v) = \begin{cases} 1, & D(u, v) < D_0 \\ \frac{D(u, v) - D_1}{D_0 - D_1}, & D_0 \leq D(u, v) \leq D_1 \\ 0, & D(u, v) > D_1 \end{cases}$
- 指数滤波器: $H(u, v) = e^{-\left|\frac{D(u, v)}{D_0}\right|^n}$

- $F(u, v)$: 图像的傅里叶变换结果; $H(u, v)$: 低通滤波器的传递函数 (值域为0到1); $G(u, v)$: 滤波后图像的傅里叶变换结果。 D_0 为截止频率, $D(u, v)$ 为频率点到原点的距离。
- 低通滤波器通过保留图像的低频分量 (如大面积平滑区域) 并抑制高频分量 (如边缘、噪声), 实现图像降噪或模糊处理。

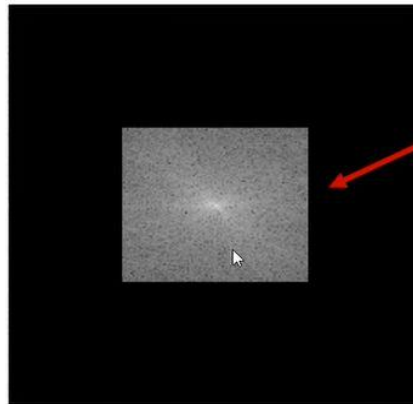
3. 频谱描述方法

original



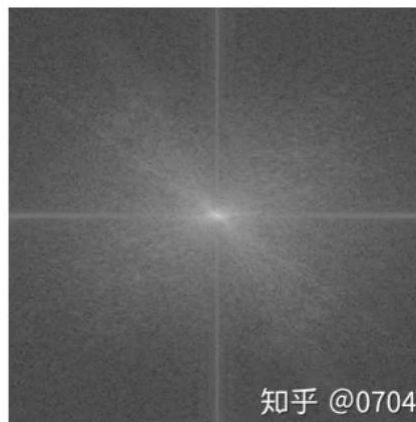
原始图像

result



去掉高频、保留低频
低通滤波器

频谱图像



频谱图



低通滤波效果图

3. 频谱描述方法

图像锐化

✓ 高通滤波：使高频分量顺利通过，而消弱低频

- 理想高通滤波器：
$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & D(u, v) \leq D_0 \\ 1 & D(u, v) \geq D_0 \end{cases}$$

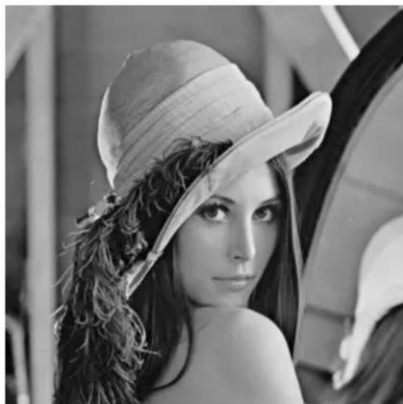
- 巴特沃斯高通滤波器：
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D_0}{D(u, v)} \right]^{2n}}$$

- 高斯高通滤波器：
$$H(u, v) = \begin{cases} 0, & D(u, v) < D_1 \\ \frac{D(u, v) - D_1}{D_0 - D_1}, & D_1 \leq D(u, v) \leq D_0 \\ 1, & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

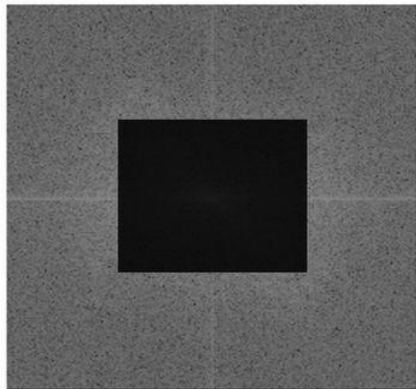
- 指数滤波器：
$$H(u, v) = e^{\left| -\frac{D_0}{D(u, v)} \right|^n}$$

- 边缘检测：高通滤波可突出图像边缘，常用于图像增强或特征提取。
- 噪声抑制：结合低通滤波可实现带通滤波，分离特定频率成分。

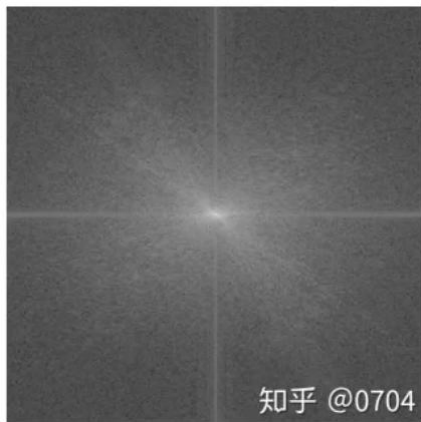
3. 频谱描述方法



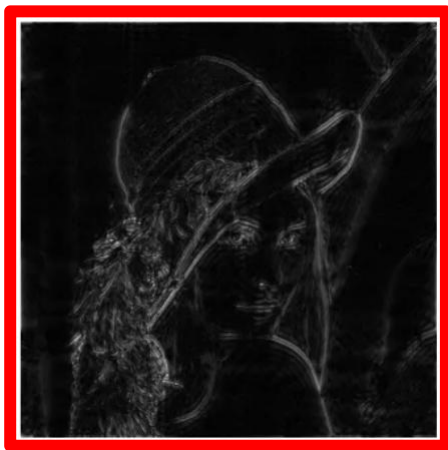
*lena*原图像



高通滤波器 去掉低频



频谱图



高通滤波效果图

然而，经典Fourier变换只能反映信号的整体特性（时域，频域）。对傅里叶谱中的某一频率，无法知道这个频率是在什么时候产生的。从傅里叶变换的定义也可看出，**傅里叶变换是信号在整个时域内的积分，因此反映的是信号频率的统计特性，没有局部化分析信号的功能。**另外，**要求信号满足平稳条件。**傅里叶变换时域和频域是完全分割开来的。

由 $F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = F[f(t)]$ 可知，

要用Fourier变换研究时域信号频谱特性，必须要获得时域中的全部信息，信号在某时刻的一个小的邻域内发生变化，那么信号的整个频谱都要受到影响，而频谱的变化从根本上来说无法标定发生变化的时间位置和发生变化的剧烈程度。也就是说，Fourier变换对信号的齐性不敏感。

Fourier变换不能给出在各个局部时间范围内部频谱上的谱信息描述。然而在实际应用中齐性正是我们所关心的信号局部范围内的特性。如，音乐，语言信号等。即：局部化时间分析，图形边缘检测，地震勘探反射波的位置等信息极重要。

为了解决傅里叶变换的局限性，产生了Gabor变换和小波变换。

3. 频谱描述方法

(2) 盖伯变换Gabor: 用高斯函数作为窗函数的短时傅里叶变换（**加窗傅里叶变换**）。利用一组盖伯滤波器也可将图像分别转换到一系列的频率带中。**盖伯滤波器本质上就是一个带通滤波器。**

实际中常使用两个成对的实数的Gabor滤波器。

对称的

$$G_s(x, y) = \cos(k_x x + k_y y) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

反对称的

$$G_a(x, y) = \sin(k_x x + k_y y) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

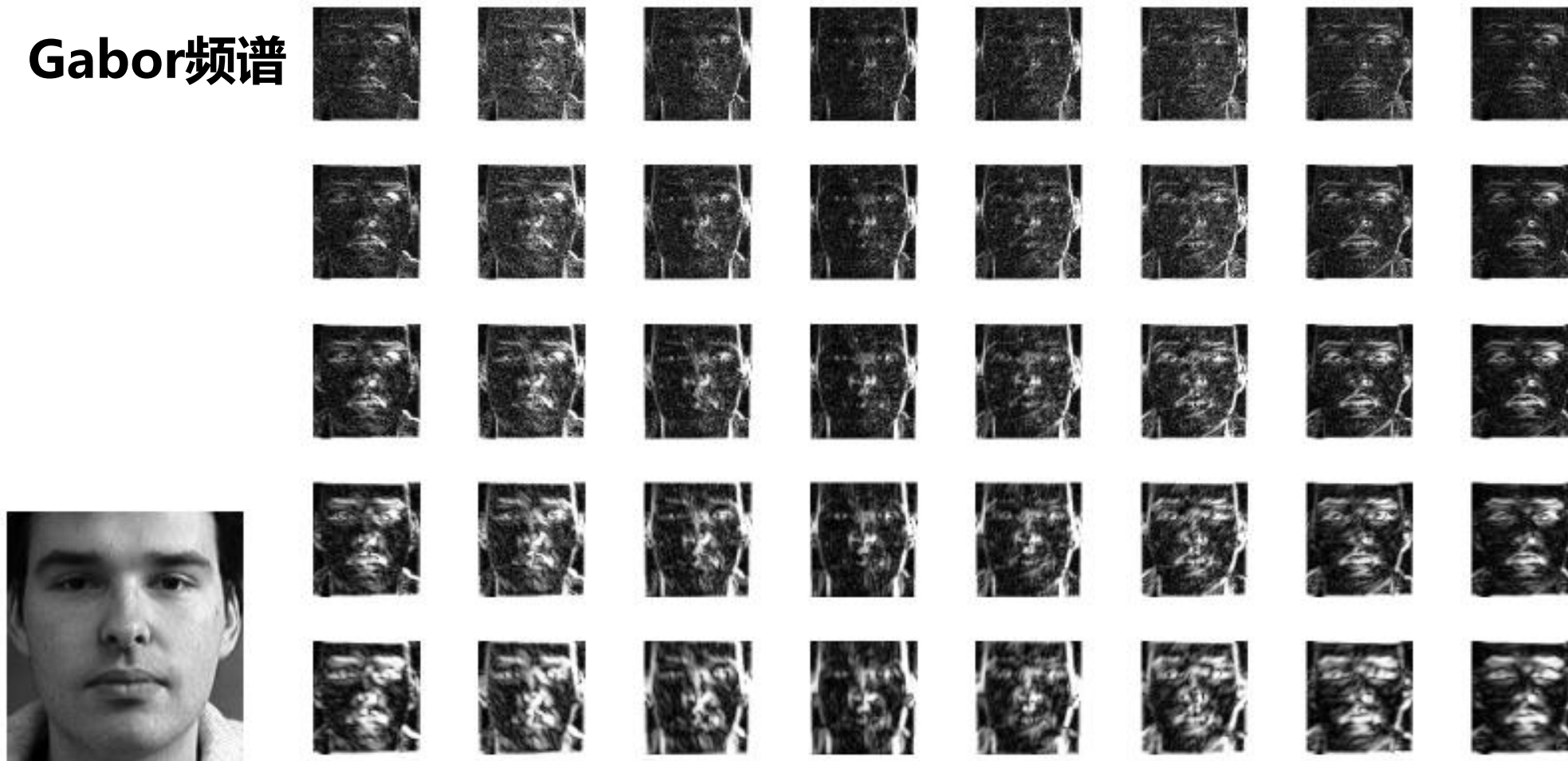
(k_x, k_y) : 给出滤波器响应最强烈的频率;

参数 σ : 空间放缩系数, 控制滤波器脉冲响应的宽度。

**Gabor变换
小波变换**

3. 频谱描述方法

Gabor频谱



一幅人脸图像及它的 40 组盖伯滤波器的响应图

Gabor变换

Gabor变换是D. Gabor 1946年提出的，为了由信号的Fourier变换提取局部信息，引入了时间局部化的窗函数，得到了**窗口Fourier变换**。由于窗口Fourier变换只依赖于部分时间的信号，所以，窗口Fourier变换又称为**短时Fourier变换**，Gabor变换是短时Fourier变换中当窗函数取为高斯函数时的一种特殊情况。

Gabor变换相比于Fourier变换来说是积分时间上的改变，**Fourier变换是基于整个时间域 $(-\infty, +\infty)$ 上的积分，而Gabor变换是基于一个局部时间窗口上的积分。Gabor变换的本质实际上还是对二维图像求卷积。**

$$\text{Gabor公式: } S(w, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g_a(t - \tau) e^{-j\omega t} dt, \text{ 其中 } g_a(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} e^{-\frac{t^2}{2a}} \text{ 为高斯函数}$$

Gabor的优点

Gabor小波与人类视觉系统中简单细胞的视觉刺激响应非常相似。**在提取目标的局部空间和频率域信息方面具有良好的特性。**Gabor小波对于图像的边缘敏感，能够提供良好的方向选择和尺度选择特性，而且对于光照变化不敏感，能够很好的适应光照的变换。上述特点使得Gabor小波被广泛用于视觉信息理解和图像处理领域。

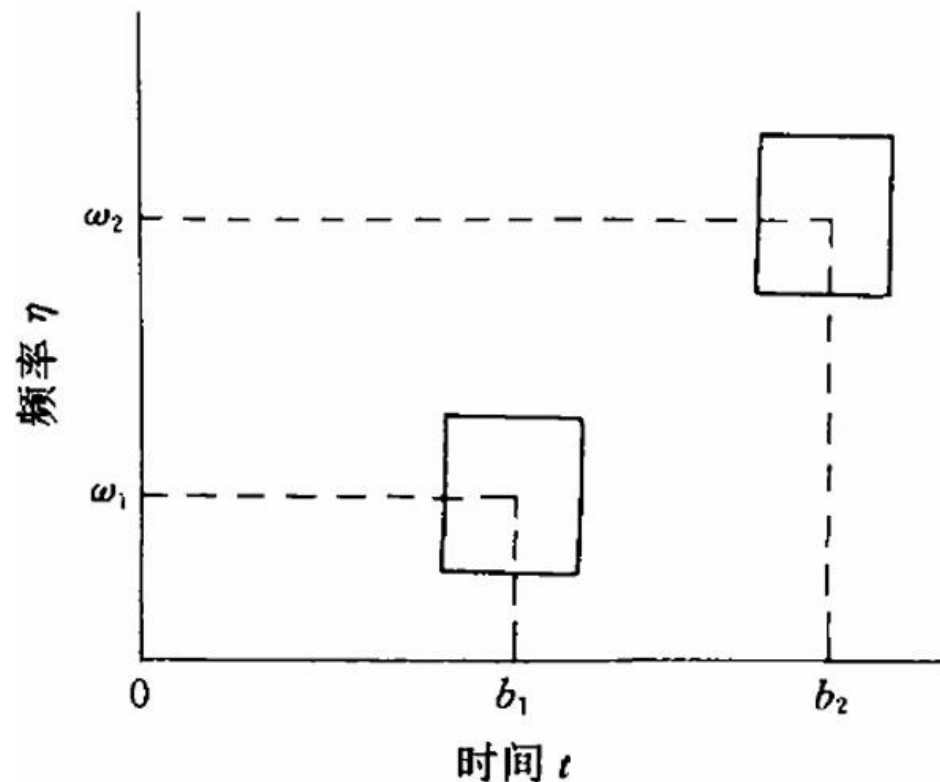
传统的傅里叶变换相比，Gabor变换具有良好的**时频局部化特性**；处理的数据量较少，能满足系统的实时性要求；**对光照变化不敏感**，且能容忍一定程度的图像旋转和变形。

Gabor的不足之处

Gabor变换在一定程度上解决了局部分析的问题，但对于**突变信号**和**非平稳信号**仍难以得到满意的结果。

1) **Gabor变换的时频窗口大小、形状不变，只有位置变化**，而实际应用中常常希望时频窗口的大小、形状要随频率的变化而变化，因为信号的频率与周期成反比，对高频部分希望能给出相对较窄的时间窗口，以提高分辨率，在低频部分则希望能给出相对较宽的时间窗口，以保证信息的完整性，总之是**希望能给出能够调节的时频窗**；

2) **Gabor变换基函数不能成为正交系**，因此为了不丢失信息，在信号分析或数值计算时必须采用非正交的**冗余基**，这就增加了不必要的计算量和存储量。

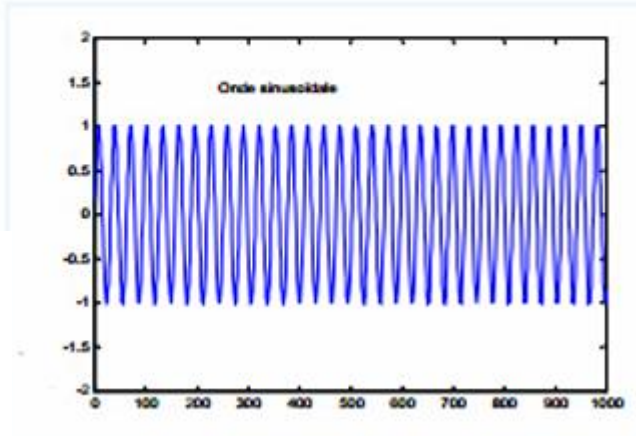


Gabor变换的时间频率窗

小波 (wavelet) 变换

为了解决Gabor变换的局限性，
小波变换诞生了。

波 (Wave)



小波 (Wavelet)

➤ Oscillating mother function, well localized both in time and frequency :

$\psi(t)$



什么是小波？

➤ A family built by dilation and translation

$\psi(t)$



$\psi(t/2)$



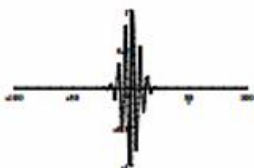
$\psi(t/4)$



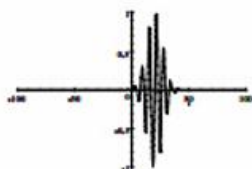
▪ 小波基函数：

$$\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

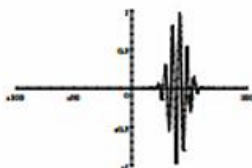
$\psi(t)$



$\psi(t-20)$



$\psi(t-40)$



Waves vs wavelets

▪ Wave

- Frequency
- Infinite duration
- No temporal localization

• Wavelet

- Scale
- Duration (window size)
- Temporal localization

总结分析

- **傅立叶变换**实现了时域到频域的分离转换，适用于确定性信号和平稳信号，属于**全局分析**，特别适合分析长时间内较稳定的信号；
- **Gabor变换**（窗口傅立叶变换的一种，窗口函数为高斯窗时为Gabor变换）实现了**时频分析的局部化**，是一种具有单一分辨率（窗函数的大小、形状不变）的时频分析，特别对图像边缘敏感，对光照不敏感；
- **小波变换**具有优良的**局部化时频分析**特性，可以改变频谱结构和窗口形状，对分析**突变信号和奇异信号**非常有效。


<https://blog.csdn.net/chennaiyanmie/article/details/80246108>


频域+PINN新风向！好发不卷！上Nature！发高分SCI易如反掌！

原创 于 2025-04-19 10:49:18 发布 · 945 阅读 · 17 点赞 · 10 收藏 · CC 4.0 BY-SA 版权

文章标签：[#机器学习](#) [#人工智能](#) [#深度学习](#) [#PINN](#) [#频域](#) [#物理神经网络](#) [#论文](#)

 2048 AI社区 文章已被社区收录



 人工智能 同时被 3 个专栏收录

181 篇文章



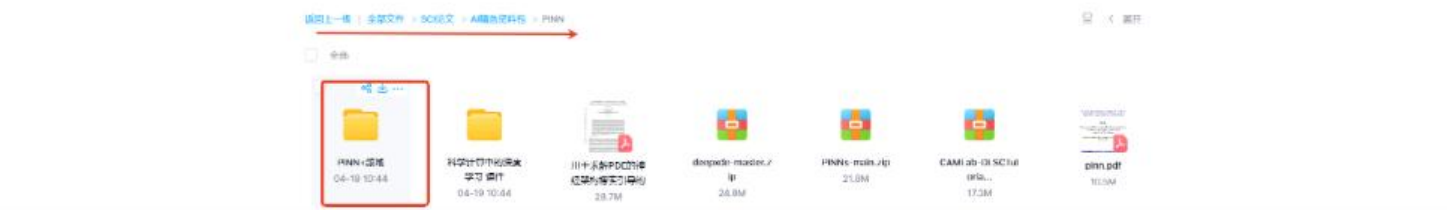
PINN 一直是火爆且好发论文的方向，目前已有多篇成果登上Nature及Science正刊。今天再给大家介绍一个好发又不卷的新风向——PINN+ 频域！

FD-PINN (频域物理信息神经网络)：这是一种新的PINN变体，它通过将偏微分方程在周期性空间维度上进行离散傅里叶变换，将原始的偏微分方程转化为频域中的低维微分方程组。这种方法不仅减少了自变量的数量，而且降低了求解难度。与经典的PINN相比，FD-PINN能够减少输入样本的数量和优化难度，从而在降低训练成本的同时提高求解精度。在热传导方程、速度势方程和Burgers方程的求解中，FD-PINN能够将求解误差降低1到2个数量级，同时将训练效率提升6到20倍。

PINNFD (物理信息神经网络频域方法)：这种方法通过构建所有频率的傅里叶特征并将其嵌入到模型中，以解决PINN固有的谱偏差问题，使其能够更准确地逼近多频率目标函数，例如弹性动力学问题的解。在各种动态点载荷（包括单频谐波载荷、多频谐波负载、多频随机负载）的求解中，PINNFD方法表现出了优越性，特别是在多频随机载荷下的问题求解中，相较于传统PINN方法，PINNFD取得了更好的结果。

这些成果表明，将PINN与频域方法结合，可以显著提高PINN在求解偏微分方程时的效率和精度，尤其是在处理多频率问题时。

如果准备入手，今年比较推荐高频Helmholtz方程求解，声学超材料逆向设计，电磁散射快速仿真等课题，同时也建议论文er从具体应用痛点切入，设计问题导向的频域优化策略。需要参考可看我整理的频域+PINN新论文，有代码。

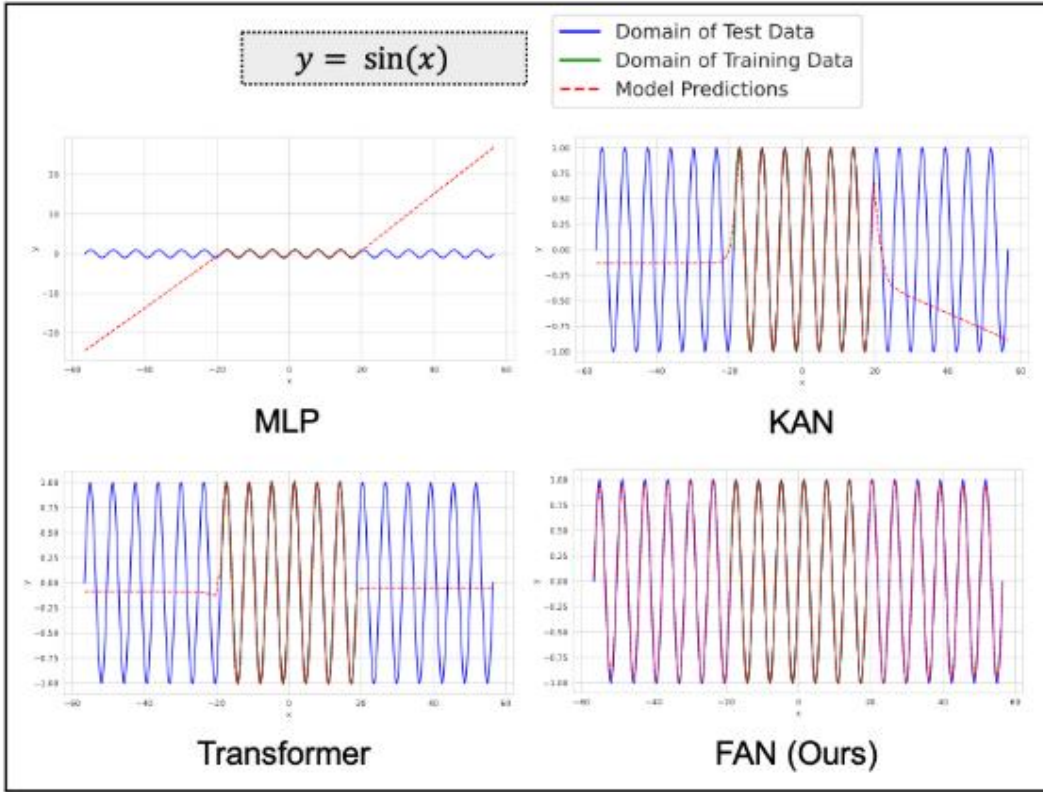


FAN: Fourier Analysis Networks

Yihong Dong^{1*}, Ge Li^{1*}, Yongding Tao¹, Xue Jiang¹, Kechi Zhang¹, Jia Li¹,
Jing Su², Jun Zhang², Jingjing Xu²
¹School of Computer Science, Peking University ²ByteDance
dongyh@stu.pku.edu.cn, lige@pku.edu.cn

《FAN: Fourier Analysis Networks》论文

实验表明，FAN不仅在周期性建模上的表现显著优于现有模型，而且在符号公式表示、时间序列预测和语言建模等实际任务中也同样表现出色，超过了Transformer等主流模型。



深度学习领域创新黑马！频域特征融合新突破



沃恩智慧

2025年01月08日 21:30



收录于文集

顶会idea资料库 · 215篇



人工智能AI

最近，**FreqFusion**引起了广泛关注，这是一种创新的频率感知特征融合方法，可以提升数据处理的准确性和效率，尤其在语义分割、目标检测、实例分割和全景分割等任务中表现卓越。

通过结合频域分析与特征融合技术，FreqFusion能够捕捉传统时域分析难以揭示的频率特性，展现出深远的研究价值。

在现代数据分析和信号处理领域，频域特征融合技术越来越受到重视。**这种融合方式不仅能够增强模型的性能，提高识别和分类的准确性，还广泛应用于音频处理、图像分析、通信系统及生物信号检测等多个领域**，为我们提供了更深入的数据洞察和决策支持。

AAAI25力荐！频域+注意力机制，才是涨点的正确打开方式！

AI科研技术派 2025年10月23日 21:40 湖南

注意力机制魔改，总也不涨点？非常推荐大家试试这个顶会新思路：**频域+注意力机制**！比如模型FSTA-SNN便通过该方法，实现了性能飙升33%，刷新多项SOTA的显著效果，并中稿AAAI25。

主要在于，频域能够捕捉时域、空间域等难以提取的频率特征，填补传统注意力仅关注“空间、通道权重”的不足，两者结合便能优势互补，尤其适合需要同时关注全局与局部信息的任务场景。

目前关于该方向的研究，虽成果不少，但仍有诸多核心问题未解决，创新空间很足。像是频域表征优化、多尺度与多域特征融合等，都备受审稿人关注！

为让大家能够紧跟领域前沿，找到更多灵感启发，我给大家准备了**21篇**必读论文，原文和源码都有！

扫描下方二维码，回复「**注意频率**」

免费获取全部论文合集及项目代码



论文：Frequency Domain Enhanced U-Net for Low-Frequency Information-Rich Image Segmentation in Surgical and Deep-Sea Exploration Robots

内容

该论文提出了一种名为 FE-UNet 的新型图像分割模型，专门针对低频信息丰富的图像分割任务（如深海探索和手术机器人中的图像分割）进行了优化。该模型通过引入PFB和WASF模块，增强了低频信息的特征提取能力，并平衡了高频和低频特征，从而模拟人类视觉系统对中频信号的高

课后：傅立叶变换、Gabor变换与小波变换

- 概念提出、公式定义及含义（包括物理意义）、
- 优缺点、适用场景和问题、
- 应用实例实现、实验结果分析.....
- 相关论文