1. 背景概述

群体智能 Swarm Intelligence

群体智能（Swarm Intelligence）的概念最早由Beni、Hackwood在分子自动机系统中提出。分子自动机中的主体在一维或二维网格空间中与相邻个体相互作用，从而实现自组织。1999年，Bonabeau、Dorigo和Theraulaz在他们的著作《Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems》中对群体智能进行了详细的论述和分析，给出了群体智能的一种不严格定义：

任何一种由昆虫群体或其他动物社会行为机制而激发设计出的算法或分布式解决问题的策略均属于群体智能。

蚁群 鱼群 鸟群 蜂群

1.2 群体智能的两种机制

自上而下的群智形成机制

- **定义**：分层有序的组织架构，不同个体通过算法集成进行合作，以高效解决复杂问题。
- **应用案例1**：美国DARPA的"进攻性蜂群战术"（OFFSET）项目
- **应用案例2**：德国国防军（DTEC）的无人机蜂群战术级人工智能快速决策系统

自下而上的群智涌现机制

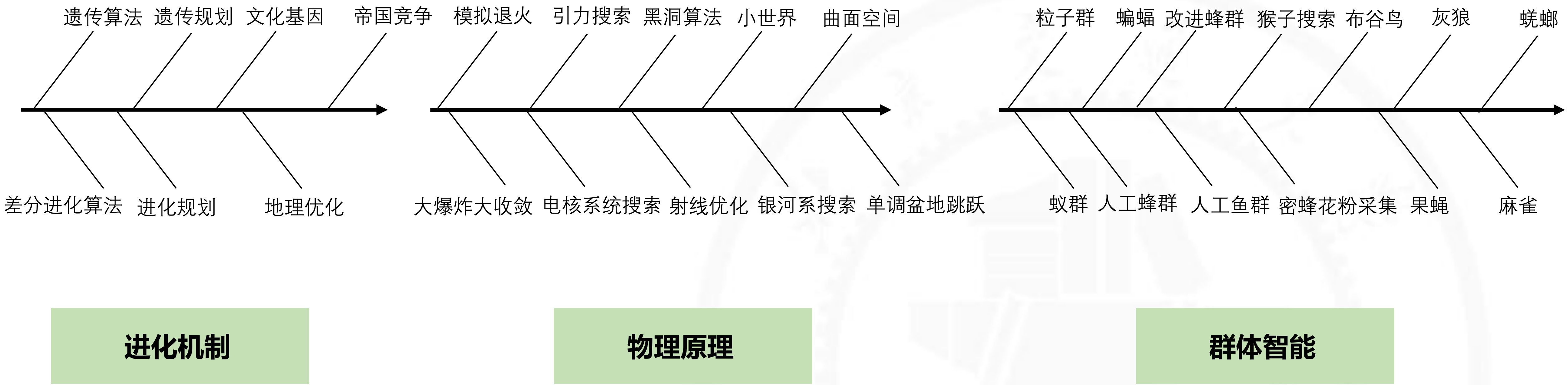
- **定义：**群体产生个体不具备的新属性，由多个简单机器人组成的群体机器人系统通过分布自组织的协作可以完成单个机器人难以完成的任务。
- **引用：**凯文·凯利的《失控：全人类的最终命运和结局》
- **示例：**群体机器人系统的分布自组织协作

1.2 群体智能的发展历程

▲ 可以看作是**带有随机性**的基于**群体的启发式方法**；

▲ 保持了蒙特卡洛方法的**全局探索性能好**的特点，具有启发式方法的**局部开发能力强**的优点；

▲ **发展历程：**



2.1 优化问题的定义

什么是优化？指从各种方案中选取一个最好的。

从数学的角度看，优化理论就是研究**如何在状态空间中找到全局最优点**。

优化问题的数学形式为：

$$
\begin{aligned}
&find\ X = \{x_1, x_1, \cdots, x_n\} \\
&\min f(x) \\
&s.t. \qquad g_j(X) \le 0, j = 1,2, \cdots, J \\
&\qquad\quad\ h_k(X) = 0, k = 1,2, \cdots, K
\end{aligned}
$$

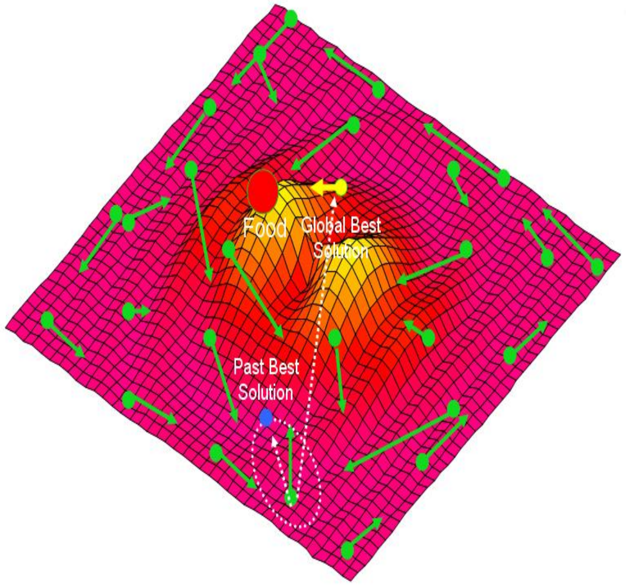
X **设计变量；** f **目标函数；** $g(\cdot), h(\cdot)$ **约束函数**

如果没有约束，则最优化问题称为无约束最优化问题

2.2 优化问题的分类

根据决策变量x_i的取值类型可以分为：

- **函数优化问题**
- **组合优化问题**
- **混合型优化问题**



分类标志	变量个数	变量性质	约束条件	极值个数	目标个数	函数性质	问题性质	时间变化
	单变量	连续	无约束	单峰	单目标	线性	确定性	静态
类型		离散					随机性	
	多变量	混合	有约束	多峰	多目标	非线性	模糊性	动态

2.3 函数优化问题

- 函数优化问题对应的决策变量均为**连续变量**，优化问题f的目标函数取决于其对应的连续变量$x_1, x_2, \cdots, x_n$的取值；
- 各个取值变量可能是独立的，也能是互相关联、互相制约的，他们的**取值组合构成**了一个问题的解。
- 由于决策变量是连续值，因此对每个变量进行枚举是不可能的。

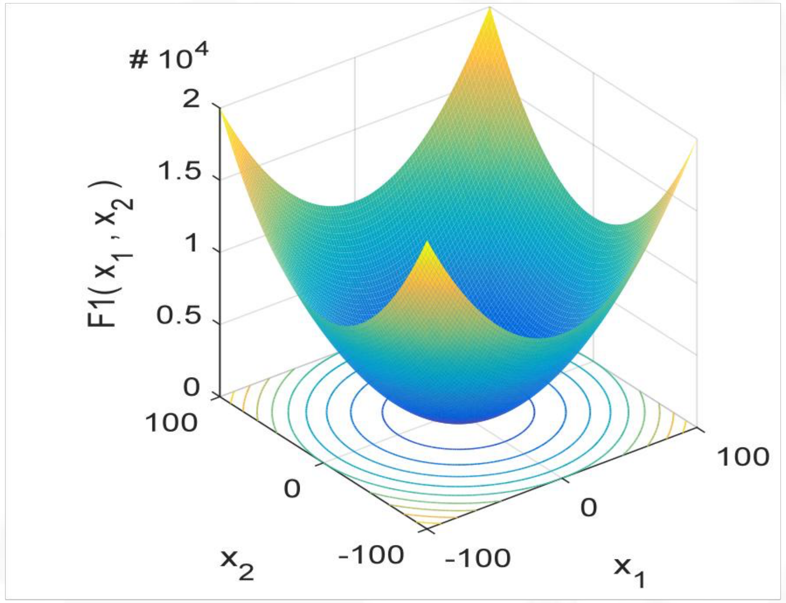
令S为R^n上的有界子集，$f: S \rightarrow R$为实值函数，所谓函数f在S域上全局最小化就是寻求点$X_{min} \in S$使得$f(X_{min})$在S域上全局最小，即$\forall X \in S: f(X_{min}) \leq f(X)$

Sphere Model

$$f(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \quad |x_i| \leq 100$$

其最优状态和最优值为

$$\min\big(f(X^*)\big) = f(0,0,\cdots,0) = 0$$



2.4 组合优化问题

- **数学表述**

令$\Omega = \{s_1, s_2, \cdots, s_n\}$为所有状态构成的解空间， $C(s_i)$为状态s_i对应的目标函数值,要求寻找最优解s^*，使得：

$$\forall s_i \in \Omega, C(s^*) = \min C(s_i)$$

- **通俗定义**

所谓组合优化，是指在离散的、有限的数学结构上，寻找一个（或一组）满足给定约束条件，使其目标函数值达到最大或最小的解。组合优化问题通常带有大量的局部极值点，往往是**不可微的**、**不连续的**、**多维的**、**有约束条件的**、**高度非线性**问题。

- **所属范畴**

涉及离散事件的最优编排、分类、次序筛选等问题，是**运筹学**的一个重要分支。

- **典型问题-旅行商问题（Traveling salesman problem，TSP）**

管梅谷教授1960年首次提出，国际上称为中国邮递员问题。

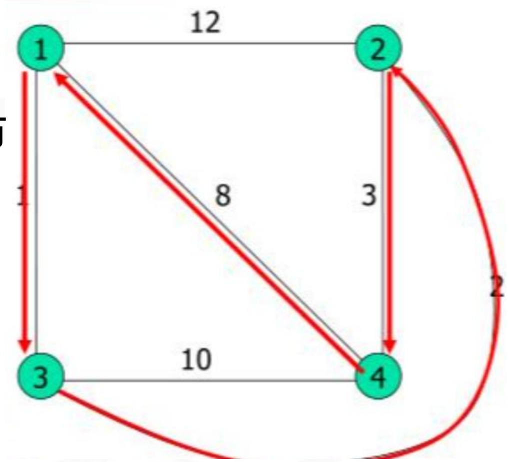
问题描述：一个商人去n个城市销货，所有城市走一遍再回到起点，使所走路程最短。

即寻找一个排列：

$$\pi(X) = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$$

使得$T_d = \sum_{i=1}^{n-1} d(v_i, v_{i+1}) + d(v_1, v_n)$最小。

式中的$d(v_i, v_{i+1})$表示城市v_i到城市v_{i+1}的距离。

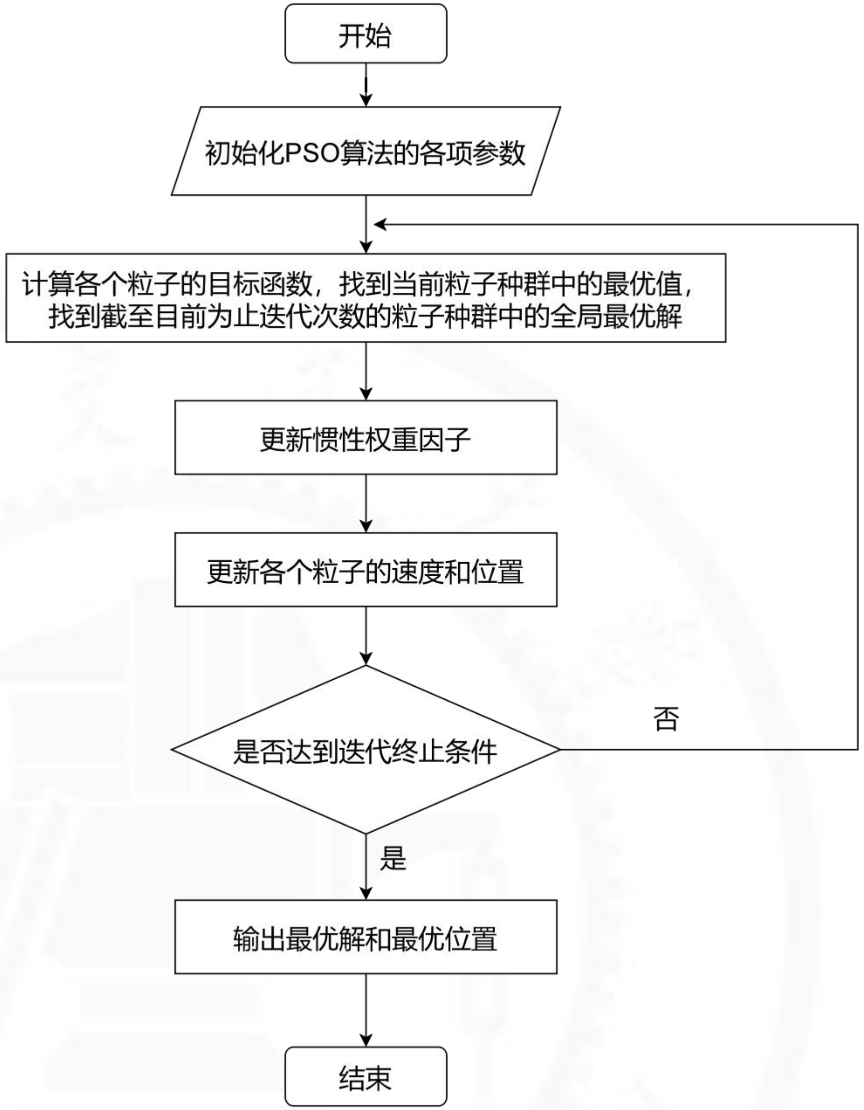


2.5 经典方法-粒子群

粒子群算法，也称粒子群优化算法或鸟群觅食算法（Particle Swarm Optimization），缩写为 PSO， 是由J. Kennedy和R. C. Eberhart等开发的一种新的进化算法(Evolutionary Algorithm - EA)。PSO 算法属于进化算法的一种，它从随机解出发，通过迭代寻找最优解，它也是通过适应度来评价解的品质，追随当前搜索到的最优值来寻找全局最优。

$$v_i \leftarrow \underbrace{v_i}_{\text{记忆项}} + \underbrace{c_1 \times rand() \times (pbest_i - x_i)}_{\text{自身认知项}} + \underbrace{c_2 \times rand() \times (gbest_i - x_i)}_{\text{群体认知项}}$$

$$x_i \leftarrow x_i + v_i$$



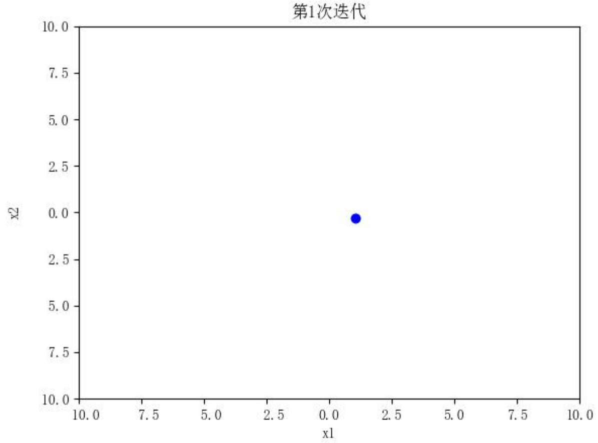
2.5 经典方法-麻雀算法

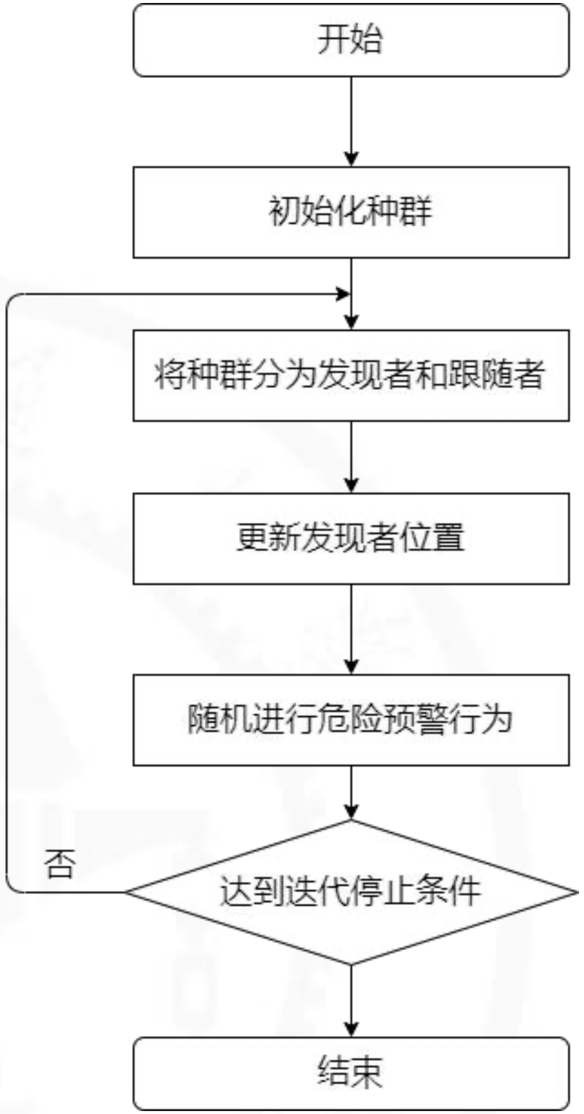
麻雀搜索算法(Sparrow Search Algorithm, SSA)于2020年提出，主要通过模仿麻雀的觅食行为和反捕食行为实现位置寻优，以找到部分NP问题的局部最优值。在该算法的预设中，麻雀种群内部被分为发现者和跟随者两种角色，同时模仿真实的捕食情景，增加了麻雀的危险预警机制。

$$x_{i,j}^{t+1}=\begin{cases} x_{i,j}^{t}\cdot\exp\left(\dfrac{-i}{\alpha\cdot iter_{\max}}\right) & if\quad R_2<ST \\ x_{i,j}^{t}+Q\quad if\quad R_2<ST & \end{cases}$$

$$x_{i,j}^{t+1}=\begin{cases} Q\cdot\exp\left(\dfrac{x_{worst}^{t}-x_{i,j}^{t}}{i^2}\right) & if\ \ i>n/2 \\ x_{best}^{t}-\dfrac{1}{d}\sum_{j=1}^{d}\left|x_{i,j}^{t}-x_{best}^{t}\right|\cdot rand\left(\{-1,1\}\right) & otherwise \end{cases}$$

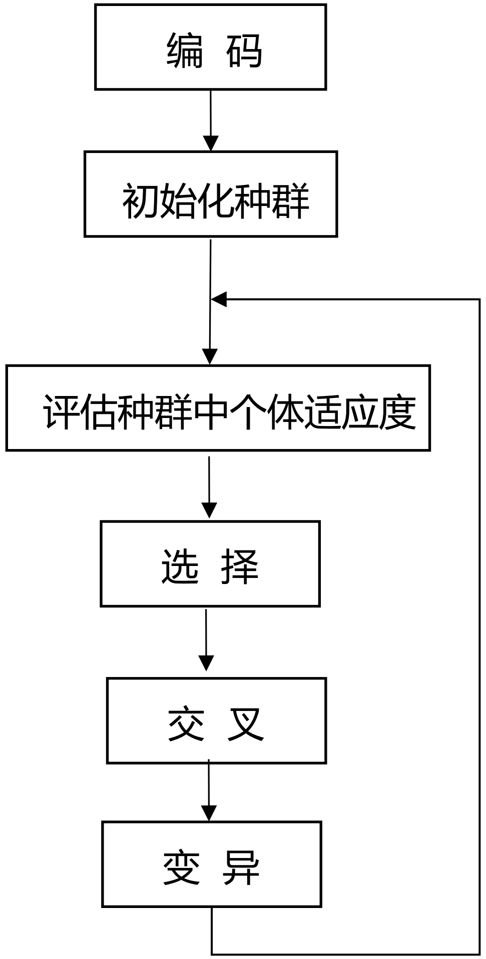
$$x_{i,j}^{t+1}=\begin{cases} x_{i,j}^{best}+\beta\cdot\left(x_{i,j}^{t}-x_{i,j}^{best}\right) & f_i\neq f_g \\ x_{i,j}^{t}+K\cdot\left(\dfrac{x_{i,j}^{t}-x_{i,j}^{worst}}{\left|f_i-f_{worst}\right|+\varepsilon}\right) & f_i=f_g \end{cases}$$



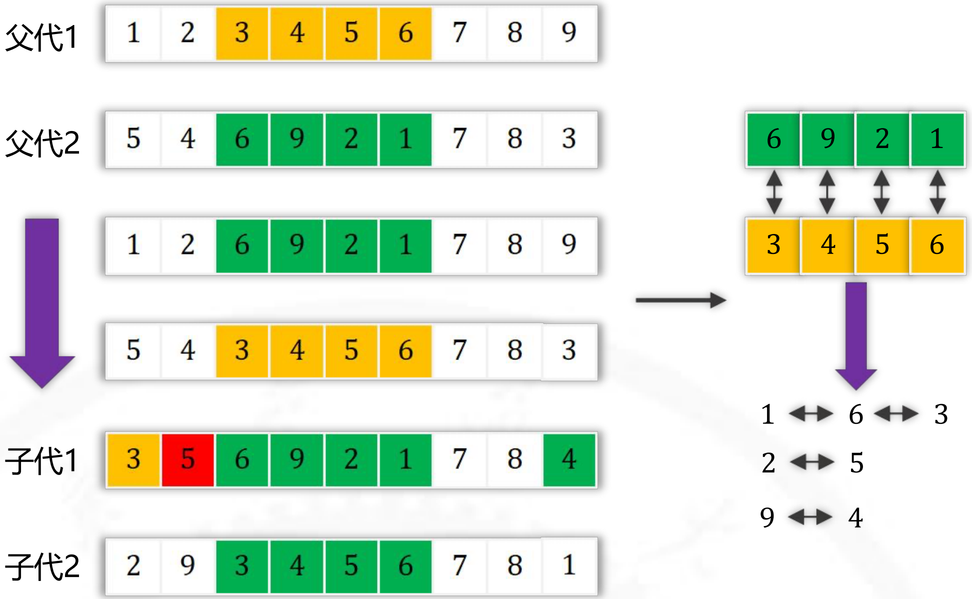


2.5 经典方法-遗传算法

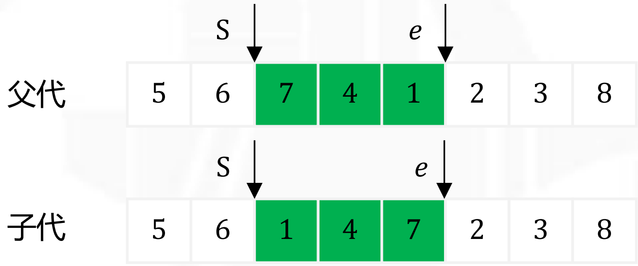
遗传算法中每一条**染色体**，**对应**着遗传算法的一个**解决方案**，一般我们用适应性函数（fitness function）来衡量这个解决方案的优劣。



交 叉



变 异



3 标准测试函数

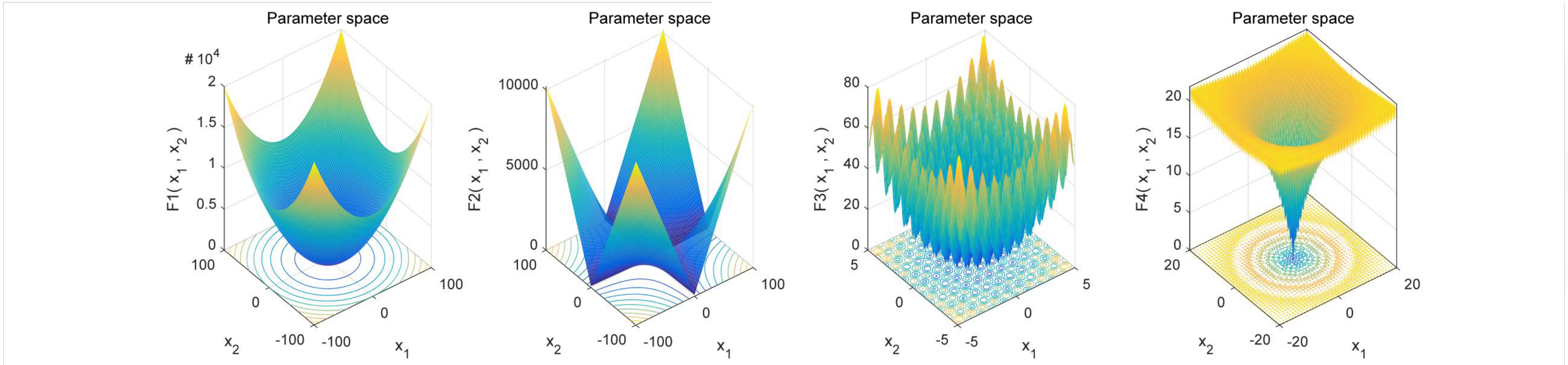
智能优化算法是一类用于解决复杂问题的算法，它们通常通过迭代搜索来寻找问题的最优解或接近最优解。为了评估和比较不同的智能优化算法的性能，研究人员开发了一系列**标准测试函数**。这些函数**具有已知的最优解**，可以用于验证算法的搜索能力和收敛性。

Table 1
Unimodal benchmark functions.

Function	Dim	Range	f_{min}
$f_1(x)=\sum_{i=1}^{n}x_i^2$	30	$[-100,100]$	0
$f_2(x)=\sum_{i=1}^{n}\lvert x_i\rvert+\prod_{i=1}^{n}\lvert x_i\rvert$	30	$[-10,10]$	0
$f_3(x)=\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j-1}^{i}x_j\right)^2$	30	$[-100,100]$	0
$f_4(x)=\max_i\{\lvert x_i\rvert,1\leqslant i\leqslant n\}$	30	$[-100,100]$	0
$f_5(x)=\sum_{i=1}^{n-1}[100(x_{i+1}-x_i^2)^2+(x_i-1)^2]$	30	$[-30,30]$	0
$f_6(x)=\sum_{i=1}^{n}([x_i+0.5])^2$	30	$[-100,100]$	0
$f_7(x)=\sum_{i=1}^{n}ix_i^4+random[0,1)$	30	$[-1.28,1.28]$	0

Table 2
Multimodal benchmark functions.

Function	Dim	Range	f_{min}
$F_8(x)=\sum_{i=1}^{n}-x_i\sin(\sqrt{\lvert x_i\rvert})$	30	$[-500,500]$	-418.9829×5
$F_9(x)=\sum_{i=1}^{n}[x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10]$	30	$[-5.12,5.12]$	0
$F_{10}(x)=-20\exp\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2}\right)-\exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos(2\pi x_i)\right)+20+e$	30	$[-32,32]$	0
$F_{11}(x)=\frac{1}{4000}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\prod_{i=1}^{n}\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)+1$	30	$[-600,600]$	0
$F_{12}(x)=\frac{\pi}{n}\{10\sin(\pi y_1)+\sum_{i=1}^{n-1}(y_i-1)^2[1+10\sin^2(\pi y_{i+1})]+(y_n-1)^2\}+\sum_{i=1}^{n}u(x_i,10,100,4)$	30	$[-50,50]$	0
$y_i=1+\frac{x_i+1}{4}$			
$u(x_i,a,k,m)=\begin{cases}k(x_i-a)^m & x_i>a\\ 0 & -a<x_i<a\\ k(-x_i-a)^m & x_i<-a\end{cases}$			
$F_{13}(x)=0.1\{\sin^2(3\pi x_1)+\sum_{i=1}^{n}(x_i-1)^2[1+\sin^2(3\pi x_i+1)]+(x_n-1)^2[1+\sin^2(2\pi x_n)]\}+\sum_{i=1}^{n}u(x_i,5,100,4)$	30	$[-50,50]$	0
$F_{14}(x)=-\sum_{i=1}^{n}\sin(x_i)\cdot\left(\sin\left(\frac{i.x_i^2}{\pi}\right)\right)^{2m},\ m=10$	30	$[0,\pi]$	-4.687
$F_{15}(x)=\left[e^{-\sum_{i=1}^{n}(x_i/\beta)^{2m}}-2e^{-\sum_{i=1}^{n}x_i^2}\right]\cdot\prod_{i=1}^{n}\cos^2 x_i,\ m=5$	30	$[-20,20]$	-1
$F_{16}(x)=\{[\sum_{i=1}^{n}\sin^2(x_i)]-\exp(-\sum_{i=1}^{n}x_i^2)\}\cdot\exp[-\sum_{i=1}^{n}\sin^2\sqrt{\lvert x_i\rvert}]$	30	$[-10,10]$	-1

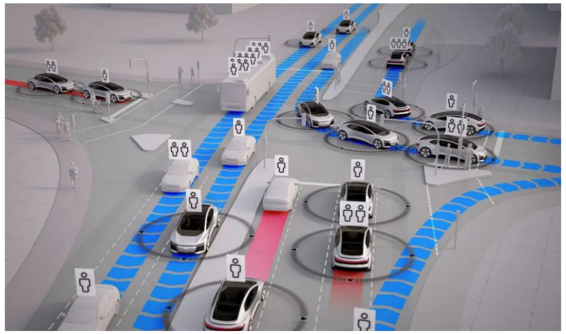


5. 应用领域

蜂群协同系统

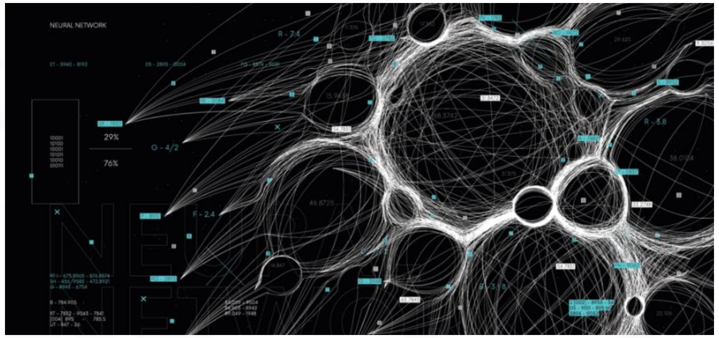
工艺优化

路径规划系统



电网规划

神经网络优化器



复杂电磁环境下的优化与控制

车辆调度

工业设计