<u>Пример.</u> На интервале [1; 1,5] уточнить корень нелинейного уравнения

$$x^3 - \frac{x^2 + x}{5} = 1{,}2$$

до точности $\varepsilon = 10^{-3}$ применяя метод хорд.

Решение. Вначале вычисляются значения функции на концах заданного интервала

$$f(1)=1^3-\frac{1^2+1}{5}-1,2=-0,6,$$

$$f(1,5)=1,5^3-\frac{1,5^2+1,5}{5}-1,2=1,425.$$

На первом этапе определяется координата пересечения хордой оси абсцисс с помощью соотношения для метода хорд

$$x_0=1-\frac{1,5-1}{1,425-(-0,6)}\cdot(-0,6)=1+0,148148=1,148148$$

и значение функции во вновь найденной точке

$$f(1{,}148148) = 1{,}148148^3 - \frac{1{,}148148^2 + 1{,}148148}{5} - 1{,}2 =$$

$$= -0{,}179739.$$

На втором этапе проводится анализ знаков функции и выбор интервала, на котором функция меняет знак. В данном случае осуществляется замена точки a на x_0. Таким образом, интервал, на котором продолжается поиск решения, сузился до [1,148148; 1,5]. Проводим повторный расчет первого этапа для вновь полученного интервала.

Определяется новая координата пересечения хорды с осью абсцисс

$$x_1 = 1{,}148148 - \frac{1{,}5 - 1{,}148148}{1{,}425 - (-0{,}179739)} \cdot (-0{,}179739) =$$

$$= 1{,}148148 + 0{,}039409 = 1{,}187557$$

и значение функции во вновь найденной точке

$$f\left(1{,}187557\right)=1{,}187557^3-\frac{1{,}187557^2+1{,}187557}{5}-1{,}2=$$

$$=-0{,}044767.$$

Проводится проверка на достижение полученным решением заданной точности

$$\left|x_1 - x_0\right| < \varepsilon ,$$

$$\left|1,187557 - 1,148148\right| = 0,039409 < 0,001 .$$

Убеждаемся в необходимости продолжения процесса уточнения искомого решения. Для этого исследуемый интервал изменяется и уменьшается до [1,187557; 1,5] и процесс нахождения решения продолжается.

Весь процесс нахождения решения нелинейного уравнения методом хорд рационально представить в виде таблицы.

Как видно из табл. 9 после четырех повторений процедуры расчета было получено решение, которое удовлетворяет заданной точности

Таблица 9 – Решение нелинейного уравнения методом хорд

k	a	$f(a)$	b	$f(b)$	x	$f(x)$
0	1	-0,6	1,5	1,425	1,148148	-0,179739
1	1,148148	-0,179739	1,5	1,425	1,187557	-0,044767
2	1,187557	-0,044767	1,5	1,425	1,197074	-0,010622
3	1,197074	-0,010622	1,5	1,425	1,199315	-0,002491
4	1,199315	-0,002491	1,5	1,425	1,199840	-0,000583

$$\left|1,199840 - 1,199315\right| = 0,000525 < 0,001 .$$

Отметим, что точное решение заданного нелинейного уравнения соответствует $x^* = 1,2$.

Ответ. Заданное нелинейное уравнение на рассматриваемом интервале имеет решение $x = 1{,}199840$, которое получено с точностью $\varepsilon = 0{,}001$.