Для численного решения дифференциального уравнения первого порядка

y' = f(x,y), y(x0) = y0

можно использовать неявный метод Эйлера, который позволяет получать более устойчивые решения, чем явный метод Эйлера. Каждый следующий шаг определяется неявно через уравнение

y_n+1 = y_n + hf(x_n+1, y_n+1)

где h - размер шага сетки.

Для вычисления значения y_n+1 необходимо решить нелинейное уравнение, используя, например, метод Ньютона.

Пример решения дифференциального уравнения с помощью неявного метода Эйлера:

Найти приближенное решение уравнения y' = -y, y(0) = 1 на отрезке [0,1] с шагом h = 0.1.

Применим неявный метод Эйлера:

y1 = y0 + h*f(x1,y1) = y0 + 0.1*(-y1)
y1 = y0/(1+0.1) = 0.909

$y2 = y1 + h*f(x2,y2) = y1 + 0.1*(-y2)$
$y2 = y1/(1+0.1) = 0.826$

$y3 = y2 + h*f(x3,y3) = y2 + 0.1*(-y3)$
$y3 = y2/(1+0.1) = 0.751$

...

$y10 = 0.039$

Таким образом, приближенное решение уравнения $y' = -y$, $y(0) = 1$ на отрезке $[0,1]$ с шагом $h = 0.1$ равно $y(1) = 0.039$.

13:22