Метод прямоугольников

Простейшим методом численного интегрирования является *метод прямоугольников*. Он непосредственно использует замену определенного интеграла интегральной суммой:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i) \cdot \Delta x_i, \ \ \xi_i \in [x_{i-1}, x_i] \qquad (7.3)$$

Разобьём интервал интегрирования $[a,b]$ на n равных частей. Обозначим $\Delta x_i = h$ шаг разбиения. Формула прямоугольника применяется к каждому отрезку. В качестве точек ξ_i выбираются левые $\xi_i = x_i - 1$) или правые ($\xi_i = x_i$) границы элементарных отрезков (рис.7.1).

Соответственно, для этих двух случаев можно записать формулы метода прямоугольников:

$$\int_a^b f(x)dx = h_1 \cdot f(x_0) + h_2 \cdot f(x_1) + \ldots + h_n \cdot f(x_{n-1}) \qquad (7.4)$$

;

$$\int_a^b f(x)dx = h_1 \cdot f(x_1) + h_2 \cdot f(x_2) + \ldots + h_n \cdot f(x_n) \qquad (7.5)$$

Более точным является вид формулы прямоугольников, использующий значения функции в средних точках элементарных отрезков: точка $\overline{x_i}$. Таким образом, площадь криволинейной трапеции заменяется суммой прямоугольников с основанием h и высотами, равными значениям функции $f(x)$ в середине оснований $f(\overline{x_i})$ (рис.7.2).

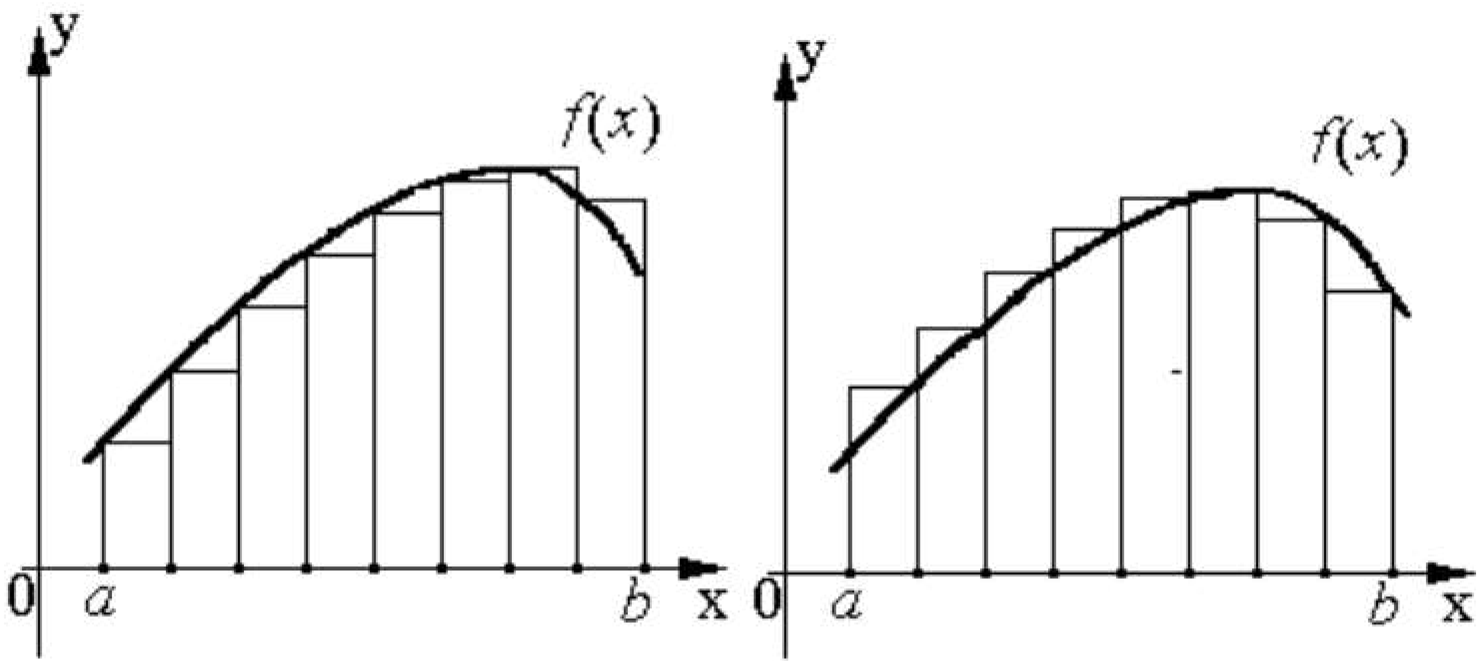
Получим формулу:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} f(\overline{x_i}), \text{ где } \frac{b-a}{n} = h, \qquad (7.6)$$

или

$$\int_a^b f(x)dx \approx h \cdot \sum_{i=1}^{n} f\left(\frac{x_{i+1} + x_i}{2}\right) \quad (7.7)$$

На рис.7.3. приведена блок- - схема метода прямоугольников



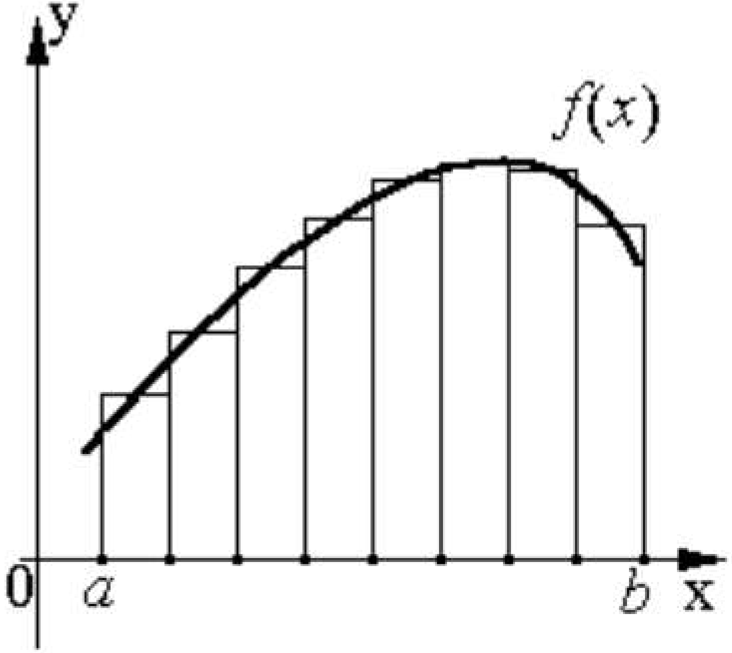


Рис.7.1