2.2.1. Метод Крамера

Метод Крамера (метод определителей) – это способ решения квадратных СЛАУ с ненулевым определителем основной матрицы.

Смысл метода Крамера: находим n определителей матрицы $\left|\mathbf{A}\right|_k$, получаемые заменой k-го столбца на столбец свободных членов, и делим его на главный определитель $\left|\mathbf{A}\right|$.

Дана системы n линейных уравнений с n неизвестными

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \ldots + a_{3n}x_n = b_3, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases}$$

Находим главный определитель основной матрицы **A** в виде

$$|\mathbf{A}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Вычисляем n определителей получаемых из основной матрицы заменой k-ого столбца, столбцом свободных членов

$$
|\mathbf{A}|_k = \begin{vmatrix}
a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1,k-1} & b_1 & a_{1,k+1} & \dots & a_{1n} \\
a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2,k-1} & b_2 & a_{2,k+1} & \dots & a_{2n} \\
a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3,k-1} & b_3 & a_{3,k+1} & \dots & a_{3n} \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & a_{n-1,3} & \dots & a_{n-1,k-1} & b_{n-1} & a_{n-1,k+1} & \dots & a_{n-1,n} \\
a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{n,k-1} & b_n & a_{n,k+1} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix}.
$$

Решение СЛАУ получаем, используя формулы Крамера:

$x_k = |\mathbf{A}|_k / |\mathbf{A}|$, где $k = 1, 2, 3, \dots, n$.