

Для численного решения дифференциального уравнения первого порядка

$$y' = f(x,y), y(x_0) = y_0$$

можно использовать метод Эйлера с пересчетом, также называемый методом Эйлера-Коши. Он является улучшенной версией явного метода Эйлера и позволяет получать более точные значения, учитывая изменения функции $f(x,y)$ в предыдущей точке x и y .

Процедура поиска значений y_{n+1} с помощью метода Эйлера с пересчетом имеет следующий вид:

1. Вычисляем промежуточное значение y^* на шаге n :

$$y^* = y_n + h \cdot f(x_n, y_n)$$

2. Вычисляем значение y на шаге $n+1$:

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot (f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y^*)) / 2$$

где h - размер шага сетки.

Пример решения дифференциального уравнения с помощью метода Эйлера с пересчетом:

Найти приближенное решение уравнения $y' = x + y$, $y(0) = 1$ на отрезке $[0,1]$ с шагом $h = 0.1$.

Применим метод Эйлера с пересчетом:

$$y1^* = y0 + h * f(x0, y0) = 1 + 0.1 * (0 + 1) = 1.1$$

$$y1 = y0 + 0.1 * (f(x0, y0) + f(0.1, y1^*)) / 2 = 1 + 0.1 * ((0 + 1) + (0.1 + 1.1)) / 2 = 1.105$$

$$y2^* = y1 + h * f(0.1, y1) = 1.105 + 0.1 * (0.1 + 1.105) = 1.2265$$

$$y2 = y1 + 0.1 * (f(0.1, y1) + f(0.2, y2^*)) / 2 = 1.105 + 0.1 * ((0.1 + 1.105) + (0.2 + 1.2265)) / 2 = 1.232$$

...

$$y10 = 2.682$$

Таким образом, приближенное решение уравнения $y' = x + y$, $y(0) = 1$ на отрезке $[0, 1]$ с шагом $h = 0.1$ равно $y(1) = 2.682$.