

4.2.3. Метод секущих

Альтернативным подходом является полное устранение необходимости вычисления производной в классическом методе Ньютона, для этого производная заменяется (аппроксимируется) конечно-разностным выражением. Для приближенного вычисления производной $f'(x_k)$ в окрестности точки x_k применяется следующее выражение

$$f'(x_k) = \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}.$$

Подставляя представленное выражение в формулу Ньютона, получаем

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}.$$

Полученное выражение определяет итерационный процесс **метода секущих**.

Название метода связано с его геометрической интерпретацией.

Секущая, проведенная через точки $(x_0, f(x_0))$ и $(x_1, f(x_1))$, пересекает ось абсцисс в точке x_2 , значение которой определяется как

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}.$$

Для начала итерационного процесса в методе секущих необходимо задать два начальных приближения: нулевое x_0 и первое x_1 (см. рис. 31).

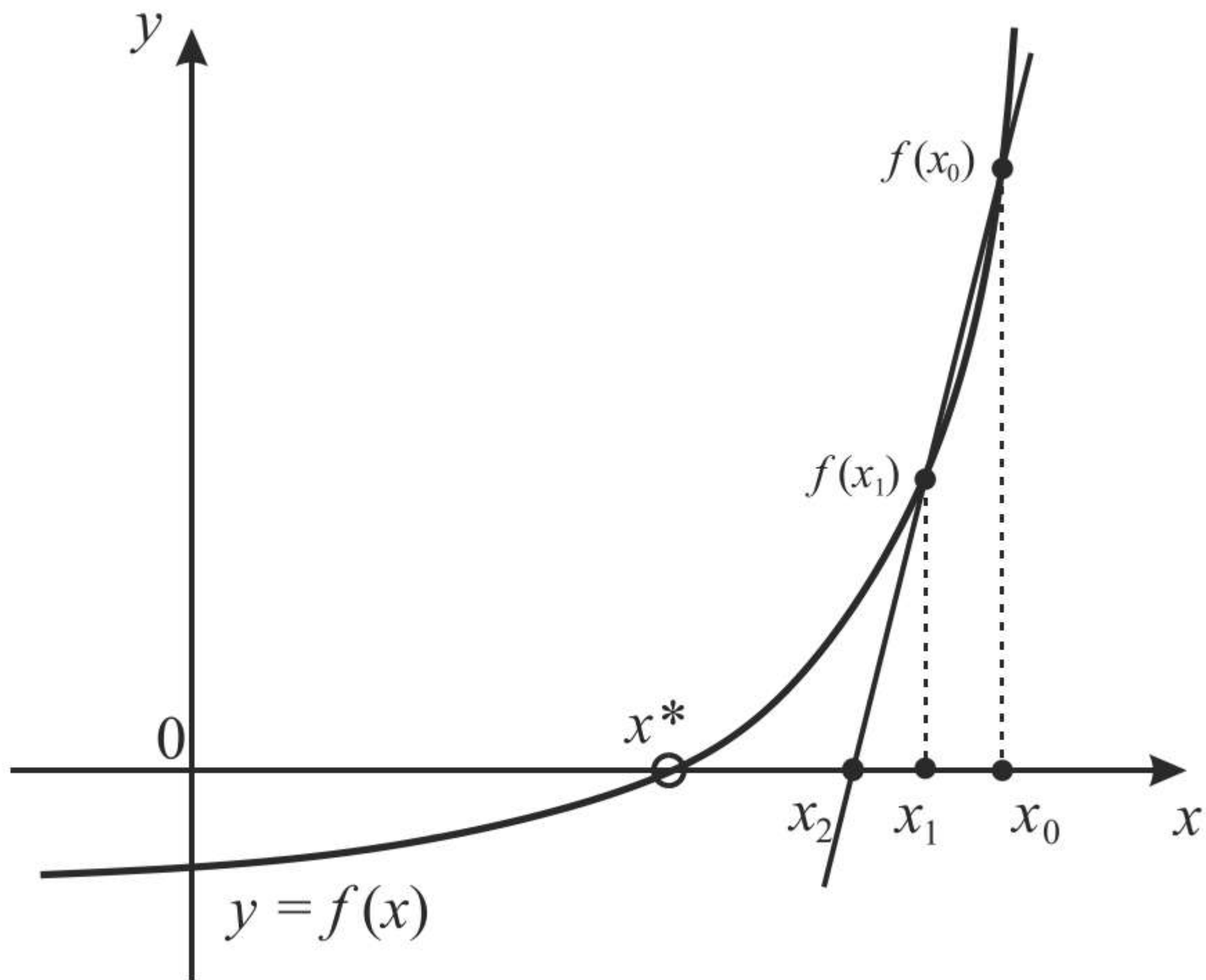


Рис. 31 – Первое приближение по методу секущих

На практике, как правило, поступают следующим образом: нулевое приближение выбирают аналогично выбору начального приближения в методе Ньютона, а в качестве первого приближения выбирают величину $x_1 = x_0 \pm \varepsilon$, где ε – заданная погрешность. Эти значения используются для нахождения последующего (второго) приближения x_2 . Затем, значения x_1 и x_2 используют для определения третьего приближения x_3 (см. рис. 32) и т.д.

Альтернативно, в качестве нулевого и первого приближений могут быть выбраны границы отрезка локализации корня, если они известны. В этом случае первая итерация метода секущий даст результат, аналогичный методу хорд.

Для завершения итерационного процесса используется стандартное условие.

Метод секущих несколько уступает методу Ньютона в скорости сходимости, однако он не требует вычисления производной $f'(x_k)$ и поэтому оказывается особенно полезным в тех случаях, когда получение аналитического выражения для производной $f'(x_k)$ затруднено или невозможно.

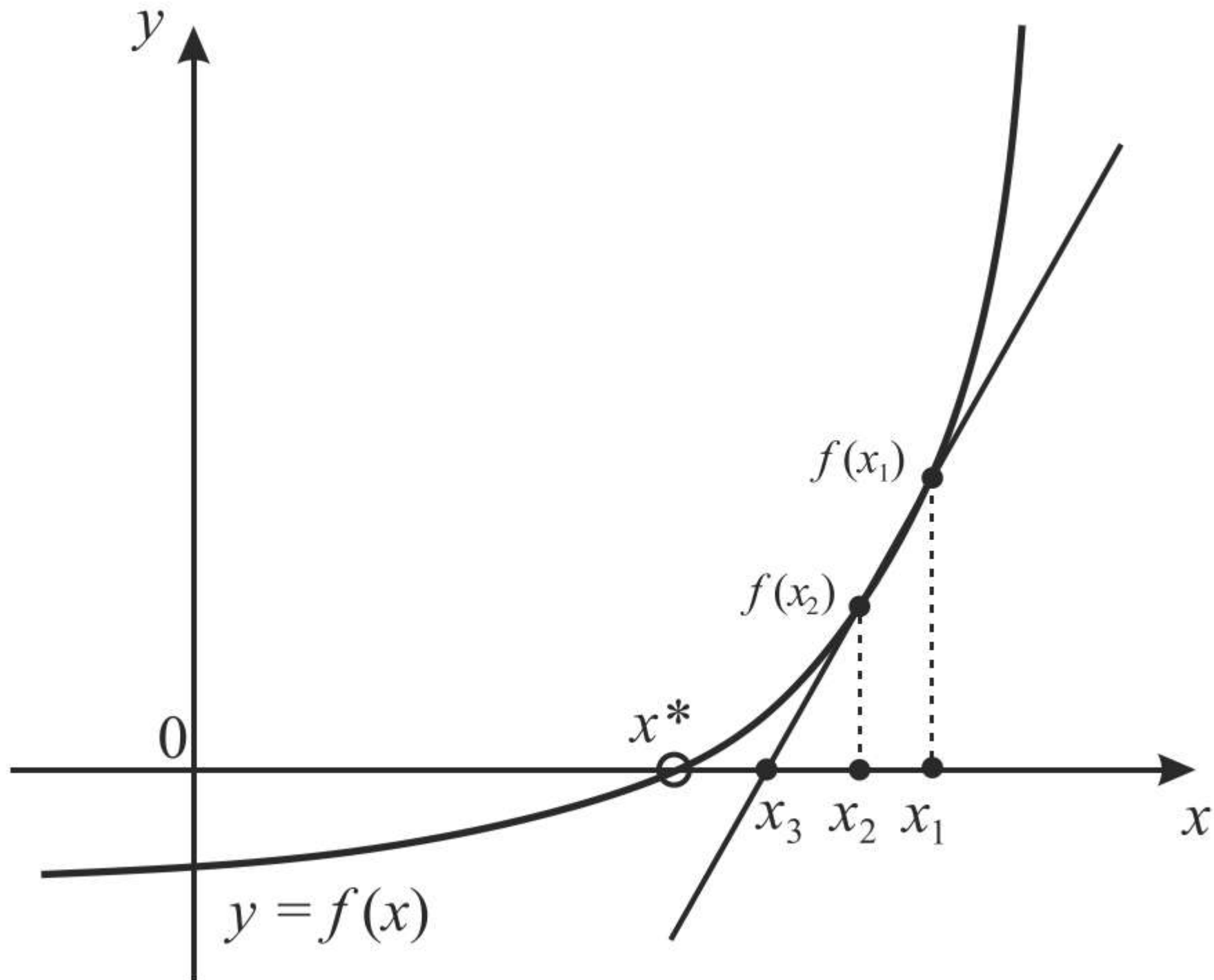


Рис. 32 — Второе приближение по методу секущих

По алгоритму метод секущих близок к методу хорд, однако в отличие от последнего начальные приближения в методе секущих могут располагаться как с разных сторон от корня, так и с одной стороны; кроме того, при уточнении корня не проверяются знаки функции $f(x)$.