

4.2.2. Модифицированный метод Ньютона

Рассмотренный выше метод Ньютона требует вычисления производной $f'(x_k)$ на каждом k -том шаге. Данное обстоятельство существенно снижает эффективность метода касательных. Поэтому в случаях, когда вычисление производной сопряжено с существенными затратами машинного времени, целесообразно использовать модифицированный (огрубленный, видоизменённый или упрощённый) метод Ньютона (рис. 29).

Модификация заключается в замене $f'(x_k) = f'(x_0)$, в этом случае производная $f'(x_k)$ вычисляется только один раз в точке начального приближения x_0 :

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_0)}.$$

Первая итерация, проводимая по модифицированному методу Ньютона, полностью совпадает с классическим методом Ньютона. На рис. 29 при геометрической интерпретации получается, что на первом шаге определяется угол наклона α касательной к оси абсцисс, который во всех последующих приближениях остается постоянным.

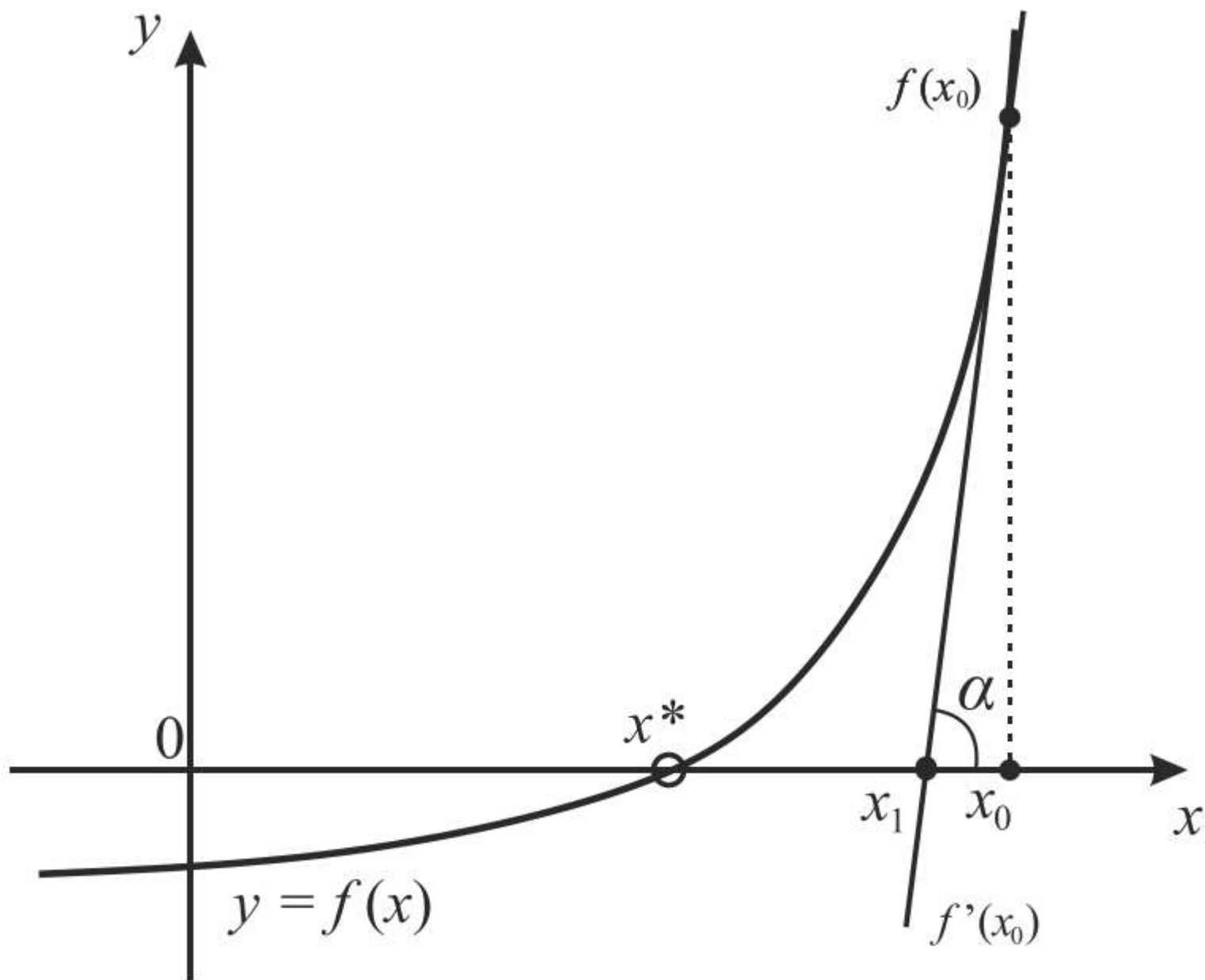


Рис. 29 – Первое приближение по модифицированному методу Ньютона

При выполнении второго итерационного шага проводится линия параллельная касательной к функции в точку x_0 и пересекающая функцию в точке $f(x_1)$, а точка её пересечения с осью абсцисс определяет новое значение x_2 . На рис. 30 представлен процесс определения второго приближения по модифицированному методу Ньютона.

Как видно из сравнения рис. 30 и 26 данная модификация утрачивает высокую скорость сходимости, которую обеспечивал метод Ньютона, так как процесс не реагирует на изменение угла наклона при приближении решения к искомому корню.