2.2.5. Матричный метод

Матричный метод – это метод решения СЛАУ через обратную матрицу, причем определитель матрицы должен быть ненулевым.

Пусть дана система n линейных уравнений с n неизвестными

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \ldots + a_{3n}x_n = b_3, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases}$$

Тогда СЛАУ можно записать как матрично-векторное уравнение в виде:

$$\mathbf{A}\,\vec{\boldsymbol{x}} = \vec{\boldsymbol{b}},$$

где $\mathbf{A}$ – основная матрица системы, $\vec{b}$ – вектор-столбец свободных членов, $\vec{x}$ – вектор-столбец неизвестных или решений.

Пусть определитель матрицы отличен от нуля $|A| \neq 0$, тогда матричное уравнение решается следующим образом. Умножим обе части уравнения слева на матрицу A^{-1}, обратную матрице A:

$$\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{A}\,\vec{x}) = \mathbf{A}^{-1}\vec{b}.$$

Учитывая, что произведение исходной матрицы и обратной к ней матрицы дает единичную матрицу, то получаем решение в виде:

$$\vec{x} = \mathbf{A}^{-1}\vec{b}.$$