

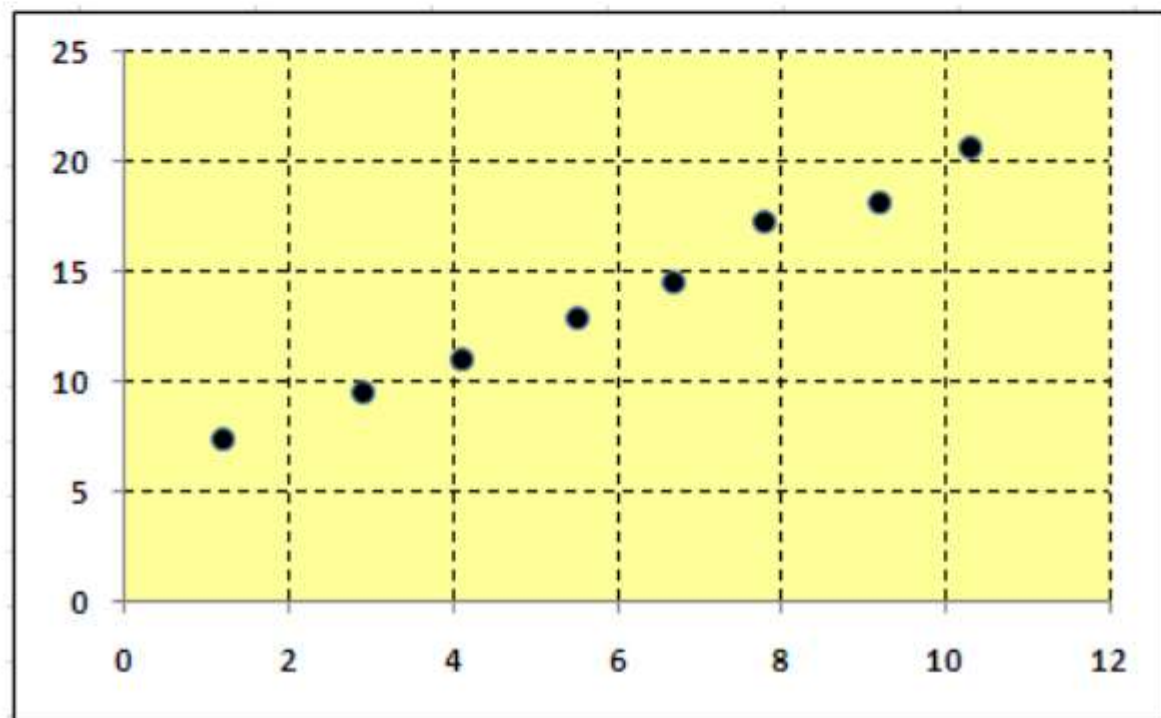
Пример 1. Пусть, изучая неизвестную функциональную зависимость между x и y , в результате серии экспериментов, была получена таблица значений (табл. 1). Необходимо найти приближенную функциональную зависимость и определить значения параметров аппроксимирующей функции.

Таблица 1

Данные эксперимента

X	1,2	2,9	4,1	5,5	6,7	7,8	9,2	10,3
Y	7,4	9,5	11,1	12,9	14,6	17,3	18,2	20,7

Для определения вида зависимости нанесем экспериментальные точки на график (рис. 2).



Из графика видно, что в качестве аппроксимирующей функции можно выбрать многочлен первой степени. Тогда необходимо построить линейную модель $f = ax + b$, которая наилучшим образом будет описывать наблюдаемые значения. Далее, используя метод наименьших квадратов, найдем значения коэффициентов аппроксимирующей функции: a и b . Для этого вычислим:

$$SX = \sum_{i=1}^n x_i = 1,2 + 2,9 + 4,1 + 5,5 + 6,7 + 7,8 + 9,2 + 10,3 = 47,7;$$

$$SXX = \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1,2^2 + 2,9^2 + 4,1^2 + 5,5^2 + 6,7^2 + 7,8^2 + 9,2^2 + 10,3^2 = 353,37;$$

$$SY = \sum_{i=1}^n y_i = 7,4 + 9,5 + 11,1 + 12,9 + 14,6 + 17,3 + 18,2 + 20,7 = 111,7;$$

$$SXY = \sum_{i=1}^n x_i y_i = 1,2 \cdot 7,4 + 2,9 \cdot 9,5 + 4,1 \cdot 11,1 + 5,5 \cdot 12,9 + 6,7 \cdot 14,6 + \\ + 7,8 \cdot 17,3 + 9,2 \cdot 18,2 + 10,3 \cdot 20,7 = 766,3.$$

Система уравнений (2) для нахождения параметров a и b будет иметь вид:

$$\begin{cases} 353,37a + 47,7b = 766,3 \\ 47,7a + 8b = 111,7. \end{cases}$$

Решая систему, получим значения коэффициентов: $a = 1,4543$ и $b = 5,2911$. Проверим правильность выбора линейной модели. Для этого вычислим значения аппроксимирующей функции $f = 1,4543x + 5,2911$ и внесем полученные значения в табл. 2.

Таблица 2

Результаты вычислений

№ пп.	1	2	3	4	5	6	7	8
X	1,2	2,9	4,1	5,5	6,7	7,8	9,2	10,3
Y	7,4	9,5	11,1	12,9	14,6	17,3	18,2	20,7
$F = ax + b$	7,0363	9,5086	11,2538	13,2899	15,0351	16,6348	18,6709	20,2707
ε_i	-0,3637	0,0086	0,1538	0,3899	0,4351	-0,6652	0,4709	-0,4293

