Метод трапеций

Метод трапеций использует линейную интерполяцию, т.е. график функции $y=f(x)$ представляется в виде ломаной, соединяющей точки (x_i, y_i). В этом случае площадь всей криволинейной трапеции складывается из площадей элементарных прямоугольных трапеций (рис.7.4 *а*, 7.4 *б*)

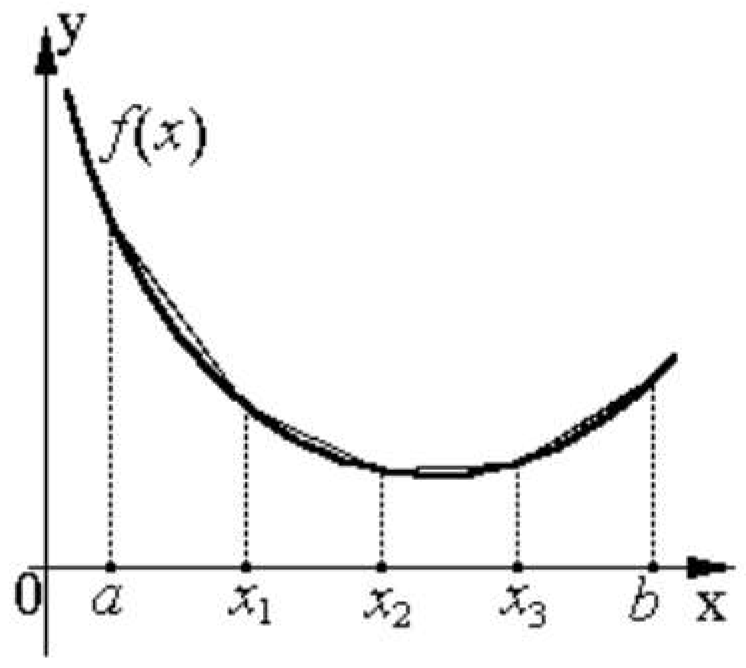

Рис.7.4 *а*

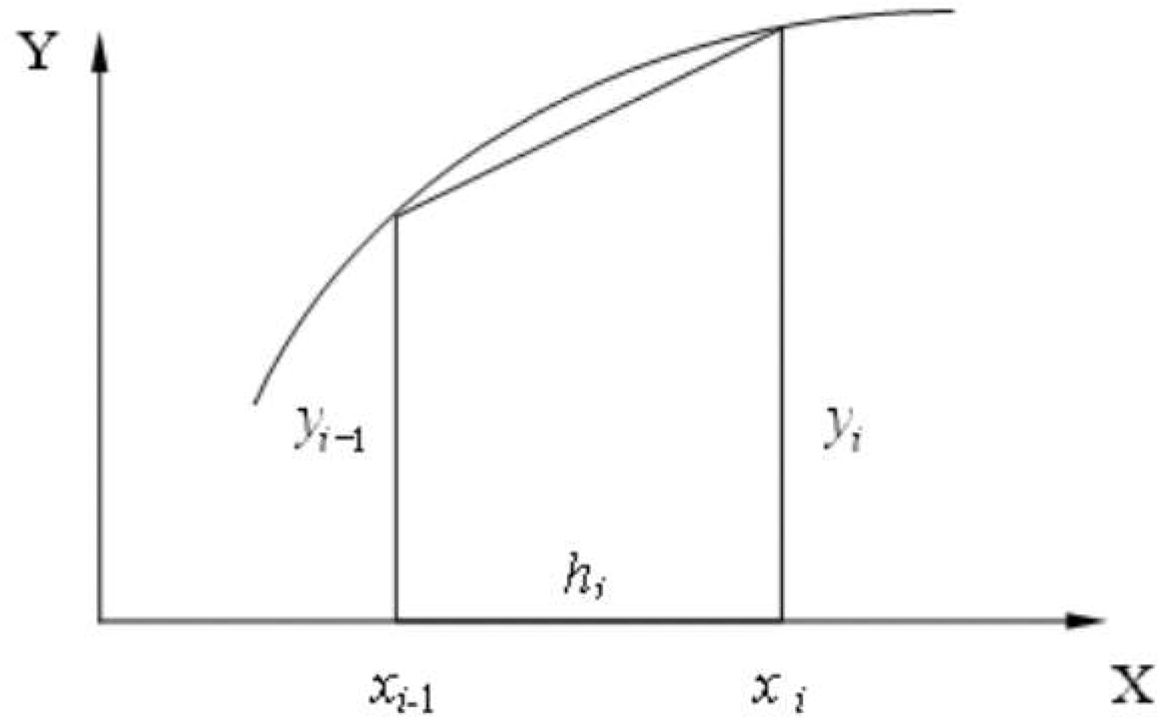

Рис.7.4 *б*

Площадь каждой такой трапеции определяется по формуле:

$$S_i = \frac{y_{i-1} + y_i}{2} \cdot h_i, \; i=1,2,...,n \; . \tag{7.8}$$

$h = \dfrac{b-a}{n}$, где *n* - число интервалов разбиения.

Складывая все эти равенства, получим *формулу трапеций* для численного интегрирования:

$$\int_a^b f(x)dx = \sum_{i=1}^{n} s_i = \frac{h}{2}\cdot\sum_{i=1}^{n}(y_{i-1} + y_i), \qquad (7.9)$$

или

$$\int_a^b f(x)dx = h\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{f(x_{i-1}) + f(x_i)}{2}. \qquad (7.10)$$

Формулы (7.9) и (7.10) можно представить в виде:

$$\int_a^b f(x)dx = h\cdot\left(\frac{y_0 + y_1}{2} + \frac{y_1 + y_2}{2} + \ldots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2}\right), \qquad (7.11)$$

$$\int_a^b f(x)dx = h\cdot\left(\frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} y_i\right). \qquad (7.12)$$

Блок - схема алгоритма метода трапеций приведена на рис.7.5.