

Для численного решения дифференциального уравнения первого порядка

$$y' = f(x,y), y(x_0) = y_0$$

можно использовать метод Рунге-Кутты второго порядка. Изначально задаются начальные условия  $y_0$  и  $x_0$ , а затем, используя функцию  $f(x,y)$ , численно находят значения  $y$  на следующих шагах.

Пример решения дифференциального уравнения с помощью метода Рунге-Кутты второго порядка:

Найти приближенное решение уравнения  $y' = x + y$ ,  $y(0) = 1$  на отрезке  $[0,1]$  с шагом  $h = 0.1$ .

Применим метод Рунге-Кутты второго порядка:

1. Находим значения  $k_1$  и  $k_2$ :

$$k_1 = h \cdot f(x_0, y_0) = 0.1 \cdot (0+1) = 0.1$$

$$k_2 = h \cdot f(x_0 + h/2, y_0 + k_1/2) = 0.1 \cdot (0.5 + 1.05) = 0.155$$

2. Находим приближенное значение  $y(x_0 + h)$ :

$$y_1 = y_0 + (k_1 + k_2)/2 = 1 + (0.1 + 0.155)/2 = 1.078$$

3. Повторяем шаги 1 и 2 для следующих значений  $x$  и  $y$ :

$$x_1 = 0.1, y_1 = 1.078, k_1 = 0.2, k_2 = 0.236, y_2 = 1.165$$

$$x_2 = 0.2, y_2 = 1.165, k_1 = 0.3, k_2 = 0.334, y_3 = 1.266$$

$$x_{10} = 1, y_{10} = 2.674$$

Таким образом, приближенное решение уравнения  $y' = x + y$ ,  $y(0) = 1$  на отрезке  $[0, 1]$  с шагом  $h = 0.1$  равно  $y(1) = 2.674$ . 13:16