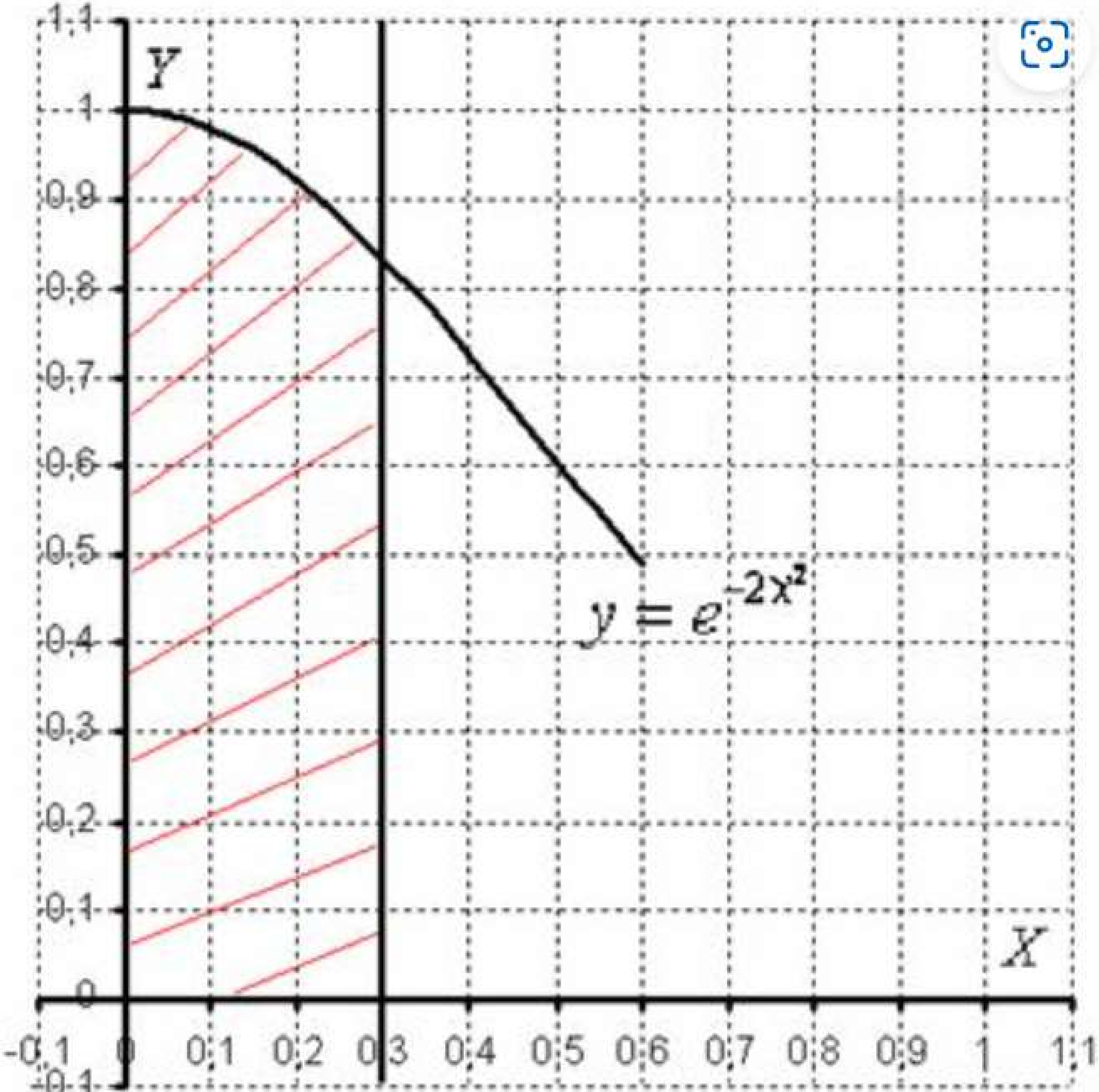
Приближенное вычисление определенного интеграла с помощью разложения подынтегральной функции в ряд

Этот небольшой урок позволит не только освоить типовую задачу, которая довольно часто встречается на практике, но и закрепить материалы статьи **Разложение функций в степенные ряды**. Нам потребуется *таблица разложений функций в степенные ряды*, которую можно раздобыть на странице **Математические формулы и таблицы**. Кроме того, читатель должен понимать геометрический смысл определенного интеграла и обладать элементарными навыками интегрирования.

На уроке **Определенный интеграл. Как вычислить площадь фигуры?** речь шла о том, что **определенный интеграл – это площадь**. Но в некоторых случаях интеграл является очень трудным или неберущимся, поэтому соответствующую площадь в большинстве случаев можно вычислить только приближенно.

Например: вычислить определенный интеграл $\int_{0}^{0,3} e^{-2x^2}dx$. Такой интеграл является неберущимся, но аналитически и геометрически всё хорошо:



Y
X
$y = e^{-2x^2}$
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
-0,1
-0,1
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1
1,1

Мы видим, что подынтегральная функция $y = e^{-2x^2}$ **непрерывна** на отрезке $[0; 0{,}3]$, а значит, площадь существует, и определенный интеграл $\int\limits_0^{0,3} e^{-2x^2}dx$ численно равен заштрихованной площади. Беда только в том, что данную **площадь можно вычислить лишь приближенно с определенной точностью**. На основании вышеизложенных фактов и появилась типовая задача курса высшей математики.