

## 《数值分析》第 6—7 章练习

1. 给定 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$
 证明求解此方程组的 G—S 迭代法发散。
2. 给定 
$$\begin{cases} 10x_1 + x_3 - 5x_4 = -7, \\ x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 17, \\ 3x_1 + 2x_2 - 8x_3 + x_4 = 23, \end{cases}$$
 判断 Jacobi 和 G—S 迭代法的敛散性。
3. 给定 
$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$
 构造 SOR 迭代法, 并说明 SOR 收敛的松弛因子  
的取值范围。
4. 给定 
$$\begin{pmatrix} 15 & -3 & 2 \\ -3 & 8 & 1 \\ 2 & 1 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 6 \\ 23 \end{pmatrix},$$
 写出 G—S 迭代格式和 SOR 迭代格式(矩阵向量积形式), 并分析收敛性。
5. 解  $Ax = b$  的 Jacobi 迭代、G—S 迭代、SOR 方法的迭代矩阵分别为\_\_\_\_\_。
6. 证明: 若  $A$  为严格对角占优矩阵, 则解  $Ax = b$  的 G—S 迭代法收敛。
- 7\*. 构造不动点迭代法求  $\sqrt{63}$ 、 $\sqrt{5 + \sqrt{3}}$ 、 $\sqrt[3]{3}$  的近似值(取五位有效数字)。
8. 设  $f(x)$  一阶可导, 则求方程  $x = f(x)$  根的 Newton 迭代格式是\_\_\_\_\_。
9. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ , 则  $A$  的 LU 分解中,  $\|L\|_1 \cdot \|U\|_\infty =$ \_\_\_\_\_。
10. 关于非奇异矩阵  $A$  的条件数  $\text{cond}(A)_v$ , 下列描述错误的是\_\_\_\_\_。  
 A.  $\text{cond}(A)_\infty = \|A\|_\infty \cdot \|A^{-1}\|_\infty$       B. 如果  $A$  是正交矩阵, 则  $\text{cond}(A)_2 = 1$   
 C.  $\text{cond}(cA)_1 = |c| \cdot \text{cond}(A)_1$ , 其中  $c \neq 0$  为常数      D.  $\text{cond}(A)_2 = \|A\|_2 \cdot \|A^T\|_2$

说明: 第 2 题需认真审题; 第 7 题可借助计算机或计算器。