

《数值分析》第 4—5 章练习

1. 确定下列公式中的待定参数, 使其代数精度尽量高, 并指出代数精度的次数。

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \frac{1}{3} [f(-1) + 2f(\alpha) + 3f(\beta)]$$

2. 已知 $f(x)$ 的函数值如下:

x	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6
$f(x)$	3.1	4.4	6.0	8.0	10.0

用复合梯形公式和复合辛普森公式求 $\int_{1.8}^{2.6} f(x) dx$ 的近似值.

3. 已知如下数据: 用复合梯形公式, 复合 Simpson 公式计算 $\pi = \int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$ 的近似值(保留小数点后三位)。

x	0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1.0
$f(x)$	4.000	3.938	3.765	3.507	3.200	2.876	2.560	2.265	2.000

4. 用 LU 分解法解方程组:
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

5. 用 LU 分解法解如下方程组:
$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 + 8x_3 = 4 \\ 12x_1 - 5x_2 + 0x_3 = 5 \\ 4x_1 - x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases}$$

6. 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, 求 $\|A\|_1$, $\|A\|_2$, $\|A\|_\infty$ 及谱半径 $\rho(A)$ 。

7. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ 的条件数 $\text{cond}(A)_1$ 。