Karlsruhe Institute of Technology

Skript zur Stammvorlesung

Sicherheit

Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Informatik

Institut für Theoretische Informatik
Arbeitsgruppe für Kryptographie und Sicherheit

Die aktuelle Version des Skriptes befindet sich noch im Aufbau, daher kann weder für Vollständigkeit noch Korrektheit garantiert werden. Hinweise zu Fehlern, Kritik und Verbesserungsvorschläge nehmen wir per Mail an skript-sicherheit@ira.uka.de entgegen.

Letzte Änderung: 31. Mai 2016

Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Theoretische Informatik
Arbeitsgruppe für Kryptographie und Sicherheit
Am Fasanengarten 5
76131 Karlsruhe

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Was ist Sicherheit?

Sicherheit bedeutet, dass Schutz geboten wird. Was wird geschützt? Vor wem? Wie wird es geschützt? Wer schützt? Es gibt zwei verschiedene Ansätze, die beide unter den deutschen Begriff *Sicherheit* fallen: *Betriebssicherheit* (engl. safety) und *Angriffsicherheit* (engl. security).

Betriebssicherheit: Unter *Betriebssicherheit* versteht man die Sicherheit einer Situation, die von einem System geschaffen wird: Ist der Betrieb eines Systems sicher? Das bedeutet vor allem, dass keine externen Akteure betrachten werden: Niemand manipuliert das System! Diese Art von Sicherheit wird mit Methoden erreicht, die wahrscheinliche Fehlerszenarien abdecken und verhindern. Beispiele für Systeme, die uns Betriebssicherheit gewähren, sind Arbeitsschutzkleidung zur Vermeidung von Arbeitsunfälle, Backup-Systeme zur Vorbeugung gegen den Ausfall von Komponenten oder elektrische Sicherungen, um uns vor gefährlichen Kurzschlussströmen zu schützen.

Angriffssicherheit: Unter *Angriffssicherheit* versteht man die Sicherheit eines Systems in Bezug auf das externe Hinzufügen von Schäden: Ist es möglich, das System von Außen zu manipulieren? Anders als bei *Betriebssicherheit* betrachten wir keine Schäden, die durch den aktuellen Zustand des Systems entstehen können. Wir betrachten Schäden die von einem externen Akteur, im folgenden *Angreifer* genannt, ausgehen. Dabei gehen wir davon aus, dass ein Angreifer Schwachstellen des Systems gezielt sucht und verwendet. Aus diesem Grund genügt es nicht, wahrscheinliche Fehlerszenarien zu betrachten. Es ist vielmehr nötig, alle Angriffsmöglichkeiten zu unterbinden. Beispiele für diese Art von Sicherheit sind gepanzerte Fahrzeuge, Türschlösser gegen Einbrecher und Wasserzeichen, um das Fälschen von Banknoten zu erschweren.

In dieser Vorlesung beschäftigen wir uns ausschließlich mit dem Konzept der Angriffssicherheit. Darüber hinaus beschäftigen wir uns nur mit dem Schutz informationstechnischer Systeme.

1.2 Grundlagen

Betrachten wir ein informationstechnisches System. Es existierten zahlreiche Arten von Attacken, vor denen wir uns durch verschiedene Techniken schützen müssen. Es ist selten hilfreich, das Gesamtsystem als Einheit zu betrachten. Dafür ist es einfach zu komplex.

Stattdessen zerlegen wir es in kleinere „Bausteine“, für deren Sicherheit wir einzeln garantieren können. Diese Vorlesung stellt die wichtigsten Bausteine vor. In diesem Abschnitt geben wir einen Überblick über die wichtigsten Grundbegriffe. Im Anschluss werden wir stets auf die weiterführenden Kapitel verweisen.

1.2.1 Verschlüsselung

Ziel der Verschlüsselung ist es, Informationen auf eine bestimmte Personengruppe zu begrenzen. Stellen wir uns vor, ein Sender Bob möchte eine Nachricht an eine Empfängerin Alice übermitteln. Die Nachricht ist privat, doch Eve lauscht. Können Alice und Bob kommunizieren, ohne das Eve sinnvolle Informationen erhält? Wie?

Ein Verschlüsselungsverfahren (*Chiffre*) besteht aus einer oder mehreren mathematischen Funktionen, die zur Ver- und Entschlüsselung einer Nachricht eingesetzt werden. Bei der Verschlüsselung wird ein Klartext (eine *Nachricht*) in einen Geheimtext (ein *Chiffrat*) umgewandelt. Das Chiffrat soll einem unautorisierten Dritten keine Informationen über die Nachricht offenbaren. Das Chiffrat kann dann durch Entschlüsselung wieder in den Klartext umgewandelt werden. Verschlüsselung wird auch als *Chiffrierung*, Entschlüsselung als *Dechiffrierung* bezeichnet.

In heutigen Algorithmen wird zur Chiffrierung und Dechiffrierung noch eine weitere Information, der *Schlüssel*, benutzt. Diese Situation ist in Abbildung 1.1 dargestellt. Ist der Schlüssel für Ver- und Entschlüsselung gleich, so spricht man von einem *symmetrischen* Verfahren. Sind die Schlüssel verschieden, handelt es sich um ein *asymmetrisches* Verfahren. Symmetrische Verfahren werden in Kapitel 2 vorgestellt, asymmetrische Verfahren in Kapitel 5. Klartext und Chiffrat können aus beliebigen Zeichen bestehen. Im Kontext computergestützter Kryptographie sind beide normalerweise binär kodiert.

Für den Fall, dass Bob seine Nachricht an Alice vor dem Senden verschlüsselt, können die beiden ihre Kommunikation vor Eve verbergen. Im Gegensatz zu Eve sollte Alice die Nachricht natürlich entschlüsseln können. Ein Chiffrat muss jedoch nicht immer versendet werden. Es kann auch zu Speicherung auf einem Datenträger vorgesehen sein.

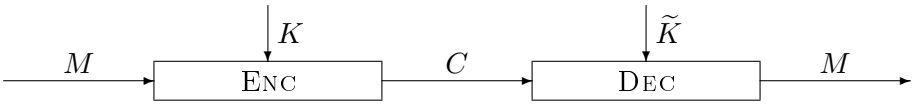


Abbildung 1.1: $\mathrm{DEC}_{\tilde{\mathrm{K}}}(\mathrm{ENC}_{\mathrm{K}}(\mathrm{M})) = \mathrm{M}$. Falls $K = \tilde{K}$ handelt es sich um ein symmetrisches Verschlüsselungsverfahren, ist $K \neq \tilde{K}$, so ist es ein asymmetrisches Verfahren.

Üblicherweise benutzen wir folgende Abkürzungen:

Nachricht:	M	(engl. *message*)
Chiffrat:	C	(engl. *ciphertext*)
Schlüssel:	K	(engl. *key*)
Chiffrierung:	ENC	(engl. *encryption*)
Dechiffrierung:	DEC	(engl. *decryption*)

1.2.1.1 Geheime Verfahren

Zwar gibt es eine ganze Reihe von Verschlüsselungsverfahren ohne Schlüssel, allerdings hängt deren Sicherheit allein davon ab, dass der Algorithmus geheim bleibt. Im Kontext von Algorithmen, deren Sicherheit auf der Geheimhaltung des Verfahren beruht, spricht man auch von *security by obscurity*. Solche Algorithmen sind unflexibel und aus heutiger Sicht unsicher. Sie sind daher eher von historischem Interesse und werden im Folgenden nicht näher betrachtet. Stattdessen hat sich Kerckhoffs' Prinzip etabliert.

1.2.1.2 Kerckhoffs' Prinzip

Kerckhoffs' Prinzip ist ein Grundsatz moderner Kryptographie. Er wurde im 19. Jahrhundert von Auguste Kerckhoffs formuliert [13].

> "The cipher method must not be required to be secret, and it must be able to fall into the hands of the enemy without inconvenience."

Anders ausgedrückt darf die Sicherheit eines Verschlüsselungsverfahren nur von der Geheimhaltung des Schlüssels und nicht von der Geheimhaltung des Algorithmus abhängen. Kerckhoffs' Prinzip findet in den meisten heutigen Verschlüsselungsverfahren Anwendung. Gründe dafür sind:

- Es ist einfacher, einen Schlüssel als einen Algorithmus geheim zu halten.
- Es ist einfacher, einen kompromittierten Schlüssel zu ersetzen, statt einen ganzen Algorithmus zu tauschen. Tatsächlich ist es gängige Sicherheitspraxis, den Schlüssel regelmäßig zu wechseln, selbst wenn dieser nicht bekannt geworden ist.
- Bei vielen Teilnehmerpaaren (z.B. innerhalb einer Firma) ist es um einiges einfacher, unterschiedliche Schlüssel zu verwenden, statt unterschiedliche Algorithmen für jede Kombination zu entwerfen.
- Veröffentlichte Verfahren können von vielen Fachleuten untersucht werden, wodurch eventuelle Fehler wahrscheinlicher auffind- und behebbar sind.
- Da der Schlüssel keinen Teil des Algorithmus (bzw. seiner Implementierung) darstellt, ist er im Gegensatz zum Algorithmus nicht anfällig gegen Reverse-Engineering.
- Öffentliche Entwürfe ermöglichen die Etablierung von Standards.

Diese Gründe mögen einleuchtend sein. Trotzdem wurde Kerckhoffs' Prinzip immer wieder zugunsten geheimer Verfahren ignoriert, was zu fatalen Ergebnissen führte. Es sollten nur standardisierte und öffentlich getestete Verfahren verwendet werden.

Kapitel 2

Symmetrische Verschlüsselung

Ein symmetrisches Verschlüsselungsverfahren sichert eine Kommunikation zwischen (typischerweise zwei) Parteien durch einen geheimen Schlüssel, den alle Parteien kennen. Der Schlüssel dient sowohl der Chiffrierung als auch der Dechiffrierung. Er wird keiner bestimmten Partei, sondern einer bestimmten Kommunikationsverbindung zugeordnet. Alle klassischen Verschlüsselungsverfahren sind symmetrisch.

Um eine sichere Kommunikation zu beginnen, müssen sich beide Parteien zuvor auf einen gemeinsamen Schlüssel einigen. Diesen Vorgang nennen wir *Schlüsselaustausch*. Bei *offenen* digitalen Systemen, wie dem Internet, können wir nicht davon ausgehen, dass die Kommunikationspartner schon vorher in Kontakt standen: Prinzipiell kann jeder an einem offenen System teilnehmen und hat Zugriff auf die im System angebotenen Dienste. Daher muss der Schlüsselaustausch innerhalb des Systems selbst erfolgen. Schlüsselaustauschverfahren betrachten wir allerdings erst in Kapitel 8 und gehen, der Einfachheit halber, zunächst davon aus, dass beide Kommunikationspartner bereits über einen gemeinsamen geheimen Schlüssel verfügen.

Eine Verschlüsselungsfunktion erwartet in der Regel eine Eingabe fester Länge. Daher wird ein Klartext beliebiger Länge vor der Verarbeitung in eine Folge von Blöcken oder Zeichen fester Länge aufgeteilt, die dann einzeln chiffriert werden. Wird für jeden Block die Verschlüsselungsoperation mit dem selben Schlüssel verwendet, so spricht man von *Blockchiffren*. Diese werden in Kapitel 2.2 ausführlich behandelt. Als *sequentielle Chiffren* oder *Stromchiffren* bezeichnet man Verschlüsselungsverfahren, bei denen die Klartextzeichen nacheinander mit einem in jedem Schritt variierenden Element eines Schlüsselstroms kombiniert werden.

2.1 Stromchiffren

Wir können einen Klartext M als eine endliche Folge $M = (M_i) = (M_1, M_2, \ldots, M_n)$ von Zeichen M_i aus einem Klartextalphabet auffassen. Eine Stromchiffre verschlüsselt einen Klartext, indem sie jedes Klartextzeichen M_i durch ein Chiffratzeichen C_i aus einem Chiffratalphabet ersetzt. Üblicherweise handelt es sich bei den Klartextzeichen um Bits.

Um die Bits, die zur Verschlüsselung mit dem Klartext verknüpft werden, zu erzeugen, verfügt eine Stromchiffre über einen internen Zustand $K^{(i)} \in \{0,1\}^k$, der initial auf den Schlüsselwert K gesetzt wird und eine *Stream-Cipher*-Funktion

$$SC(K^{(i)}) \in \{0,1\} \times \{0,1\}^k \,,$$

die den Zustand von $K^{(i)}$ auf $K^{(i+1)}$ aktualisiert. Der Schlüssel K ist das Geheimnis, dass sich beide Parteien, das heißt, der Ver- und der Entschlüssler, teilen. Formal ist eine Funktion $G(K) \coloneqq (b^{(1)}, \ldots, b^{(n)})$ definiert, die die Folge der Verschlüsselungsbits mit Hilfe von SC aus K extrahiert:

$$K^{(0)} \coloneqq K$$
$$\text{Für } i = 0, \ldots, n-1\text{: } (b^{(i+1)}, K^{(i+1)}) \coloneqq SC(K^{(i)})$$

G bezeichnen wir auch als Generator. Für das Chiffrat C gilt dann $C \coloneqq M \circ G(K)$, wobei $\circ$ eine binäre Verknüpfung auf Bits ist. Häufig wird hier die logische XOR-Operation, das heißt, die Addition in $\mathbb{Z}_2$, die wir nachfolgend durch $\oplus$ ausdrücken, verwendet. Das Chiffratzeichen C_i ist in diesem Fall durch $C_i \coloneqq M_i \oplus b^{(i)}$ gegeben.

Da Stromchiffren die Chiffratzeichen unabhängig voneinander berechnen, lassen sich solche Verschlüsselungsverfahren effizient in Hardware parallelisieren. Zusätzlich trägt die Verwendung einer binären Operation mit niedriger Komplexität, wie zum Beispiel $\oplus$, zu einer effizienten Ausführung bei.

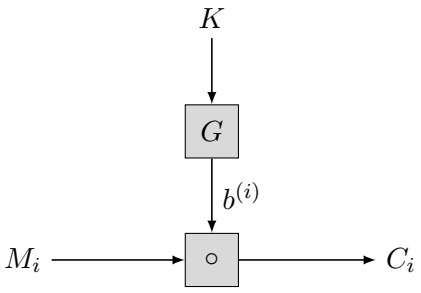


Abbildung 2.1: Prinzip einer Stromchiffre. Der Klartextstrom $(M_1, M_2, \ldots, M_n)$ wird mit einem, aus dem Schlüssel K mit Generator G erzeugten Bitstrom $(b^{(1)}, b^{(2)}, \ldots, b^{(n)})$ durch $\circ$ verknüpft.

Wir bemerken, dass gleiche Klartextzeichen an verschiedenen Positionen nicht notwendigerweise durch das gleiche Chiffratzeichen codiert werden: Im Allgemeinen folgt für $i \neq j$ aus $M_i = M_j$ also nicht $C_i = C_j$. Eine derartige Zeichenersetzung heißt *polyalphabetische Substitution*. An dieser Stelle sei erwähnt, dass eine Stromchiffre nicht auf dem ursprünglichen Alphabet des Klartextes arbeiten muss. Sie verwendet jedoch elementare Einheiten „kleiner“ Länge, aus denen der Klartext durch Konkatenation aufgebaut werden kann. Solche Einheiten nennen wir im Folgenden Zeichen.

Das klassische Beispiel einer Stromchiffre ist die in Abschnitt 2.1.2 vorgestellte *Vigenère-Chiffre*. Im Gegensatz zur Vigenère-Chiffre bietet eine Stromchiffre, die auf einer wirklich zufälligen Schlüsselfolge basiert, perfekte Geheimhaltung der verschlüsselten Nachricht. Dieses Verfahren heißt *One-Time-Pad* und wird im Abschnitt 2.1.3 vorgestellt.

2.1.1 Caesar-Chiffre

Eine der ersten schriftlich belegten Chiffren ist die *Caesar-Chiffre*. Der Name stammt vom römischen Feldherrn Julius Caesar, der nach Aufzeichnungen des römischen Schriftstellers Sueton seine militärische Korrespondenz verschlüsselte, indem er jeden Buchstaben des lateinischen Alphabets zyklisch um 3 nach rechts verschob.

Aus dem Klartext „CHIFFRE“ wird damit beispielsweise das Chiffrat „FKLIIUH“. Zur Entschlüsselung werden die Buchstaben im Geheimtextalphabet entsprechend um 3 nach links verschoben. Das Problem bei dieser Art von Verschlüsselung ist unmittelbar ersichtlich: Die

Klartextalphabet:	A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z
Geheimtextalphabet:	D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C

Tabelle 2.1: Buchstabensubstitution gemäß der Caesar-Chiffre

Methode verändert sich nicht. Daher kann jeder, der einmal erkannt hat, wie Caesar seine Nachrichten verschlüsselte, diese ohne Probleme entschlüsseln. Es gibt keinen Schlüssel und die Sicherheit des Verfahrens hängt allein von der Geheimhaltung der Chiffre ab.

Manchmal wird auch die allgemeine *Verschiebe-Chiffre* als Caesar-Chiffrierung bezeichnet. Bei dieser Chiffre gibt es einen Schlüssel K, der die Anzahl der Stellen angibt, um die zyklisch verschoben wird. Dient das lateinische Alphabet als Grundlage, ist $K \in \{0, \ldots, 25\}$. Einen Klartext M der Länge n betrachten wir dementsprechend als Zahlenstrom, der sich ergibt, indem jeder Buchstabe $M_i, i \in \{1, \ldots, n\}$ aus M auf die Zahl, die der Stelle des Buchstabens im zugrundeliegenden Alphabet entspricht, abgebildet wird. Für das lateinische Alphabet ist der resultierende Zahlenstrom also aus $\{0, \ldots, 25\}^n$.

Die Chiffratzeichen $C_i, i \in \{1, \ldots, n\}$ erhalten wir durch

$$\textsc{Enc}(K, M_i) = M_i + K \mod 26$$

und entschlüsseln gemäß

$$\textsc{Dec}(K, C_i) = C_i - K \mod 26\,.$$

Da allerdings nur 26 mögliche Schlüssel existieren, ist es selbst ohne Computerunterstützung möglich, jeden Schlüssel auszuprobieren. Ein solcher Angriff wird als *Exhaustive Search* oder *Brute-Force-Angriff* bezeichnet.

Diese Beobachtung führt zu dem wichtigen Prinzip, dass jedes sichere Verschlüsselungsverfahren einen Schlüsselraum besitzen muss, der nicht durch Exhaustive Search angreifbar ist. Im heutigen Zeitalter, in dem für einen Brute-Force-Angriff ein Netz aus mehreren tausend Computern benutzt werden können, muss der Schlüsselraum groß sein [1, 2]. Es ist jedoch wichtig zu verstehen, dass das obige Prinzip lediglich eine notwendige und keine hinreichende Bedingung für ein sicheres Verschlüsselungsverfahren darstellt.

Interessanterweise ist eine Variante der Caesar-Verschlüsselung heute weit verbreitet. Sie wird *ROT-13* genannt und führt eine zyklische Verschiebung um 13, anstatt um 3 Stellen durch. Diese Art der Verschlüsselung bietet zwar keine kryptographische Sicherheit, wird jedoch dazu verwendet, um Spoiler oder Pointen bis zu einer bewussten Entschlüsselung zu verschleiern. Der Vorteil von ROT-13 besteht darin, dass Ver- und Entschlüsselung exakt die selbe Funktion verwendet, was für eine einfache Implementierung sorgt.

2.1.2 Vigenère-Chiffre

Eine Weiterentwicklung der Caesar-Chiffre, die mehr Sicherheit bietet, ist die sogenannte *Vigenère-Chiffre*, benannt nach einem Franzosen des sechzehnten Jahrhunderts, Blaise de Vigenère. Im Gegensatz zur Caesar-Chiffre besteht der Schlüssel $K = (K_1, K_2, \ldots, K_k) \in \{0, \ldots, 25\}^k$ nicht zwangsläufig aus einem Zeichen, sondern einer Zeichenfolge der Länge $k \geq 1$. Der Zeichenvorrat ist das lateinische Alphabet mit seinen 26 Buchstaben. Die Verknüpfung der Schlüsselfolge mit der Klartextfolge geschieht durch die zeichenweise Addition modulo 26. Für den Fall, dass die Schlüssellänge kürzer als die Klartextfolge ist, das heißt $k < n$, wird das Schlüsselwort periodisch wiederholt.

$$\begin{aligned}(C_1, C_2, \ldots, C_k, C_{k+1}, \ldots) = {} & (M_1, M_2, \ldots, M_k, M_{k+1}, \ldots) \\ & + (K_1, K_2, \ldots, K_k, K_1, \ldots) \mod 26\end{aligned}$$

Für ein Chiffratzeichen $C_i, i \in \{1, \ldots, n\}$ heißt das im Allgemeinen:

$$C_i \coloneqq M_i + K_{(i-1 \bmod k)+1} \mod 26$$

Schlüssel: SICHER

Klartext:	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Schlüsselfolge:	S	I	C	H	E	R	S	I	C	H	E	R	S	I	C	H	E	R	S	I	C	H	E	R	S	I
Geheimtext:	T	K	F	L	J	X	Z	Q	L	R	P	D	F	W	R	X	V	J	L	C	X	D	B	P	R	I

Tabelle 2.2: Beispiel einer Vigenère-Chiffre

Für einen Schlüssel der Länge k und einen Klartext der Länge n ist die Chiffrierabbildung der Vigenère-Chiffre gegeben durch:

$$\textsc{Enc}_K \colon (M_1, \ldots, M_n) \mapsto (t_{K_1}(M_1), \ldots, t_{K_k}(M_k), t_{K_1}(M_{k+1}) \ldots, t_{K_{(n-1 \bmod k)+1}}(M_n)) \,,$$

wobei $t_{K_j}(M_i) \coloneqq M_i + K_j \mod 26$, $j = (i - 1 \bmod k) + 1$.

Erst das Wiederholen einer im Verhältnis zum Klartext kurzen Schlüsselfolge ermöglicht die Kryptoanalyse des Vigenère-Systems. Der Weg über die Analyse der Häufigkeitsverteilung der Zeichen im Chiffretext (Aufstellen der Histogramme) führt hier nicht zum Ziel, da die Histogramme für lange Schlüssel verflachen, d.h. sich einander angleichen. Daher ist eine Vigenère-Chiffre wesentlich sicherer als eine einfache Substitution von Buchstaben; sie wurde sogar bis Mitte des vorletzten Jahrhunderts für unbrechbar gehalten und als *Le Chiffre indéchiffrable* bezeichnet.

Allerdings ist das Brechen der Vigenère-Chiffre relativ einfach, sobald man die Länge m des Schlüssels kennt, die durch eine einfache Überlegung bestimmt werden kann: Betrachte für $\tau = 1, 2, \ldots$ die Geheimtextbuchstaben $t_{K_j}(M_j), t_{K_j}(M_{\tau+j}), t_{K_j}(M_{2\cdot\tau+j}), \ldots$ und die Gleichung

$$S_\tau = \sum_{i=0}^{25} q_i^2 \,,$$

wobei q_i die Anzahl der Vorkommen des i-ten Buchstaben des Alphabets in der Sequenz geteilt durch die Summe aller Buchstaben der Sequenz ist. Sollte für die Schlüssellänge $l = \tau$ gelten, so wäre zu erwarten, dass S_τ ungefähr den gleichen Wert hat wie unter den Wahrscheinlichkeiten eines natürlichsprachlichen Textes, da eine Verschiebe-Chiffre die Häufigkeitsverteilung nicht verschleiert. Der Wert der Summe entspräche dann annähernd 0.075. Für $l \neq \tau$ ist dagegen zu erwarten, dass alle Buchstaben mit ungefähr gleicher Wahrscheinlichkeit in der Folge $t_{k_j}(m_j)$, $t_{k_j}(m_{\tau+j})$, $t_{k_j}(m_{2\cdot\tau+j}), \ldots$ auftreten, also $\forall i\colon\ q_i \approx \frac{1}{26}$ und somit

$$S_\tau \approx \sum_{i=0}^{25} (1/26)^2 \approx 0.038 \,.$$

S_τ unterscheidet sich für $l = \tau$ erkennbar von $l \neq \tau$ und ist der Grund, weshalb diese Methode funktioniert, sofern das Chiffrat eine hinreichende Länge besitzt. Alternativ kann die Länge der Schlüsselfolge mit Hilfe der *Kasiski-Friedman-Methode* [12] ermittelt werden. Eine ausführlichere Erläuterung findet sich in der Vorlesung *Symmetrische Verschlüsselungsverfahren*[9].

Nun kann das Chiffrat in l unterschiedliche Teilfolgen $(t_{k_j}(m_j), t_{k_j}(m_{l+j}), t_{k_j}(m_{2\cdot l+j}), \ldots)$, $1 \leq j \leq l$ aufgespalten werden, wobei die Verschlüsselung der einzelnen Folgen einer Verschiebe-Chiffre entspricht, die leicht mit Hilfe von Histogrammen gebrochen werden kann.

2.1.3 One-Time-Pad

Das *One-Time-Pad* ist eine Stromchiffre mit folgenden Eigenschaften:

- Der zur Verschlüsselung verwendete Schlüssel K besitzt die gleiche Länge n wie der Klartext M.
- Der Schlüssel wird zufällig gleichverteilt aus dem Schlüsselraum $K \in \{0,1\}^n$ ausgewählt. Jeder Schlüssel wird also mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2^n}$ gewählt.
- Zur Verschlüsselung wird der Klartext und der Schlüssel bitweise mit XOR verknüpft: $\forall i \in \{1,\dots,n\}\colon C_i = M_i \oplus K_i$.
- Zur Entschlüsselung wird das Chiffrat und der Schlüssel bitweise mit XOR verknüpft: $\forall i \in \{1,\dots,n\}\colon M_i = C_i \oplus K_i$.
- Der Schlüssel darf weder vollständig noch teilweise wiederverwendet werden.

Bei Einhaltung aller aufgelisteten Punkte bietet das One-Time-Pad perfekte Geheimhaltung, da, gegeben ein Chiffrat C, jede Nachricht $\{0,1\}^n$ gleich wahrscheinlich ist und, da Schlüssel nicht mehrfach verwendet werden, keine Verknüpfung mehrerer Klartexte berechnet werden kann. Natürlich ist zu beachten, dass ein Angreifer, der zumindest den Kontext, indem die Nachrichtenübertragung stattfindet, kennt, sinnvolle von sinnfreien Nachrichten unterscheiden kann.

Beispiel 2.1. *Alice möchte Bob unter perfekter Geheimhaltung mitteilen, an welcher Universität sie ihr Studium beginnen möchte. Als Verschlüsselungsverfahren wählen sie das One-Time-Pad. Die Wahl von Alice ist auf das* KIT *gefallen. Binär codiert*[1] *entspricht das Akronym der Bitfolge* 01001011 01001001 01010100*. Alice wählt zufällig gleichverteilt einen Schlüssel und erhält* $K =$ 00111110 01001100 10011010*.*

Klartext:	0 1 0 0 1 0 1 1	0 1 0 0 1 0 0 1	0 1 0 1 0 1 0 0
Schlüssel:	0 0 1 1 1 1 1 0	0 1 0 0 1 1 0 0	1 0 0 1 1 0 1 0
Geheimtext:	0 1 1 1 0 1 0 1	0 0 0 0 0 1 0 1	1 1 0 0 1 1 1 0

Ausgehend von dem Chiffrat ist es möglich, einen Schlüssel zu finden, so dass der korrespondierende Klartext ein Akronym einer anderen Universität, wie zum Beispiel MIT*, ist.*

Geheimtext:	0 1 1 1 0 1 0 1	0 0 0 0 0 1 0 1	1 1 0 0 1 1 1 0
Schlüssel:	0 0 1 1 1 0 0 0	0 1 0 0 1 1 0 0	1 0 0 1 1 0 1 0
Klartext:	0 1 0 0 1 1 0 1	0 0 0 0 0 1 0 1	1 1 0 0 1 1 1 0

Wir sehen, dass in der gleichen Codierung zwei gekippte Schlüsselbits dem Chiffrat anstelle KIT *die Buchstaben* MIT *als Klartext zuordnen. Da der Schlüssel zufällig gleichverteilt gezogen wird, ist jeder Schlüssel und somit auch jeder Klartext gleich wahrscheinlich.*

Neben dem Vorteil perfekter Geheimhaltung hat das One-Time-Pad auch einige schwerwiegende Nachteile. Ein elementarer Nachteil besteht darin, dass die Schlüssellänge der Länge des Klartexts entsprechen muss und so die zu übermittelnde Datenmenge verdoppelt wird. Dementsprechend schwer gestaltet sich die Übertragung des Schlüsselmaterials, die, um die Eigenschaft perfekter Geheimhaltung nicht zu verletzen, physisch geschehen

[1] Diese Codierung entspricht dem *8-BIT UCS Transformation Format*, kurz UTF-8.

muss.[2] Ein weiteres Argument, dass gegen die Verwendung des One-Time-Pads spricht ist, dass für jede Nachrichtenübertragung ein neuer Schlüssel gewählt werden muss, da andernfalls die Eigenschaft der perfekten Geheimhaltung verloren geht. Das lässt sich formal folgendermassen veranschaulichen. Seien M_1, M_2 zwei Klartexte gleicher Länge, die mit Hilfe des One-Time-Pads und dem Schlüssel K zur Nachrichtenübertragung verschlüsselt werden. Ein Angreifer, der den Kanal abhört und in Besitz der Chiffrate $C_1 = M_1 \oplus K$ und $C_2 = M_2 \oplus K$ gelangt, berechnet

$$C_1 \oplus C_2 = M_1 \oplus K \oplus K \oplus M_2 = M_1 \oplus M_2$$

und erhält damit im Allgemeinen nicht-triviale Informationen. Ist beispielsweise $M_1 = 00\ldots00$ liefert die Verknüpfung der beiden Geheimtexte den Klartext M_2.

Ebenso nachteilig ist, dass das One-Time-Pad bei korrekter Verwendung zwar gegen Angreifer, die die Nachricht lesen möchten, schützt, jedoch nicht gegen Angreifer, die die Nachricht durch Kippen von Bits des Geheimtexts verändern. So könnte ein Angreifer gemäß Beispiel 2.1 unerkannt zwei Bits des Chiffrats kippen, so dass Bob beim Entschlüsseln auf einen falschen Klartext stößt, nämlich MIT. Gezielte sinnhafte Änderungen des zugrundeliegenden Klartextes sind ohne Schlüsselkenntnis jedoch schwer.

Die obigen Gründe machen die Verwendung des One-Time-Pad unhandlich, weswegen es nur selten eingesetzt wird. Moderne Stromschiffren funktionieren prinzipiell wie das One-Time-Pad, benutzen jedoch Pseudozufallszahlengeneratoren, die aus einer kurzen Sequenz, genannt *Seed*, den schlussendlich verwendeten Schlüssel als Folge von Pseudozufallszahlen erzeugen.

2.1.4 Stromchiffren mit Pseudozufallszahlen

Wir wissen bereits, dass die Zufallsfolge, die dem One-Time-Pad als Schlüssel dient, mindestens so lang sein muss, wie die zu verschlüsselnde Nachricht M und nur ein einziges Mal verwendet werden darf. Hieraus folgt, dass dieses Verfahren einen extrem hohen Aufwand für die sichere Schlüsselverteilung erfordert und aus diesem Grund für die meisten Anwendungen nicht praktikabel ist.

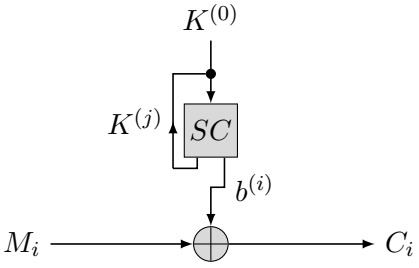


Abbildung 2.2: Prinzip einer Stromchiffre mit Pseudozufall. Der Klartextstrom wird zeichenweise mit einem aus dem Seed $K^{(0)}$ generierten pseudozufälligen Schlüsselstrom verschlüsselt. Die Entschlüsselung funktioniert analog dazu, das heißt, es wird dieselbe Seed und Funktion SC verwendet. Beachte auch, dass SC nicht in jedem Iterationsschritt ein Verschlüsselungsbit $b^{(i)}$ erzeugen muss, weshalb die Zählvariablen i und j nicht synchron sein müssen.

Es liegt nahe, die genannte Schwierigkeit zu umgehen, indem man nach dem Vorbild des One-Time-Pad Stromchiffren konstruiert, die statt einer echten Zufallsfolge sogenannte

[2] Zur Zeit des Kalten Krieges gab es eine ständig bestehende telegrafische Verbindung zwischen Washington D.C. und Moskau – genannt *Heißer Draht* oder *Rotes Telefon* –, die mit Hilfe des One-Time-Pads gesichert wurde. Das notwendige Schlüsselmaterial wurde der Gegenpartei in Code-Büchern übergeben.

Pseudozufallsfolgen verwenden. Unter einer Pseudozufallsfolge versteht man eine Folge von Zeichen, die mittels eines deterministischen Prozesses aus einem relativ kurzen Initialisierungswert, dem Seed, erzeugt wird und gewisse Eigenschaften einer echt zufälligen Folge aufweist. Verfügen beide Kommunikationspartner über identische Generatoren, muss lediglich der Initialwert und die gewählte Parametrisierung des Generators als Schlüssel verteilt werden. Die eigentliche Schlüsselfolge kann dann an beiden Enden des Kanals erzeugt werden.

Eine Voraussetzung der Konstruktion ist offensichtlich, dass der Pseudozufallsgenerator effizient berechenbar sein muss. Außerdem soll auf den Umstand hingewiesen werden, dass es sich bei der Schlüsselfolge nicht um den Schlüssel des Verfahrens handelt, da die Folge ein Menge von internen Werten des Algorithmus ist. Abbildung 2.2 zeigt den prinzipiellen Aufbau einer derartigen Stromchiffre.

2.1.4.1 Linear Feedback Shift Register

Eine historisch interessante, aber unsichere Möglichkeit der Implementierung einer Stromchiffre mit Pseudozufall bieten *Linear Feedback Shift Register* (LFSR). Bei einem LFSR wird der Schlüssel $K = (K_1, \ldots, K_k)$ zunächst bitweise in Speicherzellen $R_1, \ldots, R_k$ angeordnet, die in jedem Schritt den Zustand beschreiben.

Initialzustand $K^{(0)}$:

K_1	K_2	$\ldots$	K_k

Für die Aktualisierung eines Zustandes von $K^{(i)}$ auf $K^{(i+1)}$ wird ein Bit

$$K_{k+i+1} := \sum_{j=1}^{k} \alpha_j \cdot K_{i+j} \mod 2$$

berechnet, wobei $\alpha_i \in \{0, 1\}, i \in \{1, \ldots, k\}$ speicherzellenspezifische Koeffizienten sind. Als Verschlüsselungsbit $b^{(i+1)}$ wird das in R_1 gespeicherte Bit K_{i+1} ausgegeben. Die verbleibenden Bits $K_{i+2}, \ldots, K_{i+k}$ werden in die jeweils niedriger indexierte Speicherzelle *geschoben*, das heißt $R_i = R_{i+1}$. Schlussendlich wird das neu berechnete Bit in die höchstindexierte Speicherzelle geschrieben: $R_k = K_{k+i+1}$.

Für den Übergang aus dem Initialzustand $K^{(0)}$ zu $K^{(1)}$ ergibt sich beispielhaft folgendes Schema:

$K^{(0)}$:

K_1	K_2	$\ldots$	K_k
$\downarrow \cdot\alpha_1$	$\downarrow \cdot\alpha_2$	$\ldots$	$\downarrow \cdot\alpha_k$

$\longrightarrow K_{k+1} := \sum_{j=1}^{k} \alpha_j K_j \mod 2$

$K^{(1)}$:

K_2	$\ldots$	K_k	K_{k+1}

Wählen wir für die Zustände $K^{(i)}$ des LFSR die Gestalt $(K_{1+i}, \cdots, K_{k+i})^T$, so lässt sich ein Zustandsübergang wie folgt darstellen:

$$K^{(i+1)} = A \cdot K^{(i)}, \; A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \cdots & \alpha_k \end{pmatrix}$$

Daraus ergibt sich für den Schlüsselstrom:

$$\begin{aligned} b^{(i+1)} &= (1,0,\ldots,0) \cdot K^{(i)} \\ &= (1,0,\ldots,0) \cdot (A^i \cdot K^{(0)}) \\ &= ((1,0,\ldots,0) \cdot A^i) \cdot K^{(0)} \end{aligned}$$

Die Verschlüsselung eines Klartextes M der Länge n mittels LFSR lässt sich dementsprechend als Gleichungssystem auffassen:

$$\begin{aligned} \forall i \in \{1,\ldots,n\} \colon C_i &= M_i \oplus ((1,0,\ldots,0) \cdot A^{i-1}) \cdot K^{(0)} \\ &= M_i \oplus v_i \cdot K^{(0)}\,, \end{aligned}$$

wobei

$$\begin{aligned} v_1 &= (1,0,0,\ldots,0,0) \\ v_2 &= (0,1,0,\ldots,0,0) \\ &\vdots \\ v_k &= (0,0,0,\ldots,0,1) \\ v_{k+1} &= (\alpha_0,\alpha_1,\ldots,\alpha_{k-1},\alpha_k) \\ v_{k+2} &= (\alpha_0,\alpha_1,\ldots,\alpha_{k-1},\alpha_k) \cdot A^1 \\ &\vdots \\ v_n &= (\alpha_0,\alpha_1,\ldots,\alpha_{k-1},\alpha_k) \cdot A^{(n-(k+2)+1)} \end{aligned}$$

Besitzt der Angreifer ein Klartext-Chiffrat-Paar, welches länger als die Anzahl k der Speicherzellen ist, kann er den Schlüssel K direkt berechnen. Entsprechend ist ein solches Schieberegister alleine angewendet unsicher. Hilfe bietet eine möglichst strukturzerstörende Verbindung mehrerer Schieberegister.[3] Beispielsweise kann man zwei LFSR verwenden, wobei das zweite LFSR genau dann ausgeführt wird, wenn die Ausgabe des ersten Schieberegisters 1 ist.

2.2 Blockchiffren

2.2.1 Verschlüsselungsverfahren

Im Gegensatz zu Stromchiffren werden bei Blockchiffren eine feste Anzahl an Bits – ein Block – verschlüsselt. Schematisch ergibt sich nahezu dasselbe Bild wie bei Stromchiffren (siehe Abbildung 2.1), allerdings unterscheidet sich die Implementierung fundamental. Einerseits ist die tatsächliche Verschlüsselungsfunktion in der Praxis nun komplexer als ein einfaches XOR, da es bei Blöcken mehr Möglichkeiten zur Strukturänderung gibt. Andererseits benötigen diese Verfahren mehr Rechenleistung als die Schieberegister und XOR-Netze von Stromchiffren, wodurch der Datendurchsatz sinkt. Formal dargestellt ist eine Blockchiffre eine Funktion

$$\textsc{Enc}\colon \{0,1\}^k \times \{0,1\}^l \to \{0,1\}^l,$$

wobei k die Schlüssellänge und l die Blocklänge ist. Blockchiffren stellen also Permutationen der Menge $\{0,1\}^l$ dar. Bevor wir eine erste Blockchiffre anschauen, müssen wir uns überlegen, welche Eigenschaften wir fordern, damit eine Blockchiffre als sicher gilt.

[3] Das Thema wird in der Vorlesung „Symmetrische Verschlüsselungsverfahren“ tiefer behandelt.

Das übergeordnete Design-Kriterium, welchem Blockchiffren unterliegen sollen, ist die Nichtunterscheidbarkeit[4] von einer echt zufälligen Funktion. Präziser gesagt darf sich die Permutation einer Blockchiffre nicht von einer echt zufälligen Permutation derselben Menge unterscheiden. Daraus folgt, dass bei einer Blockchiffre kleine Änderungen in der Eingabe im Mittel zu großen Änderungen in der Ausgabe führen müssen. Bei einer Blockchiffre, die diese Charakteristik nicht aufweist, existiert mindestens ein Klartext-Chiffrat-Paar, bei dem ein Zusammenhang zwischen Klartext und Chiffrat garantiert ist. Wie kann jedoch eine zu einer echt zufälligen Funktion nichtunterscheidbare Blockchiffre konstruiert werden?

Hierfür fordern wir zunächst zwei Eigenschaften [22], die eine Blockchiffre haben sollte: Die erste garantiert, dass jedes Zeichen des Chiffrats von mehreren Teilen des verwendeten Schlüssels abhängig ist. Im Englischen wird diese Charakteristik als *confusion* bezeichnet. Sie erschwert es einem Angreifer, Zusammenhänge zwischen einem Schlüssel und eines damit generierten Chiffrates zu erkennen. Die zweite stellt sicher, dass das Ändern eines einzelnen Zeichens in der Nachricht bzw. dem Chiffrat zu großen Änderungen im Chiffrat bzw. der Nachricht führt. Diese Eigenschaft wird als *diffusion* bezeichnet.

Eine Umsetzung dieser Eigenschaften in eine Blockchiffre führt uns zu dem Konzept der *Feistel networks*. Die Grundidee hinter so einem Netzwerk ist, dass wir unsere Blockchiffre Enc aus mehreren Rundenfunktionen $F_1, F_2, \ldots, F_n$ zusammenbauen, die nacheinander ausgeführt werden. Die einzelnen Funktionen müssen dabei nicht notwendigerweise verschieden sein, wie wir im Abschnitt zu DES sehen werden. Die Funktion F_i wird in der i-ten Runde des Algorithmus ausgeführt und ihre Ausgabe dient als Eingabe für die Funktion F_{i+1}. Die Rundenfunktionen sind dabei so konstruiert, dass sich Eingabeänderungen exponentiell über die Runden ausbreiten.

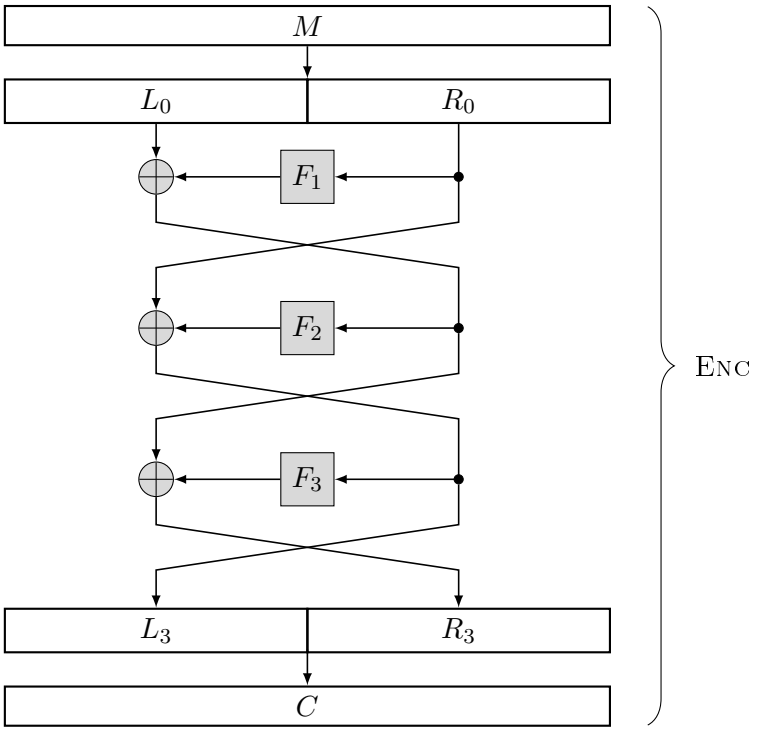


Abbildung 2.3: 3-ründige Feistel-Struktur

Eine Rundenfunktion F_i besteht typischerweise aus Permutationen und mehreren Funktionen, auf denen die Eingabe aufgeteilt wird. Diese Funktionen werden als *S(substitution)-*

[4] Damit meinen wir, dass das Ergebnis der Blockchiffre durch keinen in Polynomialzeit laufenden Algorithmus von echtem Zufall unterschieden werden kann.

Boxen bezeichnet und sind der Grundbaustein der Feistel-Struktur. Die hier betrachteten S-Boxen realisieren eine Funktion der Form

$$S\colon \{0,1\}^m \to \{0,1\}^n$$

mit $m > n$.[5] Dabei werden alle m-Bit langen Wörter (2^m viele) auf n-Bit lange Wörter (2^n viele) abgebildet und wir erkennen, dass diese S-Boxen nicht-invertierbar sind. Je nach Komposition der S-Boxen können nicht-invertierbare Rundenfunktionen konstruiert werden. Die Eigenschaft der Nicht-Invertierbarkeit ist signifikant für die Sicherheit von Feistel-Netzwerken und der sie verwendenden Blockchiffren. Zusätzlich haben die S-Boxen und die Rundenfunktionen weitere folgende Eigenschaften:

1. Wird in der Eingabe einer S-Box ein Bit verändert, so ändern sich mindestens zwei Bit in der Ausgabe.
2. Die Ausgabe-Bits einer Rundenfunktion F_i werden so permutiert, dass alle Ausgabe-Bits einer S-Box auf unterschiedliche S-Boxen der nächsten Runde verteilt werden.

Beide Merkmale stellen die confusion-Eigenschaft der Feistel-Struktur sicher. Betrachten wir folgendes Szenario: Gegeben seien zwei n-Bit lange Eingaben X und X', die sich in genau einem Bit unterscheiden. In wie vielen Bits unterscheiden sich $\textsc{Enc}(X)$ und $\textsc{Enc}(X')$? In der ersten Runde unterscheiden sich die Eingaben $X_1 = X$ und $X'_1 = X'$ in genau einem Bit, die Ausgaben $X_2 = F_1(X_1)$ und $X'_2 = F_1(X'_1)$ unterscheiden sich also mindestens in 2 Bits. In der zweiten Runde unterscheiden sich die beiden Eingaben X_2, X'_2 in mindestens 2 Bits. Das gewünschte Szenario ist das exponentielle Ausbreiten der Bit-Unterschiede, so dass in der Ausgabe $F_2(X'_2)$ 4 Bit-Positionen[6] betroffen sind. Folglich braucht es mindestens $\lceil \log n \rceil$ Runden, damit sich eine 1-Bit-Änderung der Eingabe auf alle Bits der Ausgabe auswirken kann. Führen wir weniger Runden aus, enthält die neue Ausgabe von der Veränderung unberührte Bits und die Blockchiffre kann von einer echten Zufallsfunktion unterschieden werden. Es ist zudem zu beachten, dass die Ausgaben sich dabei nicht in allen betroffenen Bit-Positionen unterscheiden müssen. Beispielsweise ist durch zweifaches Kippen ein Bit wieder in seinem Ursprungszustand. Intuitiv ist dieses Verhalten gewünscht, denn ansonsten könnte die Blockchiffre effizient von einer echten Zufallsfunktion unterschieden werden.[7]

Das besondere Merkmal einer Feistel-Struktur ist, dass sie invertierbar ist, selbst wenn ihre Komponenten (Rundenfunktionen, S-Boxen) nicht invertierbar sind. Dies geschieht dadurch, dass man die Struktur „rückwärts“ durchläuft, also mit den Funktionen $F_n \dots F_1$.

2.2.1.1 Data Encryption Standard (DES)

Im Jahr 1973 gab das *National Bureau of Standards* (NBS) der USA, das heutige *National Institute of Standards and Technology* (NIST), eine öffentliche Anfrage nach einem Algorithmus zum sicheren Verschlüsseln sensitiver Regierungsinformationen ab. 1974 entwarf IBM einen Kandidaten, der auf dem *Lucifer*-Algorithmus basiert und ein Feistel-Netzwerk verwendet. Das NBS kontaktierte daraufhin die *National Security Agency* (NSA), um die Sicherheit dieses Algorithmus zu überprüfen. Nachdem die NSA einige Änderungen durchgeführt hatte, wurde der überarbeitete Algorithmus 1977 als *Data Encryption Standard* (DES) [18] standardisiert und für die öffentliche Verwendung freigegeben. Der DES ist

[5] Es gibt auch S-Boxen, für die diese Ungleichung nicht gilt, beispielsweise die bijektive S-Box von AES.

[6] Da die Ausgabe jeder Runde zusätzlich permutiert wird, sprechen wir von Bit-Positionen und nicht von Bits.

[7] Für eine echte Zufallsfunktion wird erwartet, dass sich bei einer 1-Bit-Änderung der Eingabe nur die Hälfte der Ausgabe-Bits verändert.

ein symmetrischer Verschlüsselungsalgorithmus, der ein wie oben beschriebenes Feistel-Netzwerk verwendet, einen 64-Bit langen Schlüssel benutzt und Daten in je 64-Bit Blöcken verschlüsselt.

Die öffentliche Standardisierung des DES durch eine US-Regierungsbehörde trug maßgeblich zur schnellen weltweiten Verbreitung des Algorithmus bei. Gleichzeitig führte die Beteiligung der NSA am Entwurf des DES dazu, dass seine Sicherheit kontrovers diskutiert wurde. Die durchgeführten Änderungen der NSA umfassten die Verkürzung des Schlüssels von ursprünglich 128 Bits auf 56 frei zu wählende Bits, sowie eine unkommentierte Veränderung der verwendeten S-Boxen. In Anbetracht der zentralen Bedeutung der S-Boxen für die Sicherheit eines Feistel-Netzwerkes wurde befürchtet, dass die NSA eine Hintertür in den DES eingebaut haben könnte. Daraufhin wurden 1994 die Design-Kriterien für die verwendeten S-Boxen von IBM veröffentlicht [6]. Die Veröffentlichung ergab, dass die S-Boxen besonders resistent gegenüber der erst kurz zuvor (1990) öffentlich-bekannt gewordenen differentiellen Kryptoanalyse sind.[8]

Betrachten wir nun den Aufbau von DES etwas genauer. Von den insgesamt 64 Bits des Schlüssels können nur 56 Bits frei gewählt werden. Die verbleibenden 8 Bit sind Paritätsbits und dienen der Fehlererkennung. Somit umfasst der Schlüsselraum insgesamt (nur) $2^{56} \approx 7,2 \cdot 10^{16}$ mögliche Schlüsselkandidaten.

Bevor verschlüsselt werden kann, wird die Nachricht in jeweils 64-Bit große Blöcke aufgeteilt. Jeder dieser Blöcke wird zunächst einer Initialpermutation IP unterzogen, die die einzelnen Bits lediglich umordnet. Die Initialpermutation bietet daher keinerlei kryptographische Sicherheit, sondern dient der effizienten Nutzung der Hardware. Anschließend durchlaufen die Nachrichtenblöcke jeweils 16 Verschlüsselungsrunden, wobei jede Runde einen unterschiedlichen 48-Bit langen Schlüssel verwendet, der sich aus den 56 Bit des Hauptschlüssels ergibt. Die Rundenfunktion F bleibt hingegen gleich. Auf das Ergebnis der letzten Runde wird die zu IP inverse Permutation IP^{-1} angewandt.

[8] Untersuchungen haben ergeben, dass eine zufällige Wahl der S-Boxen zu einer deutlich höheren Anfälligkeit gegenüber der differentiellen Kryptoanalyse geführt hätte. Dies impliziert, dass IBM und die NSA bereits Jahre vor der Öffentlichkeit über diese Angriffsmethode Bescheid wussten.

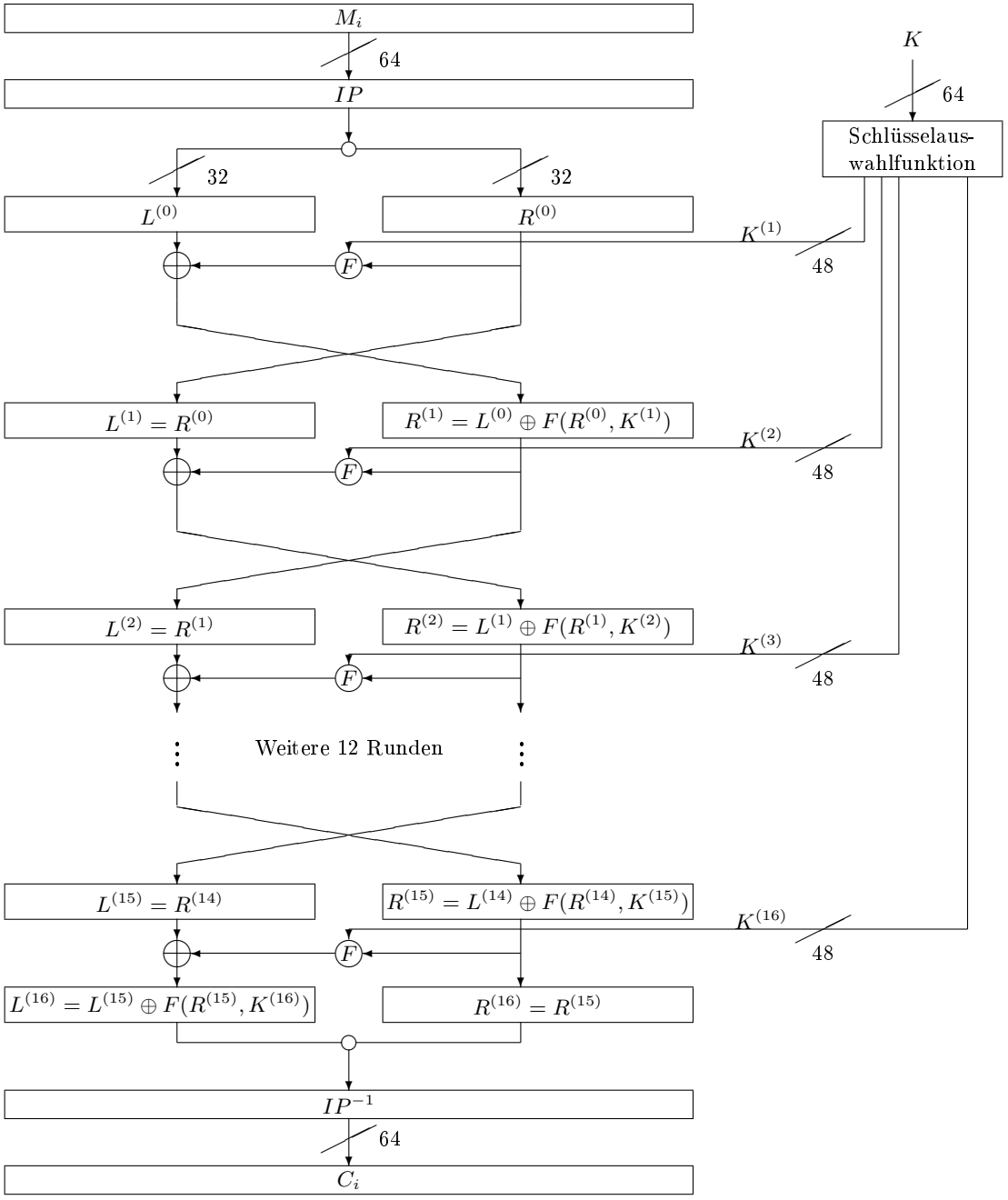


Abbildung 2.4: Struktur des DES

DES ist dabei so konstruiert, dass die Ver- und Entschlüsselung, bis auf die Reihenfolge der verwendeten Teilschlüssel, identisch sind. Um das Chiffrat zu generieren, werden die Teilschlüssel $K^{(1)}, K^{(2)}, \ldots, K^{(15)}, K^{(16)}$ konsekutiv verwendet, während der Entschlüsselungsvorgang die umgedrehte Reihenfolge $K^{(16)}, K^{(15)}, \ldots, K^{(2)}, K^{(1)}$ der Teilschlüssel nutzt.

Nachdem wir grob den Ablauf der gesamten Ver- und Entschlüsselung betrachtet haben, möchten wir nun die einzelnen Runden genauer beleuchten: Nach Anwenden der Initialpermutation wird der Eingabeblock in zwei Hälften geteilt. In jeder Runde i, $i \in \{1, \ldots, 15\}$ berechnen sich die beiden neuen Hälften jeweils wie folgt:

$$\begin{aligned} L^{(i)} &= R^{(i-1)} \\ R^{(i)} &= L^{(i-1)} \oplus F(R^{(i-1)}, K^{(i)}) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} L^{(16)} &= L^{(15)} \oplus F(R^{(15)}, K^{(16)}) \\ R^{(16)} &= R^{(15)} \end{aligned}$$

Maßgeblich für die Sicherheit von DES ist die nicht-invertierbare Rundenverschlüsselungsfunktion F. Dazu wird zunächst die 32-Bit große rechte Hälfte durch die Expandierungsfunktion E auf 48 Bit erweitert, indem fest ausgewählte Bits der Eingabe verdoppelt werden. Als Eingabe der S-Boxen dient das XOR des expandierten Datenblocks mit dem jeweiligen Rundenschlüssel.

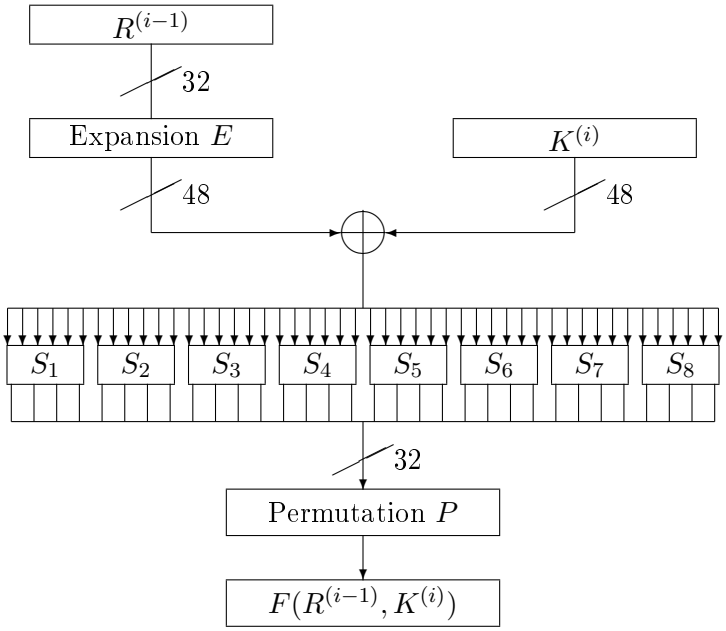


Abbildung 2.5: Die Rundenfunktion F des DES

Jede der 8 S-Boxen erwartet $\frac{48}{8} = 6$ Bits als Eingabe und liefert 4 Ausgabebits. Auf die zusammengefasste, 32-Bit lange Ausgabe der S-Boxen wird die Permutation P angewandt. P alleine gewährleistet zwar keine kryptographische Sicherheit, realisiert aber über die Runden hinweg, da die Ausgaben der S-Boxen „auseinandergerissen“ werden, die von einer sicheren Blockchiffre geforderte diffusion-Eigenschaft.

		Input-Bits 0-3					
	$\cdots$	**0100**	**0101**	**0110**	**0111**	**1000**	$\cdots$
00	$\cdots$	0111	1010	1011	0110	1000	$\cdots$
01	$\cdots$	0100	0111	1101	0001	0101	$\cdots$
10	$\cdots$	1010	1101	0111	1000	1111	$\cdots$
11	$\cdots$	0001	1110	0010	1101	0110	$\cdots$

Input-Bits 4-5

Tabelle 2.3: Ein Auszug der 5. S-Box des DES

Wie schon erwähnt, kann der DES-Algorithmus sowohl zum Ver- als auch zum Entschlüsseln verwendet werden: Dabei wird das Chiffrat genau derselben Prozedur unterzogen, wobei die $K^{(i)}$ in umgekehrter Reihenfolge Anwendung finden. Zu Beginn der Entschlüsselung wird, um IP^{-1} aufzuheben, die Initialpermutation IP ausgeführt. Danach dient $R^{(16)} \parallel L^{(16)}$ als Eingabeblock. Die einzelnen $R^{(i)}$ bzw. $L^{(i)}$ erhält man durch:

$$\begin{aligned} R^{(i-1)} &= L^{(i)} \\ L^{(i-1)} &= R^{(i)} \oplus F(R^{(i-1)}, K^{(i)}) \end{aligned}$$

Wendet man auf $L^{(0)} \parallel R^{(0)}$ die Permutation IP^{-1} an, wird der Chiffrierschritt IP aufgehoben und der Klartextblock ist zurückgewonnen.

Der DES ist strukturell nahezu ungebrochen: Es gibt Angriffe durch lineare Kryptoanalyse, die besser sind als die vollständige Suche über dem Schlüsselraum, diese sind jedoch nicht praktikabel. Problematisch ist allerdings der – für heutige Verhältnisse – mit 56 Bits kleine Schlüsselraum, der Brute-Force Attacken in akzeptabler Zeit zulässt. Schon in den 90er-Jahren gelang es, Maschinen zu konstruieren, die eine Brute-Force Attacke erfolgreich innerhalb eines Tages durchführten.[9] Konsequenterweise zog die NIST den DES-Standard daraufhin 2005 zurück und empfiehlt nur noch die Verwendung von 3DES für die Verschlüsselung von sensitiven Informationen.[10]

2.2.1.2 2DES

Die naive Lösung des Schlüsselproblems beim DES ist der 2DES. Hierbei wird der Klartextblock zwei mal mit verschiedenen Schlüsseln per DES verschlüsselt, das heißt

$$\textsc{Enc}_{\text{2DES}}(K, M) := \textsc{Enc}_{\text{DES}}(K_2, \textsc{Enc}_{\text{DES}}(K_1, M)),$$

wodurch sich die Größe des Schlüsselraums verdoppelt.

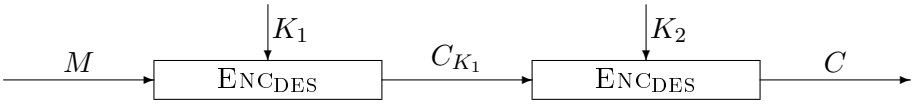


Abbildung 2.6: Prinzip des 2DES

Leider ist der 2DES nicht so effektiv wie erwartet, da es sogenannte *Meet-in-the-Middle-Angriffe* gibt.

- Gegeben: $M, C = \textsc{Enc}_{\text{2DES}}(K, M)$
- Gesucht: $K = (K_1, K_2)$
  1. Erstelle eine Liste aller möglichen im ersten Schritt erzeugbaren Chiffrate $C_{K_1'} = \textsc{Enc}_{\text{DES}}(K_1', M)$, d. h. verwende alle $K_1' \in \{0,1\}^{56}$
  2. Sortiere diese Liste lexikographisch, um binäre Suche zu ermöglichen
  3. Berechne das Chiffrat $C_{K_2'} = \textsc{Dec}_{\text{DES}}(K_2', C)$ iterativ für einen Schlüssel $K_2' \in \{0,1\}^{56}$
     (a) Falls ein Paar $C_{K_2'} = C_{K_1'}$ existiert, gebe (K_1', K_2') aus
     (b) Gehe zu 3

Ein solcher Angriff besitzt aufgrund der Blockgröße von DES einen Speicherbedarf von $64\ Bit \cdot 2^{56} + \epsilon$ und hat eine Laufzeit in $O(56 \cdot 2^{56})$, da für jedes der 2^{56} Chiffrate $C_{K_2'}$ die binäre Suche – zum Beispiel in einem balancierten Binärbaum – in 56 Schritten abgeschlossen ist. Je nach Implementierung sind Time-Memory-Tradeoffs möglich. So ist ein Angriff denkbar, der für jedes $C_{K_1'}$ alle $C_{K_2'}$ durchgeht, den notwendigen Speicherplatz dadurch auf ein Minimum reduziert, die Laufzeit jedoch auf $O(2^{56} \cdot 2^{56} = 2^{112})$ erhöht. Auf den ersten

[9] In den letzten Jahren entwickelte Maschinen haben nicht nur die erforderliche Zeit für Brute-Force Angriffe weiter reduziert, sondern auch die Produktionskosten gesenkt. So wurde 2006 von den Universitäten Bonn und Kiel der Computer *COPACOBANA* gebaut, der insgesamt nur noch knapp 9000 € in der Produktion kostete.

[10] Diese Empfehlung gilt aktuell nur bis zum Jahr 2030 und soll den Übergang zum AES erleichtern, der der eigentliche Nachfolger des DES ist.

Blick bietet 2DES zwar nur einen sehr geringen Vorteil gegenüber DES, jedoch wird zum Erreichen einer akzeptablen Laufzeit des Angriffs eine nicht zu vernachlässigende Menge an Speicherplatz benötigt.

2.2.1.3 Triple Data Encryption Standard (3DES)

Die direkte Erweiterung des 2DES ist der *Triple Data Encryption Standard* (3DES) [3]. Wie der Name bereits verrät, werden hier 3 DES-Verschlüsselungen hintereinander ausgeführt. Als Besonderheit ist die mittlere Verschlüsselung jedoch in umgekehrter Richtung angewandt. Für einen Schlüssel $K = (K_1, K_2, K_3)$ gilt demzufolge

$$\text{ENC}_{\text{3DES}}(K, M) \coloneqq \text{ENC}_{\text{DES}}(K_3, \text{DEC}_{\text{DES}}(K_2, \text{ENC}_{\text{DES}}(K_1, M))) .$$

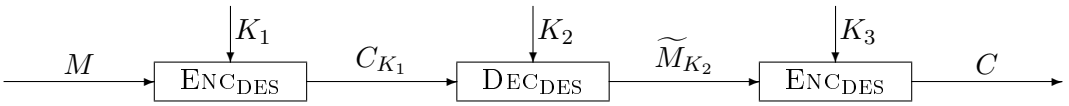


Abbildung 2.7: Prinzip des 3DES

Ein Meet-in-the-Middle-Angriff ist hier zwar noch möglich, aber bereits weit weniger praktikabel: Die Laufzeit befindet sich in $O(2^{112})$.

2.2.1.4 Advanced Encryption Standard (AES)

Im Jahr 2000 stellte das NIST den *Advanced Encryption Standard* (AES) [19] als Nachfolger des DES vor, nachdem drei Jahre zuvor ein offener Wettbewerb, um die alte Blockchiffre zu ersetzen, ausgeschrieben worden war. Den eigentlichen Sieger des Wettbewerbs, der *Rijndael-Algorithmus*, hatte man dabei nur in einigen wenigen unwesentlichen Punkten angepasst.

Im Gegensatz zu DES verschlüsselt AES jeweils 128-Bit große Datenblöcke, wohingegen die Schlüssellänge aus 128 Bit, 192 Bit und 256 Bit gewählt werden kann. Dementsprechend bezeichnet AES-256 genau die Variante mit der größten Schlüssellänge. Der 128-Bit große Datenblock wird zu Beginn sequenziell in eine zweidimensionale 4×4-Tabelle, den sogenannten *state*, geschrieben. Jede Zelle des states repräsentiert dabei genau ein Byte des Klartextblocks. Ähnlich zu DES läuft die Verschlüsselung bei AES rundenbasiert ab, wobei eine Runde jeweils aus den vier folgenden Schritten besteht:

1. **AddRoundKey** Der aus dem Hauptschlüssel abgeleitete, ebenfalls 128-Bit lange Rundenschlüssel wird byteweise mit dem state XOR-verknüpft
2. **SubBytes** Benutze die S-Box, um jedes Byte der zweidimensionalen Tabelle durch ein anderes Byte zu ersetzen
3. **ShiftRows** Rotiere die zweite Zeile zyklisch um ein Byte, die dritte Zeile zyklisch um zwei Byte und die vierte Zeile zyklisch um drei Byte nach links
4. **MixColumns** Wende auf jede Spalte eine invertierbare lineare Transformation[11] an

[11] Vereinfacht kann man sich unter der invertierbaren linearen Transformation eine Matrixmultiplikation auf einer speziellen Struktur vorstellen. Wichtig ist insbesondere die Invertierbarkeit. Genauere Details möchten wir an dieser Stelle jedoch nicht besprechen. Bei weiterführendem Interesse bietet der Standard der NIST [19] einen formalen, aber aufschlussreichen Einblick.

Für die Verschlüsselung greift AES also auf Operationen zurück, die man in ihrer Ganzheit treffend als Substitutions- und Rotationsnetzwerk beschreiben kann. Insbesondere *SubBytes* und *MixColumns* realisieren die von einer sicheren Blockchiffre geforderte confusion und diffusion Eigenschaft. Wir sehen, dass S-Boxen nicht nur in der Feistel-Struktur Verwendung finden und sehr wohl auch bijektiv sein können. Die Anzahl der Verschlüsselungsrunden ist von der gewählten Schlüssellänge abhängig: Bei 128 Bits werden 10, bei 192 Bits 12 und bei 256 Bits 14 Verschlüsselungsrunden durchlaufen. Um zu verhindern, dass ein Angreifer die letzten drei Schritte der Schlussrunde zurückrechnen kann, wird anstelle von MixColumns ein zusätzliches *AddRoundKey* ausgeführt.

Da die XOR-Operation, das byteweise Ersetzen mittels einer S-Box und das zyklische Rotieren jeweils invertierbare Funktionen sind und wir die Invertierbarkeit bei MixColumns explizit fordern, funktioniert das Entschlüsseln eines Chiffrats problemlos und effizient.

Nach heutigem Kenntnisstand garantiert AES ein hohes Maß an Sicherheit. Zwar gibt es theoretische Kryptoanalysen, die aber aufgrund ihrer hohen Laufzeit (für AES-256 werden 2^{254} Schritte benötigt) in der Praxis keine Relevanz haben. Nicht zuletzt deswegen ist AES ab der Schlüssellänge von 192 Bit in den USA noch immer zur Verschlüsselung staatlicher Dokumente der höchsten Geheimhaltungsstufe zugelassen.

2.2.2 Angriffe auf Blockchiffren

2.2.2.1 Lineare Kryptoanalyse

Die *lineare Kryptoanalyse* stellt einen Angriff auf Blockchiffren dar, der meist besser als die vollständige Suche über dem Schlüsselraum ist. Ziel dieser Angriffsmethode ist es, lineare Abhängigkeiten

$$M[i_1] \oplus \cdots \oplus M[i_a] \oplus C[j_1] \oplus \cdots \oplus C[j_b] = K[k_1] \oplus \cdots \oplus K[k_c] \tag{2.1}$$

für die Verschlüsselung zu bestimmen, wobei $i_1, \ldots, i_a, j_1, \ldots, j_b, k_1, \ldots, k_c$ beliebige, im Allgemeinen nicht zusammenhängende Bitpositionen bezeichnen und die Gleichung mit einer Wahrscheinlichkeit von $p \neq \frac{1}{2}$ für einen zufälligen Klartext M und das zugehörige Chiffrat C gilt. Abkürzend schreiben wir für eine solche Abhängigkeit auch

$$M[i_1, \ldots, i_a] \oplus C[j_1, \ldots, j_b] = K[k_1, \ldots, k_c]\,.$$

Zu beachten ist, dass die Bitpositionen mit 0 beginnend von rechts durchnummeriert werden. Für einen Bitstrom $B = 1010$ bezeichnet $B[0] = 0$ somit das am weitesten rechts stehende Bit. Diese Schreibweise ist angelehnt an eine Veröffentlichung von Matsui [16], die sich mit der linearen Kryptonanalyse des DES befasst. Ein Beispiel einer solchen linearen Abhängigkeit ist

$$M[1, 7] \oplus C[3, 8] = K[3, 17]\,.$$

Die Größe $\left|p - \frac{1}{2}\right|$ gibt die Effektivität der Gleichung 2.1 an. Wenn eine effektive lineare Approximation bekannt ist, kann mit der naiven Maximum-Likelihood-Methode ein Schlüsselbit $K[k_1, \ldots, k_c]$ erraten werden.

Bei Verschlüsselungssystemen, welche die Feistel-Struktur verwenden, sehen entsprechende Angriffe wie folgt aus:

1. Finde lineare Abhängigkeiten zwischen Ein- und Ausgabe
2. Erweitere Abhängigkeiten auf die ersten $n - 1$ Feistel-Runden

3. Vollständige Suche über letzten Rundenschlüssel $K^{(n)}$
4. Schlüsselkandidaten durch die bekannten linearen Abhängigkeiten überprüfen
5. Wenn $K^{(n)}$ gefunden (d. h. die linearen Abhängigkeiten gelten), fahre mit $K^{(n-1)}$ fort usw.

Für den gewöhnlichen DES mit 16 Runden ist dieses Vorgehen allerdings schon wegen der immensen Anzahl an benötigten Klartext-Chiffrat-Paaren nicht praktikabel (es werden bis zu 2^{43} solcher Paare benötigt). Für andere Blockchiffren hingegen, die ebenfalls eine Feistel-Struktur verwenden, beispielsweise *Fast Data Encipherment Algorithm* (FEAL), ist ein effizienter Angriff mit dieser Methode möglich.

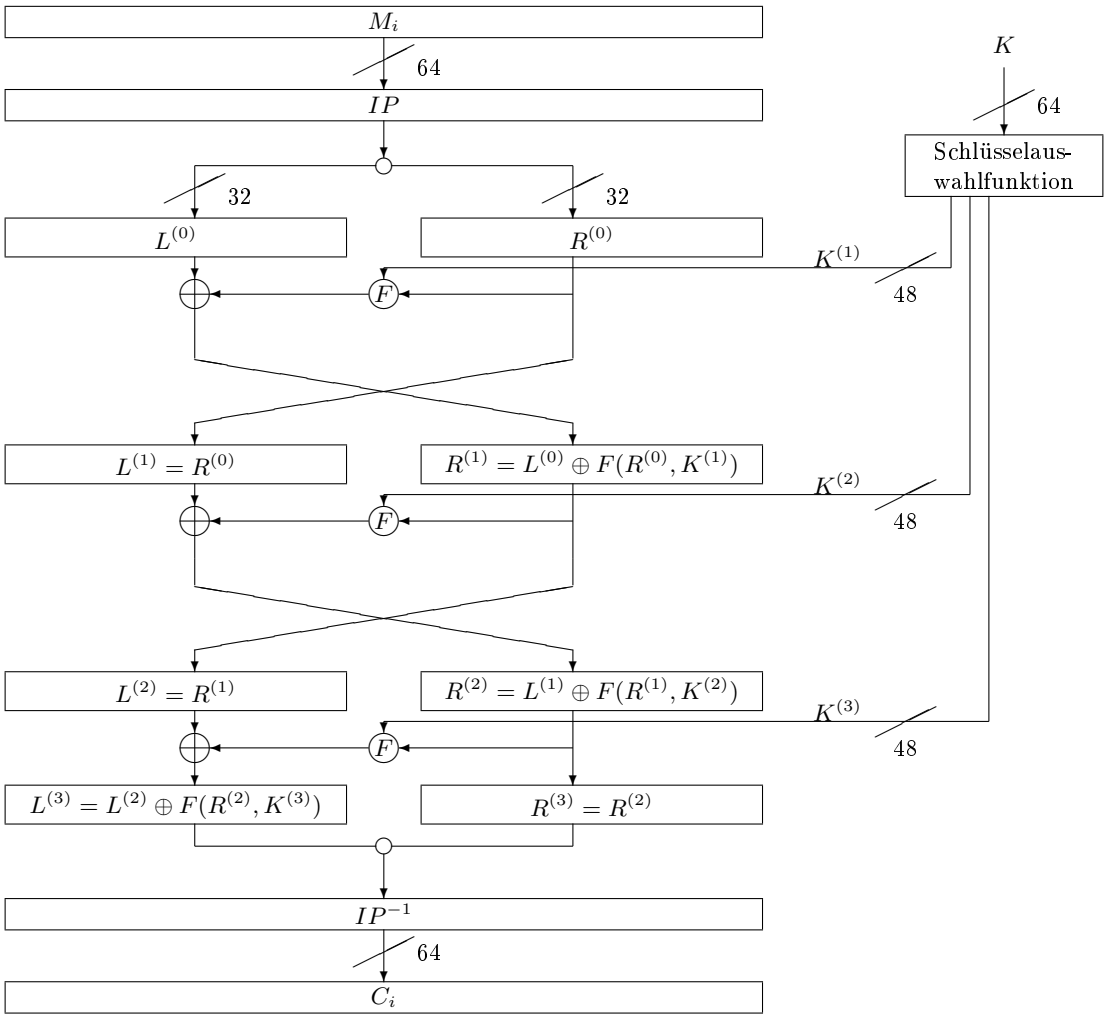


Abbildung 2.8: Darstellung eines DES mit 3 Runden

Beispiel: 3-Runden DES Bei einem wie in Abbildung 2.8 dargestellten DES beginnt man zunächst damit, die bekannten, aber nicht linearen S-Boxen linear zu approximieren, das heißt, einen linearen Zusammenhang zwischen den Eingabe- und Ausgabebits einer S-Box zu finden. Dies wurde bereits in einer Arbeit von Mitsuru Matsui [16] behandelt und übersteigt den Umfang dieser Vorlesung. Beispielhaft wollen wir eine wichtige gewonnene lineare Abhängigkeit betrachten:

Bei S-Box S_5 gilt, dass das fünfte Eingabebit (von rechts mit eins beginnend gezählt) in 12 *der* 64 *möglichen Eingaben mit dem XOR der vier Ausgabebits übereinstimmt.*

Falls es Gleichungen gibt, welche für ungleich 32 der 64 Eingaben gelten, so gibt es eine Korrelation der Eingabe- und Ausgabebits der S-Box. Das obige Beispiel ist die größte bekannte Abweichung und gilt nur in 12 der 64 Fälle. Für die Gleichung mit konkreten Bitpositionen ist es notwendig, die Permutation P und die Expansion E der Rundenfunktion F zu betrachten:

Permutation P

16_{31}	25_{30}	12_{29}	11_{28}
3_{27}	20	4	15
31_{23}	17	9	6
27_{19}	14	1	22
30_{15}	24	8	18
0_{11}	5	29	23
13_{7}	19	2	26
10_{3}	21	18	7

Expansion E

0_{47}	31_{46}	30_{45}	29_{44}	28_{43}	27_{42}
28_{41}	27	26	25	24	23
24_{35}	23	22	21	20	19
20_{29}	19	18	17	16	15
16_{23}	15	14	13	12	11
12_{17}	11	10	9	8	7
8_{11}	7	6	5	4	3
4_{5}	3	2	1	0	31

Die Tabellen sind zeilenweise zu lesen. Der Zellenwert entspricht der Stelle des Bits im zu permutierenden Bitstring, der Index des Zellenwerts zeigt die Position im Ausgabestring an, an die dieses Bit permutiert wird. Diese Position ist in der Tabelle beispielhaft in der ersten Spalte und Zeile abgebildet. Beispielsweise permutiert P das Bit an Stelle 7 des Eingabestrings an die Stelle 0 des Ausgabestrings, das heißt $F(R^{(i)}, K^{(i)})[0]$ und das Bit an Stelle 16 an die Stelle 31, das heißt $F(R^{(i)}, K^{(i)})[31]$[12].

Anhand der Permutation und Expansionsfunktion wollen wir die informell beschriebene lineare Abhängigkeit in eine konkrete, durch die Bitpositionen gegebene, Gleichung übersetzen. Dabei gilt, dass das fünfte Eingabebit von S_5 durch $E(R^{(i-1)})[22] \oplus K^{(i)}[22]$ gegeben ist. Da wir allerdings eine Gleichung aufstellen möchten, die Schlüsselbits aus Klartext-Chiffrat-Paaren schätzt, übersetzen wir $E(R^{(i-1)})[22]$ mit Hilfe der Tabelle zu $R^{(i-1)}[15]$. Aufgrund der gleichen Argumentation ist es nötig, die vier Ausgabebits der S-Box mit P in Bitpositionen des Chiffrats zu übersetzen. Zählen wir von rechts ab, finden wir die Ausgabebits an den Stellen 12, 13, 14 und 15, die durch die P an die Stellen 29, 7, 18 und 24 permutiert werden und erhalten dementsprechend:

$$R^{(i-1)}[15] \oplus F(R^{(i-1)}, K^{(i)})[7, 18, 24, 29] = K^{(i)}[22] \tag{2.2}$$

Angewendet auf die erste Runde der Blockchiffre ergibt sich die Gleichung

$$R^{(1)}[7, 18, 24, 29] \oplus L^{(0)}[7, 18, 24, 29] \oplus R^{(0)}[15] = K^{(1)}[22]\,,$$

die mit der gleichen Wahrscheinlichkeit von $\frac{12}{64}$ gilt. Dasselbe gilt für die letzte Runde, für die wir folgende Gleichung erhalten:

$$R^{(1)}[7, 18, 24, 29] \oplus L^{(3)}[7, 18, 24, 29] \oplus R^{(3)}[15] = K^{(3)}[22]$$

Indem wir die beiden Gleichungen addieren, erhalten wir mit

$$L^{(0)}[7, 18, 24, 29] \oplus L^{(3)}[7, 18, 24, 29] \oplus R^{(0)}[15] \oplus R^{(3)}[15] = K^{(1)}[22] \oplus K^{(3)}[22] \tag{2.3}$$

eine lineare Approximation des 3-Runden-DES, die für ein zufälliges Klartext-Chiffrat-Paar mit einer Wahrscheinlichkeit von

$$\left(\frac{12}{64}\right)^2 + \left(1 - \frac{12}{64}\right)^2 \approx 0.70$$

[12] Die Tabellen sind dem NIST-Standard [18] entnommen und an die Schreibweise der Matsui-Veröffentlichung angepasst (Siehe S. 19).

gilt. Die resultierende Gleichung gilt also genau dann, wenn beide obige Gleichungen gelten, was durch den ersten Summanden dargestellt wird, beziehungsweise beide nicht gelten, was durch den zweiten Summanden gegeben ist. Der zweite Summand ergibt sich aus den Eigenschaften der XOR-Operation und ist leicht nachzuprüfen.

Da die Gleichung 2.2 die beste Approximation der F-Funktion ist, ist damit die Gleichung 2.3 die beste Approximation für den 3-Runden-DES. Um $K^{(1)}[22] \oplus K^{(3)}[22]$ zu erhalten, löst man Gleichung 2.3 statistisch mit der Maximum-Likelihood-Methode.

Das bedeutet, dass $K^{(1)}$ und $K^{(3)}$ effizienter als mit vollständiger Suche über den Schlüsselraum gefunden werden können. Mit Hilfe geeigneter Kandidaten kann im Anschluss der noch fehlende Rundenschlüssel $K^{(2)}$ bestimmt werden.

2.2.2.2 Differentielle Kryptoanalyse

Anders als bei der linearen Kryptoanalyse werden bei der *differentiellen Kryptoanalyse* nicht direkte Zusammenhänge zwischen einzelnen Klartextblöcken und deren Chiffrate gesucht, sondern indirekt durch Vergleiche zweier Blöcke miteinander: Es gilt die Auswirkungen der Differenz zweier Klartextblöcke $M \oplus M'$ auf die Differenz ihrer Chiffrate $\textsc{Enc}(K, M) \oplus \textsc{Enc}(K, M')$ zu finden. Für Feistel-Strukturen ist die Vorgehensweise ähnlich der linearen Kryptoanalyse:

1. Finde die wahrscheinlichsten Zusammenhänge zwischen Eingabe- und Ausgabedifferenzen der vorletzten Runde.
2. Führe vollständige Suche für $K^{(n)}$ durch.
3. Überprüfe Kandidaten durch Testen der Konsistenz bezüglich den Ein- und Ausgabedifferenzen.

Wie bereits bei der linearen Kryptoanalyse ist DES selbst sehr resistent gegenüber der differentiellen Kryptoanalyse, während andere auf der Feistel-Struktur basierende Kryptosysteme anfällig sind. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, dass die Resistenz ein Entwicklungsziel des DES war, obwohl dieser Angriff erst ein Jahrzehnt später veröffentlicht wurde.

2.2.3 Betriebsmodi

Um mit Hilfe von Blockchiffren Nachrichten beliebiger Länge zu verschlüsseln, existieren verschiedene Betriebsmodi. Dazu wird ein Klartext der Länge n zunächst in $\lceil \frac{n}{l} \rceil$ Blöcke zerlegt. Da die Klartextlänge n im Allgemeinen kein Vielfaches der Blocklänge l ist, wird der letzte Block um $\lceil \frac{n}{l} \rceil \cdot l - n$ beispielsweise zufällig gewählte Bits aufgefüllt. Dieses Erweitern heißt Padding und ist bei Betriebsmodi, die nicht den Klartext als Eingabe der Blockchiffre nehmen, wie beispielsweise der CTR-Modus aus Kapitel 2.2.3.3, nicht zwangsläufig notwendig.

2.2.3.1 Electronic Codebook Mode (ECB-Modus)

Der *Electronic Codebook Mode* (ECB) ist ein Betriebsmodus, der jeden Nachrichtenblock unabhängig von den anderen einzeln verschlüsselt. Identische Klartextblöcke liefern damit auch identische Chiffratblöcke; daher wird dieser Modus in Analogie zu einem Code-Buch als Electronic Codebook Mode bezeichnet. Formal ausgedrückt, ergibt sich das Chiffrat

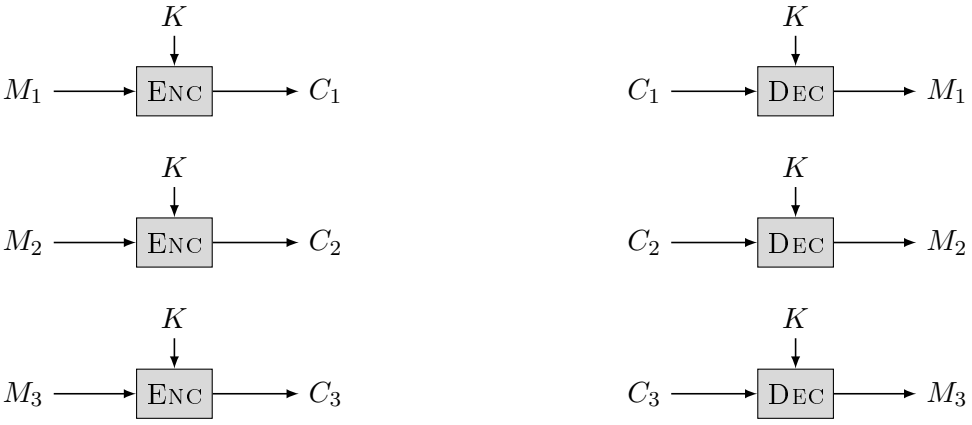
$C = (C_1, C_2, \ldots, C_n)$ zu einem Klartext $M = (M_1, M_2, \ldots, M_n)$ mit dem Schlüssel K durch den Zusammenhang

$$\forall i \in \{1, \ldots, n\} \colon C_i = \textsc{Enc}(K, M_i)\,,$$

während die Entschlüsselung durch

$$\forall i \in \{1, \ldots, n\} \colon M_i = \textsc{Dec}(K, C_i)$$

gegeben ist.



(a) Verschlüsselung im ECB-Modus. (b) Entschlüsselung im ECB-Modus.

Abbildung 2.9: Skizze der Verschlüsselung einer Nachricht $M = (M_1, M_2, M_3)$ sowie der Entschlüsselung des zugehörigen Chiffrats $C = (C_1, C_2, C_3)$ im ECB-Modus. Grafik basiert auf einer Vorlage von Martin Thoma [25].

Dieser Betriebsmodus hat im Hinblick auf die Sicherheit wenigstens zwei Nachteile, weshalb der Einsatz des Modus gut überlegt sein sollte:

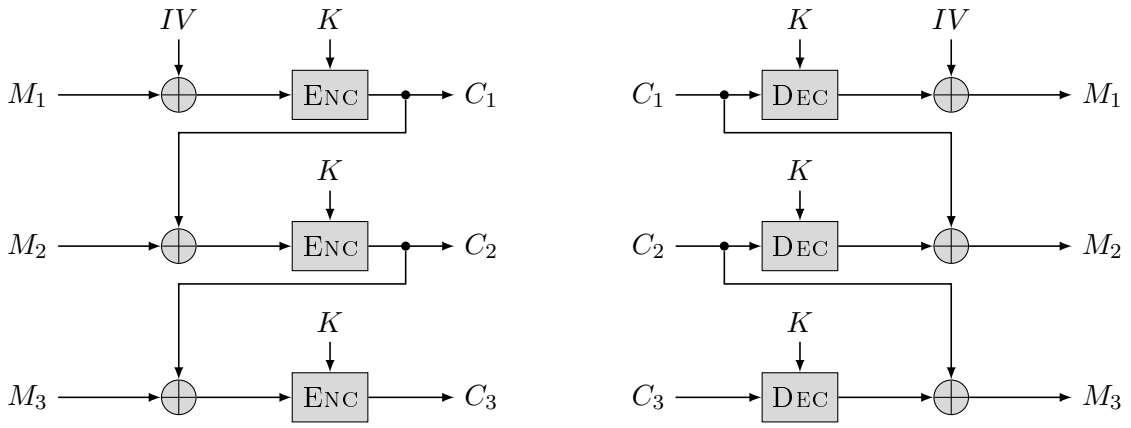
- Da gleiche Klartextblöcke, verschlüsselt mit dem gleichen Schlüssel, zu gleichen Chiffretextblöcken führen, kann ein *passiver*, das heißt lauschender Angreifer Information über den Klartext folgern, obwohl der Angreifer die Blöcke selbst nicht entschlüsseln kann. In anderen Worten, ist der ECB-Modus aufgrund des Determinismus strukturerhaltend. Besonders gut sichtbar wird diese Problematik an der Abbildung 2.13.
- Der zweite, schwerwiegendere Nachteil ist darin zu sehen, dass ein Angreifer den Chiffretext selbst ändern kann, ohne dass der Empfänger der Nachricht dies bemerkt. Solch einen Angriff nennen wir *aktiv*. Chiffretextblöcke, die mit dem gleichen Schlüssel chiffriert und bei vorausgegangenen Übertragungen aufgezeichnet wurden, könnten z.B. eingefügt werden, um den Sinn einer Nachricht zu ändern.

Aufgrund dieser Nachteile ist der ECB-Modus zumindest zur Verschlüsselung von Nachrichten, die länger als ein Block sind, nicht zu empfehlen. Tritt ein Bitfehler bei der Übertragung in Block C_i auf, so ist wegen der Unabhängigkeit der Chiffretextblöcke untereinander nur der Block C_i gestört, das heißt, bei der Dechiffrierung erhält man im Allgemeinen einen total gestörten Klartextblock. Alle folgenden Blöcke werden wieder korrekt dechiffriert. Es gibt also keine Fehlerfortpflanzung.

2.2.3.2 Cipher Block Chaining Mode (CBC-Modus)

Im *Cipher Block Chaining Mode* (CBC-Modus) wird eine Nachricht, genau wie im ECB-Modus, zuerst in Blöcke der Länge l zerlegt. Wie in Abbildung 2.10 gezeigt, benutzt das

CBC-Verfahren die Ausgabe eines jeden Chiffrierschrittes, um den folgenden Block „vorzuchiffrieren“. Für Anwendungen, wie die Festplattenverschlüsselung, ist es daher problematisch, auf CBC zu setzen: Zwar ist ein wahlfreier Lesezugriff – also das Entschlüsseln – auf den Chiffratblock C_i mit Kenntnis von C_{i-1} möglich, jedoch müssen für das Schreiben eines Blocks M_i alle nachfolgenden Klartextblöcke neuverschlüsselt werden. In der Praxis gibt es dennoch Varianten der Festplattenverschlüsselung, die CBC nutzen. Beispielsweise löst der *Linux Unified Key Setup (LUKS)* das Problem, indem Datenblöcke fester Größe, zum Beispiel 512 Byte, jeweils einzeln verschlüsselt werden.



(a) Verschlüsselung im CBC-Modus.

(b) Entschlüsselung im CBC-Modus.

Abbildung 2.10: Skizze der Verschlüsselung einer Nachricht $M = (M_1, M_2, M_3)$, sowie der Entschlüsselung des zugehörigen Chiffrats $C = (C_1, C_2, C_3)$ im CBC-Modus. Grafik basiert auf einer Vorlage von Martin Thoma [25].

Formal ausgedrückt, ergibt sich das Chiffrat $C = (C_1, C_2, \ldots, C_n)$ zu einem Klartext $M = (M_1, M_2, \ldots, M_n)$ mit dem Schlüssel K durch folgenden Zusammenhang:

$$C_0 = IV$$
$$\forall i \in \{1, \ldots, n\} \colon C_i = \textsc{Enc}(K, M_i \oplus C_{i-1})$$

Der erste Block M_1 wird mit einem Initialisierungsvektor $IV \in \{0,1\}^l$ bitweise modulo 2 addiert. Das Ergebnis wird wie im ECB-Modus verschlüsselt und ergibt den ersten Chiffretextblock C_1. Alle folgenden Blöcke M_i werden analog mit C_{i-1} verknüpft und anschließend verschlüsselt. Es hängt also jedes C_i von den vorausgegangenen Blöcken C_j, $1 \leq j < i$, und vom Initialisierungsvektor IV ab. Damit liefern gleiche Klartextblöcke M_i und M_j $(i \neq j)$ im Allgemeinen verschiedene C_i und C_j.

Die Entschlüsselung geschieht folgendermaßen:

$$C_0 = IV$$
$$\forall i \in \{1, \ldots, n\} \colon M_i = \textsc{Dec}(K, C_i) \oplus C_{i-1}$$

Daran erkennen wir, dass dem Empfänger zum vollständigen Nachrichtengewinn der Initialisierungsvektor mitgeteilt werden muss und das ohne Bedenken im Klartext geschehen kann. Denn, selbst zum Entschlüsseln des ersten Nachrichtenblocks M_1 ist wegen $M_1 = \textsc{Dec}(K, C_1) \oplus IV$ der Schlüssel K notwendig. In anderen Worten liefert der Initialisierungsvektor alleine keine Informationen.

Das Verfahren ist korrekt, da

$$\begin{aligned} M_i &= \textsc{Dec}(K, C_i) \oplus C_{i-1} \\ &= \textsc{Dec}\big(K, \textsc{Enc}(K, M_i \oplus C_{i-1})\big) \oplus C_{i-1} \\ &= M_i \oplus C_{i-1} \oplus C_{i-1}\,. \end{aligned}$$

Die Wahl des Initialisierungsvektors IV ist wichtig für die Sicherheit dieser Verschlüsselung, denn durch Änderung einzelner Bits des IV können gezielt bestimmte Bits des ersten Blockes verändert werden, der dadurch anfällig für sinnvolle Veränderungen ist.

Aufgrund der Verkettung der Chiffretextblöcke im CBC-Modus muss untersucht werden, welche Auswirkungen ein Bitfehler eines Chiffretextblocks nach sich zieht. Ein solcher Fehler kann beispielsweise bei der Übertragung oder durch gezieltes kippen, also einen aktiven Angriff, entstehen.

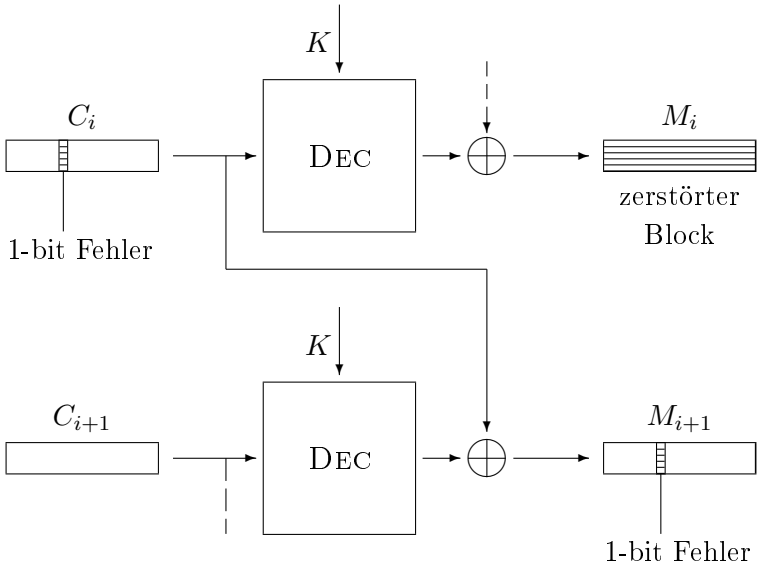


Abbildung 2.11: Fehlererweiterung beim CBC-Modus.

Tritt ein Bitfehler in C_i auf, so zeigt sich der in Abbildung 2.11 dargestellte Effekt. Die Ausgabe bei der Dechiffrierung des Blockes C_i ist rein zufällig, da ein gekipptes Bit in der Eingabe die Ausgabe, also M_i, völlig verändert. Durch die Verkettung der Blöcke wird auch M_{i+1} beschädigt. Im Speicher steht jetzt der bitfehlerbehaftete Chiffretextblock C_i. Durch die Addition modulo 2 wird bewirkt, dass an der Stelle des Bitfehlers im Block C_i im Klartextblock M_{i+1} nun auch ein Bitfehler entsteht. Nachfolgende Blöcke werden jedoch nicht mehr beeinflusst.

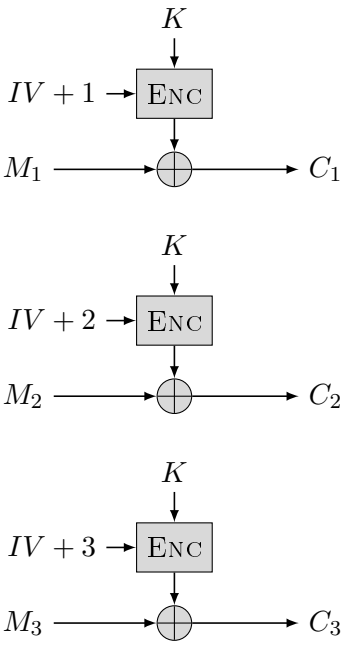
Der CBC-Modus ist selbstkorrigierend, Bitfehler innerhalb eines Blockes wirken sich bei der Entschlüsselung nur auf diesen und den nachfolgenden Block aus. Daraus folgt, dass der Initialisierungsvektor zum Start des Systems zwischen Sender und Empfänger nicht vereinbart sein muss. Wählen Sender und Empfänger je einen zufälligen IV, so kann nur Block M_1 vom Empfänger nicht korrekt wiedergewonnen werden.

Die eben erläuterte Art der Fehlererweiterung des CBC-Modus beinhaltet ein Sicherheitsrisiko: Durch das gezielte Verändern eines Bits im Chiffretext wird zwar der zugehörige Klartextblock völlig zerstört, aber im nächsten Klartextblock wird genau dieses Bit negiert, was von entscheidender Bedeutung sein kann[13].

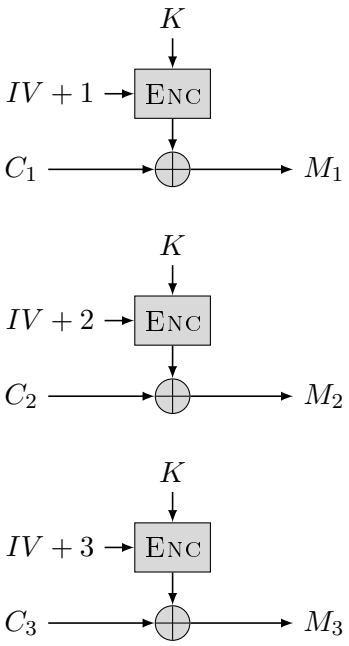
[13] Ein erfolgreich durchgeführter Angriff auf diese Schwachstelle ist hier beschrieben.

2.2.3.3 Counter Mode (CTR-Modus)

Betrachten wir nun einen Betriebsmodus, der die Vorteile des CBC-Modus bietet und gleichzeitig das Parallelisieren der Verschlüsselung und Entschlüsselung ermöglicht. Dieser Modus ist der *Counter Mode* (CTR-Modus).



(a) Verschlüsselung im CTR-Modus.



(b) Entschlüsselung im CTR-Modus.

Zu einer gegebenen Nachricht $M = (M_1, M_2, \ldots, M_n)$ berechnet sich das dazugehörige Chiffrat $C = (C_1, C_2, \ldots, C_n)$ durch

$$\forall i \in \{1, \ldots, n\} \colon C_i = \text{ENC}(K, IV + i) \oplus M_i \,.$$

Analog zum CBC-Modus verwendet CTR-Modus einen Initialisierungsvektor $IV \in \{0,1\}^l$, der zufällig und gleichverteilt vor jedem Verschlüsselungsvorgang gewählt werden muss. Der Unterschied zum CBC-Modus liegt in der Verschlüsselung: Zum Verschlüsseln eines Klartextblocks wird kein vorher berechneter Chiffratblock benötigt. Stattdessen wird für jedes C_i der IV um 1 erhöht; für keine zwei Chiffratblöcke C_i, C_j $(i \neq j)$ wird die gleiche Eingabe an die ENC-Funktion übergeben. Damit stellen wir sicher, dass gleiche Nachrichtenblöcke auf unterschiedliche Chiffratblöcke abgebildet werden. Um einen im CTR-Modus verschlüsselten Text $C = (C_1, C_2, \ldots, C_n)$ zu entschlüsseln, gehen wir blockweise folgendermaßen vor:

$$\forall i \in \{1, \ldots, n\} \colon M_i = \text{ENC}(K, IV + i) \oplus C_i$$

Wir sehen, dass das Entschlüsseln, wie beim CBC-Modus, parallelisierbar ist und dass der IV bekannt sein muss. Da der Initialisierungsvektor alleine keine Informationen über die Nachricht liefert, kann IV, wie beim CBC-Modus, im Klartext übertragen werden. Ein wesentlicher Unterschied zu den vorangegangenen Modi ist, dass zum Ver- und Entschlüsseln dieselbe Funktion ENC benutzt wird. ENC muss folglich nicht invertierbar sein.

Betrachten wir die Fehlerfortplanzung des CTR-Modus, stellen wir fest, dass wir gezielt Bits im Block M_i manipulieren können, indem wir sie in dem entsprechenden Chiffratblock C_i verändern. Nachrichten, die mit dem CTR-Modus verschlüsselt wurden, sind demzufolge bezüglich der XOR-Operation homomorph veränderbar. Wird hingegen der gewählte IV verändert, erfolgt eine komplette Zerstörung der ursprünglichen Nachricht.

2.2.3.4 Authentifizerte Betriebsmodi

Ein grundlegendes Problem einfacher Betriebsmodi ist, dass sie nicht vor aktiven Angreifern schützen. Authentifizierte Betriebsmodi bieten einen Lösungsansatz, indem sie zur Integritätssicherung Signaturverfahren mit einfachen Betriebsmodi verknüpfen. Grob gesagt erstellt ein Signaturverfahren einen Fingerabdruck einer Nachricht M, der dazu verwendet werden kann, sicherzustellen, dass die Nachricht unverändert übertragen worden ist. Dementsprechend existieren zwei Funktionen $\textsc{Sig}\colon \{0,1\}^k \times \{0,1\}^n \to \{0,1\}^m$ und $\textsc{Ver}\colon \{0,1\}^k \times \{0,1\}^n \times \{0,1\}^m \to \{0,1\}$, die die Signatur erstellen beziehungsweise verifizieren. Die Semantik ist durch den Zusammenhang $\textsc{Ver}(K, M, \textsc{Sig}(K, M)) = 1$ gegeben. Eine Nachricht wird demzufolge als korrekt übertragen angenommen, wenn das Verifizieren der entsprechenden Signatur 1 ergibt. Verfahren und Besonderheiten wollen wir in Kapitel 6 und 7 besprechen.

Im Unterschied zu den bisher betrachteten Betriebsmodi berechnet ein authentifizierter Betriebsmodus neben dem Chiffrat zusätzlich eine Signatur, um die Integrität der zugrundeliegenden Nachricht sicherzustellen. Ein Beispiel eines solchen Modus ist der *Galois/-Counter Mode* (GCM) [17]. Dieser verschlüsselt die Nachricht analog zum CTR-Modus und generiert die Signatur anhand einer Verknüpfung der einzelnen Chiffratblöcke. Vereinfacht dargestellt erhalten wir folgende Operationen, wobei $C \coloneqq \textsc{Enc}(K, M)$:

$$\begin{aligned} \mathit{EncryptAndAuthenticate}(K, M) &\coloneqq (C, \textsc{Sig}(K, C)) = (C, \sigma) \\ \mathit{DecryptAndAuthenticate}(K, C, \sigma) &\coloneqq \begin{cases} \textsc{Dec}(K, C) & \textsc{Ver}(K, \textsc{Dec}(K, C), \sigma) = 1 \\ \bot & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

Über welchen Bitstrom ein authentifizierter Modus die Signatur berechnet ist jedoch implementierungsabhängig.

Bei Bitfehlern unterscheiden wir zwischen Fehlern im Chiffrat- und im Signaturteil. Tritt ein Fehler im Chiffratteil auf, so ist der Effekt auf die entschlüsselten Daten abhängig von dem verwendeten Betriebsmodus. Bei GCM ist die Fehlerfortpflanzung analog zu CTR: Wird das Bit j im Block C_i negiert, ist auch Bit j in M_i negiert. Die Verifikation der Signatur schlägt im Falle eines Bitfehlers im Chiffratteil hingegen, unabhängig des verwendeten Modus, grundsätzlich fehl. Bei einem Fehler im Signaturteil schlägt die Verifikation ebenso fehl. Zwar bleibt der Klartext in diesem Fall unberührt, jedoch verfügt der Empfänger über keine Möglichkeit mehr, die Integrität der Nachricht zu überprüfen.

2.2.3.5 Zusammenfassung

In Abbildung 2.13 wird beispielhaft der Unterschied zwischen dem ECB-Modus und anderen Modi dargestellt. Auffällig ist, dass bei dem im ECB-Modus verschlüsselten Bild grundlegende Strukturen erhalten bleiben, während andere Modi das Bild unkenntlich machen. Für die Sicherheit ist es daher essentiell, sich Gedanken zu machen, welcher Verschlüsselungsmodus in welchem Kontext die gewünschten Eigenschaften liefert. In einem Szenario, in dem auch vor aktiven Angriffen Schutz geboten werden soll, kann nur der Galois/Counter-Modus Sicherheit bieten. Von den hier vorgestellten Modi ist er der einzige, der aufgrund des Chiffrat-Signatur-Paars neben Vertraulichkeit auch Datenintegrität sicherstellt. Jedoch gibt es noch immer Anwendungen, die den Modus nicht unterstützen.

Fundamentale Eigenschaften der einzelnen Modi sind in der unteren Tabelle aufgeführt. Beachte, dass die hier vorgestellten Modi nur ein Teil einer Vielzahl an existierenden Betriebsmodi sind.

(a) Original-Bild (b) ECB-Modus (c) anderer Modus, z.B. CTR

Quelle: Larry Ewing, 1996 [8]

Abbildung 2.13: Beispielhafter Vergleich verschiedener Modi

	ECB	CBC	CTR	Authentifizierte Betriebsmodi
Hauptsächliche Verwendung	Nachrichten, die kürzer als ein Block sind	Nachrichten, die länger als ein Block sind	Nachrichten, die länger als ein Block sind	Nachrichten, die vor Manipulationen geschützt werden sollen
IND-CPA* sicher	Nein	Ja**	Ja**	Vom Modus abhängig
Parallelisierbar	Ja	Nur Entschlüsselung	Ja	Vom Modus abhängig
Bit-Fehler im Block C_i an Stelle j	Block M_i zerstört	Block M_i zerstört und Bit j im Block M_{i+1} negiert	Bit j im Block M_i negiert	Auswirkung auf Entschlüsselung vom Modus abhängig; Signaturverifikation schlägt fehl

* IND-CPA ist ein Sicherheitsbegriff und wird in Abschnitt 3.3 definiert
** Hierfür muss der IV vor jeder Verschlüsselung zufällig gleichverteilt gewählt werden

Kapitel 3

Kryptographische Sicherheitsbegriffe

3.1 Sicherheitsparameter und effiziente Angreifer

Zu einer Funktion, für die sicherheitsrelevante Eigenschaften gefordert werden, wird in der Kryptographie oft ein *Sicherheitsparameter* k definiert. Informell gesagt, legt k das Sicherheitsniveau der Funktion fest. Beispielsweise parametrisiert er den Schlüsselraum eines Verschlüsselungsverfahrens, was es schwieriger macht, den korrekten Schlüssel zu raten oder per Brute-Force zu berechnen.

Beispiel 3.1. *Wir betrachten ein symmetrisches Verschlüsselungsverfahren für das als Schlüsselraum $\{0,1\}^k$ verwendet wird und die Schlüssel gleichverteilt zufällig gezogen werden. Die Schlüssel sind also Bitstrings der Länge k und es existieren 2^k mögliche Schlüssel. Somit muss ein Angreifer im Worst-Case bei der Brute-Force Methode 2^k Schlüssel durchprobieren oder kann den korrekten Schlüssel durch (einmaliges) Raten mit Wahrscheinlichkeit $1/2^k$ bestimmen.*

Fall $k = 128$: *Es existieren $2^{128} > 3.4 \cdot 10^{38}$ mögliche Schlüssel.*

Fall $k = 512$: *Es existieren $2^{512} > 1.3 \cdot 10^{154}$ mögliche Schlüssel. Zum Größenvergleich: Die Anzahl an Atomen im sichtbaren Universum wird häufig auf 10^{80} geschätzt.*

Zur Analyse der Sicherheitseigenschaften eines kryptographischen Verfahrens betrachtet man hauptsächlich Angreifer, die *effizient*, das heißt in ihrer Rechenzeit geeignet eingeschränkt sind. In der Komplexitätstheorie und auch in der Kryptographie wird ein effizienter Algorithmus mit einer polynomial-beschränkten Laufzeit in der Eingabegröße gleichgesetzt. In anderen Worten ist ein Algorithmus bei Eingabe eines Bit-Strings der Länge n genau dann effizient, wenn es ein $c \in \mathbb{N}$ gibt, so dass seine Laufzeit im schlechtesten Fall in $O(n^c)$ liegt. Wie betrachten in der Kryptographie also asymptotische Sicherheit, ähnlich wie die asymptotische Laufzeitbetrachtung in der Algorithmik.

Um präzise über die Laufzeit im Bezug auf den Sicherheitsparameter argumentieren zu können, erhalten Algorithmen und Angreifer den Bit-String 1^k als Eingabe (hiermit ist der Bitstring bestehende aus k Einsen gemeint). Ihre Rechenzeit ist damit also durch den Sicherheitsparameter k begrenzt.[1]

Ein effizienter Angreifer muss also in $O(k^c)$-Schritten, $c \in \mathbb{N}$, eine Lösung berechnen. Somit ist beispielsweise die eingangs erwähnte Brute-Force-Attacke auf einen Schlüsselraum $\{0,1\}^k$ ausgeschlossen, da die Laufzeit in $O(2^k)$ liegt, also exponentiell ist. Neben der

[1] Deshalb wird auch 1^k statt k übergeben, da k mithilfe von nur $O(\log(k))$ Bits repräsentierbar ist. Die Laufzeit der Algorithmen könnte so also nur abhängig von $O(\log(k)) \neq k$ betrachtet werden.

Begrenzung der Rechenzeit erlauben wir einem Angreifer probabilistische Algorithmen zu verwenden. Einen solchen Angreifer bezeichnen wir als *probabilistic polynomial time* (PPT) Angreifer.

Damit ein kryptographisches Verfahren als sicher gelten kann, muss die Erfolgswahrscheinlichkeit eines Angreifers möglichst „klein“ sein. In der Kryptographie hat sich hier der Begriff der *Vernachlässigbarkeit* durchgesetzt:

Definition 3.2 (Vernachlässigbarkeit)**.** Eine Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ ist *vernachlässigbar*, wenn gilt:

$$\forall c \in \mathbb{N}_0 \; \exists k_0 \in \mathbb{N} \; \forall k \geq k_0 : |f(k)| \leq \frac{1}{k^c}$$

Eine vernachlässigbare Funktion „verschwindet“ (d.h. geht gegen Null) also schneller als der Kehrwert jedes Polynoms. Beispielsweise ist $f = \frac{1}{2^k}$ vernachlässigbar in k, $f = \frac{1}{k^2}$ jedoch nicht.

Die Wahl eines für die Praxis geeigneten Sicherheitsparameters ist nicht trivial. Hierbei müssen viele Faktoren beachtet werden. Beispielsweise gelten für uns Angriffe mit exponentieller Laufzeit als nicht effizient, die stetig schneller werdende Hardware macht aber immer mehr solche Angriffe praktikabel durchführbar. Außerdem darf nicht nur der naive Brute-Force-Angriff in Betracht gezogen werden. Für viele Verfahren gibt es weitere nicht effiziente Angriffe, unter anderem die schon vorgestellte lineare Kryptoanalyse. Diese Angriffe haben zwar ebenfalls exponentielle Laufzeit, sind aber effizienter als der Brute-Force Angriff. Der Sicherheitsparameter muss also so gewählt werden, dass alle bekannten ineffizienten Angriffe auch tatsächlich nicht in praktikabler Zeit durchführbar sind.

Der Sicherheitsparameter ist hauptsächlich ein theoretisches Werkzeug, um über Laufzeiten und Erfolgswahrscheinlichkeiten argumentieren zu können. In der Praxis wird er implizit durch die Wahl der Schlüssellänge festgelegt. Aus den obigen Gründen ist es ratsam, sich bei der Wahl der Schlüssellänge an die Empfehlungen von vertrauenswürdigen Instanzen oder Standards zu halten. Solche Empfehlungen gibt es beispielsweise vom Bundesamt für Sicherheit in der Informationstechnik oder der European Union Agency for Network and Information Security.

3.2 Semantische Sicherheit

Nachdem wir uns bereits mit Verschlüsselungssystemen auseinandergesetzt haben, stellt sich natürlich die Frage, welche Form von Sicherheit wir erreichen möchten. Eines der primären Ziele war es bisher, dass ein PPT-Angreifer durch das Chiffrat keinerlei Informationen über den Klartext erhält. Dies entspricht dem Begriff der *semantischen Sicherheit*, welcher 1983 in einer Arbeit von Shafi Goldwasser und Silvio Micali [10] definiert wurde und besagt umgangssprachlich:

> *Alle Informationen, die mit C effizient über M berechnet werden können, sind auch ohne das Chiffrat berechenbar.*

Dabei ist zu beachten, dass diese Form von Sicherheit lediglich passive Angriffe abdeckt.

Um semantische Sicherheit formal zu beschreiben, verwenden wir die Idee eines *Orakels*. Ein Orakel funktioniert als *black box*, bei dem der Fragende zwar das Ergebnis, jedoch nichts über dessen Berechnung in Erfahrung bringt. Betrachten wir beispielsweise ein Verschlüsselungsorakel, so liefert es bei Eingabe eines Klartextes M das entsprechende Chiffrat

$\textsc{Enc}(K, M)$, wobei K fest in das Orakel implementiert ist. Wir schreiben $\mathcal{A}^{\textsc{Enc}(K,\cdot)}$, wenn einem Angreifer $\mathcal{A}$ ein solches Orakel zur Verfügung steht.

Definition 3.3 (Semantische Sicherheit)**.** Ein symmetrischer Verschlüsselungsalgorithmus ist semantisch sicher, wenn es für jede M-Verteilung von Nachrichten gleicher Länge, jede Funktion f und jeden PPT-Algorithmus $\mathcal{A}$ einen PPT-Algorithmus $\mathcal{B}$ gibt, so dass

$$\Pr\left[\mathcal{A}^{\textsc{Enc}(K,\cdot)}\left(\textsc{Enc}\left(K, M\right)\right) = f(M)\right] - \Pr\left[\mathcal{B}(\epsilon) = f(M)\right]$$

vernachlässigbar ist.

Allerdings impliziert die Existenz von mehrfach benutzbaren, semantisch sicheren Verfahren damit $P \neq NP$. Das bedeutet, falls $P = NP$ gelten sollte, kann es kein solches Verfahren geben. Außerdem ist diese Definition technisch schwer zu handhaben, da sie viele Quantoren enthält. Hierfür wurden handlichere, aber äquivalente Begriffe eingeführt, wie beispielsweise *IND-CPA*.

3.3 Der IND-CPA-Sicherheitsbegriff

IND-CPA steht für *indistinguishability under chosen-plaintext attacks*. Bei einem Verfahren, welches diese Sicherheit besitzt, kann ein polyomiell beschränkter Angreifer $\mathcal{A}$ die Chiffrate von selbstgewählten Klartexten nicht unterscheiden.

Definition 3.4 (IND-CPA-Sicherheit)**.** Betrachte folgendes Experiment mit einem Herausforderer $\mathcal{C}$ und einem PPT-Angreifer $\mathcal{A}$, bei dem $\mathcal{C}$ einen Schlüssel K zufällig gleichverteilt wählt und $\mathcal{A}$ ein Verschlüsselungsorakel $\textsc{Enc}(K, \cdot)$ bereitstellt:

- $\mathcal{A}$ kann sich zu jedem Zeitpunkt jedes beliebige M vom Orakel verschlüsseln lassen

1. $\mathcal{A}$ wählt zwei Nachrichten $M_1 \neq M_2$ gleicher Länge
2. $\mathcal{A}$ erhält $C^* := \textsc{Enc}(K, M_b)$ für ein von $\mathcal{C}$ zufällig gleichverteilt gewähltes $b \in \{1, 2\}$
3. $\mathcal{A}$ gewinnt, wenn er b korrekt errät

Ein Verfahren heißt IND-CPA-sicher, wenn der Vorteil des PPT-Angreifers gegenüber dem Raten einer Lösung, also $\Pr\left[\mathcal{A} \text{ gewinnt}\right] - \frac{1}{2}$, für alle PPT-Angreifer $\mathcal{A}$ vernachlässigbar ist.

Der Orakelbegriff ermöglicht es uns einem Angreifer neben C^* zusätzliche Informationen zu geben und dementsprechend einen stärkeren Sicherheitsbegriff zu erhalten. So sind beispielsweise deterministische Verfahren grundsätzlich nicht IND-CPA-sicher. Wir bemerken, dass der IND-CPA-Sicherheitsbegriff beispielsweise impliziert, dass der Schlüssel K schwer, also nicht in Polynomialzeit, berechenbar ist: Angenommen $\mathcal{A}$ kennt K, dann kann der Angreifer C^* entschlüsseln, mit M_1 und M_2 vergleichen und gewinnt somit immer. Es gilt also $\Pr\left[\mathcal{A} \text{ gewinnt}\right] - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$ und damit ist die IND-CPA-Sicherheit des zugrundeliegenden Verschlüsselungsverfahrens gebrochen.

Theorem 3.5. *Ein Verfahren ist genau dann semantisch sicher, wenn es IND-CPA-sicher ist.*

Beweis. *ohne Beweis*

Da der Beweis dieser Aussage über das Niveau einer einführenden Kryptographie-Vorlesung hinausgeht, wollen wir an dieser Stelle auf eine Ausführung verzichten und verweisen den interessierten Leser auf die Arbeit von Goldwasser und Micali [10]. Bemerken möchten wir

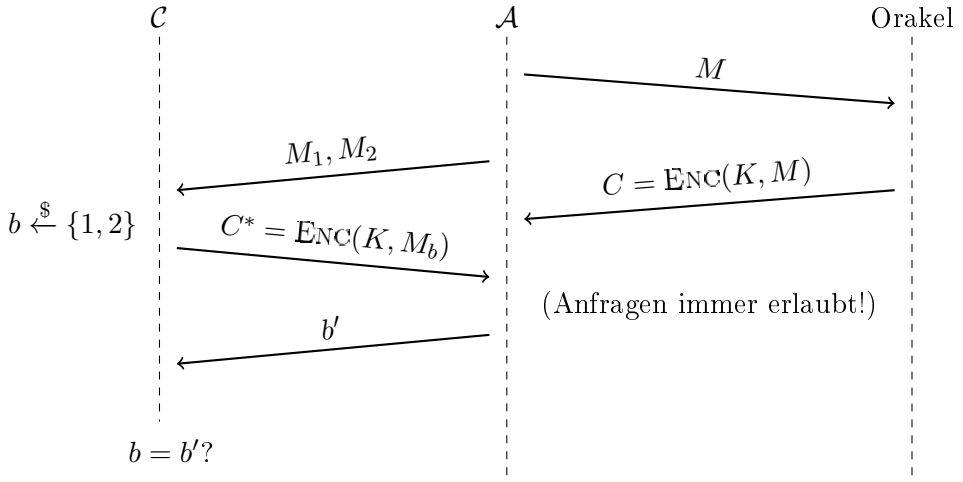


Abbildung 3.1: Nachrichtenaustausch während des IND-CPA-Experiments.

jedoch, dass die Autoren nicht von der IND-CPA-Sicherheit eines Verschlüsselungsverfahrens sprechen, sondern ein entsprechendes Verfahren als „polynomial secure“ bezeichnen.

3.3.1 Beispiel ECB-Modus

Behauptung Keine Blockchiffre ist im ECB-Modus IND-CPA-sicher.

Beweis Betrachte folgenden PPT-Angreifer $\mathcal{A}$:

- $\mathcal{A}$ wählt zwei Klartextblöcke $M_1 \neq M_2$ beliebig
- $\mathcal{A}$ erhält $C^* := \text{Enc}(K, M_b)$ für ein von $\mathcal{C}$ zufällig gleichverteilt gewähltes $b \in \{1, 2\}$
- $\mathcal{A}$ erfragt $C_1 = \text{Enc}(K, M_1)$ durch sein Orakel
- $\mathcal{A}$ gibt 1 aus, genau dann, wenn $C_1 = C^*$, sonst gibt er 2 aus
- $\Pr[\mathcal{A} \text{ gewinnt}] = 1$, also ist das Schema nicht IND-CPA-sicher

Bei diesem Beispiel nutzt der Angreifer die Schwäche des ECB-Modus, dass gleiche Klartextblöcke immer zu gleichen Chiffrat-Blöcken werden, aus.

3.3.2 Beispiel CBC-Modus

Behauptung Eine Blockchiffre ist im CBC-Modus genau dann IND-CPA-sicher, wenn die Verschlüsselungsfunktion $\text{Enc}(K, \cdot)\colon \{0,1\}^n \to \{0,1\}^n$ nicht von einer zufälligen Funktion $R\colon \{0,1\}^n \to \{0,1\}^n$ unterscheidbar ist.

Beweisidee

(IND-CPA-sicher $\Rightarrow$ Ununterscheidbarkeit)
$\Leftrightarrow$ IND-CPA-unsicher $\Leftarrow$ Unterscheidbarkeit
Wenn ein Angreifer $\text{Enc}(K, \cdot)$ von einer Zufallsfolge unterscheiden kann, ist zwischen mindestens zwei Verschlüsselungsergebnissen ein Zusammenhang erkennbar. Es gibt somit mindestens einen Fall, bei dem der Angreifer zusätzliche Informationen für das Zuordnen des Chiffrats besitzt. Daher gilt für zufällig

gewählte Nachrichten im IND-CPA-Experiment: $\Pr[\mathcal{A} \text{ gewinnt}] > \frac{1}{2} \Rightarrow$ IND-CPA-unsicher.

IND-CPA-sicher $\Leftarrow$ Ununterscheidbarkeit
Wenn die Verschlüsselungsfunktion aus Sicht des Angreifers nicht von einer Zufallsfunktion unterscheidbar ist, gibt es keine bekannten Zusammenhänge der Verschlüsselungen. Somit ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Angreifer ein Chiffrat korrekt zuordnet, genau $\frac{1}{2}$.

3.4 Der IND-CCA-Sicherheitsbegriff

Der CPA-Angreifer ist mit Zugriff auf ein Verschlüsselungsorakel ausgestattet. Er kann sich jedmöglichen Klartext verschlüsseln lassen und versuchen, Muster in den Ausgaben des Orakels zu erkennen. Eingeschränkt ist er dennoch, da ihm die Möglichkeit fehlt, zu beliebigen Ciphertexten den Klartext zu berechnen. Ein stärkerer Sicherheitsbegriff ist daher IND-CCA (*indistinguishability under chosen-ciphertext attacks*). Dabei suggeriert das Akronym CCA bereits einen mächtigeren Angreifer. Das in 3.3 vorgestellte Experiment können wir problemlos auf einen IND-CCA-Angreifer anpassen.

Definition 3.6 (IND-CCA-Sicherheit)**.** Betrachte folgendes Experiment mit einem Herausforderer $\mathcal{C}$ und einem PPT-Angreifer $\mathcal{A}$, bei dem $\mathcal{C}$ einen Schlüssel K zufällig gleichverteilt wählt und $\mathcal{A}$ ein Verschlüsselungsorakel $\textsc{Enc}(K, \cdot)$ sowie ein Entschlüsselungsorakel $\textsc{Dec}(K, \cdot)$ bereitstellt:

- $\mathcal{A}$ kann sich zu jedem Zeitpunkt jedes beliebige M vom Verschlüsselungsorakel verschlüsseln lassen
- $\mathcal{A}$ kann sich zu jedem Zeitpunkt jedes beliebige C vom Entschlüsselungsorakel entschlüsseln lassen, ausgenommen das Chiffrat C^*, welches er in Schritt 2 von $\mathcal{C}$ bekommen hat

1. $\mathcal{A}$ wählt zwei Nachrichten $M_1 \neq M_2$ gleicher Länge
2. $\mathcal{A}$ erhält $C^* := \textsc{Enc}(K, M_b)$ für ein von $\mathcal{C}$ zufällig gleichverteilt gewähltes $b \in \{1, 2\}$
3. $\mathcal{A}$ gewinnt, wenn er b korrekt errät

Ein Verfahren heißt IND-CCA-sicher, wenn der Vorteil des PPT-Angreifers gegenüber dem Raten einer Lösung, also $\Pr[\mathcal{A} \text{ gewinnt}] - \frac{1}{2}$, für alle PPT-Angreifer $\mathcal{A}$ vernachlässigbar ist.

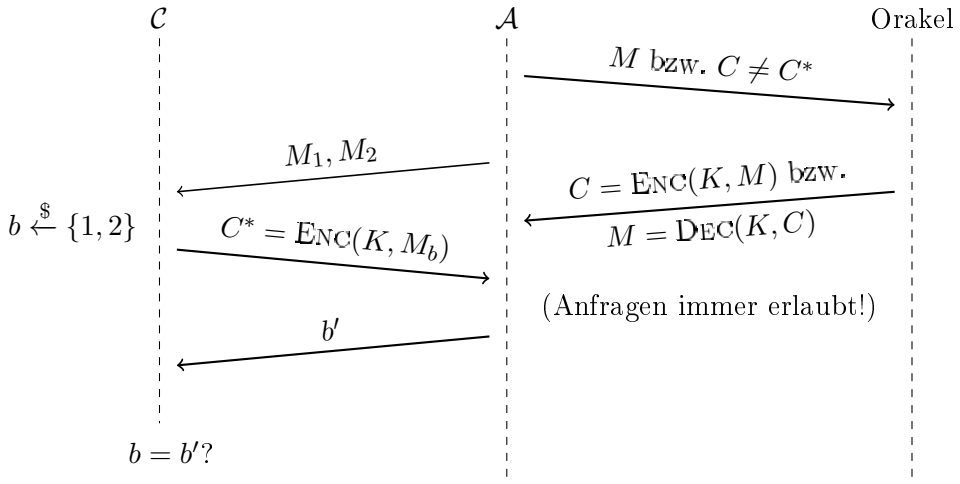


Abbildung 3.2: Nachrichtenaustausch während des IND-CCA-Experiments.

Kapitel 4

Hashfunktionen

4.1 Grundlagen

Hashfunktionen sind Funktionen, die von einer großen, potentiell unbeschränkten Menge in eine kleinere Menge abbilden, also

$$H_k \colon \{0,1\}^* \to \{0,1\}^k \,,$$

wobei k den in 3.1 eingeführten Sicherheitsparameter bezeichnet. Diese Funktionen werden dazu verwendet, größere Datenmengen effizient zu kennzeichnen (ihnen sozusagen einen Fingerabdruck zuzuordnen). Die Anwendungsgebiete für Hashfunktionen in der Informatik sind vielfältig, wir werden uns aber in diesem Skript auf ihre kryptographischen Anwendungen beschränken.

4.2 Sicherheitseigenschaften

Um eine Hashfunktion im kryptographischen Sinne verwenden zu können, reicht eine Funktion, die von einer großen Menge in eine kleine Menge abbildet, nicht aus. Sie muss zusätzlich einige weitere Anforderungen erfüllen.

4.2.1 Kollisionsresistenz

Die wichtigste Eigenschaft einer Hashfunktion H ist die Kollisionsresistenz (*collision resistance*). Das bedeutet, es soll schwierig sein, zwei unterschiedliche Urbilder X, X' zu finden, für die gilt:

$$X \neq X' \text{ und } H(X) = H(X')$$

Da wir von einer großen in eine kleine Menge abbilden, kann H nicht injektiv sein. Es ist uns also nicht möglich, Kollisionen komplett zu verhindern. Trotzdem können wir fordern, dass diese möglichst selten auftreten. Präziser formuliert verlangen wir, dass bei jeder kollisionsresistenten Hashfunktion ein PPT Algorithmus eine Kollision nur mit vernachlässigbarer Wahrscheinlichkeit findet.

Definition 4.1 (Kollisionsresistenz)**.** Eine Funktion H_k ist kollisionsresistent, wenn jeder PPT-Algorithmus nur mit höchstens vernachlässigbarer Wahrscheinlichkeit eine Kollision

findet. Präziser formuliert ist der Vorteil für jeden PPT-Angreifer $\mathcal{A}$

$$Adv^{cr}_{H,\mathcal{A}}(k) := \Pr\left[(X, X') \leftarrow \mathcal{A}(1^k) : X \neq X' \wedge H_k(X) = H_k(X')\right]$$

in k vernachlässigbar.

4.2.2 Einwegeigenschaft

Die zweite kryptographisch wichtige Eigenschaft von Hashfunktionen ist die Einwegeigenschaft (*pre-image resistance*), die sicherstellt, dass eine Hashfunktion nur in eine Richtung berechenbar ist. Genauer gesagt fordern wir, dass es bei einem gegebenen Wert $H(X)$ *schwierig* ist, ein passendes X zu finden.

Angewendet wird diese Eigenschaft beispielsweise beim Speichern von Passwörtern auf einem Server. Der Server speichert nur $H(X)$ ab und vergleicht bei einem Anmeldungsversuch lediglich $H(X)$ mit dem ihm vom Client zugesendeten $H(X')$. Dadurch muss das Passwort nicht im Klartext auf dem Server liegen. Wie wir in Kapitel 11 sehen werden, gibt es aber effiziente Angriffsmöglichkeiten, weswegen heutzutage neben dem Hash des Passworts auch noch ein *Salt* gespeichert wird, der zufällig für jedes Passwort generiert wird. Ebenfalls nützlich ist die Einwegeigenschaft bei der Integritätssicherung von Daten. Wenn die verwendete Hashfunktion die Einwegeigenschaft erfüllt, ist es schwierig, einen Datensatz so zu verändern, dass der Hashwert des Datensatzes gleich bleibt und die Veränderung sich nicht bemerkbar macht.

Es stellt sich nun die Frage, wie eine Hashfunktion beschaffen sein muss, damit sie die Einwegeigenschaft erfüllen kann. Ist z.B. die Urbildmenge zu klein, kann durch Raten einfach auf ein passendes X' geschlossen werden. Außerdem sollte es intuitiv keinen Kandidaten X' als Urbild für $H(X)$ geben, der wahrscheinlicher ist als andere Kandidaten. Um das zu erreichen, wird für die Elemente der Urbildmenge üblicherweise eine Gleichverteilung angestrebt.

Definition 4.2 (Einwegfunktion)**.** Eine über k parametrisierte Funktion H ist eine Einwegfunktion bezüglich der Urbildverteilung χ_k, wenn jeder PPT-Algorithmus nur mit höchstens vernachlässigbarer Wahrscheinlichkeit ein Urbild eines gegebenen, aus χ_k bezogenen Bildes findet. Genauer ist der Vorteil für jeden PPT-Angreifer $\mathcal{A}$

$$Adv^{ow}_{H,\mathcal{A}}(k) := \Pr\left[X' \leftarrow \mathcal{A}(H(X), 1^k) : H(X) = H(X')\right]$$

in k vernachlässigbar, wobei $X \leftarrow \chi_k$ gewählt wurde. Dabei muss $\mathcal{A}$ nicht zwingend $X' = X$ zurückgeben.

Die Forderungen nach Kollisionsresistenz und Einwegeigenschaft, die wir bisher für eine kryptographische Hashfunktion aufgestellt haben, hängen bei näherer Betrachtung sehr eng miteinander zusammen. Das führt uns zu folgender Feststellung:

Theorem 4.3. *Jede kollisionsresistente Hashfunktion $H_k\colon \{0,1\}^* \to \{0,1\}^k$ ist eine Einwegfunktion bzgl. der Gleichverteilung auf $\{0,1\}^{2k}$.*

Beweisidee. *Bei $X \in \{0,1\}^{2k}$ hat fast jedes Urbild X viele „Nachbarn“ X' mit $H(X) = H(X')$. Also gilt für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Element $H(X)$ der Bildmenge nur ein einziges Urbild X besitzt:*

$$\Pr\left[|H^{-1}(H(X))| = 1\right] \leq \frac{2^k}{2^{2k}} = \frac{1}{2^k}$$

Beweis. *Zu jedem H-Invertierer $\mathcal{A}$ geben wir nun einen H-Kollisionsfinder $\mathcal{B}$ an mit*

$$Adv^{cr}_{H,\mathcal{B}}(k) \geq \frac{1}{2} \cdot Adv^{ow}_{H,\mathcal{A}}(k) - \frac{1}{2^{k+1}}$$

Nun wählt $\mathcal{B}$ ein $X \leftarrow \{0,1\}^{2k}$ gleichverteilt zufällig und gibt $H(X)$ als Eingabe an $\mathcal{A}$. $\mathcal{B}$ setzt nun $X' \leftarrow \mathcal{A}(1^k, H(X))$ und gibt (X, X') aus.
Dann gilt für $\mathcal{B}$s Erfolgswahrscheinlichkeit:

$$\begin{aligned}
&\Pr[\mathcal{B} \textit{ gewinnt}] \\
&= \Pr\left[H(X) = H(X') \wedge X \neq X'\right] \\
&= \Pr\left[\mathcal{A} \textit{ invertiert} \wedge X \neq X'\right] \\
&\geq \Pr\left[\mathcal{A} \textit{ invertiert} \wedge X \neq X' \wedge |H^{-1}(H(X))| > 1\right] \\
&= \underbrace{\Pr\left[X \neq X' \,\middle|\, \mathcal{A} \textit{ invertiert} \wedge |H^{-1}(H(X))| > 1\right]}_{\geq \frac{1}{2}} \cdot \underbrace{\Pr\left[\mathcal{A} \textit{ invertiert} \wedge |H^{-1}(H(X))| > 1\right]}_{\geq \Pr[\mathcal{A} \textit{ invertiert}] - \frac{1}{2^k}} \\
&\geq \frac{1}{2} \cdot Adv^{ow}_{H,\mathcal{A}}(k) - \frac{1}{2^{k+1}}
\end{aligned}$$

□

4.2.3 Target Collision Resistance

Die *Target Collision Resistance* (auch *second pre-image resistance* oder *universal one-way*) ist eine weitere Eigenschaft, die zur Bewertung von Hashfunktionen herangezogen wird. Genügt eine Hashfunktion H der Target Collision Resistance, ist es *schwierig*, für ein gegebenes Urbild X ein $X' \neq X$ zu finden, für das gilt: $H(X') = H(X)$.

Die Target Collision Resistance stellt einen Zwischenschritt zwischen Kollisionsresistenz und Einwegeigenschaft dar: Kollisionsresistenz impliziert die Target Collision Resistance, welche wiederum die Einwegeigenschaft impliziert. Formal ergibt sich:

Definition 4.4 (Target Collision Resistance)**.** Eine über k parametrisierte Funktion H genügt der Target Collision Resistance, falls für jeden PPT-Angreifer $\mathcal{A}$ bei gegebenem, zufällig gezogenem X die Wahrscheinlichkeit

$$Adv^{tcr}_{H,\mathcal{A}}(k) := \Pr\left[X' \leftarrow \mathcal{A}(X, 1^k) : X \neq X' \wedge H_k(X) = H_k(X')\right]$$

in k vernachlässigbar ist.

Beispiel 4.5. *Eine Anwendung von kryptographischen Hashfunktionen ist die Computer-Forensik. Hierbei wird, z.B. zur Verbrechensermittlung, eine Festplatte auf bestimmte Dateien hin untersucht. Da man sich den Aufwand ersparen möchte, alle Dateien händisch zu untersuchen, geht man wie folgt vor:*

1. *Erstelle eine Whitelist, die für bekannte, gutartige Dateien(z.B. Bestandteile des Betriebssystems) die Hashwerte enthält, sowie ein Blacklist für entsprechend bösartige Dateien.*
2. *Untersuche diejenigen Dateien, die auf keiner der beiden Listen genannt sind, genauer.*

Wenn die verwendete Hash-Funktion nun nicht target-kollisionsresistent ist, kann dies verwendet werden, um bösartige Dateien zu verstecken. Angenommen, ein Terrorist möchte die Datei `bombenbauanleitung.pdf` *so speichern, dass sie im Falle einer Beschlagnamung des Computers nicht entdeckt wird. Er benennt sie deshalb um in* `betriebsanleitung.pdf`*. Außerdem bricht er die Target-Kollisionsresistenz und verändert seine Datei so, dass ihr Hash mit dem der Betriebsanleitung des Betriebssystems übereinstimmt. Diese wird mit großer Wahrscheinlichkeit auf der Whitelist der Polizei stehen. Deshalb wird sie bei einer Untersuchung nicht auffallen.[23]*

4.3 Merkle-Damgård-Transformation

In der Praxis werden Hashfunktionen benötigt, die nicht nur die Eigenschaften aus den obigen Abschnitten berücksichtigen, sondern auch flexibel in ihrer Eingabelänge und konstant in ihrer Ausgabelänge sind. Typischerweise werden für diesen Zweck *Merkle-Damgård-Transformation* eingesetzt.

4.3.1 Struktur von Merkle-Damgård

Die Eingabenachricht wird bei einer Merkle-Damgård-Transformation H_{MD} zunächst in Blöcke $M_1, \ldots, M_n$ mit fester Blocklänge l aufgeteilt. Auf diese Blöcke wird anschließend nacheinander eine Kompressionsfunktion $F\colon \{0,1\}^{l+k} \to \{0,1\}^k$ angewendet, die die Blöcke auf eine feste Länge $k \leq l$ verkürzt.

Aus dem ersten Nachrichtenblock M_1 und dem Initialisierungsvektor $IV \in \{0,1\}^k$ wird durch die Kompressionsfunktion ein Bitstrom Z_1 der Länge k berechnet, der mit Hilfe von M_2 zu Z_2 berechnet wird. Diese Berechnung setzen wir analog für die restlichen Nachrichtenblöcke fort und erhalten mit Z_n den Hashwert für die Nachricht. Formal dargestellt erhalten wir:

$$Z_0 = IV$$
$$\forall i \in \{1, \ldots, n\}\colon Z_i = F(Z_{i-1} \parallel X_i)$$

Der Ablauf ist schematisch in Abbildung 4.1 gezeigt.

Der Initialisierungsvektor IV wird dabei für jede Hashfunktion fest gewählt. Aus Sicherheitsgründen ist es, wie wir in Beweis 4.3.2 sehen werden, notwendig, die Nachrichtenlänge an das Ende der Nachricht anzuhängen. Falls es im letzten Block nicht genügend freie Bits gibt, wird diese an das Ende eines neuen Blocks geschrieben. Die übrigen Bits werden gepaddet.

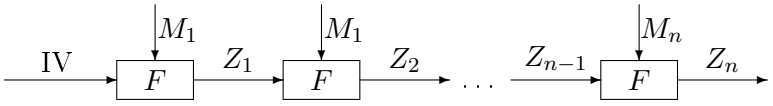


Abbildung 4.1: Merkle-Damgård-Transformation H_{MD}

4.3.2 Sicherheitseigenschaften einer Merkle-Damgård-Transformation

Die Sicherheit einer Merkle-Damgård-Transformation H_{MD} hängt stark von der verwendeten Kompressionsfunktion F ab:

Theorem 4.6. *Ist F kollisionsresistent, so ist auch H_{MD} kollisionsresistent.*

Beweis. *Gegeben sei zwei Nachrichten $M \neq M'$ mit $H_{\mathrm{MD}}(M) = H_{\mathrm{MD}}(M')$. Wir führen diese Kollision nun auf eine Kollision in F zurück. Da es eine Kollision in H_{MD} gibt, gilt $Z_n = F(Z_{n-1} \parallel M_n) = F(Z'_{n-1} \parallel M'_n) = Z'_n$.*

Fall 1: *$Z_{n-1} \neq Z'_{n-1}$ oder $M_n \neq M'_n \Rightarrow$ Es wurde eine Kollision in F gefunden.*

Fall 2: *$Z_{n-1} = F(Z_{n-2} \parallel M_{n-1}) = F(Z'_{n-2} \parallel M'_{n-1}) = Z'_{n-1} \Rightarrow$ Wir überprüfen analog beide Fälle für die Bitstrings $Z_{n-2} \parallel M_{n-1}$ und $Z'_{n-2} \parallel M'_{n-1}$.*

Wir überprüfen beide Fälle für alle Argumente $Z_{i-1} \parallel M_i$, $Z'_{i-1} \parallel M'_i$ $(1 \leq i \leq n)$, bis wir eine Kollision in F gefunden haben. Da nach Voraussetzung $M \neq M'$ gilt und die Nachrichtenlängen angehängt wurden, gibt es mindestens ein $M_i \neq M'_i$ und damit eine Kollision in F.

□

4.3.3 Bedeutung von Merkle-Damgård

4.3.3.1 Secure Hash Algorithm (SHA)

Im Jahr 1995 veröffentlichte die NIST den von der NSA entworfenen, auf der Merkle-Damgård-Transformation beruhenden, kryptographischen Hashalgorithmus *Secure Hash Algorithm 1* (SHA-1) [20]. Lange Zeit war SHA-1 die wichtigste kryptographische Hashfunktion, bis der Algorithmus im Jahr 2005 zumindest theoretisch gebrochen wurde. Es existieren also Angriffe, die schneller als eine Brute-Force-Suche sind, eine explizite Kollision wurde bislang allerdings nicht gefunden. In Folge des Bekanntwerdens der Schwachstellen empfiehlt die NIST auf die Verwendung von SHA-1 zu verzichten. Dennoch hat SHA-1 wenig von seiner Verbreitung eingebüßt und wird heutzutage immer noch weitreichend verwendet, z.B. bei Prüfsummen.

Ablauf des Hash-Vorgangs

1. Teile die Nachricht in n 512-Bit große Blöcke $M_1, \ldots, M_n$ auf und padde den letzten Block bei Bedarf
2. Initialisiere $H_0^{(0)}, \ldots, H_4^{(0)}$ mit fest gewählten Konstanten und setze $a = H_0^{(0)}, \ldots, e = H_4^{(0)}$
3. Für alle Nachrichtenblöcke M_i von $i = 1, \ldots, n$:
   (a) Führe 80 Berechnungsrunden $t = 0, \ldots, 79$ aus, um die neuen Hashwerte für $a, \ldots, e$ zu bestimmen
   (b) Setze $H_0^{(i)} = H_0^{(i-1)} + a, \ldots, H_4^{(i)} = H_4^{(i-1)} + e$
4. Gebe $H_0^{(n)} \parallel \ldots \parallel H_4^{(n)}$ als 160-Bit Hashwert (*message digest*) aus

In jeder der 80 Berechnungsrunden zum Berechnen eines Zwischenergebnisses werden folgende Funktionen, Konstanten und Variablen verwendet:

- Rundenfunktion F_t führt, je nach Index, unterschiedliche Elementaroperationen auf den 32-Bit langen Variablen b, c, d aus
- Konstante K_t hat, je nach Index, vier verschiedene Werte

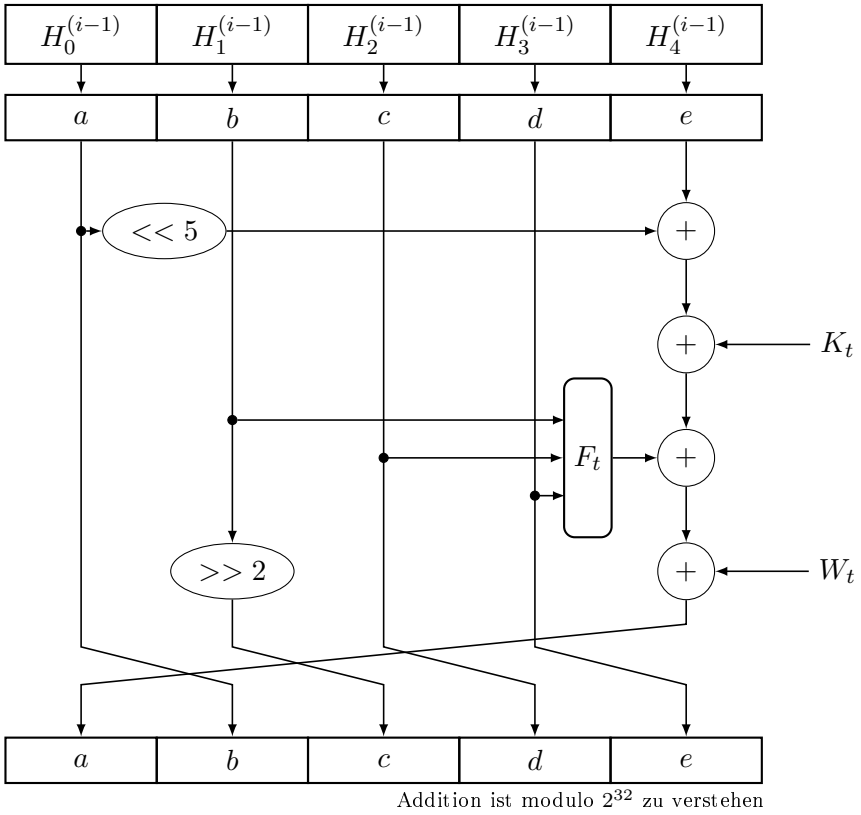


Abbildung 4.2: Schema der Berechnungsrunde

- Variable W_t, als *message schedule* bezeichnet, besteht in den ersten 16 Runden jeweils aus einem 32-Bit Wort des aktuellen 512-Bit großen Nachrichtenblocks M_i und in den verbleibenden 64 Runden aus einem rekursiv berechneten Wert vergangener message schedules des gleichen Blocks.

Für die Eingangs erwähnten Angriffe auf die beschriebene Konstruktion wird die Möglichkeit ausgenutzt, für eine Runde Kollisionen zu finden und versucht, diese auf mehrere Runden auszuweiten. Dabei sind auch ähnliche Ausgaben hilfreich. Der schnellste der im Jahr 2005 vorgestellten Algorithmen benötigt mit ungefähr 2^{63}-Schritten (vgl. 2^{80}-Schritte für einen Brute-Force-Angriff) zwar noch immer einen beträchtlichen Rechenbedarf, erzeugt jedoch Kollisionen über alle 80 Berechnungsrunden.

Neben SHA-1 ist der im Jahr 1992 von Ronald Rivest veröffentlichte MD5-Algorithmus eine bekannte Hashfunktion, die auf dem Merkle-Damgård-Konstrukt beruht und für eine Vielzahl kryptographischer Anwendungen und Datenintegritäts-Sicherung eingesetzt wurde. Von der Verwendung von MD5 sollte für sicherheitsrelevante Anwendungsszenarien mittlerweile jedoch abgesehen werden: Im Unterschied zu SHA-1 können bei MD5 explizite Kollisionen gefunden werden. Im Jahr 2013 stellten Xie Tao, Fanbao Liu und Dengguo Feng den bis dato besten Angriff vor, der aus einer Menge von etwa 2^{18} MD5 Hashwerten ein Kollisionspaar findet. Heutige Prozessoren benötigen dafür weniger als eine Sekunde.

Aufgrund der Verwundbarkeit von MD5 und SHA-1 empfiehlt die NIST heutzutage mindestens eine Hashfunktion der SHA-2-Familie zu verwenden. Ähnlich zu SHA-1 basieren die Funktionen dieser Hash-Familie auf der Merkle-Damgård-Konstruktion, bieten jedoch in der Praxis, aufgrund des größeren Bildraums, ein höheres Maß an Sicherheit. Theoretisch aber bleiben die Funktionen, wegen großen Ähnlichkeiten in der Konstruktion, verwundbar. Deshalb wurde im Jahr 2013 mit SHA-3 („Keccak"-Algorithmus) der Versuch gestartet,

eine grundlegend andere kryptographische Hashfunktion zu standardisieren.[1]

4.4 Angriffe auf Hashfunktionen

4.4.1 Birthday-Attack

Für diesen Angriff berechnen wir möglichst viele $Y_i = H(X_i)$. Danach suchen wir unter diesen Hashwerten nach Gleichheit (und finden so $X \neq X'$ mit $H(X) = Y = Y' = H(X')$).

Vorgehen:

1. Schreibe (X_i, Y_i) in Liste. Dabei ist $X_i \in \{0,1\}^{2k}$ gleichverteilt und $Y_i = H(X_i)$.
2. Sortiere die Liste nach Y_i.
3. Untersuche die Liste auf Y_i-Kollisionen.

Theorem 4.7. *Sei $n \leq 2^{\frac{k}{2}}$ und $Y_1, \ldots, Y_n \in \{0,1\}^k$ unabhängig gleichverteilt. Dann gibt es $i \neq j$ mit $Y_i = Y_j$ mit Wahrscheinlichkeit $p > \frac{1}{11} \cdot \frac{n^2}{2^k}$.*

Beweis. *ohne Beweis*

Wir haben also schon für $n = 2^{\frac{k}{2}}$ zufällige, verschiedene X_i mit einer Wahrscheinlichkeit von $p > \frac{1}{11}$ Kollisionen unter den den dazugehörigen Y_i. Für die Berechnung brauchen wir $\Theta(k \cdot 2^{\frac{k}{2}})$ Schritte und haben einen Speicherbedarf von $\Theta(k \cdot 2^{\frac{k}{2}})$ Bits.

4.4.2 Weitere Angriffe

Auch ein Meet-in-the-Middle-Angriff kann die Zeit zum Auffinden einer Kollision verkürzen. Allerdings setzt dieser Angriff voraus, dass die Hashfunktion eine „Rückwärtsberechnung“ zulässt.

Angriffsbeschreibung

- Gegeben: $M = (M_1, \ldots, M_n), H(M), i$
- Gesucht: $M' = (M'_1, \ldots, M'_n) \neq M$, so dass $H(M') = H(M)$
  1. Teile M in Substrings $P = (M_1, \ldots, M_i)$ und $S = (M_{i+1}, \ldots, M_n)$
  2. Berechne für jedes $P' = (M'_1, \ldots, M'_i)$ den Wert $Z = H(P')$
  3. Sortiere die Liste aller Z, um binäre Suche zu ermöglichen
  4. Rechne ausgehend von $H(M)$ für ein $S' = (M'_{i+1}, \ldots, M'_n)$ zu Z' zurück
     (a) Falls Z' in der Liste aller Z enthalten ist und das entsprechende $P' \neq P$ oder $S' \neq S$, dann haben wir eine Kollision für M mit $M' = P' \| S'$ gefunden
     (b) Wiederhole den Schritt ansonsten für ein anderes S'

[1] Die Übersicht über den Standardisierungsprozess findet sich auf http://csrc.nist.gov/groups/ST/hash/sha-3/sha-3_standardization.html.

Der Aufwand für diesen Angriff nähert sich asymptotisch dem für die Geburtstagsattacke an.

$$IV \xrightarrow{P'} Z \xrightarrow{S'} H(M)$$

Abbildung 4.3: Hilfsskizze für Meet-in-the-Middle-Angriff auf eine Hashfunktion H

4.4.3 Fazit

Die vorgestellten Angriffe zeigen, dass sich der Aufwand zum Finden einer Kollision gegenüber einer Brute-Force-Attacke stark verringern lässt. Bei einer Hash-Ausgabe mit einer Länge $\geq k$ Bits kann man nur mit einer „Sicherheit“ von $\frac{k}{2}$ Bits rechnen.

Kapitel 5

Asymmetrische Verschlüsselung

Symmetrische Verschlüsselung, wie wir sie in den letzten Kapiteln behandelt haben, funktioniert über ein gemeinsames Geheimnis K (siehe Abbildung). Das verursacht uns einige Unannehmlichkeiten:

- das gemeinsame Geheimnis K muss auf einem sicheren Kanal übertragen werden
- bei n Benutzern werden im System $\binom{n}{2} = \frac{n \cdot (n-1)}{2}$ Schlüssel verwendet (für jedes Teilnehmerpaar einen)

5.1 Idee

Asymmetrische Verschlüsselung, auch *Public-Key-Kryptographie* genannt, basiert auf der Grundidee, für die Verschlüsselung (öffentlich) einen anderen Schlüssel zu verwenden als für die Entschlüsselung (privat).

Die Vorteile eines Public-Key-Verfahrens sind offensichtlich. Wir benötigen für den Schlüsselaustausch keinen sicheren Kanal mehr, sondern könnten sogar ähnlich einem Telefonbuch ein öffentliches Verzeichnis mit den öffentlichen Schlüsseln anlegen. Außerdem müssen nicht mehr so viele Schlüssel gespeichert werden: Bei n Benutzern gibt es nur noch n öffentliche (und n geheime) Schlüssel.

Die Sicherheit eines solchen Verfahrens hängt davon ab, wie schwierig es für einen Angreifer ist, vom (allgemein bekannten) öffentlichen Schlüssel pk auf den (geheim gehaltenen) privaten Schlüssel sk zu schließen. Um das praktisch unmöglich zu machen, greift man auf Probleme zurück, die nach aktuellem Forschungsstand nicht effizient lösbar sind. Im Folgenden werden zwei Verfahren vorgestellt, die asymetrische Verschlüsselung basierend auf dem RSA-Problem bzw. dem DLOG-Problem konstruieren.

Damit Bob eine asymmetrisch verschlüsselte Nachricht an Alice senden zu können, benötigt er ihren öffentlichen Schlüssel. Dieser darf unverschlüsselt verschickt werden, es muss aber sichergestellt werden, dass der Schlüssel nicht bei der Kommunikation manipuliert wurde.

Abbildung 5.1: Unterschiede in der Vorbereitung von symmetrisch und asymmetrisch verschlüsselter Kommunikation

Dies geschieht über eine sogenannte *Public Key Infrastructure*, was hier jedoch nicht weiter vertieft wird.

5.2 RSA

Das bekannteste Public-Key-Verfahren ist RSA (1977). Es ist benannt nach seinen Erfindern Ronald Rivest, Adi Shamir und Leonard Adleman.

5.2.1 Erweiterter Euklidischer Algorithmus

Um das Vorgehen der Schlüsselerzeugung des RSA-Algorithmus erklären zu können, führen wir den *Erweiterten Euklidischen Algorithmus* (EEA) als Hilfskonstrukt ein, der es uns erlaubt, das inverse Element t zu B über einer multiplikativen Gruppe $\mathbb{Z}_A^*$ zu bestimmen. Für gegebene Parameter A und B berechnet der EEA neben dem größten gemeinsamen Teiler $\mathrm{ggT}(A, B)$ zwei ganze Zahlen s und t, sodass

$$\mathrm{ggT}(A, B) = s \cdot A + t \cdot B\,.$$

Für das RSA-Verfahren reicht es, den Spezialfall $\mathrm{ggT}(A, B) = 1$ zu betrachten, der folgenden Zusammenhang liefert:

$$\begin{aligned} & 1 = s \cdot A + t \cdot B \\ \Leftrightarrow\ & 1 \equiv t \cdot B \pmod{A} \end{aligned}$$

Bezüglich $\mathbb{Z}_A^*$ ist t also das zu B multiplikativ-inverse Element. Das Vorgehen betrachten wir beispielhaft für $B = 23$, zu dem das inverse Element über $\mathbb{Z}_{192}^*$ bestimmt werden soll.

Wir betrachten im Folgenden zwei Varianten des erweiterten Euklidischen Algorithmus.

Der EEA entwickelt zwei Variablen s und t iterativ, sodass gilt:

$$\begin{aligned} s_{i+1} &= s_{i-1} - f_{i+1} \cdot s_i \\ t_{i+1} &= t_{i-1} - f_{i+1} \cdot t_i \end{aligned}$$

Hierbei ist $f_i = \max\{f : f \cdot B_i \leq A_i\}$ und die größte Zahl, die $R_i > 0$

Beispiel 5.1 (EEA). *Es sei $A = A_2 = 192$ und $B = B_2 = 23$. Es ist offensichtlich* $\mathrm{ggT}(192, 23) = 1$, *da B prim ist. Nun berechnen wir ausgehend von $i = 2$ in*

$$A_i = f_i \cdot B_i + R_i$$

jeweils $f_i = \max\{f : f \cdot B_i \leq A_i\}$ und $R_i > 0$, bis $R_i = 0$. Dabei ist $A_{i+1} = B_i$ und $B_{i+1} = R_i$. Parallel dazu entwickeln wir die Parameter s und t über die Gleichungen vorwärts. *Wir erhalten demnach*

	Gleichung	R_i	s_i	t_i	
(0)	$192 = 1 \cdot 192 + 0 \cdot 23$	192	1	0	
(1)	$23 = 0 \cdot 192 + 1 \cdot 23$	23	0	1	
	EEA				
(2)	$192 = 8 \cdot 23 + 8$	8	1	-8	$(0) - 8 \cdot (1)$
(3)	$23 = 2 \cdot 8 + 7$	7	-2	17	$(1) - 2 \cdot (2)$
(4)	$8 = 1 \cdot 7 + 1$	1	3	-25	$(2) - 1 \cdot (3)$
(5)	$7 = 7 \cdot 1 + 0$	0	-23	192	$(3) - 7 \cdot (4)$

Varianten 1: Vorwärts-Entwicklung

Die vom EEA berechneten Werte, das heißt die Parameter s und t, stehen in der (4). Zeile. Es ist also

$$\begin{aligned} & 1 = 3 \cdot 192 + (-25) \cdot 23 \\ \Leftrightarrow\ & 1 \equiv (-25) \cdot 23 \pmod{192} \\ \Leftrightarrow\ & 1 \equiv (192 - 25) \cdot 23 \pmod{192} \\ \Leftrightarrow\ & 1 \equiv 167 \cdot 23 \pmod{192}, \end{aligned}$$

und somit 167 *das zu* 23 *multiplikativ-inverse Element bezüglich* $\mathbb{Z}^*_{192}$.

Varianten 2: Rückwärts-Entwicklung

Ebenso ist es möglich, die Parameter s und t rückwärts *zu berechnen. Dazu werden, ausgehend von (2), die Gleichungen (3), (4) und (5) aufgestellt und anschließend wie folgt ineinander eingesetzt:*

$$\begin{aligned} 1 &\overset{(4)}{=} 8 - 1 \cdot 7 \\ &\overset{(3)}{=} 8 - 1 \cdot (23 - 2 \cdot 8) = -23 + 3 \cdot 8 \\ &\overset{(2)}{=} -23 + 3 \cdot (192 - 8 \cdot 23) = 3 \cdot 192 - 25 \cdot 23 \\ &\equiv -25 \cdot 23 \pmod{192} \\ &\equiv 167 \cdot 23 \pmod{192} \end{aligned}$$

5.2.2 Vorgehen

Um RSA nutzen zu können, brauchen wir drei Algorithmen: Einen Generator-Algorithmus Gen, einen Verschlüsselungsalgorithmum Enc und einen Entschlüsselungsalgorithmus Dec.

5.2.2.1 Generator-Algorithmus

Für die Erstellung eines Schlüsselpaares werden zwei große Primzahlen benötigt. Die Berechnung des öffentlichen und privaten Schlüssels funktioniert folgendermaßen:

- Wähle zwei große Primzahlen P, Q mit $P \neq Q$ und vorgegebener Bitlänge k
- Berechne $N = P \cdot Q$

- Berechne $\varphi(N) = (P-1)(Q-1)$[1]
- Wähle $e \in \{3, \ldots, \varphi(N)-1\}$, wobei $\text{ggT}(e, \varphi(N)) = 1$
- Berechne mit Hilfe des EEA das zu e multiplikativ-inverse Element d bezüglich $\varphi(N)$, d.h. $d \equiv e^{-1} \pmod{\varphi(N)}$

Damit ist der geheime Schlüssel $sk = (N, d)$ und $pk = (N, e)$ der öffentliche Schlüssel. Üblicherweise werden P und Q zufällig gleichverteilt aus den ungeraden Zahlen der Bitlänge k gezogen, bis P und Q prim sind. Der Nachrichtenraum ist $\mathbb{Z}_N$.

5.2.2.2 Ver- und Entschlüsselung

Für die Ver- und Entschlüsselungsfunktion gilt:

$$\begin{aligned} \textsc{Enc}(pk, M) &= M^e \mod N \\ \textsc{Dec}(sk, C) &= C^d \mod N \end{aligned}$$

Wie immer muss $\textsc{Dec}(\textsc{Enc}(M)) = M$ gelten. Für die Korrektheit von RSA bedeutet das, dass

$$(M^e)^d \equiv M^{ed} \equiv M \pmod{N}$$

erfüllt sein muss. Um das zu beweisen, verwenden wir den Kleinen Satz von Fermat und den Chinesischen Restsatz.

Theorem 5.2 (Kleiner Satz von Fermat). *Für primes P und $M \in \{1, \ldots, P-1\}$ gilt: $M^{P-1} \equiv 1 \mod P$.*

Beweis. *ohne Beweis*

Daraus folgt auch: $\forall M \in \mathbb{Z}_P, \alpha \in \mathbb{Z} : (M^{P-1})^\alpha \cdot M \equiv M \mod P$.

Theorem 5.3 (Chinesischer Restsatz). *Sei $N = P \cdot Q$ mit P, Q teilerfremd. Dann ist die Abbildung $\mu : \mathbb{Z}_N \to \mathbb{Z}_P \times \mathbb{Z}_Q$ mit $\mu(M) \equiv (M \mod P, M \mod Q)$ bijektiv.*

Beweis. *ohne Beweis*

Daraus folgt auch: $(X \equiv Y \mod P) \wedge (X \equiv Y \mod Q) \Rightarrow X \equiv Y \mod N$.

Theorem 5.4 (Korrektheit von RSA). *Sei $N = P \cdot Q$ mit P, Q teilerfremd und prim. Seien weiter e, d teilerfremd wie oben. Dann ist $M^{ed} \equiv M \mod N$ für alle $M \in \mathbb{Z}_N$.*

Beweis. *Nach Definition gilt $e \cdot d \equiv 1 \mod (P-1)(Q-1)$. Daraus folgt:*

$$\begin{aligned} (P-1)(Q-1) \mid ed-1 \quad &\Rightarrow \quad P-1 \mid ed-1 \\ &\Rightarrow \quad ed = \alpha(P-1)+1 \quad (\textit{für } \alpha \in \mathbb{Z}) \\ &\Rightarrow \quad M^{ed} = (M^{(P-1)})^\alpha \cdot M \overset{Fermat}{\equiv} M \mod P \end{aligned}$$

Analog ist $M^{ed} \equiv M \mod Q$.
Da $N = P \cdot Q$ ergibt sich mithilfe des Chinesischen Restsatzes:

$$(M^{ed} \equiv M \mod P) \wedge (M^{ed} \equiv M \mod Q) \Rightarrow M^{ed} \equiv M \mod N$$

□

[1] φ bezeichnet die Eulersche Phi-Funktion. Sie gibt für jede natürliche Zahl n an, wie viele zu n teilerfremde natürliche Zahlen es gibt, die nicht größer als n sind: $\varphi(n) := |\{a \in \mathbb{N} \mid 1 \leq a \leq n \wedge \text{ggT}(a, n) = 1\}|$. Insbesondere ist $\varphi(N)$ die Anzahl multiplikativ invertierbarer Elemente im Restklassenring $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$. Sie ist multiplikativ, d.h. es gilt für teilerfremde n, m: $\varphi(m \cdot n) = \varphi(m) \cdot \varphi(n)$. Da eine Primzahlen p nur durch 1 und sich selbst teilbar ist, gilt $\varphi(p) = p-1$. Somit gilt für zwei Primzahlen p, q also $\phi(p*q) = \phi(p)\phi(q) = (p-1)(q-1)$

Das bisher behandelte Verfahren wird häufig *Textbook-RSA* gennant und umfasst das grundlegende Prinzip von RSA. Textbook-RSA weist einige Schwächen auf, die im nächsten Kapitel genauer besprochen werden. Deshalb sollte es in der Praxis nicht verwendet werden.

5.2.3 Sicherheit von (Textbook-)RSA

Bevor wir die Sicherheit von RSA betrachten, benötigen wir einen Sicherheitsbegriff, an dem wir uns bei der Beurteilung von asymmetrischen Verschlüsselungsverfahren orientieren können. Wir definieren semantische Sicherheit, vergleichbar mit der Definition für symmetrische Chiffren in Kapitel 3.2 und äquivalent zu IND-CPA.

Definition 5.5 (Semantische Sicherheit für Public-Key-Verfahren)**.** Ein Public-Key-Verschlüsselungsschema ist *semantisch sicher*, wenn es für jede M-Verteilung von Nachrichten gleicher Länge, jede Funktion f und jeden PPT-Algorithmus $\mathcal{A}$ einen PPT-Algorithmus $\mathcal{B}$ gibt, so dass

$$\Pr\left[\mathcal{A}(1^k, pk, \textsc{Enc}(pk, M)) = f(M)\right] - \Pr\left[\mathcal{B}(1^k) = f(M)\right]$$

vernachlässigbar (als Funktion im Sicherheitsparameter) ist.

Umgangssprachlich formuliert bedeutet semantische Sicherheit, dass jeder Angreifer über ein Chiffrat C nur die Länge der Eingabe lernt.

Definition 5.6 (IND-CPA-Sicherheit für asymetrische Chiffren)**.** Betrachte folgendes Experiment mit einem Herausforderer $\mathcal{C}$ und einem PPT-Angreifer $\mathcal{A}$. $\mathcal{C}$ generiert mit dem Generator-Algorithmus ein Schlüsselpaar (pk, sk). $\mathcal{A}$ erhält zu Beginn pk.

- $\mathcal{A}$ kann sich zu jedem Zeitpunkt jedes beliebige M mithilfe von pk verschlüsseln.

1. $\mathcal{A}$ wählt zwei Nachrichten M_1, M_2 gleicher Länge
2. $\mathcal{A}$ erhält $C^* := \textsc{Enc}(pk, M_b)$ für ein von $\mathcal{C}$ zufällig gleichverteilt gewähltes $b \in \{1, 2\}$
3. $\mathcal{A}$ gewinnt, wenn er b korrekt errät

Ein Verfahren heißt IND-CPA-sicher, wenn der Vorteil des Angreifers gegenüber dem Raten einer Lösung, also $\Pr[\mathcal{A} \text{ gewinnt}] - \frac{1}{2}$, für alle PPT-Angreifer $\mathcal{A}$ vernachlässigbar ist.

Der IND-CPA-Begriff unterscheidet sich also dadurch, dass ein Angreifer $\mathcal{A}$ kein Orakel mehr braucht, sondern Chiffrate selbst mit dem öffentlichen Schlüssel erzeugen kann.

RSA ist deterministisch, d.h. eine Nachricht M wird unter Verwendung desselben Schlüssels pk immer zum gleichen Chiffrat C_M verschlüsselt. Dadurch kann ein PPT-Angreifer zwei Chiffrate effizient voneinander unterscheiden (z.B. $\textsc{Enc}(pk, \text{annehmen})$ und $\textsc{Enc}(pk, \text{ablehnen})$). RSA ist also nicht IND-CPA-sicher (und damit auch nicht semantisch sicher).

Ein mathematisches Problem, dass eng mit der Sicherheit von RSA verknüpft ist, ist die Faktorisierung von natürlichen Zahlen. Hierbei geht es darum eine gegebene Zahl N in seine Primzahlfaktoren zu zerlegen. Zur Zeit ist kein Algorithmus bekannt, der das Faktorisierungsproblem in Polynomialzeit löst. Wäre ein solcher Algorithmus bekannt, so könnte man leicht RSA „brechen“, indem man N in P und Q faktorisiert und dann mit Hilfe des euklidischen Algorithmus und dem öffentlichen Schlüssel den geheimen Schlüssel berechnet. Umgekehrt ist jedoch nicht bekannt, ob ein Algorithmus der RSA bricht [2] auch einen

[2] Im Sinne von schwächeren Sicherheitsbegriffen. Unter gewissen mathematischen Annahmen (die nicht mit der Faktorisierung zu verwechseln sind) kann man beispielsweise zeigen, dass es schwierig ist, aus ei-

Algorithmus impliziert, der das Faktorisierungsproblem effizient löst. Dies ist eine wichtige offene Forschungsfrage der Kryptographie. [3]

Es gibt neben dem Faktorisieren jedoch noch einige andere Angriffspunkte, die im Folgenden umrissen werden.

Wahl von e: Aus Effizienzgründen liegt es auf den ersten Blick nahe, den Parameter e aus dem öffentlichen Schlüssel nicht für jeden Benutzer neu zu berechnen, sondern für alle gleich zu wählen. Da diese Wahl nur den öffentlichen Schlüssel betrifft, scheint diese Einschränkung nicht kritisch zu sein, führt jedoch zu Problemen, wenn dieselbe Nachricht M an mehrere unterschiedliche Benutzer verschlüsselt gesendet wird.

Sei beispielsweise $e = 3$. Ein PPT-Angreifer, der die drei öffentlichen Schlüssel pk_1, pk_2, pk_3 kennt, mit denen M verschlüsselt wurde, kann sich die Nachricht M berechnen. Hierzu verwendet man den chinesischen Restsatz:

Es gibt ein X mit

$$\begin{aligned} X &\equiv M^3 \mod N_1 \\ X &\equiv M^3 \mod N_2 \\ X &\equiv M^3 \mod N_3 \end{aligned}$$

und mit dem chinesischen Restsatz

$$X \equiv M^3 \mod N_1 N_2 N_3$$

Da $M < N_2, N_2, N_3$ gilt insbesondere $M^3 < N_1 N_2 N_3$, also kann man nun die 3-te Wurzel von X in $\mathbb{Z}$ berechnen und hat damit M.

Wahl von N: Nutzen zwei Benutzer Schlüssel mit dem selben N, ergeben sich zwei weitere Angriffe:

- Wird wieder dieselbe Nachricht M mit zwei öffentlichen Schlüsseln (N, e_1) und (N, e_2) chiffriert und gilt weiterhin $\mathrm{ggT}(e_1, e_2) = 1$ in $\mathbb{Z}$, kann ein PPT-Angreifer aus den Chiffraten M berechnen:

$$\begin{aligned} & re_1 + se_2 = 1 \\ \Longrightarrow C_1^r C_2^s \mod N &= M^{re_1} M^{se_2} \mod N \\ &= M^{re_1 + se_2} \mod N \\ &= M \end{aligned}$$

- Ist N für zwei Benutzer A, B gleich, dann kennen beide Benutzer P und Q, also auch $\varphi(N)$. Damit kann A mit $pk_A = (N, e_A)$ nun einfach ein d'_B zu Benutzer B mit $pk_B = (N, e_B)$ berechnen mit

$$d'_B = e_A^{-1} \mod \varphi(N)$$

.

nem gegebenen RSA-Chiffrat den kompletten Klartext zu berechnen. Diese Sicherheitsbegriffe werden in dieser Vorlesung aber nicht weiter thematisiert.

[3] In der gängigen populärwissenschaftlichen Literatur und Magazinen liest man häufig Sätze wie „RSA zu brechen is so schwierig wie Faktorisieren“dies ist, wie oben argumentiert, mit Vorsicht zu genießen.

Homomorphie: Auf der multiplikativen Gruppe $(\mathbb{Z}, \cdot)$ des RSA-Modulus gilt der Zusammenhang

$$\begin{aligned}\textsc{Enc}(pk, M_1) \cdot \textsc{Enc}(pk, M_2) &\equiv M_1^e \cdot M_2^e \\ &= (M_1 \cdot M_2)^e \\ &\equiv \textsc{Enc}(pk, M_1 \cdot M_2) \pmod N\end{aligned}$$

und wir sehen, dass RSA homomorph ist. Folgendes Beispiel soll veranschaulichen, zu welchen Zwecken die Homomorphie ausgenutzt werden kann:

Beispiel 5.7. *Wir betrachten eine Auktion mit dem Auktionsleiter A und zwei Bietern B_1 und B_2. Damit keiner der Interessenten einen anderen knapp überbietet oder sich von den Geboten anderer in seiner eigenen Abgabe beeinflussen lässt, nimmt der Auktionator die Gebote verschlüsselt entgegen. Dafür hat er seinen öffentlichen Schlüssel pk_A zur Verfügung gestellt. Das Gebot eines Bieters wird chiffriert und zur Aufbewahrung an den Auktionator geschickt. Wenn die Zeit abgelaufen ist, werden keine neuen Preisvorschläge mehr angenommen, die eingegangenen Gebote entschlüsselt und der Höchstbietende ermittelt.*

Der unehrliche Bieter B_2 kann nun seinen Preisvorschlag mithilfe des verschlüsselten Gebots von B_1 zu seinen Gunsten wählen. Dafür setzt er z.B. $C_2 = C_1 \cdot \textsc{Enc}(pk_A, 2)$ oder, wenn er besonders sparsam ist, $C_2 = C_1 \cdot \textsc{Enc}(pk_A, 1001/1000 \mod N)$. Damit kann er das Gebot von B_1 verdoppeln bzw. knapp überbieten, ohne dass der Auktionator und der ehrliche Bieter B_1 ihm Betrug nachweisen können.

5.2.4 Sicheres RSA

Wir haben festgestellt, dass RSA deterministisch und damit nicht semantisch sicher ist. Die gepaddete Variante *RSA optimal asymmetric encryption padding* (RSA-OAEP) dagegen ist IND-CCA-sicher im *Random Oracle Model*[4]. Wir verwenden dabei eine Zufallszahl R, mit deren Hilfe wir die Nachricht M vor dem Verschlüsseln abwandeln. Zu diesem Zweck wird die in Abbildung 5.2 dargestellte Konstruktion von Hashfunktionen G, H verwendet. R muss nach dem Entschlüsseln nicht gespeichert werden, da es sich mit $Y \oplus H(X)$ berechnen lässt, aber $\textsc{Enc}_R(M)$ lässt sich nun nicht mehr so einfach mit anderen Chiffraten abgleichen.

5.2.4.1 Verschlüsselung mit RSA-OAEP

Um mit RSA-OAEP zu verschlüsseln, wendet man erst das Padding-Verfahren aus Grafik 5.2 an und verschlüsselt danach mit RSA, wobei das Schlüsselpaar wie bei RSA generiert wurde:

- Wähle R zufällig.
- Berechne

$$\begin{aligned}X &= m \oplus G(R) \\ Y &= R \oplus H(X)\end{aligned}$$

- Konstruiere den Verschlüsselungsalgorithmus:

$$\textsc{Enc}_{OAEP}(pk, M) = \textsc{Enc}(pk, X||Y)$$

[4] Im Random Orcale Model geht man von einer idealisierten Form von Hashfunktionen aus, die in der Realität nicht existiert. Trotzdem wurde bisher kein in diesem Model als sicher bewiesenes Verfahren „gebrochen“. Die Bewertung des Random Orcale Models ist ein viel diskutiertes Thema, worauf hier aber nicht weiter eingegangen werden soll.

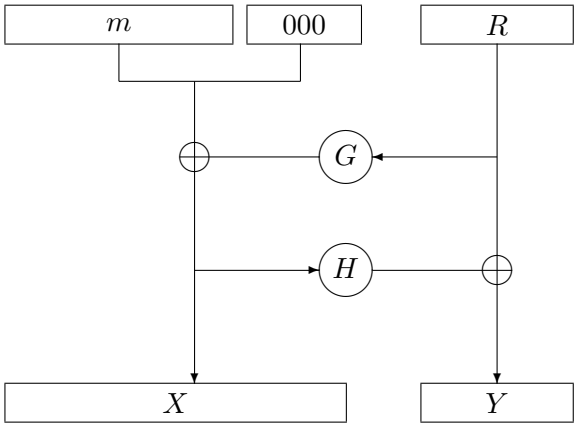


Abbildung 5.2: Pad-Funktion von RSA-OAEP (G, H sind Hashfunktionen)

5.2.4.2 Entschlüsselung mit RSA-OAEP

Zur Entschlüsselung eines Chiffrats C wird erst RSA-Entschlüsselung angewendet, danach wird das Padding rückgängig gemacht:

- Rekonsturiere $(X||Y) = \text{DEC}(sk, C)$
- rekonstruiere R mit $R = Y \oplus H(X)$
- Berechne M mit $M = X \oplus G(R)$

5.2.5 Bedeutung von RSA

Im Gegensatz zu den meisten symmetrischen Chiffren basiert RSA als Beispiel einer asymmetrischen Verschlüsselungstechnik nicht auf einfachen, bit-orientierten sondern auf einer mathematischen Funktion. Der für Ver- und Entschlüsselung, sowie für die Schlüsselerzeugung nötige Rechenaufwand steigt dadurch ungemein: Ein naiver Exponentiationsalgorithmus benötigt für die Berechnung einer modulo l-Bit-Zahl $\omega(l)$ Bitoperationen.

Nichtsdestotrotz wird RSA in der Praxis häufig eingesetzt. Es macht sich relativ einfache Arithmetik zunutze und die Ähnlichkeit zwischen Ver- und Entschlüsselungsfunktion vereinfachen die Implementierung zusätzlich. Mit einfachen Anpassungen ($e = 3$ bei Verschlüsselung, Chinesischer Restsatz nutzen bei Entschlüsselung) kann RSA so weit beschleunigt werden, dass es die Laufzeit betreffend gegenüber anderen Verschlüsselungsverfahren konkurrenzfähiger wird.

5.3 ElGamal

Das ElGamal-Verfahren (1985) macht sich die Schwierigkeit zunutze, das DLOG-Problem, also die Berechnung von diskreten Logarithmen in zyklischen Gruppen, zu lösen. Unter einer zyklischen Gruppe versteht man eine Gruppe $\mathbb{G}$, bei der ein sogenanntes Erzeugerelement g existiert, so dass $\mathbb{G} = \langle g \rangle := \{g^k \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

5.3.1 Vorgehen

Für die Schlüsselerzeugung wird eine ausreichend große Gruppe $\mathbb{G}$ mit Primordnung p mit dem Erzeuger g verwendet.

5.3.1.1 Schlüsselerzeugung

Zur Schlüsselerzeugung wird ein $x \in 2, \ldots, p-1$ zufällig gewählt und $h \equiv g^x$ berechnet. Dann sind

$$pk = (\mathbb{G}, g, h)$$
$$sk = (\mathbb{G}, g, x)$$

5.3.1.2 Ver- und Entschlüsselung

Ver- und Entschlüsselung sind definiert durch

$$\textsc{Enc}(pk, M) = (g^y, h^y \cdot M)$$
$$\textsc{Dec}(sk, (g^y, C)) = \frac{C}{(g^y)^x}.$$

Es gilt also

$$\begin{aligned} & C \equiv h^y M \\ \Leftrightarrow \quad & M \equiv \frac{C}{h^y} \equiv \frac{C}{g^{xy}} \equiv \frac{C}{(g^y)^x} \end{aligned}$$

5.3.1.3 Homomorphie

Wie RSA ist auch ElGamal homomorph:

$$\begin{aligned} \textsc{Enc}(pk, M) \cdot \textsc{Enc}(pk, M') &= (g^y, g^{xy} \cdot M) \cdot (g^{y'}, g^{xy'} \cdot M') \\ &= (g^{y+y'}, g^{x(y+y')} \cdot M \cdot M') \\ &= \textsc{Enc}(pk, M \cdot M') \end{aligned}$$

5.3.1.4 Sicherheit des Verfahrens und Wahl geeigneter Gruppen

Für die Sicherheit des ElGamal-Verfahrens ist die Wahl eine geeigneten Gruppe $\mathbb{G}$ von entscheidendet Bedeutung. ElGamal ist genau dann IND-CPA-sicher, wenn in $\mathbb{G}$ die *decisional Diffie-Hellman*-Annahme(DDH-Annahme) gilt.

Definition 5.8 (DDH-Annahme)**.** In einer zyklischen Gruppe $\mathbb{G} = \langle g \rangle$ sind die Tupel (g^a, g^b, g^{ab}) und (g^a, g^b, g^c) für zufällig und unabhängig gewählte a, b, c von jedem PPT-Angreifer nur mit vernachlässigbarer Wahrscheinlichkeit unterscheidbar.

Damit die DDH-Annahme gilt, muss $\mathbb{G}$ ausreichend viele Elemente haben. Ansonsten könnte die DDH-Annahme schon durch ausprobieren aller Elemente gebrochen werden. Geeignete Kandidaten für $\mathbb{G}$ sind echte Untergruppen von $\mathbb{Z}_p^*$ mit p prim und $|\mathbb{G}| \approx 2^{2048}$. Effizienter sind Untergruppen von elliptischen Kurven $\mathbf{E}(\mathbb{F}_q^*)$ mit einer Gruppengröße von $|\mathbb{G}| \approx 2^{200}$.

5.3.2 Erweiterung des Urbildraums

Ein Problem des klassischen ElGamal-Verfahrens ist, dass nur Nachrichten $M \in \mathbb{G}$ verschlüsselt werden können. In der Praxis sind jedoch die meisten Nachrichten außerhalb der gewählten Gruppe, weshalb die Korrektheit der notwendigen Operationen nicht garantiert werden kann. Es existieren jedoch verschiedene Ansätze, dieses Problem zu lösen und den Raum möglicher Nachrichten flexibler zu gestalten.

5.3.2.1 Nachrichtenumwandlung

Die Nachrichtenumwandlung erlaubt es, beliebige Nachrichten fester Länge zu verschlüsseln, ohne den eigentlichen Algorithmus anpassen zu müssen. Die Länge der möglichen Nachrichten wird dabei durch die Größe der zugrundeliegenden Gruppe festgelegt.

Verfahren Im Folgenden werde M zunächst als Bit-String aufgefasst. Wir wählen $p > 2$ prim und setzen $\mathbb{G} \subset \mathbb{Z}_p^*$ als Untergruppe der Quadrate[5] von $\mathbb{Z}_p^*$, wobei $\mathbb{G}$ die Ordnung $q = \frac{(p-1)}{2}$ hat. Es sei n die Länge des Bit-Strings der Gruppenordnung q. Dann können wir die Nachricht $M \in \{0,1\}^{n-1}$ beliebig wählen und interpretieren sie im weiteren Verlauf als ganze Zahl äquivalent zu ihrer Binärdarstellung. Da M auch die Null darstellen kann und die Null in multiplikativen Gruppen nicht vorhanden ist, setzen wir $\tilde{M} = M + 1$. Folglich ist $1 \leq \tilde{M} \leq q$ und daher $\tilde{M} \in \mathbb{Z}_p^*$. Nach der Eigenschaft einer quadratischen Untergruppe ist somit $\hat{M} = \tilde{M}^2 \bmod p \in \mathbb{G}$.

Damit kann $\hat{M}$ analog zum obigen Verfahren verschlüsselt werden. Zum Entschlüsseln berechnet der Empfänger aus $\hat{M}$ als Zwischenschritt $\tilde{M} = \sqrt{\hat{M}} \bmod p \in [1, q]$ und erhält mit $M = \tilde{M} - 1$ die ursprüngliche Nachricht M in der Binärdarstellung. $\hat{M}$ ist durch normales Entschlüsseln mit ElGamal zu berechnen.

Ein Nachteil dieses Verfahrens ist, dass die Nachrichtenumwandlung, je nach gewählter Gruppe, nicht effizient möglich ist.

5.3.2.2 Hash-ElGamal

Eine weitere Variante, die Einschränkung der Nachrichten auf Elemente der gewählten Gruppe aufzuheben, ist das Hash-ElGamal-Kryptosystem. Es realisiert ein Verfahren, dass zu allen Nachrichten $M \in \{0,1\}^l$ mit Hilfe der bereits bekannten Bausteine und einer Hashfunktion ein Chiffrat der gleichen Länge bestimmt. Im Gegensatz zur Nachrichtenumwandlung bilden wir M dabei nicht auf die Gruppe ab. Die Sicherheit des Kryptosystems beruht ausschließlich auf der Annahme, dass der diskrete Logarithmus nicht effizient berechnet werden kann und ist, zumindest falls rechtseindeutig, nicht von der Wahl der Hashfunktion abhängig. Das Hash-ElGamal-Verfahren bietet somit Sicherheit auf gleichem Niveau, ist in der Verwendung, aufgrund des größeren Urbildraums, jedoch deutlich flexibler.

Verfahren Es seien die Gruppe $\mathbb{G} \subset \mathbb{Z}_p^*$ und das Schlüsselpaar (pk, sk) analog zu ElGamal gewählt und berechnet. Sei zudem $H\colon \mathbb{G} \to \{0,1\}^l$ eine beliebige Hashfunktion, die in Bitfolgen der Länge l abbildet.

[5] Die Untergruppe der Quadrate von $\mathbb{Z}_p^*$ besteht aus den Elementen $\{x^2 \bmod p \mid x \in \mathbb{Z}_p^*\}$. Falls $p > 2$ prim ist, besteht diese Untergruppe aus $\frac{p-1}{2}$ Elementen. Jedes Element, mit Ausnahme der Eins, kann als Gruppengenerator dienen.

Wähle, um eine Nachricht $M \in \{0,1\}^l$ zu verschlüsseln, $y \leftarrow \mathbb{Z}_p$ zufällig gleichverteilt, berechne $Y = g^y \bmod p$ und sende das Tupel

$$(Y, H(h^y) \oplus M) = (Y, C)$$

Unter zuhilfenahme des privaten Schlüssels $sk = (\mathbb{G}, g, x)$ kann der Ursprungstext M aus dem Chiffrat-Tupel zurückgerechnet werden:

$$M = H(Y^x) \oplus C$$

5.4 Fazit

Asymmetrische Verschlüsselung bietet einige Vorteile, die es bei symmetrischer Verschlüsselung nicht gibt. Insbesondere wird für jeden Teilnehmer nur ein Schlüsselpaar benötigt, damit alle Teilnehmer verschlüsslt kommunizieren können, während bei symmetrischen Verfahren die Anzahl an Schlüsseln exponentiell in der Anzahl der Teilnehmer wächst.

Wie symmetrische Verfahren auch, aber im Gegensatz zu informationstheoretisch sicheren Verfahren, bauen asymmetrische Verschlüsselungsverfahren auf Probleme, von denen man annimmt, dass sie schwer zu lösen sind. Bei RSA ist dies das ziehen von e-ten Wurzeln modulo N, bei ElGamal die DDH-Annahme.

Alle bekannten asymmetrischen Verschlüsselungsverfahren haben einen deutlich höheren Rechenaufwand als symmetrische Verfahren, da sie nicht auf Elementaroperationen, wie das Shiften von Bits oder einem XOR beruhen, sondern auf komplexen mathematischen Operationen in algebraischen Strukturen. Deshalb verwendet man in der Praxis oft sog. *hybride* Verschlüsselungsverfahren. Ein Beispiel hierfür ist *TLS*, das in Kapitel Kapitel 8 näher besprochen wird.

Kapitel 6

Symmetrische Authentifikation von Nachrichten

Bisher haben wir uns nur mit der Frage beschäftigt, wie ein Kommunikationsteilnehmer Bob eine Nachricht an Alice für einen unbefugten Lauscher unverständlich machen, also verschlüsseln kann. Wir haben uns noch nicht der Frage nach der Authentifikation einer Nachricht gewidmet. Der Angreifer könnte mit dem entsprechenden Zugriff auf den Übertragungskanal sogar eine verschlüsselte Kommunikation beeinflussen, deren Inhalt er nicht versteht. Er kann Nachrichten abfangen, verändern und wieder auf den Weg bringen, ohne dass Alice oder Bob etwas von dem Zwischenstopp der Nachricht bemerken. Falls ein Angreifer trotz der Verschlüsselungsmaßnahmen außerdem in der Lage ist, die Kommunikation zu verstehen, könnte er sogar *gezielt* den Inhalt von Nachrichten verändern. Es kann jedoch auch ohne Angreifer geschehen, dass der Kommunikationskanal gestört und Bobs Nachricht durch technische Einwirkungen abgewandelt wird.

Im besten Fall erhält Alice dann eine unbrauchbare Nachricht und kann bei Bob eine Wiederholung anfordern. Im schlechtesten Fall ist die Veränderung zufällig (oder vom Angreifer gewollt) sinnvoll und beeinflusst damit das weitere Vorgehen der beiden Kommunikationsteilnehmer.

6.1 Ziel

Angesichts dessen, dass wir uns unseren Kommunikationskanal nicht immer aussuchen können, hätten wir gern einen Mechanismus, der uns ermöglicht, eine erhaltene Nachricht auf Fehler und Veränderungen zu überprüfen (Integrität) und den Absender zu bestimmen (Authentizität). Dafür erstellt Bob für seine Nachricht M zusätzlich eine „Unterschrift“ σ und überträgt diese gemeinsam mit M. Alice erhält das Paar (M, σ) und überprüft, ob die Unterschrift auf die erhaltene Nachricht passt.

Um ein funktionierendes und gegen einen PPT-Angreifer möglichst sicheres Unterschriftensystem zu erhalten, müssen einige Anforderungen erfüllt sein:

- Bob muss σ aus der bzw. für die Nachricht M berechnen können
- Alice muss σ zusammen mit M verifizieren können
- ein PPT-Angreifer soll kein gültiges σ für ein selbst gewähltes M berechnen können

6.2 MACs

Message Authentication Codes (MACs) sind ein symmetrisches Verfahren, um die Authentizität einer Nachricht sicherzustellen. Hierzu gibt es einen Signatur- und einen Verifikationsalgorithmus. Beide Algorithmen sind PPT-Algoritmen und verwenden als Eingabe ein gemeinsames Geheimnis K:

- **Signieren:** $\sigma \leftarrow \textsc{Sig}(K, M)$
- **Verifizieren:** $\textsc{Ver}(K, M, \sigma) \in \{0, 1\}$

Korrektheit

Ein MAC-Verfahren heißt *korrekt*, wenn gilt:

$$\forall M \; \forall K : \textsc{Ver}(K, M, \textsc{Sig}(K, M)) = 1$$

Ver gibt also 1 zurück, wenn σ mit der übertragenen Nachricht und dem korrekten Geheimnis K erzeugt wurde.

Analog zu symmetrischen Verschlüsselungsverfahren ist K für gewöhnlich ein zufällig gewählter Bit-String.

6.3 Der EUF-CMA-Sicherheitsbegriff

Damit ein MAC uns nicht nur vor Übertragungsfehlern, sondern auch vor einem Angreifer schützt, verlangen wir, dass kein PPT-Angreifer ein MAC fälschen, also selbstständig ein Nachrichten-Signatur-Paar finden kann, das gültig ist.

Er bekommt dafür ein Signaturorakel mit vor ihm verborgenem Schlüssel K, mit dem er Nachrichten seiner Wahl signieren kann. Er gewinnt, wenn er die Signatur einer Nachricht M korrekt vorhersagen kann, ohne M vorher an das Orakel gegeben zu haben. Etwas strukturierter sieht der Angriff für einen PPT-Angreifer $\mathcal{A}$ so aus:

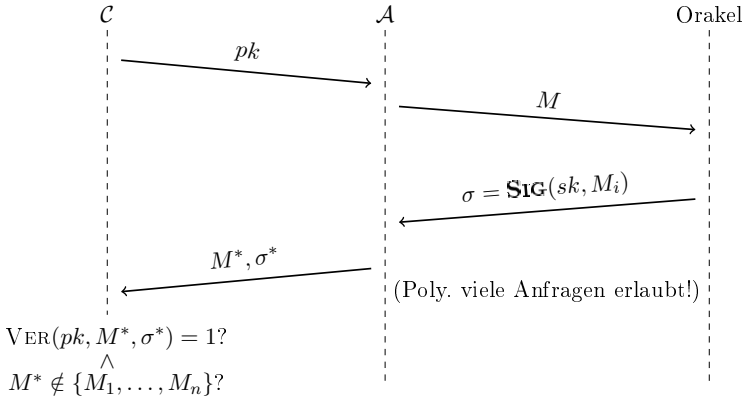
1. $\mathcal{A}$ erhält Zugriff auf ein Signaturorakel $\textsc{Sig}(K, \cdot)$, an dass er polyomiell viele Nachrichten M_I schicken darf (in beliebiger Reihenfolge und unabhängig von einander) und jeweils σ_i mit $\textsc{Ver}(K, M_i, \sigma_i) = 1$ als Antwort erhält.
2. $\mathcal{A}$ gibt als (potentielle) Fälschung ein Nachrichten-Signatur-Paar (M^*, σ^*) aus
3. $\mathcal{A}$ gewinnt, wenn σ^* eine gültige Signatur für M^* ist, d.h. $\textsc{Ver}(K, M^*, \sigma^* = 1)$, und $M^* \neq M_i$ für alle i ist, d.h. M^* nicht zu den Nachrichten gehört, die sich $\mathcal{A}$ vom Orakel signieren lasen hat.

Ein MAC (Sig, Ver) ist *EUF-CMA-sicher*[1],falls jeder PPT-Algoritmus $\mathcal{A}$ das obigen Spiel nur mit (im Sicherheitsparameter) vernachlässigbarer Wahrscheinlichkeit gewinnt.

Dieser Sicherheitsbegriff bildet passive Angriffe ab, bei denen der Angreifer keinen Zugriff auf die Ver-Funktion hat, sondern „blind“ signiert. In vielen Fällen ist dieser Sicherheitsbegriff aber äquivalent zu dem, bei dem der Angreifer Zugriff auf ein Ver-Orakel erhält,

[1] *EUF* steht für *Existential Unforgeability*. Damit ist gemeint, dass es keine Nachricht geben darf, für die ein PPT-Angreifer $\mathcal{A}$ eine Fälschung erstellen kann. $\mathcal{A}$ darf sich also selbst aussuchen, zu welcher Nachricht er eine Signatur fälscht. *CMA* steht für *adaptiv Chosen Message Attack*. Damit ist ausgedrückt, dass dem Angreifer nicht vorgeschrieben wird, welche Nachrichten er sich vom Orakel signieren lässt. Insbesondere darf er seine Anfragen von bereits erhaltenen M_i, σ_i abhängig machen.

beispielsweise wenn es für jede Nachricht M nur eine einzige (also eindeutige) gültige Signatur σ gibt. Die Hauptidee um diese Äquivalenz zu zeigen ist die folgende: Gibt der Angreifer die Signaturen, die er von seinem SIG-Orakel erhält, an sein VER-Orakel weiter, so erhält er keine neue Information (da die Signatur vom Orakel kommt, kann er sich bereits sicher sein, dass sie gültig ist). Würde er aber ein Nachrichten-Signatur-Paar finden, zudem das Ver-Orakel 1 ausgibt und das er nicht vom Sig-Orakel erhalten hat, so könnte er dieses auch bereits als seine Fälschung ausgeben und müsste das VER-Orakel gar nicht verwenden.



6.4 Konstruktionen

6.4.1 Hash-then-Sign Paradigma

Viele Signaturverfahren können nur Nachrichten fester Länge signieren. Für praktische Anwendungen wollen wir aber meist Nachrichten beliebiger Länge signieren können. Hierzu bieten sich Hash-Funktionen an, die Nachrichten beliebiger Länge auf einen Bit-String fester Länge abbilden.

Die Idee des *Hash-then-Sign* Paradigmas ist also, nicht die vollständige Nachricht $M \in \{0,1\}^*$ zu signieren, sondern den aus dieser Nachricht berechneten Hashwert $H(M) \in \{0,1\}^k$. Die Sicherheit des MACs ist dabei sowohl von der verwendeten Hashfunktion als auch vom Signaturalgorithmus abhängig.

Theorem 6.1. *Sei* (SIG, VER) *EUF-CMA-sicher und* H *eine kollisionsresistente Hashfunktion. Dann ist der durch*

$$\text{SIG}'(K, M) = \text{SIG}(K, H(M))$$
$$\text{VER}'(K, M, \sigma) = \text{VER}(K, H(M), \sigma)$$

erklärte MAC EUF-CMA-sicher.

Beweisidee. *Der EUF-CMA-Angreifer* $\mathcal{A}$ *hat zwei Möglichkeiten. Er kann direkt eine Signatur* σ *für eine Nachricht* M *fälschen. Dies steht aber im Widerspruch zur vorrausgesetzen EUF-CMA-Sicherheit von* (SIG, VER)*, da dann* $(H(M), \sigma)$ *eine gültige Fälschung für dieses Schema wäre. Somit kann* $\mathcal{A}$ *nur vernachlässigbare Erfolgswahrscheinlichkeit haben. Die zweite Möglichkeit ist, dass er vom Orakel eine Signatur* σ' *für eine Nachricht* M' *anfragt und eine andere Nachricht* $M^* \neq M'$ *findet, sodass* $\text{VER}'(H^*, \sigma') = \text{VER}(H(M^*), \sigma') = 1$*. Aus der EUF-CMA-Sicherheit von* (SIG, VER) *folg aber direkt, dass*

dafür $H(M') = H(M^*)$ gelten muss (Ansonsten wäre $(H(M^*, \sigma'))$ eine gültige Fälschung für (SIG, VER)). D.h. $\mathcal{A}$ müsste also eine Kollision berechnen, was er aufgrund der Kollisionsresistenz der Hashfunktion ebenfalls nur mit vernachlässigbarer Erfolgswahrscheinlichkeit kann. Insgesamt folgt die Behauptung.

6.4.2 Pseudorandomisierte Funktionen

Wenn man sich die Berechnung eines MACs als eine einfache Funktion im mathematischen Sinne vorstellt und damit die Errechnung eines „frischen“ MACs zum Finden eines unbekannten Funktionswertes wird, erkennt man schnell, dass Regelmäßigkeit in einer solchen Funktion zu Sicherheitslücken führt. Zielführender ist es, die Funktionswerte möglichst zufällig auf ihre Urbilder zu verteilen.

Definition 6.2 (Pseudorandomisierte Funktion (PRF))**.** Sei
$PRF\colon \{0,1\}^k \times \{0,1\}^k \to \{0,1\}^k$ eine über $k \in \mathbb{N}$ parametrisierte Funktion. PRF heißt Pseudorandom Function (PRF), falls für jeden PPT-Algorithmus $\mathcal{A}$ die Funktion

$$\text{Adv}^{prf}_{PRF,\mathcal{A}}(k) := \Pr[\mathcal{A}^{PRF(K,\cdot)}(1^k) = 1] - \Pr[\mathcal{A}^{R(\cdot)}(1^k) = 1]$$

vernachlässigbar ist, wobei $R : \{0,1\}^k \to \{0,1\}^k$ eine echt zufällige Funktion ist.

Ein Kandidat für eine solche PRF ist eine Hash-Konstruktion: $PRF(K, X) = H(K, X)$. Allerdings lässt sich eine solche Konstruktion manchmal, wie bereits in Abschnitt 4.3 bei Merkle-Damgård ausgenutzt, nach der Berechnung von $H(K, X)$ auch ohne Zugriff auf das Geheimnis K noch auf $H(K, X, X')$ erweitern. Das führt dazu, dass die PRF-Eigenschaft für Eingaben unterschiedlicher Länge nicht mehr hält. Abbildung 6.1 verdeutlicht das.

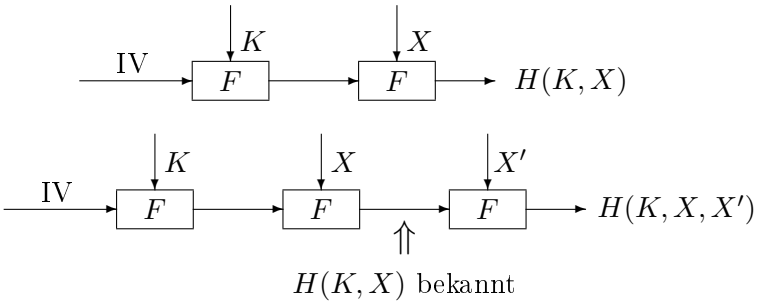


Abbildung 6.1: *Merkle-Damgård*-Konstruktion H_{MD}. Es ist möglich, an einen bereits bekannten Hashwert $H(K, X)$ einen Wert X' anzuhängen und trotzdem einen korrekten Hashwert zu erzeugen.

Theorem 6.3. *Sei $PRF\colon \{0,1\}^k \times \{0,1\}^k \to \{0,1\}^k$ eine PRF und $H\colon \{0,1\}^* \to \{0,1\}^k$ eine kollisionsresistente Hashfunktion. Dann ist der durch $\text{SIG}(K, M) = PRF(K, H(M))$ gegebene MAC EUF-CMA-sicher.*

Beweis (Entwurf)**.** *Sei $\mathcal{A}$ ein erfolgreicher EUF-CMA-Angreifer auf ein durch $\text{SIG}(K, M) = PRF(K, H(M))$ gegebenen MAC. Dann können wir annehmen, dass $\mathcal{A}$ eine Fälschung (M^*, σ^*) mit einer noch nicht signierten Nachricht M^* berechnen kann. Wir können also $\mathcal{A}$ als PRF-Unterscheider auffassen, der mit nicht-vernachlässigbarer Wahrscheinlichkeit $PRF(K, H(M^*))$ vorhersagt. Eine Vorhersage ist jedoch nur dann möglich, wenn PRF keinen Zufall ausgibt. Da PRF jedoch nach Definition nur mit vernachlässigbarer Wahrscheinlichkeit von echtem Zufall unterscheidbar ist, kann es einen solchen PRF-Unterscheider nicht geben.*

6.4.3 HMAC

Im Abschnitt zu pseudorandomisierten Funktionen haben wir gesehen, dass Signaturverfahren, die Merkle-Dåmgard nutzen, dem EUF-CMA-Sicherheitsbegriff im Allgemeinen nicht genügen. Ein Angreifer, dem $\sigma = H(K, M)$ bekannt ist, erhält durch Anfügen eines Blockes X problemlos den korrekten Hashwert $H(K, M, X)$ und somit die Signatur der Nachricht M, X. Dennoch ist es möglich, EUF-CMA-sichere MACs zu konstruieren, die mittels einer Merkle-Dåmgard-Konstruktion signieren. Eines der verbreitetsten Verfahren ist der *Keyed-Hash Message Authentication Code*, der HMAC. Das Signieren einer Nachricht funktioniert dabei wie folgt:

$$\textsc{Sig}(K, M) = H(K \oplus \mathit{opad}, H(K \oplus \mathit{ipad}, M))$$

Dabei sind *opad*, das *outer padding*, und *ipad*, das *inner padding*, zwei Konstanten der Blocklänge m der Hashfunktion, die bei jedem Signaturvorgang gleich bleiben. Üblich[2] ist es, $\mathit{opad} = \{0x5C\}^{m/8}$ und $\mathit{ipad} = \{0x36\}^{m/8}$ zu wählen. Das Verifizieren funktioniert analog zu der in 6.2 gegebenen Definition.

Immun gegen den in Abbildung 6.1 vorgestellten Angriff ist HMAC aufgrund seiner verschachtelten Struktur. Die Nachricht M, die es zu Signieren gilt, wird in jeweils zwei Hashvorgängen verarbeitet. Für eine Nachricht M, X ist

$$H(K \oplus \mathit{opad}, H(K \oplus \mathit{ipad}, M), X)$$

aber offensichtlich keine gültige Signatur. Der Angreifer müsste einen Nachrichtenblock X bereits im inneren Hashvorgang unterbringen. Da er dafür allerdings H invertieren, oder das Geheimnis K kennen müsste, schlägt der Angriff fehl.

Selbstverständlich muss, obwohl HMAC das eben angesprochene Problem löst, keine Merkle-Dåmgard-Funktion verwendet werden. Für jede pseudorandomisierte Hashfunktion genügt HMAC dem EUF-CMA-Sicherheitsbegriff.

[2] Sowohl im RFC 2104, sowie in einer Veröffentlichung des NIST und in diverser Fachliteratur werden diese Werte (als Standard) vorgeschlagen. Siehe:

http://tools.ietf.org/html/rfc2104
http://csrc.nist.gov/publications/fips/fips198-1/FIPS-198-1_final.pdf

Kapitel 7

Asymmetrische Authentifikation von Nachrichten

Wie wir bereits bei den Verschlüsselungsverfahren festgestellt haben, weisen symmetrische Verfahren einige Unbequemlichkeiten auf. Allen voran stellt sich das Problem der Schlüsselverteilung, wenn für die Kommunikation zwischen zwei Partnern bei beiden derselbe Schlüssel vorhanden sein muss. Dieses Problem stellt sich natürlich umso mehr, wenn wir über einen nicht vertrauenswürdigen Kanal kommunizieren. Selbst für die Authentifikation unserer Nachrichten, die wir im Zweifelsfall nur betreiben, weil wir dem Kanal nicht vertrauen, müssen wir unter einigem Aufwand Schlüssel mit unseren Kommunikationspartnern festlegen.

Weiterhin ermöglicht symmetrische Authentifikation in keiner sinnvollen Weise, dass wir von uns veröffentlichte Dokumente oder Nachrichten unterschreiben und damit die Urheberschaft für jeden nachprüfbar machen können. Zur Authentifikation des Dokuments sollte schließlich jeder befähigt sein, der sich dafür interessiert. Wenn wir mit symmetrischen Verfahren arbeiten, bedeutet das, dass wir zur Prüfung den Schlüssel herausgeben müssen, mit dem wir das Dokument signiert haben. Das bedeutet aber auch, dass jeder Interessierte nun nicht nur zur Prüfung der bereits bestehenden Signatur in der Lage ist, sondern auch eigene Signaturen erstellen kann. Damit ist die Urheberschaft einer Unterschrift nicht mehr gesichert.

Es bietet sich ein Verfahren an, bei dem die Prüfung einer Signatur nicht mit einem privaten Schlüssel erfolgt. Dieses System kennen wir bereits aus dem Kapitel 5. Bei der Verwendung von asymmetrischen Verfahren zur Authentifikation verwenden wir die folgenden Algorithmen:

- $(pk, sk) \leftarrow \textsc{KeyGen}(1^k)$ zur Schlüsselgenerierung
  - pk : öffentlicher Schlüssel
  - sk : privater Schlüssel
  - k : Sicherheitsparameter
- $\sigma \leftarrow \textsc{Sig}(sk, M)$ zum Signieren
- $\textsc{Ver}(pk, M, \sigma) \in \{0, 1\}$ zum Verifizieren

Sig und Ver müssen korrekt sein, d.h. es muss wie bei MACs gelten:

$$\forall (pk, sk) \leftarrow \textsc{KeyGen}(1^k), \forall M, \forall \sigma \leftarrow \textsc{Sig}(sk, M) : \textsc{Ver}(pk, M, \sigma) = 1$$

Wir passen außerdem die Definition der EUF-CMA-Sicherheit aus Abschnitt 6.3 formlos an asymmetrische Verfahren an.

1. $\mathcal{A}$ erhält Zugriff auf ein Signatur-Orakel $\textsc{Sig}(sk, \cdot)$ und den korrespondierenden öffentlichen Schlüssel pk
2. $\mathcal{A}$ gibt dem Signaturorakel beliebig oft (M^*, σ^*)
3. $\mathcal{A}$ gewinnt, wenn er ein „frisches“ M^* findet, sodass $\textsc{Ver}(pk, M^*, \sigma^*) = 1$

Ein asymmetrisches Signaturverfahren ist EUF-CMA-sicher, wenn jeder beliebige PPT-Angreifer $\mathcal{A}$ das oben genannte Spiel nur vernachlässigbar oft gewinnt.

7.1 RSA

Wir betrachten zuerst RSA als Kandidaten für ein asymmetrisches Signaturverfahren. RSA besteht, wie in Kapitel 5.2.2 entwickelt, aus den folgenden Algorithmen:

$$\textsc{Enc}(pk, M) = M^e \mod N$$
$$\textsc{Dec}(sk, C) = C^d \mod N$$

Unser privater Schlüssel ist $sk = (N, d)$ und der öffentliche Schlüssel ist $pk = (N, e)$. In ein Signaturverfahren umgewandelt, sollte RSA also folgendermaßen funktionieren:

$$\textsc{Sig}(sk, M) = M^d \mod N$$
$$\textsc{Ver}(pk, M, \sigma) = 1 :\Leftrightarrow M = \sigma^e \mod N$$

Um das zu erreichen, vertauschen wir beim Signieren im Gegensatz zum Verschlüsseln einfach die Dec- und die Enc-Routinen.

Allerdings stoßen wir hier erneut auf ein Problem, das wir im Abschnitt 5.2.3 bereits untersucht haben. Der Determinismus von Enc stellt auch beim Signieren ein Sicherheitsrisiko dar. Zusätzlich ergeben sich mit diesem Verfahren noch einige weitere Angriffsmöglichkeiten:

Signatur abhängiger Nachrichten: Ein Angreifer wählt zunächst ein beliebiges $\sigma \in \mathbb{Z}$. Dann kann er mithilfe des öffentlichen Schlüssels pk zu dieser Signatur einfach ein M generieren, zu dem die Signatur σ passt: $M := \sigma^e \mod N$.
Zwar ist für diesen Angriff im ersten Moment keine sinnvolle Nutzung ersichtlich, die Problematik eines Missbrauchs besteht jedoch prinzipiell. Dieser Angriff bricht also die für ein Signaturverfahren geforderte EUF-CMA-Sicherheit.

Homomorphie von RSA: Angenommen, ein Angreifer ist im Besitz dreier Nachrichten M_1, M_2, M_3 mit $M_1 \cdot M_2 = M_3$. Dann könnte er den Besitzer eines privaten Schlüssels dazu bringen, die beiden (womöglich harmlosen) Nachrichten M_1 und M_2 zu signieren und damit eine gültige Signatur für M_3 erhalten, da aufgrund der Homomorphie und der Beziehung zwischen den Nachrichten gilt: $\textsc{Sig}(M_3) = \textsc{Sig}(M_1) \cdot \textsc{Sig}(M_2) \mod N$. Neue Signaturen lassen sich so aus bereits bekannten Signaturen errechnen.
Für diesen Angriff sind intuitiv bereits einige Anwendungsmöglichkeiten denkbar. Auch hier hält die geforderte EUF-CMA-Sicherheit nicht.

Wie bereits bei der RSA-Verschlüsselung in Kapitel 5.2.3 können wir diese Probleme lösen, indem wir die Nachricht vor der Verarbeitung padden:

$$\textsc{Sig}(sk, M) = (\text{pad}(M))^d \mod N$$
$$\textsc{Ver}(pk, \sigma, M) = 1 :\Leftrightarrow \sigma^e \mod N \text{ ist gültiges Padding für } M$$

Das so entstandene Signaturverfahren nennt sich (RSA-)PSS (*Probabilistic Signature Scheme*) und ist wie RSA-OAEP (als Teil der *PKCS*) kryptographischer Standard.[1]

Unter Verwendung idealer Hashfunktionen und mit der Annahme, dass die RSA-Funktion schwierig zu invertieren ist, ist RSA-PSS heuristisch EUF-CMA sicher. Ein Angreifer ist gezwungen, die RSA-Funktion direkt anzugreifen. Der beste bekannte Angriff basiert auf der Faktorisierung von N (unter Verwendung des Zahlkörpersiebs). Die Parameter werden ähnlich wie bei RSA-OAEP gewählt und haben so eine Länge von meistens 2048 Bit. Um eine effiziente Verifikation der Signaturen zu gewährleisten, ist es außerdem ohne Schwierigkeiten möglich, den Parameter e klein zu wählen.

7.2 ElGamal

Auch das ElGamal-Verfahren aus Kapitel 5.3 lässt sich zu einem funktionierenden Signaturverfahren ausbauen. Betrachten wir analog zum ElGamal-Verschlüsselungsabschnitt das Verfahren beispielhaft für eine Untergruppe von $\mathbb{Z}_p^*$ mit Ordnung q, weshalb alle Operationen auf der Gruppenstruktur modulo p berechnet werden. Sei für unseren ersten Versuch der geheime Schlüssel $sk = (\mathbb{G}, g, x)$ und der öffentliche Schlüssel $pk = (\mathbb{G}, g, g^x)$. Dann bietet sich die Verwendung von ElGamal zur Erzeugung einer Signatur auf diese Art an:

$$\begin{aligned} \textsc{Sig}(sk, M) &= a \text{ mit } a \cdot x = M \mod |\mathbb{G}| \\ \textsc{Ver}(pk, \sigma, M) = 1 &:\Leftrightarrow (g^x)^a = g^M \end{aligned}$$

Allerdings lässt sich diese Konstruktion auf einfache Art brechen, indem mit $x = Ma^{-1} \mod \mathbb{G}$ der geheime Schlüssel berechnet wird.

Auch hier führt uns also nicht sofort der intuitive Ansatz zu einem sicheren Signaturverfahren. Stattdessen wählt Alice, die eine Nachricht signieren will, eine Zahl $e \in \{1, \ldots, q-1\}$ zufällig und berechnet damit:

$$\begin{aligned} a &:= g^e \\ a \cdot x + e \cdot b &= M \mod |\mathbb{G}| \\ \Leftrightarrow b &:= (M - a \cdot x) \cdot e^{-1} \mod |\mathbb{G}| \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich für den Signatur- und Verifikationsalgorithmus:

$$\begin{aligned} \textsc{Sig}(sk, M) &= (a, b) \\ \textsc{Ver}(pk, \sigma, M) = 1 &:\Leftrightarrow (g^x)^a \cdot a^b = g^{ax} \cdot g^{be} = g^M \end{aligned}$$

Doch auch bei dieser Variante gibt es noch einige offene Angriffspunkte:

Doppelte Verwendung von e: Wird der zufällige Parameter e mehrmals zur Erzeugung von Signaturen verwendet, kann der geheime Schlüssel x aus den beiden Signaturen errechnet werden. Seien die Signaturen $(a = g^e, b, M)$ und $(a' = g^{e'} = a, b', M')$. Dann ergibt sich durch Aufaddieren und Umformen der Gleichungen

$$\begin{aligned} & a \cdot x + e \cdot b = M \mod |\mathbb{G}| \\ \wedge \quad & a \cdot x + e \cdot b' = M' \mod |\mathbb{G}| \\ \Rightarrow \quad & e = \frac{M - M'}{b - b'} \mod |\mathbb{G}| \end{aligned}$$

[1] http://www.emc.com/emc-plus/rsa-labs/standards-initiatives/pkcs-rsa-cryptography-standard.htm

Mit bekanntem e kann also wiederum auf den geheimen Schlüssel x geschlossen werden.[2] Bei zufälliger Wahl geschieht es nur vernachlässigbar oft, dass zwei Mal dasselbe e ausgewählt wird und infolgedessen ausgenutzt werden kann.

Erzeugung „unsinniger" Signaturen: Durch günstige Wahl der Parameter ist es möglich, auch ohne Kenntnis des Schlüssels x gültige Signaturen zu erzeugen. Wähle zunächst c zufällig. Setze außerdem:

$$\begin{aligned} a &:= g^c g^x = g^{c+x} = g^e \\ b &:= -a \mod |\mathbb{G}| \end{aligned}$$

Dann ist (a, b) eine gültige Signatur zu M mit

$$\begin{aligned} M &:= a \cdot x + b \cdot e \\ &= a \cdot x - a \cdot (c + x) \\ &= -ac \mod |\mathbb{G}| \end{aligned}$$

ElGamal ist also ebenfalls nicht EUF-CMA sicher. Wie bei RSA muss hier noch Zusatzarbeit geleistet werden. Dafür verwenden wir im Folgenden Hashfunktionen, mit denen wir die Nachricht bearbeiten, bevor wir sie signieren. Das bietet uns zusätzlich den Vorteil, dass nicht mehr vollständige Nachrichten durch den Signaturalgorithmus geschickt werden, sondern nur noch vergleichsweise kurze Hashwerte. Die Sicherheit eines solchen Schemas sichert das folgende Theorem.

Theorem 7.1 (Hash-Then-Sign-Paradigma). *Sei* (KeyGen, Sig, Ver) *EUF-CMA-sicher und H eine kollisionsresistente Hashfunktion. Dann ist das durch*

$$\begin{aligned} \text{KeyGen}'(1^k) &= \text{KeyGen}(1^k) \\ \text{Sig}'(sk, M) &= \text{Sig}(sk, H(M)) \\ \text{Ver}'(pk, M, \sigma) &= \text{Ver}(pk, H(M), \sigma) \end{aligned}$$

definierte Signaturverfahren EUF-CMA-sicher.

Der Beweis dieses Theorems verläuft analog zu 6.4.1.

Die Verwendung einer kollisionsresistenten Hashfunktion ermöglicht eine Abwehr gegen die Erzeugung „unsinniger" Signaturen, denn die errechneten „unsinnigen" Klartexte müssen nun zusätzlich denselben Hashwert erzeugen wie die Originalnachricht.

7.3 Digital Signature Algorithm (DSA)

Aus der Anwendung des Hash-Then-Sign-Paradigmas auf das ElGamal-Signaturverfahren entsteht unter Verwendung einer kollisionsresistenten Hashfunktion H der *Digital Signature Algorithm* (DSA):

$$\begin{aligned} a &:= g^e \\ b &:= (H(M) - a \cdot x) \cdot e^{-1} \mod |\mathbb{G}| \end{aligned}$$

[2] Im Signaturverfahren der Spielekonsole *PlayStation 3* (PS 3) wurde dem Zufallsparameter e ein immer gleicher Wert zugewiesen, wodurch der geheime Schlüssel berechnet werden konnte. Dadurch wurde es möglich, unautorisierte Anwendungen, wie *gecrackte* Spiele, auf der PS 3 auszuführen. Die Erklärung zu diesem erfolgreichen Angriff ist hier zu finden, wobei der Angriff auf das Signaturverfahren ab Minute 35:30 beschrieben wird.

mit der Signatur $\sigma = (a, b)$.

Der DSA ist nach RSA der zweitwichtigste Signaturalgorithmus und wurde 1994 standardisiert.[3] Für die Bewertung von DSA wirkt sich nachteilig aus, dass für jede neue Signatur eine frische Zufallszahl gewählt werden muss (ein guter Zufallsgenerator wird also vorausgesetzt) und dass die Verifikation einer DSA-Signatur im Vergleich zu einer RSA-Signatur mit kleinem Modulus deutlich langsamer ist.

Ob DSA EUF-CMA-sicher ist, steht noch nicht eindeutig fest.

[3] Der aktuelle Standard findet sich auf http://csrc.nist.gov/groups/ST/toolkit/digital_signatures.html

Kapitel 8

Schlüsselaustauschprotokolle

In diesem Kapitel widmen wir uns der offenen Frage nach dem Schlüsselaustauschproblem, das insbesondere bei der Besprechung von symmetrischen Verschlüsselungs- und Signaturverfahren einige Male aufgekommen ist. Zwei Kommunikationspartner Alice und Bob können ohne vorherigen Schlüsselaustausch keine sichere Verbindung einrichten. Allerdings werden sie nicht jedes Mal die Möglichkeit haben, sich vor ihrer eigentlichen Kommunikation privat zu treffen, um einen gemeinsamen Sitzungsschlüssel auszuhandeln. Vielleicht kennen sie einander nicht einmal persönlich, auf jeden Fall aber wäre ein solches Vorgehen sichtlich nicht praktikabel.

Alice und Bob müssen also die unsichere Leitung zum Schlüsselaustausch verwenden. Den Schlüssel im Klartext darüber zu senden, würde einen Mithörer trivial in die Situation bringen, auch den verschlüsselten Teil der darauf folgenden Kommunikation mitzulesen. Der neue Sitzungsschlüssel K von Alice und Bob muss also bereits so über die Leitung gesendet werden, dass ein Lauscher nicht in der Lage ist, den Schlüssel zu rekonstruieren. Dabei sind folgende grundlegende Szenarien denkbar:

- Alice und Bob besitzen bereits einen alten Schlüssel K' aus einem früheren Austausch und möchten ein frisches K erzeugen
- es existierte eine Secret-Key-Infrastruktur mit einer Schlüsselzentrale (Alice besitzt einen Schlüssel K_A, Bob K_B und die Schlüsselzentrale beide)
- es existiert eine Public-Key-Infrastruktur (pk_A, pk_B sind öffentlich, Alice besitzt sk_A, Bob besitzt sk_B)
- Alice und Bob besitzen ein gemeinsames Passwort
- Alice und Bob besitzen keine gemeinsamen Informationen

8.1 Symmetrische Verfahren

Als Grundszenario für symmetrische Verfahren wird hier ein System mit einer Secret-Key-Infrastruktur gewählt. Das bedeutet, dass jeder Teilnehmer einen geheimen, symmetrischen Schlüssel mit der Schlüsselzentrale hat. Jeder Verbindungsaufbau mit einem anderen Teilnehmer beginnt deshalb mit einer Anfrage an die Zentrale. Da die Zentrale die Anlaufstelle für viele Teilnehmer ist, sollte die Kommunikation mit dieser Stelle möglichst minimiert werden, was die vollständige Kommunikation der beiden Teilnehmer Alice und Bob über die Zentrale ausschließt. Gleichzeitig sind jedoch die Leitungen nicht vertrauenswürdig, sodass die Kommunikation über große Strecken verschlüsselt stattfinden sollte.

8.1.1 Kerberos

Eine Lösung für dieses Szenario bietet das Protokoll *Kerberos* an, das in Abbildung 8.1 in seiner ursprünglichen Form dargestellt ist. Alice sendet dabei der Schlüsselzentrale eine Anfrage, die ihren Namen und den ihres gewünschten Gesprächspartners erhält und bekommt dafür von der Zentrale zwei Pakete zurück, von denen eines mit ihrem und eins mit Bobs Schlüssel verschlüsselt ist. Beide Pakete erhalten den gemeinsamen Sitzungsschlüssel K, sowie die Lebensdauer L des Schlüssels und einen Zeitstempel T_{KC} der Schlüsselzentrale, der Replay-Attacken erschwert. Alice entpackt das an sie adressierte Paket, erhält den Sitzungsschlüssel und leitet nach Prüfung von L und T das für Bob vorbereitete Paket weiter. Sie fügt außerdem eine mit K verschlüsselte Nachricht bei, in der sie ihre Identität und einen von ihr erstellten Zeitstempel T_A einfügt.

Bob überprüft seinerseits den Zeitstempel der Zentrale und die Lebensdauer des Sitzungsschlüssels und dechiffriert dann Alices Nachricht mit dem neuen Sitzungsschlüssel. Er kann nun sowohl den Zeitstempel überprüfen als auch, ob die Anfrage an die Schlüsselzentrale vom selben Teilnehmer stammt wie die mit dem Sitzungsschlüssel chiffrierte Nachricht. Außerdem kann er bei erfolgreicher Entschlüsselung sicher sein, dass Alice K besitzt. Er sendet nun seinerseits eine mit K verschlüsselte Nachricht an Alice, mit der er nachweist, dass er den Sitzungsschlüssel besitzt. Mit der Erhöhung des Zeitstempels kann er außerdem beweisen, dass er die korrekte Nachricht erhalten und dechiffriert hat.

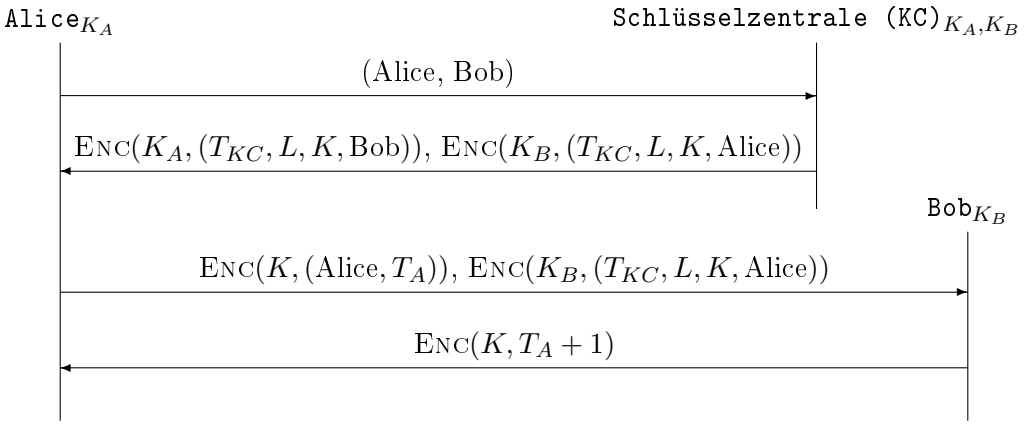


Abbildung 8.1: Ursprüngliches Schlüsselaustauschprotokoll Kerberos. T_X bezeichnet einen von X ausgestellten Zeitstempel, K den erzeugten Sitzungsschlüssel für Alice und Bob und L seine Lebensdauer.

Die verschachtelte Konstruktion von Kerberos verhindert Man-in-the-Middle-Angriffe. Die Kodierung der Absender- und Empfängernamen durch die Schlüsselzentrale ermöglicht eine Authentifizierung der Kommunikationsteilnehmer und der Einsatz von Zeitstempeln sowie die Zuordnung einer Lebensdauer zu einem Schlüssel erschwert zudem Replay-Attacken. Nichtsdestotrotz ist für das Protokoll ein aktiv sicheres Verschlüsselungsverfahren nötig. Über die Sicherheit von Kerberos lässt sich also formal keine Aussage treffen.

8.2 Asymmetrische Verfahren

Als Grundlage für die folgenden Schlüsselaustauschprotokolle nutzen wir eine Public-Key Infrastruktur. Die Schlüssel werden wie in Kapitel 5 von den Teilnehmern selbst erzeugt.

Jeder hält also seinen privaten Schlüssel geheim. Die öffentlichen Schlüssel hinterliegen an einem allgemein zugänglichen Ort und sind von einer vertrauenswürdigen Stelle zertifiziert.

8.2.1 Public-Key Transport

Das einfachste Verfahren, das sich zum Schlüsselaustausch in Public-Key-Infrastruktur anbietet, nennt sich *Public-Key Transport*. Alice erzeugt einen Sitzungsschlüssel, den sie für die Kommunikation mit Bob verwenden will. Die bereits bestehende Infrastruktur wird nun dafür genutzt, den Sitzungsschlüssel mit Bobs öffentlichem Schlüssel zu chiffrieren und an Bob zu senden (siehe Abb. 8.2).

$$\text{Alice}_{sk_A} \xrightarrow{C := \text{Enc}(pk_B, K)} \text{Bob}_{sk_B}$$

Abbildung 8.2: Während des Protokolls Public-Key Transport wählt Alice einen Sitzungsschlüssel K und sendet ihn unter Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Public-Key-Infrastruktur an Bob.

Vorausgesetzt, das verwendete Public-Key-Verfahren ist IND-CPA-sicher, kann der Angreifer C nicht von Zufall unterscheiden oder den darin enthaltenen Sitzungsschlüssel extrahieren. Public-Key Transport ermöglicht also passive Sicherheit gegenüber einem Angreifer, der C auf der Leitung mithören kann.

Allerdings bietet das Verfahren in dieser Form keine Möglichkeit zur Authentifizierung der Kommunikationsteilnehmer an. Das lässt sich durch das Hinzufügen von Signaturen wie in Abbildung 8.3 lösen. Trotzdem ist es dann noch immer möglich, einen Replay-Angriff durchzuführen und C zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal zu senden, ohne dass Bob der Fehler sofort auffällt.

$$\text{Alice}_{sk_{\text{PKE},A}, sk_{\text{Sig},A}} \xrightarrow{\begin{array}{c}(C := \text{Enc}(pk_{\text{PKE},B}, K),\\ \sigma := \text{Sig}(sk_{\text{Sig},A}, C))\end{array}} \text{Bob}_{sk_{\text{PKE},B}, sk_{\text{Sig},B}}$$

Abbildung 8.3: Digitale Signaturen ermöglichen den Ausbau des Protokolls Public-Key Transport auf die Authentifikation der Teilnehmer.

8.2.2 Diffie-Hellman-Schlüsselaustausch

Der Diffie-Hellman-Schlüsselaustausch (1976) hat auf den ersten Blick Ähnlichkeit mit dem asymmetrischen Verschlüsselungsverfahren von ElGamal (1985). Auch hier benötigen wir eine ausreichend große, zyklische Gruppe $\mathbb{G} = \langle g \rangle$ mit Ordnung q. Alice und Bob wählen sich jeweils eine Zufallszahl $x, y \in \mathbb{Z}_q$ und schicken g^x bzw. g^y an den jeweils anderen. Jeder von beiden ist nun in der Lage, g^{xy} zu berechnen.

Das Berechnen des gemeinsamen Geheimnisses g^{xy} als Außenstehender bezeichnet man als *computational Diffie-Hellman*-Problem (CDH-Problem). Dabei hat ein Angreifer Zugriff auf das Generatorelement und die beiden Zahlen g^x, g^y. Die Sicherheit des Verfahrens beruht auf der sogenannten *computational Diffie-Hellman*-Annahme (CDH-Annahme), die besagt, dass das Lösen des CDH-Problems in manchen zyklischen Gruppen schwer ist. Aktive Angriffe, wie Replay- oder Man-in-the-Middle-Attacken, sind damit allerdings nicht ausgeschlossen.

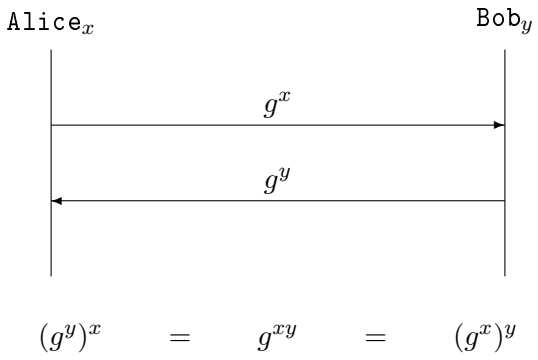


Abbildung 8.4: Diffie-Hellman-Schlüsselaustausch

8.3 Transport Layer Security (TLS)

Dieses Kapitel befasst sich mit einem Protokoll zum Schlüsselaustausch zweier einander unbekannter Kommunikationspartner. Die klassische Motivation hierfür sind Einkäufe mit der Kreditkarte. Dabei ist es nicht ausschließlich Alices Sorge, dass die Daten unterwegs abgefangen und für andere Käufe verwendet werden könnten. Ein Angreifer könnte außerdem die Kaufsumme ihres Auftrags manipulieren oder sich für den Server ausgeben, mit dem Alice kommunizieren möchte und dem sie ihre Kreditkartendaten überträgt.

Dieses Problem, das gleichzeitig den Schlüsselaustausch, wie auch die Authentifikation der Kommunikationspartner umfasst, beschränkt sich allerdings nicht auf den Interneteinkauf über *http* sondern auch auf andere Anwendungsprotokolle wie *ftp* zur Übertragung von Dateien und *imap* und *smtp*, denen Alice ihre E-Mail-Passwörter anvertraut.

Kurz gefasst benötigt Alice also ein Protokoll, das die Integrität der übertragenen Daten sowie die Authentifikation des Senders bzw. Empfängers implementiert und einen sicheren Schlüsselaustausch zur Verfügung stellt. Gleichzeitig sollte es möglichst viele Anwendungsprotokolle abdecken, damit nicht jedes einzeln abgesichert werden muss.

Zu diesem Zweck wurde SSL (*Secure Socket Layer*) entwickelt und in 1999 mit einigen Änderungen als TLS (*Transport Layer Security*) standardisiert. TLS ist ein hybrides Protokoll zum Aufbau und Betrieb sicherer Kanäle über ein eigentlich unsicheres Medium, einschließlich eines Schlüsselaustauschs. Dafür wird erst ein authentifizierter asymmetrischer Schlüsselaustausch durchgeführt und danach mit diesem ausgehandelten Schlüssel symmetrisch verschlüsselt kommuniziert. Es ist sogar möglich, einen Schlüssel neu auszuhandeln, falls der Verdacht besteht, dass er kompromittiert ist. Außerdem bietet TLS eine ganze Reihe an Schlüsselaustausch- und Verschlüsselungsalgorithmen an, auf die die beiden Parteien sich einigen können.

Dadurch, dass TLS auf der Transportschicht[1] verschlüsselt, ist es vergleichsweise einfach, Anwendungsprotokolle wie *http*, *smtp* oder *ftp* darauf anzupassen.

8.3.1 TLS-Handshake

Der für das Schlüsselaustauschproblem interessante Teil von TLS besteht aus einem Handshake, der vereinfacht in Abbildung 8.5 dargestellt ist. Dafür signalisiert der Client dem

[1] Die Transportschicht ist die 4. Schicht des OSI-Modells, eine in Schichten gegliederte Architektur für Netzwerkprotokolle. Auf der 4. Schicht sind die bekannten Transportprotokolle TCP und UDP angesiedelt.

Server, dass er den Aufbau eines verschlüsselten Kanals wünscht (*client_hello*). Er liefert dem Server eine Zufallszahl R_C sowie eine nach seiner Präferenz sortierte Liste von Algorithmen (Hashfunktionen, symmetrische Verschlüsselungsverfahren und Schlüsselaustauschprotokolle). Der Server generiert seinerseits eine Zufallszahl R_S, wählt einen Satz Algorithmen aus der Liste des Clients aus und schickt diese zurück (*server_hello*). Im Folgenden werden die vom Server ausgewählten Verfahren verwendet.

Im nächsten Schritt schickt der Server dem Client seinen öffentlichen Schlüssel pk_S, sowie das dazugehörige Zertifikat, damit der Client die Identität seines Gesprächspartners überprüfen kann. Haben sich Client und Server auf beidseitige Authentifikation geeinigt, fordert der Server außerdem das Zertifikat des Clients an. Wie genau diese Authentifizierung abläuft, wurde im vorigen Schritt durch die Auswahl der entsprechenden Algorithmen festgelegt. Der Client antwortet mit seinem Zertifikat und seinem öffentlichen Schlüssel pk_C. Um die Integrität der bisherigen Kommunikation sicherzustellen, berechnet der Client außerdem den Hashwert H der bisher ausgetauschten Nachrichten und signiert diesen mit seinem privaten Schlüssel. Der Server prüft das Zertifikat, die Signatur und den Hashwert.

Nun berechnet der Client eine weitere Zufallszahl, das so genannte *premaster secret* (PMS), und schickt es verschlüsselt mit dem zertifizierten öffentlichen Schlüssel an den Server. Beide Teilnehmer besitzen nun einen selbstgewählten Zufallswert sowie einen des Kommunikationspartners und das premaster secret. Aus diesen drei Zufallszahlen berechnen Client und Server nun mithilfe eines öffentlich bekannten Algorithmus den *master key* (MS), aus dem wiederum die für die Kommunikation verwendeten session keys abgeleitet werden. Für die Berechnung der jeweiligen Schlüssel werden Funktionen verwendet, die pseudozufällige Ergebnisse liefern.

Im letzten Teil des Handshakes signalisiert der Client, dass er nun verschlüsselt kommunizieren wird (*ChangeCipherSpec*) und dass damit der Handshake beendet ist (*Finished*). Der Server antwortet analog. Beide verwenden für die fortlaufende Kommunikation den vereinbarten Verschlüsselungsalgorithmus und den gemeinsamen session key.

8.3.2 Angriffe auf TLS

Unter Verwendung einer idealen Verschlüsselung, also im idealen Modell, ist TLS sicher. Auch in der Praxis gilt die Sicherheit von TLS in der neuesten Version und Verwendung der richtigen Parameter und Algorithmen als etabliert. Allerdings mussten konkrete Implementierungen als Reaktion auf veröffentlichte Angriffe immer wieder gepatcht werden und es existieren einige Angriffe auf bestimmte Varianten und Kombinationen von eingesetzten Algorithmen, von denen im Folgenden einige erklärt werden.

8.3.2.1 `ChangeCipherSpec` Drop

Dieser Angriff entstammt dem Jahr 1996 und richtet sich gegen SSL unter Version 3.0, also gegen das Protokoll *vor* seiner Standardisierung als TLS.

Beobachtung: Server und Client tauschen zu Beginn ihrer Kommunikation eine Reihe unverschlüsselter Nachrichten aus (öffentliche Schlüssel, Präferenzen für verwendete Algorithmen, Details der Authentifikation ...), die es einem Angreifer erlauben, den Status des Schlüsselaustauschs zu erkennen. Kurz vor Ende des Handshakes sendet der Client, ebenfalls im Klartext, *ChangeCipherSpec*, um auf verschlüsselte Kommunikation umzuschalten.

Angriff: Ein aktiver Angreifer unterdrückt den *ChangeCipherSpec*-Hinweis des Clients.

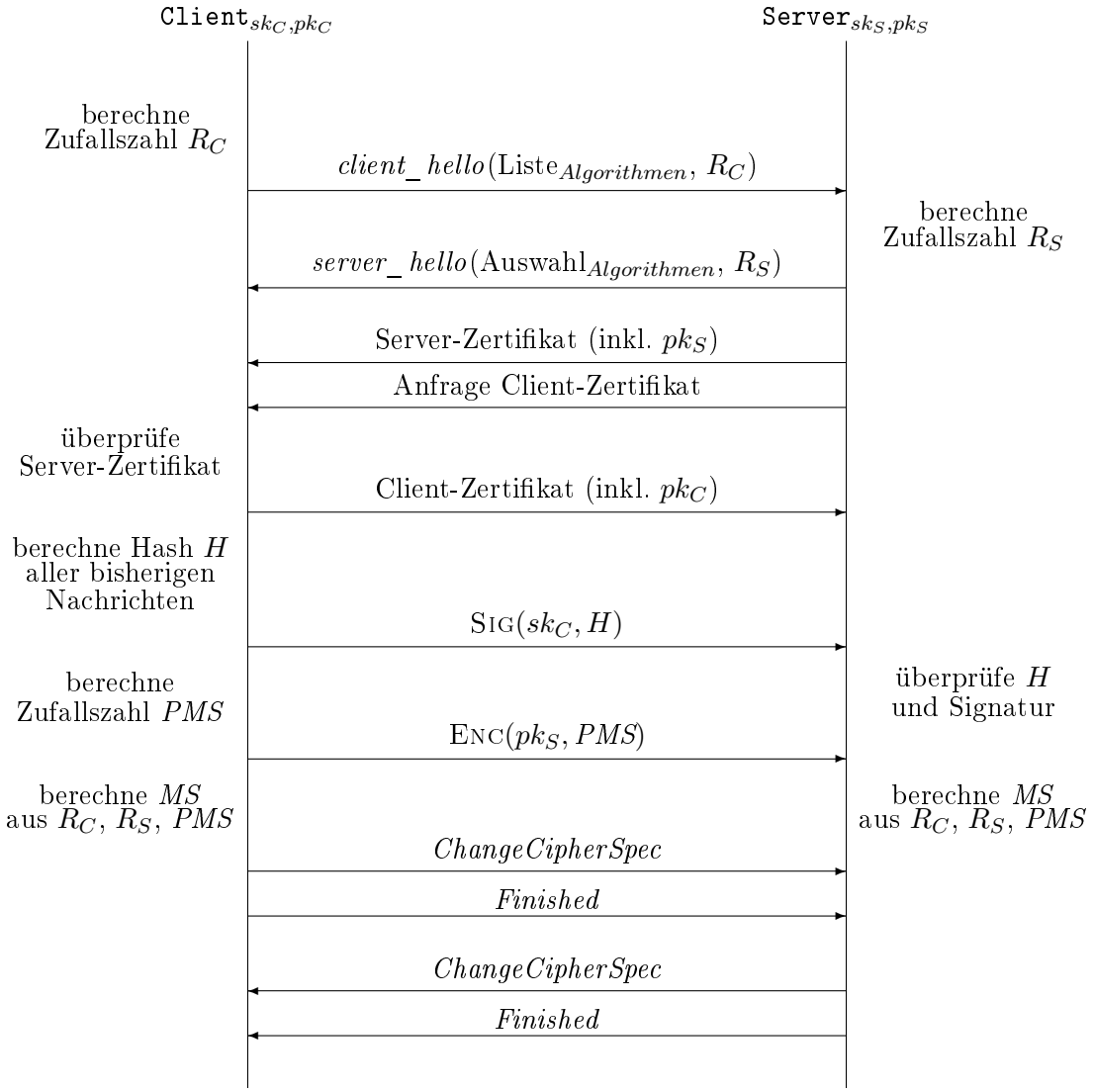


Abbildung 8.5: Vereinfachter Ablauf eines SSL/TLS-Handshakes mit beidseitiger Authentifikation.

Konsequenz: Falls der Server sofort danach Nutzdaten sendet, werden diese nicht verschlüsselt und können vom Angreifer von der Leitung gelesen werden.

Gegenmaßnahme: Bevor die Nutzdaten gesendet werden, muss der Server auf die Bestätigung des Clients warten.

8.3.2.2 Beispielangriff auf RSA-Padding

1998 wurde ein Angriff auf das RSA-Padding bekannt, der bei entsprechender Algorithmenwahl in SSL ausgenutzt werden kann, um Einblick in den für die gemeinsame Kommunikation verwendeten Schlüssel zu erlangen.

Beobachtung: Die von SSL eingesetzte Variante von RSA verwendet beim Transport des Master Keys „naives“ Padding:

$$C = \text{Enc}(pk, \text{pad}(M)) = (\text{pad}(M))^e \mod N$$

Dabei kann durch homomorphe Veränderungen des Chiffrats C und ständige Überprüfung, ob C noch immer gültig ist, auf die Beschaffenheit von M geschlossen werden.

Angriff: Eine vereinfachte Darstellung des zu übertragenden Schlüssels K ist:

$$C = \text{pad}(K)^e = (\text{0x0002} \parallel \texttt{rnd} \parallel \text{0x00} \parallel K)^e \mod N$$

Klar ist, dass K vergleichsweise kurz sein und deshalb mit vielen Nullbits beginnen muss. Ziel ist es nun, möglichst viele gültige Faktoren α_i zu finden, sodass

$$M_i := \alpha_i \cdot (\text{0x0002} \parallel \texttt{rnd} \parallel \text{0x00} \parallel K)^e \mod N = \textsc{Dec}(\alpha_i^e \cdot C \mod N)$$

gültig ist. Die Gültigkeit wird festgestellt, indem die M_i zur Überprüfung an den Server weitergeleitet werden. Der Server gibt in älteren SSL-Versionen Hinweise, wenn das Padding fehlerhaft ist.

Konsequenz: Viele gültige M_i liefern ein grobes Intervall, in dem K liegt.

Gegenmaßnahme: Wähle K zufällig, wenn das Padding ungültig ist. (Zu diesem Zeitpunkt stand eigentlich bereits RSA-OAEP zur Verfügung.)

Aus diesem Angriff geht das Theorem von Håstad und Näslund hervor, das besagt, dass jedes Bit von RSA *hardcore* ist.

Theorem 8.1 (Håstad und Näslund)**.** *Sei N, e, d wie bei RSA, $M^* \in \mathbb{Z}_N$ und $i \in \{1, \ldots, \lfloor \log_2(N) \rfloor\}$ beliebig. Sei $\mathcal{O}$ ein Orakel, das bei Eingabe C das i-te Bit von $M = C^d \mod N$ ausgibt. Dann existiert ein (von N, e, d unabhängiger) Polynomialzeit-Algorithmus, der bei Eingabe N, e, i und $C^* := (M^*)^e \mod N$ und mit $\mathcal{O}$-Zugriff M^* berechnet.*

8.3.2.3 CRIME

Dieser Angriff aus 2002 (Aktualisierung in 2012) funktioniert bei eingeschalteter Kompression.

Beobachtung: Bei eingeschalteter Kompression wird nicht mehr M sondern $comp(M)$ übertragen. TLS verwendet *DEFLATE*-Kompression. Bereits einmal aufgetretene Muster werden also nach dem Prinzip *comp*`(Fliegen fliegen) = Fliegen f(-8,6)` wiederverwendet.

Angriff: Ein Angreifer kann über die Länge des Chiffrats feststellen, ob im nachfolgenden (unbekannten) Teil des Klartextes Kompression verwendet wurde, indem er einen vorangegangenen Teil manipuliert. Die Länge des Chiffrats sinkt dann und der Angreifer weiß, dass zumindest ein Teil seines selbst eingefügten Textes im Rest des Chiffrats vorgekommen sein muss.

Konkret kann sich ein Angreifer, der in der Lage ist, einem Client einen Teil seiner Kommunikation mit dem Server zu diktieren, Stück für Stück dem von ihm gesuchten Klartext nähern. Wenn er beispielsweise den Session-Cookie des Clients (mit dem geheimen Inhalt `ABCD`) stehlen möchte, so kann er (z.B. über Schadcode) dem Client eine Eingabe (z.B. `WXYZ`) diktieren, die dieser vor dem Verschlüsseln der Nachricht hinzufügt. Er komprimiert und verschlüsselt also nicht mehr nur `ABCD` sondern `WXYZABCD`. Aus dem belauschten Chiffrat $C := \textsc{Enc}(K, comp(\texttt{WXYZABCD}))$ kann der Angreifer die Länge von $comp(\texttt{WXYZABCD})$ extrahieren und so den Abstand seines eingeschleusten Textstücks `WXYZ` zu dem vom Client geheim gehaltenen Cookie bestimmen.

Konsequenz: Mit mehreren Wiederholungen kann der Angreifer den Inhalt des Cookies immer weiter einschränken und ihn schließlich rekonstruieren.

Gegenmaßnahme: Keine Kompression verwenden.

8.3.2.4 Fazit

TLS ist ein historisch gewachsenes Protokoll mit hoher Relevanz. Allerdings bietet es durch die hohe Anzahl an Versionen und Einstellungsmöglichkeiten auch eine große Angriffsfläche, die häufiger durch Fixes als durch Einführung sichererer Algorithmen reduziert wird. Dazu kommt, dass von vielen Browsern ausschließlich der TLS-Standard von 1999 unterstützt wird, was zwar Schwierigkeiten in der Kompatibilität mit anderen Systemen umgeht, aber auch dazu führt, dass einige bereits bekannte Ansatzpunkte für Angriffe noch immer flächendeckend bestehen.

8.4 Weitere Protokolle

8.4.1 IPsec

IPsec (*Internet Protocol Security*) ist eine Sammlung von Standards, die zur Absicherung eines IP-Netzwerks entworfen wurden. Es setzt demnach nicht wie TLS auf der Transportschicht sondern auf der Internetschicht des TCP/IP-Protokollstapels auf. Es soll die Schutzziele Vertraulichkeit, Integrität und Authentizität in IP-Netzwerken sicherstellen. Allerdings liegt der Fokus von IPsec dabei nicht auf dem Schlüsselaustausch, der deshalb vorher getrennt stattfinden muss (aktuell durch IKE). Stattdessen bietet IPsec Maßnahmen zur Integritätssicherung der Daten an (u.A. HMAC), soll die Vortäuschung falscher IP-Adressen (IP-Spoofing) verhindern und bietet verschiedene Modi zur Verschlüsselung von IP-Paketen an.

Obwohl IPsec nicht sonderlich stark verbreitet und nicht sehr gut untersucht ist, haben sich bereits einige Angriffe herauskristallisiert, auf die hier jedoch nicht näher eingegangen wird.

8.4.2 Password Authentication Key Exchange (PAKE)

Dieses Protokoll basiert auf der Annahme, dass Alice und Bob, die miteinander kommunizieren wollen, ein gemeinsames Geheimnis `passwort` besitzen. Über dieses Passwort wollen sie einander authentifizieren und einen Schlüssel für ihre Kommunikation errechnen. Natürlich kann ein Angreifer trotz allem noch eine vollständige Suche über die möglichen Passwörter durchführen, es sollte ihm jedoch nicht möglich sein, schneller ans Ziel zu kommen.

Es handelt sich dabei eher um ein grundlegendes Prinzip als um ein feststehendes Protokoll. Bei der Konstruktion eines PAKE ist darauf zu achten, dass die simpelste Variante, das Senden von $\text{ENC}(\texttt{passwort}, K)$ keine forward-secrecy bietet. Das bedeutet, wenn im Nachhinein ein Angreifer das Passwort eines Teilnehmers knackt, ist er nicht nur zukünftig in der Lage, dessen Identität zu simulieren sondern kann außerdem sämtliche vergangene Kommunikation nachvollziehen.

Eine funktionierende Konstruktion ist *Encrypted Key Exchange* (EKE), bei dem zunächst $\text{ENC}(\texttt{passwort}, pk)$ gesendet und infolgedessen asymmetrisch kommuniziert wird. Bei *Sim-*

ple Password Exponential Key Exchange wird ein Diffie-Hellman-Schlüsselaustausch auf der Basis von einem nur den Teilnehmern bekannten $g = H(\texttt{passwort})^2$ durchgeführt. Der beweisbare PAKE von Goldreich-Lindell nutzt Zero-Knowledge, um die Teilnehmer zu authentifizieren, ohne das dafür nötige Geheimnis aufzudecken.

PAKE wird z.B. als Basis für EAP (*Extensible Authentication Protocol*) in WPA verwendet und ist formal modellierbar und seine Sicherheit unter bestimmten theoretischen Annahmen beweisbar.

Kapitel 9

Identifikationsprotokolle

Nachdem wir jetzt Authentifikation von Nachrichten und den authentifizierten Austausch von Schlüsseln betrachtet haben, befasst sich dieses Kapitel mit der asymmetrischen Identifikation von Kommunikationsteilnehmern. Das bedeutet, Alice ist im Besitz eines geheimen Schlüssels sk und Bob, der den dazugehörigen öffentlichen Schlüssel pk kennt, möchte sicher sein, dass er mit einer Instanz redet, die in Besitz von sk ist. Üblicherweise geht es bei dieser Prüfung um den Nachweis einer Identität, der an bestimmte (Zugangs-)Rechte gekoppelt ist.

Da Alice im Folgenden *beweisen* muss, dass sie den geheimen Schlüssel besitzt, und Bob ihre Identität *überprüft*, heißen die beiden für den Rest dieses Kapitels `Prover` und `Verifier`.

Der einfachste Weg, dem Verifier zu beweisen, dass der Prover das Geheimnis sk kennt, ist es, ihm den Schlüssel einfach direkt zu schicken. Der Verifier kann dann die Zugehörigkeit zu pk feststellen und sicher sein, dass der Prover das Geheimnis kennt. Allerdings wird bei diesem Vorgehen sk allgemein bekannt und garantiert nach der ersten Verwendung keine Zuordnung mehr zu einer bestimmten Identität.

Die Protokollanforderungen steigen also darauf, dass der Verifier sicher sein kann, dass der Prover das Geheimnis kennt, der Verifier selbst jedoch sk nicht lernt.

Ein zweiter Versuch umfasst die bereits entwickelten Signaturschemata. Der Prover schickt $\sigma := \text{SIG}(sk_A, \text{„ich bin's, P“})$ an den Verifier. $\text{VER}(pk_A, \text{„ich bin's, P“}, \sigma)$ liefert dem Verifier die Gültigkeit der entsprechenden Signatur und damit die Identität des Absenders. Um die Signatur zu fälschen, müsste ein Angreifer also das dahinterstehende Signaturverfahren brechen. Allerdings kann er die Signatur σ mit dieser trivialen Nachricht einfach wiederverwenden und sich so entweder als Man-in-the-Middle oder mithilfe eine Replay-Attacke Ps Identität zunutze machen.

Aus den ersten beiden Versuchen geht hervor, dass wir ein interaktives Protokoll wie in Abbildung 9.1 benötigen, um den geheimen Schlüssel gleichzeitig zu verbergen und den Besitz dieses Geheimnisses zu beweisen.[1]

[1] In der Praxis mag es sinnvoll sein, nicht nur die Zufallszahl R zu signieren, sondern dieser noch das aktuelle Datum und die aktuelle Uhrzeit hinzuzufügen. So kann, selbst wenn der Verifier irgendwann zum zweiten Mal die selbe Zufallszahl ausgibt, eine gerade erzeugte von einer alten Signatur unterschieden werden.

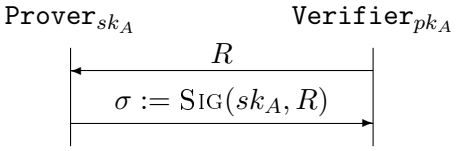


Abbildung 9.1: Interaktives Protokoll, in dem der Verifier dem Prover eine Zufallszahl R gibt, um dessen Identität durch eine Signatur sicherzustellen.

9.1 Sicherheitsmodell

Ein Public-Key-Identifikationsprotokoll ist definiert durch das Tupel $(\text{GEN}, \text{P}, \text{V})$ von PPT-Algorithmen. Dabei gibt GEN wie gewohnt bei Eingabe eines Sicherheitsparameters 1^k das Schlüsselpaar (pk, sk) aus. Der Prover P und der Verifier V sind zustandsbehaftet und interagieren während des Identitätsnachweises miteinander.

1. V erhält den öffentlichen Schlüssel pk_P als Eingabe und gibt out_V aus
2. P erhält Vs Ausgabe out_V und den privaten Schlüssel sk_V und gibt out_P aus
3. V erhält Ps Ausgabe out_P und gibt out_V aus
4. ist $\text{out}_V \in \{0, 1\}$ beende die Interaktion, ansonsten springe zurück zu Schritt 2

Der Verifier erzeugt also eine Ausgabe, mit deren Hilfe P beweisen muss, dass er das Geheimis sk kennt. P liefert auf Basis des Geheimnisses und der Ausgabe von V seinerseits eine Ausgabe und gibt diese an V weiter. V prüft das Ergebnis und entscheidet, ob die Prüfung erfolgreich abgeschlossen wurde. Falls ja, gibt er 1 aus, falls nein 0.

Das Verfahren muss *korrekt* sein, also muss schließlich gelten:

$$\forall (pk, sk) \leftarrow \text{GEN}(1^k) : V(\text{out}_P) \rightarrow 1$$

$\langle \text{P}(sk), \text{V}(pk) \rangle$ bezeichnet im Folgenden das Transkript der Interaktion zwischen Prover und Verifier.

Einem Angreifer $\mathcal{A}$ darf es nun intuitiv nicht möglich sein, gegenüber einem Verifier die Identität eines anderen anzunehmen. Um das überprüfen zu können, führen wir ein neues Spiel ein. Zunächst erzeugt das Spiel i (pk, sk)-Paare und ordnet die privaten Schlüssel i Provern zu.

1. $\mathcal{A}$ darf nun mit beliebig vielen dieser gültigen Prover interagieren. Dabei nimmt er die Rolle des Verifiers ein und hat demnach Zugriff auf die passenden öffentlichen Schlüssel pk_i, während die gültigen Prover seine Anfragen mit ihren privaten Schlüsseln sk_i beantworten.
2. $\mathcal{A}$ wählt sich nun einen der pk_{i^*} aus und stellt sich damit als Prover dem *echten* Verifier mit der Eingabe pk_{i^*}.
3. $\mathcal{A}$ gewinnt, wenn der Verifier als Ergebnis schließlich 1 ausgibt.

Wir nennen ein Public-Key-Identifikationsprotokoll $(\text{GEN}, \text{P}, \text{V})$ sicher, wenn kein PPT-Angreifer $\mathcal{A}$ das oben genannte Spiel häufiger als vernachlässigbar oft gewinnt.

Allerdings verhindert das oben genannte Spiel keinen Man-in-the-Middle-Angriff, in dem $\mathcal{A}$ die Ausgaben einfach weiterreicht.

9.2 Protokolle

Unter diesem Aspekt können wir nun unseren Vorschlag aus Abbildung 9.1 aufgreifen und untersuchen. Dieser Ansatz basiert auf einem Signaturverfahren. Seine Sicherheit ist demnach von der Sicherheit des verwendeten Signaturalgorithmus abhängig.

Theorem 9.1. *Ist das verwendete Signaturverfahren EUF-CMA-sicher, so ist das in Abbildung 9.1 gezeigte PK-Identifikationsprotokoll* $(\textsc{Gen}, \mathrm{P}, \mathrm{V})$ *sicher.*

Beweisidee. *Angenommen, es gibt einen Angreifer A, der das PK-Identifikationsprotokoll bricht. Dann ist er in der Lage, nicht-vernachlässigbar oft aus dem öffentlichen Schlüssel pk_{i^*} und einer vom Verifier ausgewählten Zufallszahl R eine Signatur $\sigma := \textsc{Sig}(sk_{i^*}, R)$ zu berechnen.*

Aus A kann nun ein Angreifer B konstruiert werden, der die Ergebnisse von A nutzt, um das EUF-CMA-sichere Signaturverfahren zu brechen.

Ein weiterer Ansatz für ein funktionierendes Identifikationsprotokoll auf Public-Key-Basis ist in Abbildung 9.2 dargestellt. Hier wird R vor der Übertragung über die Leitung vom Verifier mit pk_{i^*} verschlüsselt, sodass die Kenntnis von sk_{i^*} durch einen Entschlüsselungsvorgang überprüft wird.

Es ist hierbei darauf zu achten, dass das Schlüsselpaar, das für dieses Identifikationsprotokoll verwendet wird, nicht auch zum Verschlüsseln gebraucht werden sollte. Ansonsten kann ein Angreifer in der Rolle des Verifiers die Entschlüsselung von ihm bekannten Chiffraten herbeiführen und somit jedes beliebige Chiffrat entschlüsseln lassen.

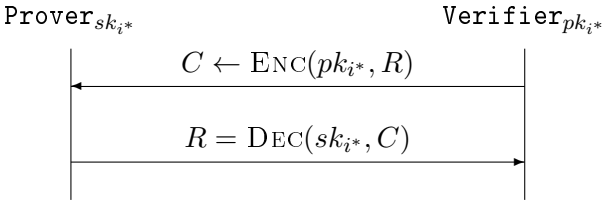


Abbildung 9.2: Dieses Identifikationsprotokoll profitiert von der Sicherheit des verwendeten Public-Key-Verschlüsselungsverfahrens.

Theorem 9.2. *Ist das in Abbildung 9.2 verwendete Verschlüsselungsverfahren IND-CCA-sicher, so ist das darauf basierende PK-Identifikationsprotokoll* $(\textsc{Gen}, \mathrm{P}, \mathrm{V})$ *sicher.*

Beweisidee. *Der Beweis dafür läuft analog zum obigen. Aus einem Angreifer A, der das Identifikationsprotokoll nicht vernachlässigbar oft bricht, wird ein Angreifer B konstruiert, der das IND-CCA-sichere Verschlüsselungsverfahren bricht.*

Identifikationsprotokolle wie die in Abbildungen 9.1 und 9.2 gezeigten heißen auch „Challenge-Response-Verfahren“, denn der Verifier stellt dem Prover eine Aufgabe (oder Herausforderung, die „Challenge“), die nur der echte Prover lösen kann. In dem Protokoll aus Abbildung 9.1 ist diese Aufgabe die Erstellung einer Signatur für einen Zufallsstring R; in Abbildung 9.2 ist diese Aufgabe die Entschlüsselung eines zufälligen Chiffrats $C = \textsc{Enc}(pk_{i^*}, R)$. Die Lösung des Provers wird daher auch als die Antwort, oder „Response“ bezeichnet.

Kapitel 10

Zero-Knowledge

Im vorigen Kapitel wurden zwei Voraussetzungen entwickelt, die für Identifikationsprotokolle wünschenswert sind.

- Verifier V lernt sk_P nicht
- Prover P beweist, dass er sk_P kennt

Diese Eigenschaften konnten wir im vorigen Kapitel nur teilweise erfüllen. Beispielsweise ist es dem Verifier im Protokoll aus Abbildung 9.1 möglich, Teilinformationen über sk_P zu erlangen. Vielleicht kennt P außerdem nur eine Art Ersatzschlüssel und nicht den echten sk_P. All das reicht für eine Identifikation aus, kann jedoch dazu führen, dass der geheime Schlüssel mit der Zeit korrumpiert wird.

10.1 Zero-Knowledge-Eigenschaften

Wir wollen nicht nur erreichen, dass V sk_P nicht lernt, sondern verlangen strikter, dass V *nichts* über den geheimen Schlüssel von P lernt. Wir müssen dabei allerdings berücksichtigen, dass er in Form von pk_P bereits eine mit sk_P verknüpfte Information besitzt (z.B. mit $sk_P = x$ und $pk_P = g^x$). Wir verlangen also, dass V während der Kommunikation mit P nichts über sk_P lernt, was er nicht schon aus pk_P berechnen kann.

Wir modellieren dafür zu dem Verifier V einen Simulator $\mathcal{S}$, der dieselbe Ausgabe erzeugt wie V, jedoch ohne mit P kommuniziert zu haben. Dazu benötigen wir die folgende Definition:

Definition 10.1 (Ununterscheidbarkeit)**.** Zwei (möglicherweise vom Sicherheitsparameter $k \in \mathbb{N}$ abhängige) Verteilungen X, Y sind ununterscheidbar (geschrieben $X \overset{c}{\approx} Y$), wenn für alle PPT-Algorithmen $\mathcal{A}$ die Differenz

$$\Pr\left[\mathcal{A}(1^k, x) = 1 : x \leftarrow X\right] - \Pr\left[\mathcal{A}(1^k, y) = 1 : y \leftarrow Y\right]$$

vernachlässigbar in k ist.

Intuitiv sind also Elemente aus X nicht effizient von Elementen aus Y unterscheidbar.

Definition 10.2 (Zero-Knowledge)**.** Ein PK-Identifikationsprotokoll $(\textsc{Gen}, \mathrm{P}, \mathrm{V})$ ist Zero-Knowledge (ZK), falls für jeden PPT-Algorithmus $\mathcal{A}$ (der Angreifer) ein PPT-Algorithmus $\mathcal{S}$ (der Simulator) existiert, so dass die folgenden Verteilungen ununterscheidbar sind (wobei $(pk, sk) \leftarrow \textsc{Gen}(1^k)$):

$$\langle \mathrm{P}(sk), \mathcal{A}(1^k, pk)\rangle \qquad \text{und} \qquad (\text{Ausgabe von}) \ \mathcal{S}(1^k, pk)$$

$\mathcal{S}$ simuliert also die Interaktion zwischen P und $\mathcal{A}$. Da $\mathcal{S}$ ein PPT-Algorithmus ist, dessen einzige Informationsquelle über sk der gegebene Public Key pk ist, kann die Ausgabe von $\mathcal{S}$ nur Informationen enthalten, die bereits mit geringem Aufwand aus pk berechnet werden können. Ist die Zero-Knowledge Eigenschaft erfüllt, dann ist ein solches simuliertes Transkript von einem echten Transkript $\langle \mathrm{P}(sk), \mathcal{A}(1^k, pk)\rangle$ nicht unterscheidbar, also kann auch das echte Transkript nicht mehr Informationen über sk enthalten als bereits in pk enthalten sind.

Wir untersuchen nun als Beispiel, ob das oben vorgestellte Identifikationsprotokoll (vgl. Abbildung 9.1) ein Zero-Knowledge-Protokoll ist. Im ersten Schritt des Protokolls sendet der Verifier V einen Zufallsstring R an den Prover P. Im zweiten Schritt sendet P eine Signatur der Nachricht R an V zurück.

Um ein glaubwürdiges simuliertes Transkript zu erstellen müsste der Simulator also einen Zufallsstring R und eine gültige Signatur $\sigma := \textsc{Sig}(sk, R)$ erzeugen, um diese in das simulierte Transkript einzubetten. Das würde aber einen Bruch des Signaturverfahrens erfordern, da $\mathcal{S}$ nur über pk verfügt. Das Protokoll ist also *nicht* Zero-Knowledge.

Bevor wir jedoch ein Zero-Knowledge-Identifikationsprotokoll vorstellen, benötigen wir noch *Commitments* als Hilfskonstruktion.

10.2 Commitments

Ein Commitment-Schema besteht aus einem PPT-Algorithmus Com. Dieser erhält eine Nachricht M als Eingabe. Außerdem schreiben wir den von Com verwendeten Zufall R explizit hinzu. Eine Ausführung von Com wird also als $\textsc{Com}(M; R)$ geschrieben. Die Ausgabe von Com wird als *Commitment* bezeichnet. Dieses Commitment muss folgende Eigenschaften erfüllen:

Hiding $\textsc{Com}(M; R)$ verrät zunächst keinerlei Information über M.

Binding $\textsc{Com}(M; R)$ legt den Ersteller des Commitments auf M fest, d.h. der Ersteller kann später nicht glaubhaft behaupten, dass $M' \neq M$ zur Erstellung des Commitments verwendet wurde.

Ein klassisches Anwendungsbeispiel für Commitment-Schemas sind Sportwetten, z.B. auf Pferderennen. Hier möchte Alice eine Wette auf den Ausgang eines Rennens bei der Bank abgeben. Alice befürchtet jedoch, dass die Bank den Ausgang des Rennens manipulieren könnte, wenn die Bank Alices Wette erfahren würde. Deshalb möchte Alice ihren Wettschein nicht vor dem Ereignis der Bank übergeben. Andererseits muss die Bank darauf bestehen, dass Alice die Wette vor dem Wettstreit abgibt, denn sonst könnte Alice betrügen, indem sie den Wettschein erst nach Ende des Sportereignisses ausfüllt.

Commitment-Schemas bieten eine einfache Lösung für dieses Dilemma: Alice setzt ihre Wette M und legt sich mittels des Commitment-Schemas darauf fest. Sie berechnet also ein Commitment $\textsc{Com}(M; R)$, und händigt dieses der Bank aus. Wegen der Hiding-Eigenschaft kann die Bank Alices Wette nicht in Erfahrung bringen und deshalb das Rennen nicht gezielt manipulieren. Alice ist also vor Manipulation zu ihren Ungunsten geschützt. Sobald das Rennen abgeschlossen ist, deckt Alice ihr Commitment auf. Nun erfährt die Bank was Alice gewettet hat und kann ggf. den Gewinn auszahlen. Die Binding-Eigenschaft des Commitments garantiert der Bank, dass Alice nur ihre echte, vorher gesetzte Wette M aufdecken kann. Damit ist ausgeschlossen, dass Alice die Bank betrügen kann.

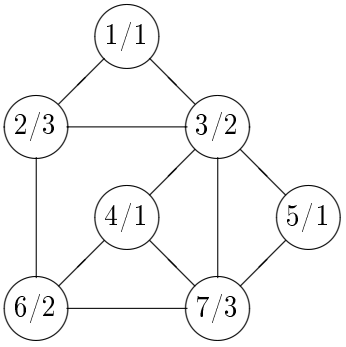


Abbildung 10.1: Ein dreifärbbarer Graph. Für jeden Knoten sind Nummer (links) und Farbe (rechts) angegeben. Da kein Knoten mit einem gleichgefärbten Knoten direkt benachbart ist, ist die hier gezeigte Dreifärbung gültig.

Definition 10.3 (Hiding)**.** Ein Commitmentschema COM ist *hiding*, wenn für beliebige $M \neq M' \in \{0,1\}^*$ und unabhängig zufälliges R $\text{COM}(M;R) \overset{c}{\approx} \text{COM}(M';R)$ ist.

Definition 10.4 (Binding)**.** Ein Commitmentschema COM ist *binding*, wenn für jeden PPT-Angreifer $\mathcal{A}$, der M, R, M', R' ausgibt, $\Pr[\text{COM}(M;R) = \text{COM}(M';R') \text{ und } M \neq M']$ vernachlässigbar im Sicherheitsparameter k ist.

In der Literatur existieren verschiedene Konstruktionen für solche Commitment-Verfahren. Ein bekanntes Beispiel sind Pedersen-Commitments [21].

10.3 Beispielprotokoll: Graphendreifärbbarkeit

Als Beispiel für ein Zero-Knowledge-Identifikationsprotokoll geben wir ein Protokoll an, das auf dem Problem der Dreifärbbarkeit von Graphen beruht. Wir rekapitulieren zunächst dieses Problem.

Definition 10.5. Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$ mit Knotenmenge V und Kantenmenge $E \subseteq V^2$. Eine Dreifärbung von G ist eine Abbildung $\phi : V \to \{1,2,3\}$, die jedem Knoten $v \in V$ eine „Farbe“ $\phi(V) \in \{1,2,3\}$ zuordnet[1], wobei jede Kante $(i,j) \in E$ zwei verschiedenfarbige Knoten i, j verbindet. Es muss also für jede Kante (i,j) gelten, dass $\phi(i) \neq \phi(j)$. Ein Graph G heißt dreifärbbar, wenn eine Dreifärbung für G existiert.

Abbildung 10.1 zeigt beispielhaft einen Graphen zusammen mit einer Dreifärbung.

Das Entscheidungsproblem, ob ein gegebener Graph dreifärbbar ist, ist NP-vollständig [24].

Zwar lässt sich für bestimmte Klassen von Graphen G leicht entscheiden, ob sie dreifärbbar sind oder nicht.[2] Es gibt aber auch Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Graphen, für die

[1] Man kann grundsätzlich drei beliebige Farben für die Definition wählen, z.B. „rot“, „grün“ und „blau“; „cyan“, „magenta“ und gelb; oder auch „pastell“, „purpur“ und „pink“. Die Definition bleibt dabei im Wesentlichen die Gleiche. Um sich um eine konkrete, willkürliche Wahl dieser drei Farben zu drücken verwendet man schlicht 1,2 und 3.

[2] Graphen mit maximalem Knotengrad 2 sind z.B. immer dreifärbbar. Graphen, die eine 4-Clique enthalten (also 4 Knoten, die untereinander alle direkt verbunden sind), sind niemals dreifärbbar.

es im Mittel sehr schwierig ist, die Dreifärbbarkeit zu entscheiden. Die Details sind hier für uns nicht weiter interessant.

Wir betrachten nun das folgende Protokoll. Zuvor wird der Algorithmus GEN ausgeführt, der einen zufälligen Graphen G zusammen mit einer Dreifärbung ϕ erzeugt. Der öffentliche Schlüssel ist $pk = G$, der geheime Schlüssel $sk = (G, \phi)$.

1. Der Prover P wählt eine zufällige Permutation π der Farben $\{1, 2, 3\}$. Mit dieser Permutation werden im nächsten Schritt die Farben von G vertauscht.
2. P berechnet für jeden Knoten i das Commitment auf die (neue) Farbe $com_i = \text{COM}(\pi(\phi(i)); R_i)$ und sendet alle Commitments an V, d.h. P legt sich gegenüber V auf den Graphen mit vertauschten Farben fest.
3. V wählt eine zufällige Kante (i, j) und sendet diese an P.
4. P öffnet die Commitments com_i und com_j gegenüber V.
5. V überprüft, ob die Commitments korrekt geöffnet wurden und ob $\pi(\phi(i)) \neq \pi(\phi(j))$. Wenn beides der Fall ist akzeptiert V. Wenn eines nicht der Fall ist, lehnt V ab.

Wenn P ehrlich ist, also tatsächlich eine Dreifärbung von G kennt, dann kann er V immer überzeugen. Das bisherige Protokoll ist aber noch nicht sicher, denn ein Angreifer der keine Dreifärbung von G kennt, könnte einfach eine zufällige Abbildung $\phi' : V \to \{1, 2, 3\}$ erstellen. Mit dieser zufälligen Färbung, die im Allgemeinen keine gültige Dreifärbung ist, führt der Angreifer das Protokoll regulär durch, d.h. er wählt eine zufällige Permutation π und berechnet die Commitments wie oben angegeben. Für eine zufällige, vom Verifier gewählte Kante (i, j) gilt dann mit Wahrscheinlichkeit $2/3$ $\phi'(i) \neq \phi'(j)$, also auch $\pi(\phi'(i)) \neq \pi(\phi'(j))$. Der Angreifer kann den Verifier also mit einer Wahrscheinlichkeit von $2/3$ überzeugen.

Diese Schwäche kann man ausräumen, indem man das Protokoll mehrfach ausführt. Der Verifier akzeptiert P nur dann, wenn P in *allen* Durchläufen erfolgreich ist. Scheitert P in auch nur einer einzigen Runde, lehnt V ab. Für das Protokoll mit mehrfacher Wiederholung kann man die Sicherheit auch formal zeigen. Dazu muss man aber natürlich *alle* möglichen Angriffsstrategien betrachten, nicht nur die oben gezeigt Rate-Strategie.

Wir möchten uns hier jedoch lieber mit der Zero-Knowledge-Eigenschaft befassen. Zunächst wollen wir dazu an einem Beispiel zeigen, dass der Verifier im obigen Protokoll keine Information über die geheime Dreifärbung ϕ von G gewinnt. Im Anschluss werden wir die Zero-Knowledge-Eigenschaft nachweisen.

Beispiel 10.6. *Wir betrachten die ersten zwei Runden eines Protokollablaufs zwischen Verifier und Prover. Beide Parteien kennen den öffentlichen Schlüssel, einen Graphen $G = (V, E)$. Der Prover kennt den geheimen Schlüssel, eine Dreifärbung ϕ. Es seien $a, b, c \in V$ drei Knoten des Graphen, die mit $\phi(a) = 1$, $\phi(b) = 2$ und $\phi(c) = 3$ gefärbt sind.*

Zu Beginn der ersten Runde wählt P die Permutation π_1 zufällig, hier $\pi_1 = (2, 3, 1)$, also $\pi_1(1) = 2$, $\pi_1(2) = 3$ und $\pi_1(3) = 1$. Anschließend erzeugt P Commitments auf $\pi_1(\phi(i))$ für alle $i \in V$.

Der Verifier wählt eine Kante, hier beispielsweise (a, b), und sendet diese an den Prover. Der Prover öffnet daraufhin die Commitments für die Knoten a und b, und so lernt der Verifier $\pi_1(\phi(a)) = 2$ und $\pi_1(\phi(b)) = 3$.

In der nächsten Runde wählt P eine neue, zufällige Permutation π_2, unabhängig von π_1. Hier sei $\pi_2 = (2, 1, 3)$. Er erzeugt wieder Commitments $\pi_2(\phi(i))$ für alle $i \in V$, und sendet diese an den Verifier.

Dieser wählt nun seinerseits eine neue, unabhängig zufällige Kante. Dabei tritt zufällig a erneut auf: Die gewählte Kante sei (a, c).

P öffnet also die Commitments für a und c. Der Verifier erfährt nun, dass $\pi_2(\phi(a)) = 2$ und $\pi_2(\phi(c)) = 3$ gelten. Da hier $\pi_2(\phi(a)) = \pi_1(\phi(a))$ gilt, wurde die Farbe $\phi(a)$ offensichtlich in beiden Runden auf die selbe Farbe, nämlich 2, abgebildet. Tatsächlich ist sogar $\pi_1(\phi(b)) = \pi_2(\phi(c))$. Dadurch erfährt der Verifier jedoch nichts darüber, ob b und c gleich gefärbt sind, denn es könnte sowohl sein dass

- *b und c gleich gefärbt sind und P zufällig zwei mal hintereinander die selben Permutation gewählt hat (dann gälte also $\pi_1 = \pi_2$), als auch dass*
- *b und c unterschiedlich gefärbt sind und nur die Permutationen π_1 und π_2 unterschiedlich sind.*

Wenn π_1 und π_2 unabhängig voneinander gleichverteilt gezogen werden, sind beide Fälle gleich wahrscheinlich. Deshalb lernt der Verifier hier nichts *über die Färbung der Knoten a, b und c, und ganz allgemein auch nichts über die vollständige Färbung ϕ von G.*

Nach diesem Beispiel zeigen wir nun die Zero-Knowledge-Eigenschaft des Protokolls. Hierfür müssen wir einen Simulator $\mathcal{S}$ angeben, dessen Ausgabe ununterscheidbar von echten Transskripten $\langle \mathrm{P}(sk), \mathcal{A}(1^k, pk)\rangle$ ist. Da es grundsätzlich schwierig ist, ZK-Protokolle zu konstruieren, deren Sicherheitseigenschaft durch einen garantiert polynomialzeit-beschränkten Simulator gezeigt werden kann, fordern wir im Folgenden lediglich, dass $\mathcal{S}$ erwartet in Polynomialzeit terminiert.

Um Ununterscheidbarkeit zu erreichen, simuliert $\mathcal{S}$ intern eine Interaktion mit $\mathcal{A}$. $\mathcal{S}$ setzt sich dabei selbst in die Rolle des Provers und setzt $\mathcal{A}$ in die Rolle des Verifiers. $\mathcal{S}$ zeichnet dabei alle Ausgaben von $\mathcal{A}$ und sich selbst auf, da diese das auszugebende Transkript bilden. $\mathcal{S}$ verfährt wie folgt:

1. $\mathcal{S}$ speichert den Zustand von $\mathcal{A}$.
2. $\mathcal{S}$ wählt zufällige Farben c_i für jeden Knoten i und gibt die entsprechenden Commitments gegenüber dem Verifier, also $\mathcal{A}$, ab.
3. Anschließend simuliert $\mathcal{S}$ die weitere Ausführung von $\mathcal{A}$, bis $\mathcal{A}$ eine Kante (i, j) ausgibt.
4. Ist $c_i \neq c_j$, dann deckt $\mathcal{S}$ die entsprechenden Commitments für c_i und c_j auf und führt das Protokoll regulär weiter aus.

   Ist jedoch stattdessen $c_i = c_j$, dann kann $\mathcal{S}$ nicht einfach die Commitments öffnen, denn dann wäre das Transkript offensichtlich von echten Transkripten unterscheidbar: In echten Transkripten werden beim Öffnen der Commitments immer verschiedene Farben gezeigt, in diesem falschen Transkript werden jedoch gleiche Farben aufgedeckt.

   Um dennoch ein echt wirkendes Transkript erstellen zu können, setzt $\mathcal{S}$ den Algorithmus $\mathcal{A}$ auf den in Schritt 1 gespeicherten Zustand zurück, ändert eine der Farben c_i oder c_j, gibt dem zurückgesetzten Algorithmus $\mathcal{A}$ nun die entsprechenden neuen Commitments und führt diesen wieder aus.

   Nun wird $\mathcal{A}$ wieder (i, j) ausgeben, doch diesmal wird $c_i \neq c_j$ gelten. $\mathcal{S}$ kann die Commitments also bedenkenlos öffnen und $\mathcal{A}$ zu Ende ausführen.
5. Sobald $\mathcal{A}$ terminiert hat gibt $\mathcal{S}$ das Transkript der Interaktion von sich selbst und $\mathcal{A}$ aus.

Wir vergleichen nun ein so entstandenes Transkript mit echten Transkripten $\langle \mathrm{P}(sk), \mathcal{A}(1^k, pk)\rangle$.

Ein echtes Transkript besteht aus allen Commitments com_i, die eine gültige Dreifärbung des Graphen enthalten, der Wahl (i, j) des Angreifers $\mathcal{A}$, sowie der Information zur Öffnung der Commitments com_i und com_j.

Das vom Simulator $\mathcal{S}$ ausgegebene Transkript enthält ebenfalls alle Commitments com_i, die Wahl des Angreifers (i, j) sowie der Information zur Öffnung der Commitments com_i und com_j. Durch die Konstruktion des Simulators werden dabei immer verschiedene Farben aufgedeckt, d.h. in diesem Schritt ist keine Unterscheidung möglich.

Ein Unterschied tritt jedoch bei den Commitments auf: Im echten Protokoll enthalten diese Commitments eine gültige Dreifärbung des Graphen. Im simulierten Transkript enthalten diese eine zufällige Färbung des Graphen, und dies ist im Allgemeinen keine gültige Dreifärbung. Glücklicherweise lässt sich jedoch wegen der Hiding-Eigenschaft der Commitments nicht effizient feststellen, ob diese eine gültige Dreifärbung oder eine zufällige Färbung des Graphen beinhalten.

Deshalb sind die so entstehenden Transkripte gemäß Definition 10.1 ununterscheidbar, und die Zero-Knowledge-Eigenschaft (Definition 10.2) erfüllt.

Mit dem hier gezeigten Protokoll kann man übrigens theoretisch beliebige NP-Aussagen beweisen. Um für einen beliebigen Bitstring b eine bestimmte Eigenschaft (die als Sprache $L \subset \{0,1\}^*$ aufgefasst werden kann) nachzuweisen, transformiert man das Problem $b \stackrel{?}{\in} L$ in eine Instanz I des Graphdreifärbbarkeitsproblems L_{G3C}. (Dies ist möglich, weil das Graphdreifärbbarkeitsproblem NP-vollständig ist.) Dann kann man mit obigem Protokoll nachweisen, dass der so entstehende Graph I dreifärbbar ist (also $I \in L_{G3C}$), also $b \in L$ ist. Der Verifier kann dabei wegen der Zero-Knowledge-Eigenschaft keine Information über b gewinnen, außer das $b \in L$ ist.

Solche Beweise sind zwar extrem ineffizient, aber theoretisch möglich. Z.B. kann man für zwei Chiffrate $C_1 = \textsc{Enc}(pk, M)$ und $C_2 = \textsc{Enc}(pk, M)$ so nachweisen, dass beide Chiffrate die selbe Nachricht enthalten, ohne die Nachricht preiszugeben. Dies wird z.B. bei kryptographischen Wahlverfahren benötigt. Dort werden jedoch effizientere Verfahren verwendet, die aber dann speziell auf ein Verschlüsselungsverfahren zugeschnitten sind.

10.4 Proof-of-Knowledge-Eigenschaft

Nun haben wir gezeigt, dass im vorherigen Protokoll der Verifier *nichts* über sk_P lernt, was er nicht bereits aus pk_P selbst hätte berechnen können. Nun wenden wir uns der zweiten wünschenswerten Eigenschaft von Identifikationsprotokollen zu: P soll beweisen, dass er tatsächlich sk_P kennt.

Wir definieren dazu die Proof-of-Knowledge-Eigenschaft:

Definition 10.7. (Proof of Knowledge) Ein Identifikationsprotokoll $(\textsc{Gen}, P, V)$ ist ein Proof of Knowledge, wenn ein PPT-Algorithmus $\mathcal{E}$ (der „Extraktor“) existiert, der bei Zugriff auf einen beliebigen erfolgreichen Prover P einen [3] geheimen Schlüssel sk zu pk extrahiert.

[3] Im Allgemeinen kann es mehrere gültige geheime Schlüssel zu einem Public-Key geben. In unserem Beispielprotokoll auf Basis der Graphdreifärbbarkeit ist z.B. jede Permutation einer gültigen Dreifärbung selbst eine gültige Dreifärbung. Es kann darüber hinaus aber auch vorkommen, dass ein Graph zwei verschiedene Dreifärbungen hat, die nicht durch Permutation auseinander hervorgehen.

Diese Definition scheint zunächst im Widerspruch zur Zero-Knowledge-Eigenschaft zu stehen. Schließlich forderte die Zero-Knowledge-Eigenschaft doch, dass ein Verifier nichts über sk_P lernt, während die Proof-of-Knowledge-Eigenschaft fordert, dass man einen vollständigen geheimen Schlüssel aus P extrahieren kann. Tatsächlich sind diese Eigenschaften jedoch nicht widersprüchlich, da wir dem Extraktor $\mathcal{E}$ weitergehende Zugriffsmöglichkeiten auf P zugestehen als einem Verifier: Ein Verifier ist nämlich auf die Interaktion mit P beschränkt, während wir dem Extraktor $\mathcal{E}$ auch gestatten P zurückzuspulen.

Für unser Graphdreifärbbarkeits-Identifikationsprotokoll können wir diese Eigenschaft auch tatsächlich nachweisen.

Theorem 10.8. *Das Graphdreifärbbarkeits-Identifikationsprotokoll ist ein Proof of Knowledge.*

Beweis. *Wir geben einen Extraktor $\mathcal{E}$ an, der einen gültigen sk extrahiert. Dazu sei P ein beliebiger erfolgreicher Prover.*

1. *Der Extraktor simuliert zunächst einen ehrlichen Verifier V. Er führt P solange aus, bis P die zufällige Farbpermutation π gewählt und Commitments $com_i = \textsc{Com}(\pi(\phi(i)); R)$ auf die Farben jedes Knotens abgegeben hat.*
2. *Nun speichert $\mathcal{E}$ den Zustand von P.*
3. *$\mathcal{E}$ lässt den von ihm simulierten Verifier nun die erste Kante (i_1, j_1) des Graphen G wählen und diese an P übermitteln.*
4. *P muss daraufhin die Commitments com_{i_1} und com_{j_1} aufdecken. Der Extraktor lernt also die (vertauschten) Farben der Knoten i_1 und j_1, nämlich $\pi(\phi(i_1))$ und $\pi(\phi(j_1))$.*
5. *Anstatt des Protokoll weiter auszuführen setzt $\mathcal{E}$ nun P auf den in Schritt 2 zurück. Zu diesem Zeitpunkt hatte P bereits alle Commitments abgegeben und erwartet vom Verifier eine Aufforderung, eine Kante offenzulegen.*
6. *$\mathcal{E}$ wählt nun eine zweite Kante (i_2, j_2) und lässt diese dem Prover vom Verifier übermitteln. Daraufhin deckt P die Commitments com_{i_2} und com_{j_2} auf, und $\mathcal{E}$ lernt die Farben der Knoten i_2 und j_2, nämlich $\pi(\phi(i_2))$ und $\pi(\phi(j_2))$.*
7. *So verfährt $\mathcal{E}$ so lange, bis $\mathcal{E}$ die Farben aller Knoten erfahren hat.* [4]
8. *Schließlich gibt $\mathcal{E}$ die Farben $\pi(\phi(i))$ aller Knoten i aus. Da P ein erfolgreicher Prover ist, muss P auch tatsächlich eine gültige Dreifärbung ϕ von G besitzen. Dann ist aber auch $\pi \circ \phi$ eine gültige Dreifärbung, und die Ausgabe von $\mathcal{E}$ damit* ein möglicher *sk zu pk.*

Der wesentliche Unterschied, warum ein Verifier keinerlei Informationen aus den aufgedeckten Kanten über ϕ lernt, ein Extraktor aber schon, ist, dass die dem Verifier aufgedeckten Farben stets einer anderen Permutation unterzogen werden (vgl. Beispiel 10.6), während die Kanten, die der Extraktor in Erfahrung bringt immer der selben Permutation unterliegen.

[4] Streng genommen kann der Extraktor hiermit nur die Farben von Knoten in Erfahrung bringen, die mindestens eine Kante haben. Knoten ohne Kanten können jedoch beliebig gefärbt werden, ohne das eine Dreifärbung ihre Gültigkeit verliert.

Kapitel 11

Benutzerauthentifikation

In den vorherigen beiden Kapiteln haben wir betrachtet, wie sich ein Prover gegenüber einem Verifier identifizieren kann. Dabei konnten wir durchaus beachtliche Resultate vorweisen. Leider kommen die bisher betrachteten Protokolle nur für die computergestützte Identifizierung des Provers gegenüber dem Verifier in Frage, denn kaum ein Mensch wird sich einen komplizierten geheimen Schlüssel für ein Signaturverfahren merken, geschweige denn den Signaturalgorithmus von Hand ausführen wollen. Man stelle sich dies im Fall von RSA-basierten Signaturen vor: Alleine der geheime Schlüssel wird eine für 2048-Bit RSA über 600 Stellen lange Zahl sein. Auch das Protokoll auf Basis der Graphdreifärbbarkeit ist nur mühsam von Hand auszuführen, da das Protokoll oft genug wiederholt werden muss, um echte Sicherheit zu bieten.

Aus diesem Grund wollen wir uns in diesem Kapitel damit auseinandersetzen, wie sich Menschen authentifizieren (können), und wie man eine solche Authentifikation möglichst sicher gestalten kann.

11.1 Passwörter

Die wohl verbreitetste Methode, die Menschen zur Authentifikation benutzen sind Passwörter. Heutzutage begegnen uns Passwörter fast überall. Ob bei Twitter, Facebook, Youtube, in den eigenen E-Mail-Konten, auf dem eigenen Computer, auf den Computern der Universität, Amazon, Ebay, in einem Online-Shop oder andernorts, beinahe überall werden Passwörter verwendet.

Wir modellieren dieses Szenario ganz allgemein: Ein Nutzer U möchte sich auf einem Server S mittels Passwort `pw` einloggen. Dabei wünschen wir uns folgende Sicherheitseigenschaften:

- Niemand außer U kann sich bei S als U einloggen.
- Niemand soll das Passwort `pw` erfahren, nach Möglichkeit auch nicht S.

Wir betrachten die zwei Angreifer Eve und Mallory. Eve kann die Kommunikation zwischen U und S abhören, aber nicht verändern. Mallory hat keinen Zugriff auf diese Kommunikation, ist dafür jedoch in der Lage, die auf dem Server gespeicherte Benutzerdatenbank zu erlangen, z.B. in dem er den Server hackt.[1] Wir betrachten diese Angreifer getrennt,

[1] Es ist übrigens durchaus keine Seltenheit, dass Hacker Benutzerdatenbanken von gehackten Webseiten öffentlich ins Internet stellen. Dies ist besonders dann gefährlich, wenn Benutzer ihre Passwörter bei anderen Diensten wiederverwenden. Noch schlimmer wird es, wenn das Passwort für einen Benutzeraccount mit der (üblicherweise in Benutzerdatenbanken ebenfalls hinterlegten) E-Mail-Adresse geteilt wird. Denn ein solches E-Mail-Konto kann leicht zum Generalschlüssel zu den Benutzeraccounts des Opfers bei vielen

d.h. Eve und Mallory kooperieren nicht. Sollten sich Eve und Mallory doch zusammentun, so können sie zusammen mindestens das erreichen, was zuvor schon einer allein erreichen konnte.

Im einfachsten Verfahren verfügen sowohl U als auch S über das Passwort `pw`. Die Authentifikation geschieht, indem U S das Passwort im Klartext übersendet. Dieses Verfahren ist in Abbildung 11.1 dargestellt.

$$U_{\texttt{pw}} \xrightarrow{\texttt{pw}} S_{\texttt{pw}}$$

Abbildung 11.1: Einfache Benutzerauthentifikation mit Passwort.

Dieses Verfahren bietet jedoch noch keinerlei Sicherheit. Eve, die die Kommunikation abhören kann, erfährt unmittelbar das Passwort. Auch Mallory, der die auf S gespeicherte Passwortliste einsehen kann, erfährt hier das Passwort.

Eine einfache Verbesserung bieten kryptographische Hashfunktionen. Der Server speichert dann einen Hashwert des Passworts anstatt des Passworts im Klartext. Dies ist in Abbildung 11.2 gezeigt.

$$U_{\texttt{pw}} \xrightarrow{\texttt{pw}} S_{H(\texttt{pw})}$$

Abbildung 11.2: Einfache Benutzerauthentifikation mit gespeichertem Passworthash.

Der Server kann nun immer noch überprüfen, ob das gesendete Passwort `pw` mit dem gespeicherten Passwort übereinstimmt, indem er den Hashwert des gesendeten Passworts mit dem gespeicherten Hashwert vergleicht. Wegen der Kollisionsresistenz der Hashfunktion werden unterschiedliche Passwörter zu unterschiedlichen Hashwerten führen. Wird jedoch das richtige Passwort verwendet, so stimmen die Hashwerte überein.

In diesem Verfahren kann Eve zwar immer noch das Passwort erhalten und sich damit später als Benutzer U bei S anmelden. Mallory jedoch, der nur auf die Benutzerdatenbank von S zugreifen kann, gelangt nur in Besitz des Passworthashes $H(\texttt{pw})$, nicht jedoch von `pw` selbst. Mallory kann sich also gegenüber S nicht als der Benutzer U ausgeben.[2]

In einer weiteren Variante sendet U nicht sein Passwort im Klartext an S, sondern hasht `pw` selbst und sendet diesen Hashwert an S. Dies ist in Abbildung 11.3 dargestellt.

$$U_{\texttt{pw}} \xrightarrow{H(\texttt{pw})} S_{H(\texttt{pw})}$$

Abbildung 11.3: Einfache Benutzerauthentifikation mit Hashfunktion und Passwort.

anderen Webseiten werden. Dafür muss der Angreifer nur die „Passwort Vergessen“-Funktion auf diesen Webseiten nutzen. Häufig erhält der Nutzer dann entweder ein neues Passwort zugesendet oder erhält eine Möglichkeit, selbst ein neues Passwort zu wählen. Hat der Angreifer aber Zugriff auf den E-Mail-Account des Opfers, so kann er diese Funktion selbst nutzen und sich mit den neuen Passwörtern auch bei anderen Internetseiten als das Opfer anmelden.

[2] Ist Mallory jedoch ein besonders gewiefter Hacker und hat Kontrolle über S, so könnte er jedoch auch eine Zeit lang alle an den Server gesendeten Passwörter aufzeichnen und so an eine große Zahl von Passwörtern gelangen. Meldet sich Benutzer U in dieser Zeit bei S an, so gelangt Mallory ebenfalls an das Passwort `pw`.

In dieser Variante erfährt Eve zwar nur den Hashwert $H(\texttt{pw})$ des Passworts, dies reicht ihr jedoch, um sich später gegenüber S als U auszugeben. Auch Mallory, der $H(\texttt{pw})$ kennt, kann sich später als U bei S anmelden. Dafür erfahren jedoch weder Eve noch Mallory das tatsächliche Passwort `pw`. Dies schränkt die Wahrscheinlichkeit, dass sich Eve oder Mallory bei einem anderen Server anmelden können, bei dem U das selbe Passwort verwendet, ein.

Die Sicherheitseigenschaften dieser drei einfachen Protokolle sind in Tabelle 11.1 zusammengefasst.

	Eve		Mallory	
	lernt `pw`	Anmelden als U	lernt `pw`	Anmelden als U
Verfahren 1 (Abb. 11.1)	X	X	X	X
Verfahren 2 (Abb. 11.2)	X	X		
Verfahren 3 (Abb. 11.3)		X		X

Tabelle 11.1: Übersicht über die Sicherheitseigenschaften der drei betrachteten Protokolle. Die Spalten „lernt `pw`“ geben an, ob der jeweilige Angreifer das Passwort `pw` direkt lernt. Die Spalten „Anmelden als U“ geben an, ob sich der jeweilige Angreifer gegenüber S als U ausgeben kann.

Man sieht, dass das dritte Verfahren zwar das Passwort `pw` besser schützt als das zweite Verfahren. Dafür eröffnet es Mallory jedoch wieder die Möglichkeit, sich bei S als U auszugeben.

11.2 Wörterbuchangriffe

Wir betrachten nun noch einmal genauer die Möglichkeiten, aus $H(\texttt{pw})$ das benutzte Passwort `pw` zu rekonstruieren.

Wegen der Einwegeigenschaft von $H(\texttt{pw})$ ist es im Allgemeinen schwierig, `pw` durch „rückrechnen“ von H zu erhalten. Die Einwegeigenschaft von H garantiert sogar, dass es sehr schwierig ist, das Passwort `pw` zu finden, wenn das Passwort gleichverteilt zufällig gewählt wurde.

Unglücklicherweise sind Passwörter jedoch meist alles Andere als gleichverteilt zufällige Bitstrings.[3]

Natürliche Sprachen wie deutsch oder englisch verfügen nur über wenige tausend bis zehntausend Worte. Wird ein solches natürlichsprachliches Wort als Passwort verwendet, ist es ausreichend alle Worte dieser Sprache zu hashen und die Hashwerte mit $H(\texttt{pw})$ zu vergleichen. Stimmt der Hashwert eines natürlichen Wortes mit dem bekannten Hashwert $H(\texttt{pw})$ überein, so hat man `pw` gefunden. Es ist also offensichtlich, dass natürlichsprachliche Worte keine guten Passwörter sind.

Auch das Verwenden von gebräuchlichen Namen bringt keine wesentliche Verbesserung, da es auch von diesen nur wenige tausend gibt. Auch das Anhängen von Ziffern, Geburtstagen oder -jahren ergibt nicht genug Kombinationsmöglichkeiten, um eine vollständige Suche ausreichend zu erschweren.

[3] Eine Suche im Internet fördert verschiedene Listen der am häufigsten benutzten Passwörter zutage, darunter „123456“, „qwertz“ (im englischsprachigen Raum auch „qwerty“), „password“, oder „abc123“; außerdem findet man auch Programme, die unter Nutzung solcher Listen versuchen, Urbilder zu einer Liste von Hashes zu finden. Es gibt jedoch auch zahlreiche Anleitungen, wie gute Passworte erstellt werden können.

11.3 Brute-Force-Angriffe

Solange also der Vorrat an Passwörtern klein genug ist, ist es mit relativ wenig Aufwand möglich, zu gegebenem $H(\mathtt{pw})$ das ursprüngliche Passwort $\mathtt{pw}$ zu rekonstruieren. Deshalb konzentrieren wir uns nun auf den Fall, wenn der Vorrat an Passworten sehr groß ist.

In diesem Fall ist es sehr aufwendig, für jeden zu brechenden Hashwert $H(\mathtt{pw})$ alle möglichen Passworte durchzuprobieren. Gibt es insgesamt N Passwörter, dann muss man H etwa $\mathcal{O}(N)$ mal auswerten. Es ist daher (aus Angreifersicht) wünschenswert, eine vollständige Liste aller möglichen Passworte $\mathtt{pw}$ und ihrer Hashwerte $H(\mathtt{pw})$ zu besitzen. Dies ist in Abbildung 11.4 illustriert.

$$\begin{array}{ccc} (& H(\mathtt{pw}_1) & , & \mathtt{pw}_1 &) \\ (& H(\mathtt{pw}_2) & , & \mathtt{pw}_2 &) \\ & \vdots & & \vdots & \end{array}$$

Abbildung 11.4: Eine Liste aller Passwörter und ihrer Hashwerte.

Ist diese Liste nach $H(\mathtt{pw})$ sortiert, kann man zu einem gegebenen Hashwert sogar durch binäre Suche sehr effizient das zugrundeliegende Passwort bestimmen, man braucht dazu nur $\mathcal{O}(\log_2 N)$ Operationen. Für sehr große Mengen an möglichen Passwörtern werden jedoch auch diese Listen sehr groß ($\Omega(N)$), und es entsteht ein Speicherplatzproblem.

11.4 Kompression von Hashtabellen/Time Memory Tradeoff

Einen Mittelweg zwischen sehr großer Suchzeit (ohne vorberechnete Tabelle aller Passworte und Hashwerte) und sehr viel Speicherplatzverbrauch (mit vollständiger Liste aller Passworte und ihrer Hashwerte) liefert die Kompression von Hashtabellen. Man bezeichnet diese Technik auch als „Time Memory Tradeoff“.

Unglücklicherweise sind gute, kryptographische Hashwerte quasi zufällig und nur sehr schwer zu komprimieren. Daher können gängige Kompressionsverfahren nicht angewendet werden.

Tatsächlich ergibt sich jedoch ein sehr einfaches, maßgeschneidertes Kompressionsverfahren für solche Hashtabellen, dass sogar eine sehr effiziente Suche erlaubt. Hierzu betrachtet man Hash*ketten*. Eine *Hashkette* (vgl. Abbildung 11.5) beginnt mit einem Passwort $\mathtt{pw}_1$ aus dem Vorrat aller Passwörter. Anschließend wird dieses Passwort gehasht, um $H(\mathtt{pw}_1)$ zu erhalten. Nun wird eine sogenannte *Reduktionsfunktion* f benutzt, um diesen Hashwert auf ein neues Passwort $\mathtt{pw}_2 = f(H(\mathtt{pw}_1))$ aus dem Passwortraum abzubilden. Anschließend wird dieses wieder zu $H(\mathtt{pw}_2)$ gehasht. Dieser Hashwert wird erneut durch f auf ein Passwort $\mathtt{pw}_3$ abgebildet, usw. Dieser Prozess kann theoretisch beliebig lange fortgeführt werden. Man beschränkt dies jedoch auf eine frei wählbare Anzahl von Iterationen m.

$$\mathtt{pw}_1 \xrightarrow{H} H(\mathtt{pw}_1) \xrightarrow{f} \mathtt{pw}_2 \xrightarrow{H} H(\mathtt{pw}_2) \xrightarrow{f} \quad \ldots \quad \xrightarrow{H} H(\mathtt{pw}_{m-1}) \xrightarrow{f} \mathtt{pw}_m \xrightarrow{H} H(\mathtt{pw}_m)$$

Abbildung 11.5: Eine Hashkette.

$$(H(\mathtt{pw}_1), \mathtt{pw}_1) \xrightarrow{f} (H(\mathtt{pw}_2), \mathtt{pw}_2) \xrightarrow{f} \quad \dots \quad \xrightarrow{f} (H(\mathtt{pw}_m), \mathtt{pw}_m)$$

Abbildung 11.6: Eine alternative Darstellung für Hashketten.

Eine solche Kette stellen wir auch wie in Abbildung 11.6 dar.

Es ist leicht einzusehen, dass zur Konstruktion einer solchen Hashkette nur das Passwort $\mathtt{pw}_1$ benötigt wird. Man kann $\mathtt{pw}_1$ also als stark komprimierte Form der Hashkette verstehen, da man die gesamte Kette aus $\mathtt{pw}_1$ berechnen kann.

Anstelle einer vollständigen Liste aller möglichen Passwörter speichert man nun eine Menge von n Hashketten. Diese kann man tabellarisch wie in Abbildung 11.7 darstellen.

$$\begin{array}{c}
(H(\mathtt{pw}_{1,1}), \mathtt{pw}_{1,1}) \xrightarrow{f} (H(\mathtt{pw}_{1,2}), \mathtt{pw}_{1,2}) \xrightarrow{f} \dots \xrightarrow{f} (H(\mathtt{pw}_{1,m}), \mathtt{pw}_{1,m}) \\
(H(\mathtt{pw}_{2,1}), \mathtt{pw}_{2,1}) \xrightarrow{f} (H(\mathtt{pw}_{2,2}), \mathtt{pw}_{2,2}) \xrightarrow{f} \dots \xrightarrow{f} (H(\mathtt{pw}_{2,m}), \mathtt{pw}_{2,m}) \\
\vdots \\
(H(\mathtt{pw}_{n,1}), \mathtt{pw}_{n,1}) \xrightarrow{f} (H(\mathtt{pw}_{n,2}), \mathtt{pw}_{n,2}) \xrightarrow{f} \dots \xrightarrow{f} (H(\mathtt{pw}_{n,m}), \mathtt{pw}_{n,m})
\end{array}$$

Abbildung 11.7: Tabellarische Darstellung von n Hashketten der Länge m.

Hierbei nimmt man in Kauf, dass möglicherweise nicht alle Passwörter in der so entstehenden Tabelle auftauchen. Den Anteil dieser Passwörter kann man jedoch verringern, in dem man die Anzahl der Hashketten n oder die Länge der Hashketten m erhöht.

Um nun eine Kompression der Tabelle bei gleichzeitiger effizienter Suche zu erreichen, speichert man für jede Hashkette i nur das erste Passwort $\mathtt{pw}_{i,1}$ und den letzten Hashwert $H(\mathtt{pw}_{i,m})$. Wenn $m \cdot n$ ungefähr der Zahl aller Passwörter entspricht, dann ist die so entstehene Tabelle ungefähr um den Faktor m kleiner als eine vollständige Auflistung aller Passwörter und ihrer Hashwerte.

Die „komprimierte“ Tabelle hat also die Form:

$\mathtt{pw}_{1,1}$	$H(\mathtt{pw}_{1,m})$
$\mathtt{pw}_{2,1}$	$H(\mathtt{pw}_{2,m})$
$\vdots$	$\vdots$
$\mathtt{pw}_{n,1}$	$H(\mathtt{pw}_{n,m})$

Tabelle 11.2: Die komprimierte Hashtabelle.

Diese Tabelle wird nun nach der Spalte der Hashwerte $H(\mathtt{pw}_{i,m})$ sortiert, um eine effiziente Suche nach Hashwerten zu ermöglichen.

Nun sei $H(\mathtt{pw}^*)$ der dem Angreifer bekannte Passworthash. Das Ziel des Angreifers ist es, mittels der oben gezeigten Tabelle das Passwort $\mathtt{pw}^*$ zu rekonstruieren.

Zunächst nimmt der Angreifer an, dass das gesuchte Passwort $\mathtt{pw}^*$ als letztes Passwort in einer der Hashketten auftaucht. Es soll also $\mathtt{pw}^* = \mathtt{pw}_{i,m}$ für ein i gelten. Wenn diese An-

nahme zutrifft, dann ist $H(\mathtt{pw}^*)$ also $H(\mathtt{pw}_{i,m})$. Deshalb sucht der Angreifer in der zweiten Spalte von Tabelle 11.2 nach $H(\mathtt{pw}^*)$. Dies ist effizient mittels binärer Suche möglich. War die Hypothese korrekt, dann liefert diese Suche einen Treffer in der i-ten Zeile. Dann kann der Angreifer die Hashkette von $\mathtt{pw}_{i,1}$ ausgehend rekonstruieren und erhält so $\mathtt{pw}_{i,m}$. Dies ist das gesuchte Passwort $\mathtt{pw}^*$. War die Hypothese falsch, dann liefert diese binäre Suche keinen Treffer.

In diesem Fall stellt der Angreifer eine neue Hypothese auf: „Das gesuchte Passwort $\mathtt{pw}^*$ ist als zweitletztes Passwort in einer der Hashketten enthalten.“ Dann gilt also $\mathtt{pw}^* = \mathtt{pw}_{i,m-1}$ für ein i, und daher auch $H(\mathtt{pw}_{i,m}) = H(f(H(\mathtt{pw}^*)))$, denn $\mathtt{pw}_{i,m}$ ist genau $f(H(\mathtt{pw}_{i,m-1}))$. Um zu überprüfen, ob diese Hypothese stimmt, berechnet der Angreifer daher $H(f(H(\mathtt{pw}^*)))$ und sucht in Tabelle 11.2 nach dem Ergebnis dieser Berechnung. Liefert die Suche einen Treffer in Kette i, kann der Angreifer diese Kette wieder von $\mathtt{pw}_{i,1}$ neu aufbauen und erfährt so $\mathtt{pw}_{i,m-1} = \mathtt{pw}^*$. Liefert die Suche keinen Treffer, dann war die Hypothese falsch, und der Angreifer fährt mit der nächsten Hypothese fort: das gesuchte Passwort soll als drittletztes in einer der Hashketten zu finden sein. Diese Hypothese testet der Angreifer durch eine Suche nach $H(f(H(f(H(\mathtt{pw}^*)))))$, usw.

Nacheinander testet der Angreifer so alle Positionen in den Hashketten. Liefert eine der Suchen einen Treffer, so hat der Angreifer das Passwort gefunden. Andernfalls ist das gesuchte Passwort nicht in der Hashtabelle enthalten.

Beispiel 11.1. *Wir betrachten als Raum aller möglichen Passwörter die Buchstaben „a“ bis „z“. Die angewendete Hashfunktion sei die schon bereits erwähnte SHA-1-Funktion. Um einen Hashwert zurück auf ein Passwort abzubilden, interpretieren wir den Hashwert als natürliche Zahl h in Hexadezimal-Darstellung, und berechnen $h \mod 26$. Die so entstehenden Zahlen von 0 bis 25 bilden wir auf natürliche Weise zurück auf die Buchstaben „a“ bis „z“ ab. Wir wählen $m = 4$ als Kettenlänge. Da es insgesamt 26 mögliche Passwörter gibt, könnte $n = 7$ ausreichen, damit alle Passworte an irgendeiner Stelle der Hashketten vorkommen, denn insgesamt gibt es $7 \cdot 4 = 28$ Passwörter in den Hashketten. Wir wollen es mit $n = 7$ Hashketten versuchen.*

Als Startpasswort der Hashketten wählen wir die Buchstaben „a“ bis „g“. Die so entstehenden Hashketten sind in Abbildung 11.8 gezeigt.

$$
\begin{array}{llllllllll}
\mathrm{a} & \xrightarrow{H} & 86\mathrm{f}7\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{o} & \xrightarrow{H} & 7\mathrm{a}81\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{w} \xrightarrow{H} \mathrm{aff}0\ldots & \xrightarrow{f} \mathrm{q} \xrightarrow{H} 22\mathrm{ea}\ldots \\
\mathrm{b} & \xrightarrow{H} & \mathrm{e}9\mathrm{d}7\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{i} & \xrightarrow{H} & 042\mathrm{d}\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{u} \xrightarrow{H} 51\mathrm{e}6\ldots & \xrightarrow{f} \mathrm{g} \xrightarrow{H} 54\mathrm{fd}\ldots \\
\mathrm{c} & \xrightarrow{H} & 84\mathrm{a}5\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{w} & \xrightarrow{H} & \mathrm{aff}0\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{q} \xrightarrow{H} 22\mathrm{ea}\ldots & \xrightarrow{f} \mathrm{i} \xrightarrow{H} 042\mathrm{d}\ldots \\
\mathrm{d} & \xrightarrow{H} & 3\mathrm{c}36\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{c} & \xrightarrow{H} & 84\mathrm{a}5\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{w} \xrightarrow{H} \mathrm{aff}0\ldots & \xrightarrow{f} \mathrm{q} \xrightarrow{H} 22\mathrm{ea}\ldots \\
\mathrm{e} & \xrightarrow{H} & 58\mathrm{e}6\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{v} & \xrightarrow{H} & 7\mathrm{a}38\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{w} \xrightarrow{H} \mathrm{aff}0\ldots & \xrightarrow{f} \mathrm{q} \xrightarrow{H} 22\mathrm{ea}\ldots \\
\mathrm{f} & \xrightarrow{H} & 4\mathrm{a}0\mathrm{a}\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{l} & \xrightarrow{H} & 07\mathrm{c}3\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{l} \xrightarrow{H} 07\mathrm{c}3\ldots & \xrightarrow{f} \mathrm{l} \xrightarrow{H} 07\mathrm{c}3\ldots \\
\mathrm{g} & \xrightarrow{H} & 54\mathrm{fd}\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{n} & \xrightarrow{H} & d185\ldots & \xrightarrow{f} & \mathrm{w} \xrightarrow{H} \mathrm{aff}0\ldots & \xrightarrow{f} \mathrm{q} \xrightarrow{H} 22\mathrm{ea}\ldots
\end{array}
$$

Abbildung 11.8: Die in Beispiel 11.1 erzeugten Hashketten. Aus Platzgründen sind die Hashwerte auf die ersten vier Hexadezimalstellen gekürzt.

Gespeichert werden von diesen Hashketten nur die Startpassworte sowie die letzten Hashwerte. Die Tabelle wird nach den Hashwerten sortiert. Das Ergebnis ist in Tabelle 11.3 zu sehen.

Der dem Angreifer bekannte Hashwert sei nun $H(\mathtt{pw}^*) = 042d\cdots$. Der Angreifer stellt

c	042d...
f	07c3...
a	22ea...
d	22ea...
e	22ea...
g	22ea...
b	54fd...

Tabelle 11.3: Die komprimierte Hashtabelle aus Beispiel 11.1.

nun zunächst die Hypothese auf, dass das gesuchte Passwort $\mathtt{pw}^*$ als letztes in einer der Hashketten auftaucht. Er sucht deshalb in Tabelle 11.3 nach dem ihm bekannten Hashwert $042d\cdots$. Diese Suche liefert einen Treffer in Zeile $i = 1$. Die Hypothese war also korrekt. Nun weiß der Angreifer, dass das gesuchte Passwort $\mathtt{pw}^* = \mathtt{pw}_{1,m}$ ist. Er rekonstruiert also die Hashkette ausgehend vom Startpasswort „c“ und erhält so das gesuchte Passwort „i“.

Beispiel 11.2. *Wir betrachten wieder die komprimierte Hashtabelle aus dem vorherigen Beispiel. Diesmal sei der dem Angreifer bekannte Hashwert aber $H(\mathtt{pw}^*) = 51e6\cdots$. Der Angreifer möchte nun testen, ob das gesuchte Passwort als letztes in einer der Hashketten aus Abbildung 11.8 auftritt. Doch der gesuchte Hashwert $51e6\cdots$ taucht nicht in der zweiten Spalte von Tabelle 11.3 auf. Daher war diese erste Hypothese falsch. Der Angreifer berechnet $f(H(\mathtt{pw}^*)) = g$ und $H(f(H(\mathtt{pw}^*))) = 54fd\ldots$. Eine suche nach diesem Hashwert liefert tatsächlich einen Treffer in Zeile $i = 7$ der Tabelle 11.3. Der Angreifer rekonstruiert also die Hashkette ausgehend vom Buchstaben b und erhält $\mathtt{pw}_{i,m-1} = \mathtt{pw}_{i,3} = u$. Dies ist das gesuchte Passwort $\mathtt{pw}^*$.*

Beispiel 11.3. *Wir betrachten wieder die selbe Hashtabelle, diesmal sei der gesuchte Hashwert jedoch $H(\mathtt{pw}^*) = 7a38\cdots$. Dieser kommt in der zweiten Spalte von Tabelle 11.3 nicht vor, also taucht $\mathtt{pw}^*$ nicht an der letzten Stelle einer Hashtabelle auf. Der Angreifer berechnet daraufhin $f(H(\mathtt{pw}^*)) = w$ und $H(f(H(\mathtt{pw}^*))) = aff0\cdots$. Auch dieser Hashwert taucht nicht in Tabelle 11.3 auf, daher ist das gesuchte Passwort auch nicht als zweitletztes Passwort in einer der Hashketten enthalten. Deshalb setzt der Angreifer die Berechnung fort: er erhält $f(H(f(H(\mathtt{pw}^*)))) = q$ und $H(f(H(f(H(\mathtt{pw}^*))))) = 22ea\cdots$. Dieser Wert taucht gleich vier Mal in Tabelle 11.3 auf. Der Angreifer rekonstruiert daher die vier Ketten ausgehend von „a“, „d“, „e“ und „g“, und findet schließlich in der von „e“ ausgehenden Hashkette das gesuchte Passwort „v“.*

Dieses Beispiel illustriert bereits eines der Probleme solcher Hashtabellen: Es kann passieren, dass mehrere Hashketten, die mit verschiedenen Passworten beginnen, „zusammenlaufen“. Dies kann passieren, wenn f eine Kollision liefert, also verschiedene Hashwerte auf das selbe Passwort abbildet. (Dies lässt sich nur schwer vermeiden, da es im Allgemeinen wesentlich mehr Hashwerte als Passworte gibt.) Tritt ein solcher Fall auf, laufen die Hashketten ab diesem Punkt auch identisch weiter.

Im obigen Beispiel ist z.B. $f(H(o)) = f(H(c)) = f(H(v)) = f(H(n)) = w$. Deshalb laufen in Abbildung 11.8 die Hashketten „a“, „d“, „e“ und „g“ zusammen, und enden schließlich gemeinsam auf $H(q) = 22ea\cdots$. Tatsächlich tauchen die Passwörter „w“ und „q“ sogar noch in Hashkette „c“ auf. Dort befinden sie sich jedoch weiter vorne, deshalb endet diese Kette nicht auf $H(q) = 22ea\cdots$ sondern auf $H(i)$.

Dies führt einerseits dazu, dass gewisse Passworte mehrfach in der Hashtabelle vorkom-

men. Dies ist aus Angreifersicht noch kein Problem. Andererseits nehmen diese mehrfach vorkommenden Passworte jedoch auch Platz für andere Passwörter weg.

Beispiel 11.4. *Wir betrachten wieder die obigen Hashtabellen, dieses Mal ist der gesuchte Hashwert* $H(\texttt{pw}^*) = 95cb\cdots$.

Dieser Hashwert taucht jedoch nicht in Tabelle 11.3 auf, daher ist das gesuchte Passwort nicht an letzter Stelle einer der Hashketten.

Anschließend sucht der Angreifer nach $H(f(H(\texttt{pw}^*))) = 22ea\cdots$. *Diese Suche liefert vier Treffer, in den Hashketten „a“, „d“, „e“ und „g“. Der Angreifer rekonstruiert also diese Hashketten bis zur zweitletzten Position, und findet den Buchstaben w an allen Stellen. Es gilt aber* $H(w) = aff0\cdots \neq 95cb\cdots = H(\texttt{pw}^*)$. *Dieses Passwort ist also* nicht *korrekt.*

Der Angreifer setzt die Suche fort und berechnet $H(f(H(f(H(\texttt{pw}^*))))) = 042d\cdots$. *Dies liefert wieder einen Treffer in Hashkette „c“, aber auch diesmal liefert die Rekonstruktion der Hashkette wieder das falsche Passwort „w“.*

Deshalb fährt der Angreifer weiter fort und berechnet $H(f(H(f(H(f(H(\texttt{pw}^*))))))) = 51e6\cdots$. *Dies liefert keinen Treffer.*

Nun hat der Angreifer alle möglichen Hypothesen getestet: Dass das Passwort als letztes (viertes), zweitletztes (drittes), drittletztes (zweites) oder viertletztes (erstes) in einer der Hashketten vorkommt. All diese Hypothesen waren falsch, also ist das gesuchte Passwort nicht in der Hashtabelle enthalten. (Das gesuchte Passwort war „y“.)

Dieses Beispiel illustriert noch ein weiteres Problem von Kollisionen: Diese können zu falschpositiven Treffern führen. Dieses Problem lässt sich jedoch leicht beheben, in dem man jeden gefunden Passwort-Kandidaten hasht und den so entstehenden Hashwert mit dem vorgegebenen Hashwert $H(\texttt{pw}^*)$ vergleicht.

Von den insgesamt 26 möglichen Passwörtern lassen sich mit Hilfe der Tabelle 11.3 15 Passwörter rekonstruieren. Die Tabelle überdeckt also nur etwa 58% des Passwortraums.

Es sei wieder N die Zahl aller Passwörter. Zum Speichern der komprimierten Tabelle 11.2 braucht man etwa $\Omega(n)$ Speicherplatz.[4] Ist $m \cdot n \approx N$, so schrumpft der Platzbedarf gegenüber einer vollständigen Tabelle aller Passwörter und ihrer Hashwerte also etwa um den Faktor m.

Um nach einem Hashwert zu suchen, benötigt man hier $\mathcal{O}(m \cdot \log_2(n))$ Operationen, während man bei einer vollständigen Tabelle nur $\mathcal{O}(\log_2(N))$ Operationen benötigt. Der Zeitbedarf zur Suche nach einem Passwort wächst also etwa um einen Faktor von $m \cdot \frac{\log_2(n)}{\log_2(N)}$.

11.5 Rainbow Tables

Eine Technik das Zusammenlaufen von Ketten zumindest partiell zu verhindern sind sogenannte Rainbow Tables. Dabei verwendet man nicht *eine* Reduktionsfunktion, sondern $m-1$ verschiedene Reduktionsfunktionen f_i, wobei jede Reduktionsfunktion f_i für die i-te Reduktion in einer Hashkette verwendet wird. Abbildung 11.9 zeigt eine solche Hashkette.

[4] Zur Berechnung aller Hashketten benötigt man aber $\Omega(m \cdot n) \approx N$ Operationen. Anschließend müssen diese Hashketten noch sortiert werden.

$$\mathtt{pw}_1 \xrightarrow{H} H(\mathtt{pw}_1) \xrightarrow{f_1} \mathtt{pw}_2 \xrightarrow{H} H(\mathtt{pw}_2) \xrightarrow{f_2} \quad \ldots \quad \xrightarrow{H} H(\mathtt{pw}_{m-1}) \xrightarrow{f_{m-1}} \mathtt{pw}_m \xrightarrow{H} H(\mathtt{pw}_m)$$

Abbildung 11.9: Eine Hashkette mit verschiedenen Reduktionsfunktionen.

Diese Änderung verhindert, dass Hashketten zusammenlaufen, solange die Kollision an verschiedenen Stellen in den Hashketten auftreten.

Beispiel 11.5. *Wir wollen dies wieder mit Hilfe von Beispiel 11.1 verdeutlichen. Wir definieren dazu die Reduktionsfunktionen f_i, die jeden Hashwert wieder als natürliche Zahl h in Hexadezimaldarstellung interpretieren. Zu dieser Zahl wird dann i addiert, und das Ergebnis modulo 26 reduziert. Es ist also $f_i(h) = h + i \mod 26$. Dies führt zu den in Abbildung 11.10 gezeigten Hashketten.*

$$\begin{array}{l}
\mathrm{a} \xrightarrow{H} 86\mathrm{f}7\ldots \xrightarrow{f_1} \mathrm{p} \xrightarrow{H} 516\mathrm{b}\ldots \xrightarrow{f_2} \mathrm{j} \xrightarrow{H} 5\mathrm{c}2\mathrm{d}\ldots \xrightarrow{f_3} \mathrm{r} \xrightarrow{H} 4\mathrm{dc}7\ldots \\
\mathrm{b} \xrightarrow{H} \mathrm{e}9\mathrm{d}7\ldots \xrightarrow{f_1} \mathrm{j} \xrightarrow{H} 5\mathrm{c}2\mathrm{d}\ldots \xrightarrow{f_2} \mathrm{q} \xrightarrow{H} 22\mathrm{ea}\ldots \xrightarrow{f_3} \mathrm{l} \xrightarrow{H} 07\mathrm{c}3\ldots \\
\mathrm{c} \xrightarrow{H} 84\mathrm{a}5\ldots \xrightarrow{f_1} \mathrm{x} \xrightarrow{H} 11\mathrm{f}6\ldots \xrightarrow{f_2} \mathrm{u} \xrightarrow{H} 51\mathrm{e}6\ldots \xrightarrow{f_3} \mathrm{j} \xrightarrow{H} 5\mathrm{c}2\mathrm{d}\ldots \\
\mathrm{d} \xrightarrow{H} 3\mathrm{c}36\ldots \xrightarrow{f_1} \mathrm{d} \xrightarrow{H} 3\mathrm{c}36\ldots \xrightarrow{f_2} \mathrm{e} \xrightarrow{H} 58\mathrm{e}6\ldots \xrightarrow{f_3} \mathrm{y} \xrightarrow{H} 95\mathrm{cb}\ldots \\
\mathrm{e} \xrightarrow{H} 58\mathrm{e}6\ldots \xrightarrow{f_1} \mathrm{w} \xrightarrow{H} \mathrm{aff}0\ldots \xrightarrow{f_2} \mathrm{s} \xrightarrow{H} \mathrm{a}0\mathrm{f}1\ldots \xrightarrow{f_3} \mathrm{g} \xrightarrow{H} 54\mathrm{fd}\ldots \\
\mathrm{f} \xrightarrow{H} 4\mathrm{a}0\mathrm{a}\ldots \xrightarrow{f_1} \mathrm{k} \xrightarrow{H} 13\mathrm{fb}\ldots \xrightarrow{f_2} \mathrm{q} \xrightarrow{H} 22\mathrm{ea}\ldots \xrightarrow{f_3} \mathrm{l} \xrightarrow{H} 07\mathrm{c}3\ldots \\
\mathrm{g} \xrightarrow{H} 54\mathrm{fd}\ldots \xrightarrow{f_1} \mathrm{m} \xrightarrow{H} 6\mathrm{b}0\mathrm{d}\ldots \xrightarrow{f_2} \mathrm{m} \xrightarrow{H} 6\mathrm{b}0\mathrm{d}\ldots \xrightarrow{f_3} \mathrm{n} \xrightarrow{H} \mathrm{d}185\ldots
\end{array}$$

Abbildung 11.10: Die in Beispiel 11.5 erzeugten Hashketten.

Man sieht, dass die Hashketten „b“ und „f“ zusammenlaufen, da die Funktion f_2 eine Kollision liefert. Andererseits laufen z.B. die Hashketten „d“ und „e“ nicht *zusammen, obwohl beide ein e enthalten. Denn hier liegen die „e“s an* verschiedenen *Positionen, und die Hashwerte werden deshalb im Anschluss von verschiedenen Reduktionsfunktionen auf unterschiedliche Passworte abgebildet.*

In Abbildung 11.8 wurde noch der Buchstabe „l“ immer auf sich selbst abgebildet. Deswegen enthielt die Kette „f“ dort 3 „l“s nacheinander. So etwas tritt hier nicht auf. Zwar werden immer noch Buchstaben auf sich selbst abgebildet (siehe z.B. das „m“ in Kette „g“). Da jedoch immer verschiedene Reduktionsfunktionen verwendet werden, wird das zweite „m“ nicht mehr auf sich selbst sondern auf „n“ abgebildet.

Wegen dieser Eigenschaft haben Rainbow Tables im Allgemeinen eine bessere Abdeckung des Passwort-Raums als gleich große Hashtabellen mit nur einer Reduktionsfunktion. Unsere Rainbow Table hier deckt z.B. 20 der 26 möglichen Passwörter ab, also ca. 77% des Passwortraums. Die Hashtabelle mit nur einer Reduktionsfunktion deckte nur 15 Passwörter (58%) ab.[5]

Der Begriff „Rainbow Tables“ bezieht sich auf die verschiedenen „Farben“ der Reduktionsfunktionen f_i.

[5] Man kann auch vorberechnete Rainbow Tables für wenige hundert Euro kaufen. Diese erreichen häufig Abdeckungsraten von weit über 90%, und werden wegen ihrer Größe gleich auf mehreren externen Terabyte-Festplatten geliefert.

Die Suche in Rainbow Tables funktioniert konzeptionell genau wie bei Hashtabellen mit nur einer Reduktionsfunktion: Man testet nacheinander die Hypothesen „Das gesuchte Passwort taucht als j-tes ein einer Hashkette i auf.“ Um zu testen, ob das gesuchte Passwort $\mathtt{pw}^*$ an Stelle m ist, muss man also nach $H(\mathtt{pw}^*)$ suchen. Um zu testen, ob das gesuchte Passwort an Stelle $m-1$ ist, berechnet man $H(f_{m-1}(H(\mathtt{pw}^*)))$ und sucht nach diesem Hashwert in der Rainbow Table. Um zu testen, ob $\mathtt{pw}^*$ an Stelle $m-2$ liegt, berechnet man $H(f_{m-1}(H(f_{m-2}(H(\mathtt{pw}^*)))))$ und sucht nach diesem Ergebnis, usw.

Beispiel 11.6. *Wir verwenden die Hashketten aus Abbildung 11.10. Aus diesen ergibt sich die komprimierte Rainbow Table 11.4.*

b	07c3...
f	07c3...
a	4dc7...
e	54fd...
c	5c2d...
d	95cb...
g	d185...

Tabelle 11.4: Die komprimierte Rainbow Table für die Hashketten aus Abbildung 11.10.

Der gesuchte Hashwert sei $H(\mathtt{pw}^*) = 11f6\cdots$. Die Hypothese, dass $\mathtt{pw}^* = \mathtt{pw}_{i,m}$ für ein i sei, stellt sich als falsch heraus, denn $H(\mathtt{pw}^*)$ taucht in der zweiten Spalte der Rainbow Table auf.

Man testet daher, ob $\mathtt{pw}^* = \mathtt{pw}_{i,m-1}$ für ein i ist. Dazu berechnet man $f_{m-1}(H(\mathtt{pw}^*)) = v$ und $H(f_{m-1}(H(\mathtt{pw}^*))) = 7a38\cdots$. Die binäre Suche nach diesem Wert liefert ebenfalls kein Ergebnis, daher war auch diese Hypothese falsch.

Die nächste Hypothese ist, dass $\mathtt{pw}^* = \mathtt{pw}_{i,m-2}$ für ein i sein soll. Man berechnet $f_{m-2}(H(\mathtt{pw}^*)) = u$, $H(f_{m-2}(H(\mathtt{pw}^*))) = 51e6\cdots$, $f_{m-1}(H(f_{m-2}(H(\mathtt{pw}^*)))) = j$ und $H(f_{m-1}(H(f_{m-2}(H(\mathtt{pw}^*))))) = 5c2d\cdots$. Diesmal liefert die Suche in Tabelle 11.4 einen Treffer in Zeile $i = 5$. Das Startpasswort der Hashkette war „c“. Deshalb rekonstruiert man die Hashkette ausgehend von c und findet $\mathtt{pw}^* = \mathtt{pw}_{5,2} = x$.

Anders als bei Hashtabellen mit nur einer Reduktionsfunktion benötigt man hier jedoch $\mathcal{O}(m^2 \cdot \log_2(n))$ Operationen für eine Suche, da man für jede Hypothese die Berechnung des entsprechenden Hashwerts neu beginnen muss.

11.6 Gegenmaßnahmen

Nachdem wir nun gesehen haben, wie man bekannte Passworthashes mit Hilfe von vorberechneten Tabellen relativ effizient auf ihr Passwort zurück abbilden kann, wollen wir uns nun noch einmal damit befassen, wie man solche Angriffe erschwert.

Eine einfache Lösung bieten sogenannte „gesalzene“ Hashwerte. In diesem Szenario ist jedem Benutzer noch ein individuelles „Salz“ s (englisch „salt“) zugeordnet. Der Hashwert des Passwortes ist dann $H(s, \mathtt{pw})$. In der Praxis ist dies oft ein zufälliger String, der vorn oder hinten an das Passwort angehängt wird.

Vorberechnete Hash-Tabellen (wie z.B. Rainbow Tables) werden dadurch nutzlos. Die Erstellung von Rainbow Tables o.Ä. ist erst dann sinnvoll, wenn der Angreifer den Salt kennt. Und selbst dann hilft die Rainbow Table nur beim Knacken *eines* Passworthashes, da verschiedene Benutzer im Allgemeinen verschiedene Salts haben. Dann liefert die Vorberechnung von Rainbow Tables aber auch keinen Vorteil gegenüber dem Ausprobieren aller möglichen Passworte.

Theoretisch wäre es zwar auch möglich, eine Rainbow Table über *alle* Kombinationen von Salt und Passwort zu erstellen. Für ausreichend lange und zufällige Salts ist der Aufwand hierfür jedoch nicht praktikabel.

Eine zweite einfache Möglichkeit ist die Wiederholung der Hashfunktion. Dies wird auch als „Key Stengthening“ bezeichnet.

In diesem Fall ist der gespeicherte Passworthash nicht mehr $H(\texttt{pw})$, sondern $H(H(\ldots H(\texttt{pw})\ldots))$. Wiederholt man die Funktion H z.B. n mal, so wird der Aufwand, der zum Knacken von Passwörtern oder zur Erstellung einer Rainbow Table benötigt wird, ver-n-facht.

Andererseits wird auch der Aufwand zur Verifikation eines Passworts um den Faktor n gesteigert, da der Server S nun bei jeder versuchten Anmeldung die Hashfunktion H insgesamt n mal ausführen muss.

Diese Methode kann jedoch trotzdem sinnvoll sein, da S im Allgemeinen weniger Passworthashes berechnen muss als ein Angreifer. Selbst bei einem sehr viel genutzten Dienst sind höchstens wenige Milliarden Login-Versuche pro Tag zu erwarten. Wiederholt man die Funktion H 1000 mal, so muss S etwa 10^{12} Auswertungen von H pro Tag durchführen. Ist der Passwortraum aber größer als 10^9, z.B. 10^{15}, so müsste der Angreifer insgesamt 10^{18} mal die Funktion H auswerten. Dies stellt den Angreifer vor eine deutlich größere Herausforderung als den Betreiber des Servers S.

Kapitel 12

Zugriffskontrolle

Nachdem wir uns in Kapitel 11 mit der Benutzerauthentifikation beschäftigt haben, ist der nächste Schritt, authentifizierten Nutzern Rechte zuzuweisen, um Zugriff auf Informationen regulieren zu können. Die Zugriffskontrolle ist ein Mechanismus, um Vertraulichkeit und Datenschutz in einem zusammenhängenden System zu gewährleisten. Betrachten wir als naheliegendes Szenario ein Unternehmen, in dem Informationen unterschiedlich schützenswert sind. Beispielsweise muss die Finanzabteilung Zugriff auf die Löhne aller Mitarbeiter haben, die anderen Mitarbeiter hingegen nicht. Andererseits soll sie Produktplanungen der Ingenieur-Abteilung nicht einsehen dürfen.

Ein erster möglicher Ansatz stellt eine feste Zuweisung von Rechten an verschiedene Benutzergruppen dar. Formalisieren wir obiges Beispiel, benötigen wir:

- eine Menge $\mathcal{S}$ von Subjekten, die Mitarbeiter
- eine Menge $\mathcal{O}$ von Objekten aller Informationen (Gehälter, Produktskizzen,...)
- eine Menge $\mathcal{R}$ von Zugriffsrechten (Leserecht, Schreibrecht,...)
- eine Funktion $f\colon \mathcal{S} \times \mathcal{O} \to \mathcal{R}$, die das Zugriffsrecht eines Subjektes auf ein Objekt angibt

Ein Problem dieses Modells ist, dass eigentlich vertrauliche Informationen, gewollt oder ungewollt, an nicht autorisierte Personen gelangen. Ein Ingenieur mit Leserechten auf eine Produktskizze kann diese in ein öffentliches Dokument eintragen, sofern er die notwendigen Schreibrechte besitzt. Nach dem Lesen vertraulicher Daten sollte das Schreiben auf öffentliche Dokumente untersagt sein.

Für ein Unternehmen ist das vorgeschlagene Modell daher in vielen Fällen zu statisch. Praktische Verwendung findet es dennoch, zum Beispiel in der UNIX-Rechteverwaltung.

12.1 Das Bell-LaPadula-Modell

Ein Modell mit dynamischer Zugriffskontrolle ist Bell-LaPadula. Um die Zugriffskontrolle zu ermöglichen, betrachten wir zunächst die elementaren Bestandteile und formalisieren ähnlich wie oben:

- eine Menge $\mathcal{S}$ von Subjekten
- eine Menge $\mathcal{O}$ von Objekten

- eine Menge $\mathcal{A} = \{\texttt{read}, \texttt{write}, \texttt{append}, \texttt{execute}\}$ von Zugriffsoperation
- eine halbgeordnete[1] Menge $\mathcal{L}$ von Sicherheitsleveln, auf der ein eindeutiges Maximum definiert ist

Die obige Auflistung beschreibt das System, für das Bell-LaPadula einen Zugriffskontrollmechanismus realisieren soll. Da Bell-LaPadula im Gegensatz zum bereits vorgeschlagenen Modell dynamisch sein soll, interessieren wir uns vor allem für den Systemzustand. Den Systemzustand formalisieren wir dabei als Tripel (B, M, F), wobei

- $B \subseteq \mathcal{S} \times \mathcal{O} \times \mathcal{A}$ die Menge aller aktuellen Zugriffe ist,
- $M = (m_{i,j})_{i=1,\ldots,|\mathcal{S}|,j=1,\ldots,|\mathcal{O}|}$ die Zugriffskontrollmatrix ist, deren Eintrag $m_{i,j} \subseteq \mathcal{A}$ die erlaubten Zugriffe des Subjektes i auf das Objekt j beschreibt und
- $F = (f_s, f_c, f_o)$ ein Funktionstripel ist, mit:
  - $f_s : \mathcal{S} \to \mathcal{L}$ weist jedem Subjekt ein maximales Sicherheitslevel zu
  - $f_c : \mathcal{S} \to \mathcal{L}$ weist jedem Subjekt sein aktuelles Sicherheitslevel zu
  - $f_o : \mathcal{O} \to \mathcal{L}$ weist jedem Objekt ein Sicherheitslevel zu

In einem Unternehmen U, in dem $\mathcal{S} = \{\texttt{Smith}, \texttt{Jones}, \texttt{Spock}\}$ die Menge der Angestellten und $\mathcal{O} = \{\texttt{salary.txt}, \texttt{mail}, \texttt{fstab}\}$ die schützenswerten Informationen sind, könnte eine Zugriffskontrollmatrix M demnach wie folgt aussehen:

	salary.txt	mail	fstab
Smith	{read}	{execute}	$\emptyset$
Jones	{read, write}	{read, write, execute}	$\emptyset$
Spock	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$

Sei weiterhin $\mathcal{L} = \{\texttt{topsecret}, \texttt{secret}, \texttt{unclassified}\}$ die Menge der Sicherheitslevel, die U zur Realisierung der Zugriffskontrolle mittels Bell-LaPadula verwendet. Die darauf definierte Halbordnung sei $\texttt{unclassified} < \texttt{secret} < \texttt{topsecret}$. Ein Beispiel für das Funktionstripel wäre somit:

	$f_s(\cdot)$	$f_c(\cdot)$
Smith	unclass.	unclass.
Jones	secret	unclass.
Spock	topsecret	unclass.

	$f_o(\cdot)$
salary.txt	secret
mail	unclass.
fstab	topsecret

Es fällt auf, dass ein Matrixeintrag $m_{i,j}$ nicht leer sein muss, selbst wenn das maximale Sicherheitslevel des Subjektes kleiner dem des Objektes ist. Wäre der Systemzustand (B, M, F) von U mit obiger Matrix und Funktionstripel allerdings sicher, sollte Smith lesend auf salary.txt zugreifen wollen? Intuitiv natürlich nicht. Wie aber können wir formal korrekt einen sicheren Systemzustand beschreiben und was heißt sicher im Kontext der Zugriffskontrolle überhaupt? Hierfür müssen wir zunächst eine Menge an Eigenschaften definieren:

Definition 12.1 (Discretionary-Security/ds-Eigenschaft)**.** Ein Systemzustand (B, M, F) hat die ds-Eigenschaft, falls:

$$\forall (s, o, a) \in B : a \in m_{s,o}\,.$$

[1] Unter einer halbgeordneten Menge versteht man eine Menge, auf der eine reflexive, transitive und antisymmetrische Relation definiert ist, zum Beispiel $(\mathbb{N}, \geq)$.

Die ds-Eigenschaft ist die erste naheliegende Forderung, die ein sicherer Systemzustand nach Bell-LaPadula erfüllen sollte. So wird sichergestellt, dass alle aktuellen Zugriffe konsistent mit der Zugriffsmatrix sind.

Definition 12.2 (Simple-Security/ss-Eigenschaft)**.** Ein Systemzustand (B, M, F) hat die ss-Eigenschaft, falls:

$$\forall (s, o, \texttt{read}) \in B : f_s(s) \geq f_o(o)\,.$$

Ebenso naheliegend ist es, dass kein Subjekt lesend auf Objekte zugreifen sollte, deren Sicherheitslevel das maximale Sicherheitslevel des zugreifenden Subjekts übersteigt. Insbesondere ist zu beachten, dass die ss-Eigenschaft in diesem Skript ausschließlich für Leseoperationen definiert ist. Oftmals wird sie daher auch als "no read up" bezeichnet.

Ist für eine gegebene Anfrage $(s, o, \texttt{read})$ die ss-Eigenschaft und die ds-Eigenschaft erfüllt, wird das aktuelle Sicherheitslevel des Subjektes angepasst: $f_c(s) = \max\{f_c(s), f_o(o)\}$. Die ss-Eigenschaft ist somit zentral für den dynamischen Ansatz des Bell-LaPadula-Modells.

Definition 12.3 (Star Property/$\star$-Eigenschaft)**.** Ein Systemzustand (B, M, F) hat die $\star$-Eigenschaft, falls:

$$\forall\ (s, o, \{\texttt{write, append}\}) \in B : f_o(o) \geq f_c(s)\,.$$

Ein bisschen weniger intuitiv ist die $\star$-Eigenschaft, die verhindert, dass sensitive Informationen in weniger sensitive Objekte geschrieben werden. Sie verlangt, dass Subjekte, die lesend auf (sensitive) Objekte zugegriffen haben, nur noch in Objekte schreiben dürfen, deren Sicherheitslevel mindestens genauso hoch ist. Als alternative Bezeichnung dieser Eigenschaft wird deswegen oft "no write down" verwendet.

Wir bezeichnen einen Systemzustand (B, M, F) als sicher, falls es keinen Zugriff $b \in B$ gibt, der eine der drei Eigenschaften verletzt. Bell-LaPadula erlaubt einen Zugriff ausschließlich bei Erhalt des Systemsicherheit.

12.1.1 Nachteile des Bell-LaPadula-Modells

Ein offensichtlicher Nachteil dieses Modells ist, dass die aktuellen Sicherheitslevel nie herabgesetzt werden. Das Lesen eines Objektes o mit $f_o(o) > f_c(s)$ schränkt folglich dauerhaft die Menge an Objekten ein, auf die ein Subjekt s schreibend zugreifen kann. Ein Zurücksetzen des aktuellen Sicherheitslevels zu einem Zeitpunkt ist nicht realistisch, da die Subjekte in der Regel nicht gezwungen werden können, gelesene Informationen zu vergessen.

Ein anderer Lösungsansatz für dieses Problem stellt die Einteilung der Subjekte in vertrauenswürdige und nicht vertrauenswürdige Subjekte dar. Für Erstere wird, ausgehend davon, dass keine Weitergabe von Informationen an nicht berechtigte Subjekte erfolgt, die $\star$-Eigenschaft ausgesetzt. Hier ist die Qualität der Prüfung, ob ein Subjekt vertrauenswürdig ist oder nicht, entscheidend für die Sicherheit des Modells.

Ein zweiter gravierender Nachteil ergibt sich daraus, dass Subjekte auf Objekte höheren Sicherheitslevels schreibend zugreifen dürfen. Somit können gezielt sensitive Objekte von nicht autorisierten Subjekten geändert werden, was zu hohen Schäden führen kann. Ein subtilerer Nachteil ergibt sich aus der Tatsache, dass Subjekte beispielsweise die Existenz von sensitiven Objekten erfahren können. Zwar ist Bell-LaPadula dynamischer als das in der Einleitung vorgestellte Modell, doch sind die Zugriffskontrollmatrix M und die Funktionen f_s, f_o unveränderlich.

Zusammenfassend betrachtet realisiert das Bell-LaPadula-Modell eine Zugriffskontrolle, die zuverlässig vor Informationsweitergabe an unautorisierte Subjekte schützt, jedoch in vielen Szenarien auf Dauer zu unflexibel ist und auch nicht vor Datenmanipulation schützen kann.

12.2 Das Chinese-Wall-Modell

Das Chinese-Wall-Modell realisiert, ähnlich dem Bell-LaPadula-Modell, eine dynamische Zugriffskontrolle. Das Szenario, in welchem die beiden Modelle jeweils angewandt werden, unterscheidet sich allerdings fundamental. Während das Bell-LaPadula-Modell grundsätzlich Informationen in einem geschlossenen System, wie zum Beispiel einer Firma, schützen soll, ist das Chinese-Wall-Modell beispielsweise für Szenarien konzipiert, in denen Interessenskonflikte zwischen mehreren Firmen entstehen können. Stellen wir uns vor, eine Menge von Beratern berät Firmen zu einer Menge von Objekten. Dieses Gedankenspiel ist gänzlich unproblematisch, solange jeder Berater maximal eine Firma berät. Ist allerdings bereits ein Berater bei mehreren Firmen unter Vertrag, so kann es, sollten die Firmen konkurrieren, zu einem Interessenkonflikt kommen. Bell-LaPadula liefert auf diese Problemstellung keine Antwort. Es gibt weder Sicherheitslevel, noch kann ein Systemzustand formuliert werden, da Zugriffskontrollmatrix und Funktionen fehlen. Um eine Lösung anbieten zu können, müssen wir zunächst die neue Wirklichkeit als System formalisieren. Wir brauchen gemäß unserem Szenario

- eine Menge $\mathcal{C}$ von Firmen,
- eine Menge $\mathcal{S}$ von Beratern,
- eine Menge $\mathcal{O}$ von Objekten,
- eine Menge $\mathcal{A} = \{\texttt{read}, \texttt{write}\}$ von Zugriffsoperationen,
- eine Funktion $y\colon \mathcal{O} \to \mathcal{C}$, die jedem Objekt seine eindeutige Firma zuweist und
- eine Funktion $x\colon \mathcal{O} \to \mathcal{P}(\mathcal{C})$, die jedem Objekt die **Menge** an Firmen zuweist, mit denen es in Konflikt steht.

Das Ziel ergibt sich ebenfalls aus unserem Gedankenspiel: Eine konfliktfreie Zuordnung von Beratern zu Objekten. Doch wie kann garantiert werden, dass eine Zuordnung konfliktfrei ist? Es ist naheliegend, dass bei jedem Schreib- oder Lesezugriff $(s, o, a) \in \mathcal{S} \times \mathcal{O} \times \mathcal{A}$ ein Konflikt entsteht, falls s in der Vergangenheit bereits Zugriff auf ein Objekt hatte, das in Konflikt mit $y(o)$ steht. Formal definieren wir:

Definition 12.4 (Simple-Security/ss-Eigenschaft)**.** Eine Anfrage $(s, o, a) \in \mathcal{S} \times \mathcal{O} \times \mathcal{A}$ hat die ss-Eigeschaft, falls: $\forall\, o' \in \mathcal{O}$, auf die s schon Zugriff hatte, gilt:

$$y(o) = y(o') \vee y(o) \notin x(o')\,.$$

Eine konfliktfreie Zuordnung muss jeden Zugriff ablehnen, für den die ss-Eigenschaft nicht gilt. Hinreichend ist das jedoch nicht, da ein ungünstiges Zusammenspiel von Beratern ungewollten Informationsfluss ermöglichen kann.

Beispiel 12.5. *Für zwei Berater $s_1, s_2 \in \mathcal{S}$ wird folgender Ablauf betrachtet:*

1. *Lesezugriff* $(s_1, o_1, \texttt{read})$
2. *Schreibzugriff* $(s_1, o_2, \texttt{write})$
3. *Lesezugriff* $(s_2, o_2, \texttt{read})$
4. *Schreibzugriff* $(s_2, o_3, \texttt{write})$

Es ist denkbar, dass $y(o_3) \in x(o_1)$, die Firma von o_3 also mit o_1 in Konflikt steht. Durch den letzten Schreibzugriff könnte demnach indirekt Information geflossen sein, die das Chinese-Wall-Modell eigentlich hätte schützen sollen.

Um indirekten Informationsfluss zu verhindern, brauchen wir neben der ss-Eigenschaft eine zusätzliche Forderung. Eine Schreibanfrage eines Beraters soll nur dann erlaubt werden, falls alle von ihm zuvor gelesen Objekte entweder aus der gleichen Firma stammen oder mit keiner Firma in Konflikt stehen. Formalisieren wir unsere Forderung als Eigenschaft, ergibt sich:

Definition 12.6 (Star Property/$\star$-Eigenschaft)**.** Eine Schreibanfrage $(s, o, \texttt{write}) \in \mathcal{S} \times \mathcal{O}$ hat die $\star$-Eigenschaft, falls: $\forall\, o' \in \mathcal{O}$, auf die s schon lesend zugegriffen hat, gilt:

$$y(o) = y(o') \vee x(o') = \emptyset\,.$$

Erlauben wir ausschließlich Anfragen, die beide Eigenschaften erfüllen, können wir eine konfliktfreie Zuordnung garantieren. Ungewollter Informationsfluss - direkter, sowie indirekter - kann ausgeschlossen werden. Auffällig ist jedoch die Striktheit der $\star$-Eigenschaft, die gerade mit zunehmender Dauer den Beratern enge Grenzen steckt. Eine Möglichkeit, die gelesenen Objekte eines Beraters (nach einer gewissen Zeit) zurückzusetzen, gibt es nicht. Um höchstmögliche Sicherheit zu bieten, ist das Fehlen eines solchen Mechanismus allerdings sinnvoll.

Kapitel 13

Analyse umfangreicher Protokolle

Bisher haben wir in dieser Vorlesung hauptsächlich kryptographische *Bausteine* betrachtet, z.B. Chiffren, Hashfunktionen, Nachrichtenauthentifikation mit MACS oder digitalen Signaturen und Schlüsselaustauschprotokolle. Die Konstruktion solcher Bausteine ist jedoch kein Selbstzweck. Vielmehr sind diese Bausteine lediglich Hilfsmittel. Um „sichere“ Kommunikation zu ermöglichen, müssen diese Bausteine geeignet miteinander kombiniert werden.

Das bei weitem nicht jede mögliche Kombination auch die erwünschten Sicherheitseigenschaften hat, zeigt folgendes einfaches Beispiel.

Beispiel 13.1. *Es soll ein einfaches Kommunikationsprotokoll zwischen zwei Teilnehmern Alice und Bob erstellt werden. Dabei soll folgendes gelten:*

- *Der Inhalt der Kommunikation bleibt geheim, nur Alice und Bob kennen ihn. (Confidentiality)*
- *Nachrichten können vom Angreifer nicht verändert werden. (Integrity)*
- *Alice und Bob können sich sicher sein, dass ihr Kommunikationspartner tatsächlich Bob bzw. Alice ist. (Authenticity)*[1]

Als Bausteine sollen hierfür ein symmetrisches Verschlüsselungsverfahren, das auch die Unveränderbarkeit von Nachrichten garantiert, ein Schlüsselaustauschprotokoll und ein Protokoll zur gegenseitigen Identifikation verwendet werden.

Da das Schlüsselaustauschprotokoll rechenintensiv ist, kommt der Protokolldesigner auf die Idee, dass sich Alice und Bob zunächst gegenseitig identifizieren sollen, bevor sie das Schlüsselaustauschprotokoll, und anschließend die symmetrische Chiffre verwenden. Das zusammengesetzte Protokoll hat also den in Abbildung 13.1 gezeigten Ablauf.

Dieses Protokoll bietet jedoch keinen Schutz gegen den Angreifer Mallory, der Nachrichten abfangen kann. Mallory kann nämlich abwarten, bis Alice und Bob das Identifikationsprotokoll ausgeführt haben. Dann kann Mallory alle Nachrichten von und zu Alice abfangen, und stattdessen an Alice' Stelle das Schlüsselaustauschprotokoll mit Bob durchführen und anschließend unter Alice' Identität mit Bob kommunizieren. Bob hat in diesem Protokoll keine Möglichkeit, dies zu erkennen und wird glauben, mit Alice zu kommunizieren.[2]

[1] Eine reale Implementierung eines solchen großen Protokolls ist z.B. das schon erwähnte TLS (siehe Kapitel 8.3), das jedoch andere Primitive benutzt.

[2] Eine bessere Alternative wäre, dass Alice und Bob zunächst das Schlüsselaustauschprotokoll ausführen, und dann verschlüsselt das Identifikationsprotokoll ausführen.

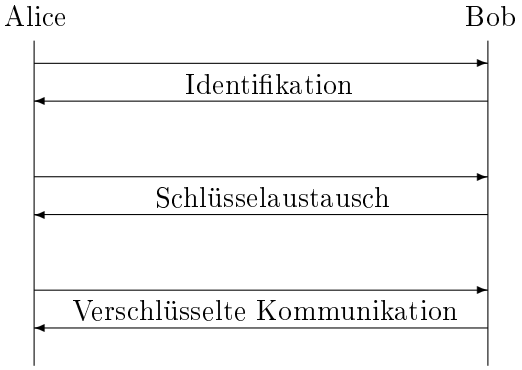


Abbildung 13.1: Das Kommunikationsprotokoll aus Beispiel 13.1.

Selbst wenn also alle Bausteine ihr *eigenes* Sicherheitsziel optimal erreichen, bleibt das zusammengesetzte Protokoll unsicher. Man sagt auch: „Sicherheit komponiert nicht.“[3]

In diesem Kapitel wollen wir uns damit befassen, wie man „zusammengesetzte“ Protokolle auf ihre Sicherheit hin untersuchen kann. Hier unterscheiden wir zwei verschiedene Ansätze:

- Der „Security“-Zugang definiert für ein Protokoll zunächst eine Reihe von Sicherheitseigenschaften. Diese werden dann einzeln nachgewiesen.
- Der kryptographische Ansatz definiert ein hypothetisches, idealisiertes, optimales Protokoll, und vergleicht anschließend die Implementierung mit diesem.

13.1 Der Security-Ansatz

Kern des Security-Ansatzes ist die Liste der erwünschten Sicherheitseigenschaften. Genau diese Liste ist aber auch die Schwachstelle des Security-Ansatzes. Denn wie stellt man sicher, dass die Liste vollständig ist, dass also nichts vergessen wurde? Und wie formalisiert man die erwünschten Eigenschaften genau?

Diese Fragen sind leider bis heute ungeklärt, entziehen sich aber auch der systematischen Erforschung.

Dem ersten Problem (Vollständigkeit) kann man z.B. mit einem Mehr-Augen-Prinzip begegnen, und mit etwas Erfahrung mag auch manch einer fähig sein, eine „gute“ Liste an benötigten Sicherheitseigenschaften aufzustellen. Außerdem kann es hilfreich sein, eine Liste von Sicherheitseigenschaften zu haben, die in anderen Protokollen erwünscht waren:

Vertraulichkeit/Confidentiality Bestimmte Informationen bleiben geheim. Dabei muss man definieren, wer die Information erhalten darf, und wer nicht.

Integrität/Integrity Nachrichten/Informationen bleiben unverändert.

Authentizität/Authenticity Man kann Nachrichten nicht unter fremder Identität verschicken.

[3] Die Konstruktion von Protokollen, die immer und unter allen Umständen komponieren, ist ein aktuelles Forschungsthema, das insbesondere von Ran Canetti unter dem Begriff *Universal Composability* (Vgl. beispielsweise [4, 5]) untersucht wird.

Verfügbarkeit/Availability Ein Service bleibt auch unter Angriffen verfügbar. Dies ist im Wesentlichen die Robustheit gegen Denial-of-Service-Angriffe.

Autorisierung/Authorization Jeder Benutzer eines Systems kann nur Aktionen durchführen oder Informationen einsehen, zu denen er berechtigt ist.

Nicht-Abstreitbarkeit/Non-Repudiability Man kann nicht glaubhaft abstreiten, Urheber einer Information zu sein. Dies ist z.B. bei digital unterschriebenen Verträgen wichtig.

Abstreitbarkeit/Plausible Deniability Man kann nicht beweisen, dass jemand Urheber einer Information ist. Dies ist z.B. für Whistleblower wünschenswert, wenn sie geheime Informationen an Journalisten übergeben.

Die konkreten Formen, die diese abstrakten Sicherheitseigenschaften in verschiedenen Protokollen annehmen, können sich unterscheiden. Bei Verschlüsselungen z.B. bedeutet die Vertrauchlichkeit, dass nur die legitimen Protokollteilnehmer, d.h. die beiden kommunizierenden Parteien, die Information kennen dürfen. Bei Commitments aber darf der Empfänger die Information zunächst nicht lernen (wegen der Hiding-Eigenschaft).

13.2 Der kryptographische Ansatz

Dem Problem bei der Formulierung der Sicherheitsziele begegnet der kryptographische Ansatz zumindest teilweise.

Hier definiert man zunächst ein idealisiertes Protokoll, dass unter Ausschluss von Angreifern und ausschließlich mit ehrlichen und vertrauenswürdigen Parteien arbeitet. Insbesondere kann man hier auch einen vertrauenswürdigen „Notar“ einführen, der Geheimnisse der anderen Parteien erfahren darf, sie aber niemals weitergibt.

Der Nachweis der Sicherheit erfolgt dann durch Vergleich des realen Protokolls mit dem idealisierten Protokoll. Kern dieses Vergleichs ist eine „mindestens-so-sicher-wie“-Relation auf Protokollen, die wir hier als $\geq$ bezeichnen.

Definition 13.2 (Simulierbarkeit, informell)**.** Protokoll π_1 ist *so sicher wie* Protokoll π_2 (kurz: $\pi_1 \geq \pi_2$), falls für jeden effizienten Angreifer $\mathcal{A}$ auf π_1 ein effizienter Simulator $\mathcal{S}$ auf π_2 existiert, so dass nicht effizient zwischen $(\pi_1, \mathcal{A})$ und $(\pi_2, \mathcal{S})$ unterschieden werden kann.

Diese Definition bedeutet, dass jede Schwäche im realen Protokoll π_1, die ein effizienter Angreifer ausnutzen kann, schon im idealen Protokoll π_2 enthalten ist. Umgekehrt besitzt π_1 keine Schwachstellen, die nicht schon in π_2 enthalten sind. Durch entsprechende Modellierung des idealen Protokolls erhält man eine Aussage über die Sicherheit von π_1.

Auch dieser Ansatz stößt aber an gewisse Grenzen, wie folgendes Beispiel zeigt.

Beispiel 13.3. *Wir möchten einen sicheren Kanal mit Hilfe einer Verschlüsselung realisieren. Unser ideales Protokoll π_2 ist also der sichere Kanal, π_1 ist ein unsicherer Kanal, über den jedoch verschlüsselt kommuniziert wird.*

Abbildung 13.2 zeigt unser idealisiertes Protokoll π_2. Dieses Protokolls soll nun durch das reale Protokoll π_1, das in Abbildung 13.3 gezeigt ist, implementiert werden.

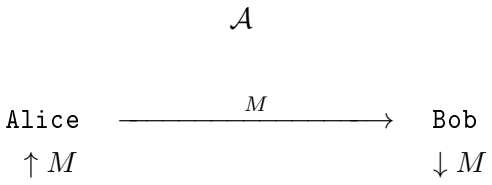


Abbildung 13.2: Das ideale Protokoll: ein sicherer Kanal. Der Angreifer $\mathcal{A}$ erhält *keinerlei* Information über M.

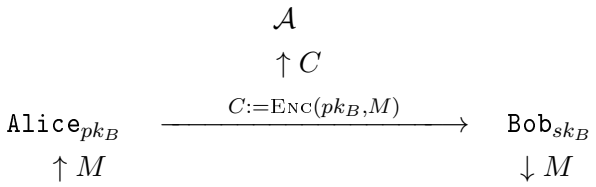


Abbildung 13.3: Die Implementierung eines sicheren Kanals durch Verschlüsselung.

Hier gilt jedoch nicht $\pi_1 \geq \pi_2$, *denn in* π_1 *erfährt der Angreifer, dass bzw. ob Kommunikation stattfindet. Außerdem kann der Angreifer aus dem Chiffrat die ungefähre Länge der Nachricht ermitteln. Im idealen Protokoll* π_2 *erfährt der Angreifer dies jedoch nicht. Deshalb gilt hier* $\pi_1 \not\geq \pi_2$.

Um die Sicherheit von π_1 zu beweisen, muss man hier die Definition des idealen Protokolls π_2 ändern, sodass der Angreifer ebenfalls diese Information erhält. Das neue Protokoll π_2' ist in Abbildung 13.4 gezeigt.

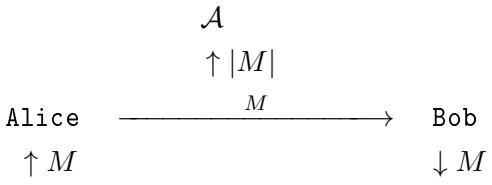


Abbildung 13.4: Die abgeschwächte Idealisierung π_2', eines sicheren Kanals.

Mit dieser Änderung kann man tatsächlich $\pi_1 \geq \pi_2'$ beweisen, sofern das eingesetzte Verschlüsselungsverfahren IND-CPA-sicher ist.

Um die Sicherheit von π_1 zu zeigen, haben wir also nicht etwa π_1 geändert, sondern nur unsere Anforderungen von π_2 zu π_2' abgeschwächt.

Dennoch bietet die kryptographische Herangehensweise einige Vorteile:

- Die Formulierung von Sicherheitszielen wird deutlich vereinfacht. Anstelle des Aufstellens einer Liste von nachzuweisenden Eigenschaften wie beim Security-Ansatz, wird hier nur ein ideales Protokoll formuliert, das durch das reale Protokoll angenähert werden muss.
- Die Relation $\geq$ erlaubt auch die modulare Analyse von größeren Protokollen. Es gilt nämlich das folgende Theorem:

Theorem 13.4 (Kompositionstheorem, informell)**.** *Sei π^τ ein Protokoll, das ein Unterprotokoll τ benutzt. Sei weiter ρ ein Protokoll mit $\rho \geq \tau$, und sei π^ρ das Protokoll, welches ρ statt τ als Unterprotokoll benutzt. Dann gilt $\pi^\rho \geq \pi^\tau$.*

Mit diesem Werkzeug lässt sich nämlich das Protokoll π^τ mit einem *idealen* Unterprotokoll τ analysieren. Gelingt hier ein Beweis, dass π^τ ein größeres, ideales Protokoll π' implementiert (also $\pi^\tau \geq \pi'$), dann gilt sofort $\pi^\rho \geq \pi^\tau \geq \pi'$.

Auf der anderen Seite ist $\geq$ jedoch technisch sehr schwer zu handhaben. Deshalb werden größere Protokolle hauptsächlich mit dem Security-Ansatz untersucht.

Kapitel 14

Implementierungsprobleme

In den bisherigen Kapiteln haben wir das Thema „Sicherheit“ hauptsächlich aus einem kryptographischen Blickwinkel betrachtet und eine Vielzahl von kryptographischen Primitiven vorgestellt.

In diesem Kapitel wollen wir uns nun mit der einer anderen Seite der Sicherheit befassen: Der Sicherheit bzw. Unsicherheit von Software. Wir betrachten Sicherheitslücken in Software, wie sie täglich von Computerviren und Ähnlichem ausgenutzt werden. Solche Sicherheitslücken entstehen fast immer durch kleine oder große Schlampereien bei der Implementierung.

Die „Common Vulnerabilites and Exposures“ (CVE) ist eine öffentlich zugängliche Liste bekannter Schwachstellen. Sie ist unter http://cve.mitre.org/cve/ erreichbar, und zählte im Dezember 2013 knapp 60.000 Einträge. Die amerikanische „National Vulnerabilities Database“ (NVD, http://nvd.nist.gov/) des „National Institute for Standards and Technology“ (NIST) bietet eine Suchfunktion in dieser Datenbank, inklusive einfacher statistischer Anfragen. Das „Open Web Application Security Project“ (OWASP, https://www.owasp.org/) erstellt alle drei Jahre eine Top-Ten-Liste der Sicherheitslücken in Web-Anwendungen.

Wir stellen im Folgenden einige übliche Angriffstechniken von Hackern auf anfällige Software vor. Wir werden uns jedoch auch kurz mit Implementierungsproblemen von kryptographischen Operationen befassen.

14.1 Buffer Overflows

In einigen Programmiersprachen (allen voran C und C++) erfolgen Zugriffe auf Puffer (oder Arrays/Felder) ohne eine Überprüfung der Größe der Puffer. Z.B. liefert folgendes C-Programm keinen Fehler:

```
#include <stdio.h>

char greeting[8] = "Hello, ";
char greeted[6] = "World";

int main() {
        printf("%c\n", greeting[8]);
        return 0;
}
```

Dabei hat in diesem Beispiel das Feld `greeting` nur 8 Elemente, die von 0 bis 7 durchnummeriert sind.[1] Ein Zugriff auf das Element mit der Nummer 8 ist also eigentlich nicht möglich, die Rückgabe bestenfalls undefiniert. Dennoch löst das Programm keinen Fehler aus, sondern gibt den Buchstaben „W“ aus.[2]

Dies liegt an der Implementierung von Puffern in C: Ein Puffer oder Feld ist in C äquivalent zu einem Zeiger auf das erste Pufferelement (Index 0). Die Elemente des Puffers sind dann unmittelbar hintereinander angeordnet. Um die Speicheradresse des i-ten Elements (Index $i-1$) zu bestimmen, wird daher der Platzbedarf der vorherigen $i-1$ Elemente berechnet und dieser Wert zur Startadresse des Puffers hinzuaddiert. Diese Berechnung erfolgt im Allgemeinen ohne Abgleich mit der Größe des Puffers.

Im obigen Beispiel ist `greeting` im Wesentlichen ein Zeiger auf einen Speicherbereich, in dem die Zeichen `Hello, ` hintereinander abgelegt sind. Der Zugriff auf `greeting[8]` erfolgt, in dem der Platzbedarf von 8 `char`s zum Zeiger `greeting` hinzuaddiert werden.

Da der Compiler in diesem Beispiel die beiden Speicherbereiche für die Zeichenketten `Hello, ` und `World` hintereinander angeordnet hat, liegt 8 Positionen hinter dem Speicherbereich `greeting` der Buchstabe `W` aus der Zeichenkette `World`. Das Speicherlayout wird in Abbildung 14.1 gezeigt.

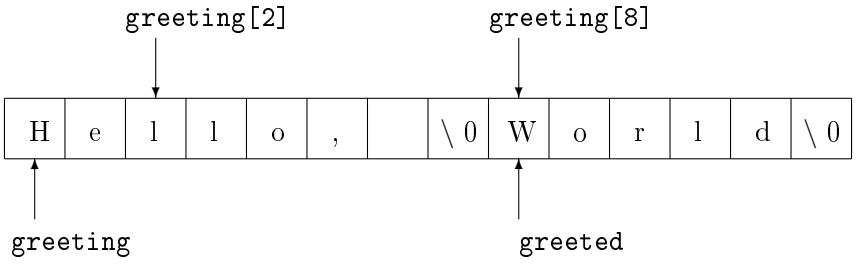


Abbildung 14.1: Anordnung der zwei Speicherbereiche `greeting` und `greeted` in unserem Beispiel. Ein Zugriff auf `greeting[8]` addiert den Speicherplatzbedarf von 8 `char`s zu dem Zeiger `greeting`. Beim Zugriff wird deshalb tatsächlich auf `greeted[0]` zugegriffen.

Ein Schreibzugriff auf `greeting[8]` liefert in diesem Beispiel ebenfalls keinen Fehler, selbiges gilt Schreibzugriffe auf `greeting[9]`, `greeting[10]`, usw. bis zumindest `greeting[12]`.

Dieses Verhalten führt dazu, dass ganze Speicherbereiche überschrieben werden. Wir betrachten hierzu das folgende Beispiel:

```
char name[8] = "World";
char greeting[8] = "Hello, ";

int main() {
        printf("What's your name?\n");
        scanf("%s", name);
        printf("%s%s\n", greeting, name);
        return 0;
}
```

[1] In C erhalten Strings immer noch ein terminierendes Null-Symbol \0, das das Ende des Strings markiert. Deshalb benötigt die Zeichenkette `Hello,`, die aus sieben Zeichen besteht, dennoch 8 Byte Speicherplatz. Analog benötigt die Zeichenkette `World` (5 Zeichen) 6 Byte.

[2] Kompiliert mit GCC 4.6.1

Dieses Programm liest zunächst den Namen des Benutzers mittels der Funktion `scanf` in den Speicherbereich `name` ein, und gibt dann die zwei Strings `greeting` und `name` aus. Ist der Name des Benutzers jedoch länger als 7 Zeichen, dann überschreibt die Funktion `scanf` nicht nur den Speicherbereich der Variable `name`, sondern auch den Speicherbereich des Strings `greeting`.

Im Allgemeinen wird die Funktion `scanf` so viel Speicherplatz überschreiben, wie sie zum Speichern der eingegebenen Daten benötigt. Bietet der bereitgestellte Puffer nicht genug Speicherplatz, so wird `scanf` auf den dahinterliegenden Speicherbereich zugreifen und diesen überschreiben.[3] Der Puffer „läuft also über“. Man bezeichnet so etwas deshalb als „Buffer Overflow“.

Dieses unerwünschte Verhalten kann ein Angreifer ausnutzen um gezielt bestimmte Daten im Arbeitsspeicher des ausgeführten Programms zu überschreiben. Befindet sich der übergelaufene Puffer auf dem Stack des Programms, dann kann der Angreifer mit dieser Technik sogar die Rücksprungadresse überschreiben und somit den Programmfluss lenken.

Hat der Angreifer zuvor eigenen Maschinencode (d.h. Prozessorinstruktionen) in den Arbeitsspeicher des Programms geschrieben, dann kann der Angreifer somit eigenen Programmcode auf dem Prozessor ausführen lassen.

Da diese Angriffstechnik über Jahre hinweg genutzt wurde, wurden inzwischen eine ganze Reihe von Gegenmaßnahmen entwickelt. Im Folgenden wollen wir einige dieser Gegenmaßnahmen vorstellen.[4]

Eine offensichtliche Gegenmaßnahme ist das vollständige Verhindern von Buffer Overflows. Hierzu kann man z.B.:

- vor jedem Schreibzugriff auf einen Puffer explizit die Puffergröße kontrollieren,
- Funktionen benutzen, die diese Kontrolle automatisch durchführen, (z.B. `strncat` oder `strncpy`; bei `scanf` kann man in obigem Beispiel `scanf("\%7s", name)` verwenden), oder
- eine Datenstruktur oder Programmiersprache verwenden, die beim Zugriff auf Puffer automatisch die Grenzen überprüft (z.B. Arrays in Java).

Da die erste Methode sehr anfällig für menschliche Vergesslichkeit oder Bequemlichkeit ist, sind die zweite oder dritte Maßnahme hier eindeutig vorzuziehen.

Diese Gegenmaßnahmen sind jedoch nicht immer anwendbar. Z.B. existieren einige weit verbreitete und sehr umfangreiche Programme mit mehreren Millionen Zeilen Quellcode, die noch ohne derartige Gegenmaßnahmen implementiert wurden. Den Quellcode dieser Programme zu überarbeiten ist praktisch kaum umsetzbar. Deshalb wurden auch eine Reihe von ad-hoc-Gegenmaßnahmen entwickelt. Hierzu zählen Stack Canaries, die sogenannte Data Execution Prevention und die Address Space Layout Randomization.

Stack Canaries werden von modernen Compilern in den generierten Maschinencode eingebettet. Hierbei handelt es sich um zufällige Dummy-Zahlen, die vor Rücksprungadressen auf dem Stack platziert werden. Tritt ein Buffer Overflow auf bei dem die Rücksprungadresse überschrieben wird, so muss dieser Buffer Overflow auch den Stack Canary, der zwischen Puffer und Rücksprungadresse liegt, überschreiben.

[3] Selbiges gilt für eine Vielzahl anderer Funktionen in C, z.B. `strcat` zum Konkatenieren von zwei Strings, `strcpy` zum Kopieren von Strings, uvm.

[4] Es gibt aber zahlreiche Abwandlungen des gezeigten Angriffs, die diese Schutzmaßnahmen umgehen und deshalb auch heute noch funktionsfähig sind.

Der Compiler fügt vor jedem Rücksprung im generierten Code noch einige Befehle ein, die überprüfen ob der Stack Canary verändert wurde. Ist dies der Fall, so wird das Programm beendet. Ist der Stack Canary unverändert, so geht das Programm davon aus, dass kein Buffer Overflow auftrat und setzt die Ausführung fort.

Bei der Data Execution Prevention, die vom Prozessor unterstützt und vom Betriebssystem aktiviert werden muss, erzwingt der Prozessor eine Trennung von Code- und Speicherbereichen. Daten in Speicherbereichen können dann nicht als Programmcode interpretiert werden, und Daten in Code-Bereichen können nicht überschrieben werden. Dadurch kann der Angreifer den von ihm eingeschleusten Code nicht ausführen lassen.

Bei der Address Space Layout Randomization (auch als Speicherverwürfelung bezeichnet) platziert das Betriebssystem die Speicherbereiche des Programms nicht deterministisch, sondern zufällig. Um den eingeschleusten Code auszuführen, muss der Angreifer nämlich die Rücksprungadresse auf dem Stack mit der Adresse des eingeschleusten Codes überschreiben. Wegen der zufälligen Platzierung der Speicherbereiche kann der Angreifer diese Adresse jedoch nicht kennen.

14.2 SQL-Injection

SQL ist eine weit verbreitete Sprache zur Formulierung von Datenbankabfragen. Zum Beispiel bewirkt die Abfrage

```
SELECT * FROM cd WHERE interpret = "Fall Out Boy";
```

die Rückgabe aller Zeilen in der Tabelle `cd`, in denen als Interpret „Fall Out Boy“ angegeben ist. Nun könnte diese Tabelle in einer Datenbank eines Online-Musikshops liegen. Dieser Online-Musikshop bietet dem Nutzer eine Suchfunktion. Sucht der Nutzer nach CDs von „Fall Out Boy“, dann wird z.B. obige Anfrage an die Datenbank geschickt. Sucht der Nutzer stattdessen nach dem Album „Folie à Deux“, so wird stattdessen die Anfrage

```
SELECT * FROM cd WHERE album = "Folie à Deux";
```

an die Datenbank geschickt.

Eine naheliegende Implementierung zur Generierung solcher Datenbankabfragen in der Programmiersprache PHP ist z.B. Folgende.

```
$alb = $_GET['album'];
sql_query($db,"SELECT * FROM cd WHERE album = \"$alb\";");
```

Hierbei enthält die Variable `$_GET['album']` die Benutzereingabe. Diese wird zunächst in die Variable `$alb` kopiert. Der String

```
"SELECT * FROM cd WHERE album = \"$alb\";"
```

wird automatisch in eine Konkatenation des Strings „`SELECT * FROM cd WHERE album = "`“, dem Inhalt von `$alb` und des Strings „ `\";`“ umgesetzt. Das Ergebnis dieser Konkatenation wird dann durch die Funktion `sql_query` als Abfrage an die Datenbank geschickt.

Leider erlaubte diese einfache Implementierung einem Angreifer, selbst festgelegte Befehle an die Datenbank zu senden. Hierfür muss er nur – anstelle eines Albums – Strings wie „`\"; DROP TABLE cd; #`“ in die Suchmaske eingeben.

Die Stringkonkatenation führt dann zur Abfrage

$$\underbrace{\texttt{SELECT * FROM cd WHERE album = "}}_{\text{Konstant}}\underbrace{\texttt{"; DROP TABLE cd; \#}}_{\text{Benutzereingabe}}\underbrace{\texttt{" ;}}_{\text{Konstant}},$$

die an die Datenbank geschickt wird. Die Datenbank interpretiert diese Abfrage als zwei Anweisungen:[5]

1. die Suche nach Alben, deren Name das leere Wort ist, und
2. die Anweisung, die Tabelle „`cd`“ zu löschen.

Beide Anweisungen werden von der Datenbank ausgeführt, und so wird die Tabelle „`cd`“ tatsächlich gelöscht. Der Angreifer hat also eigene Befehle in die Datenbankabfrage „injiziert“, daher rührt die Bezeichnung „SQL-Injection“ für solche Sicherheitslücken.

SQL-Injection-Angriffe können aber noch ungleich gefährlicher werden, wenn die Software besondere Funktionen wie das Ausführen von Kommandozeilenbefehlen oder das Erstellen von Dateien erlaubt. Ersteres ist z.B. bei Microsoft-SQL-Servern der Fall, Letzteres z.B. bei MySQL-Servern.

Solche Angriffe kann man z.B. mit den folgenden Methoden verhindern:

- Gründliche Überprüfung der Benutzereingabe, bevor diese an die Datenbank geschickt wird. Sinnvoll wäre z.B. eine Überprüfung, ob die Benutzereingabe nur aus Buchstaben, Zahlen und Leerzeichen besteht. (Dies kann allerdings unnötig restriktiv sein. Z.B. könnte die Eingabe des Zeichens à dadurch zurückgewiesen werden, obwohl es ein Album mit einem solchen Namen gibt.)
- Das „Escapen“ von Sonderzeichen in der Benutzereingabe, so dass diese als Bestandteil des Strings interpretiert werden. Hierfür gibt es in den APIs der Datenbank häufig besondere Funktionen, z.B. `mysql_real_escape_string`.
- Das Benutzen von Prepared Statements. Hierbei wird zunächst ein Abfrage mit Platzhalter an die Datenbank geschickt: `SELECT * FROM cd WHERE album=?;` In einem zweiten Schritt wird dann die Benutzereingabe an die Datenbank übergeben. Hierdurch wird verhindert, dass die Benutzereingabe von der Datenbank als Befehl interpretiert und ausgeführt wird.

14.3 Cross Site Scripting

Cross-Site-Scripting (XSS) funktioniert konzeptuell ähnlich wie SQL-Injections, taucht jedoch in einer etwas anderen Umgebung auf.

Bei Cross-Site-Scripting injiziert ein Angreifer nicht eigene SQL-Befehle in eine Datenbankabfrage, sondern stattdessen eigene HTML-Elemente in eine Webseite. Über JavaScript im injizierten HTML kann die im Browser des Opfers dargestellte Webseite vollständig kontrolliert werden, was ernsthafte Konsequenzen zur Folge haben kann.

- Gelingt es dem Angreifer beispielsweise eigenen JavaScript-Code auf einer Login-Seite zu platzieren, so kann der Angreifer hiermit die von einem Opfer eingegebenen Login-Daten abgreifen. Doch auch wenn ein Benutzer bereits eingeloggt ist, kann

[5] Das #-Symbol leitet einen Kommentar ein. Dadurch wird verhindert, dass die folgenden Zeichen „`";`“ einen Syntaxfehler auslösen.

der Angreifer mit entsprechendem JavaScript-Code das Login-Cookie des Benutzers kopieren und damit selbst unter der Identität des Nutzers auf der Webseite surfen.

- JavaScript-Würmer können in sozialen Netzwerken auf Pinnwände oder Ähnliches geschrieben werden, wo sie von anderen Benutzern eingesehen werden. Sie werden daraufhin im Browser des Opfers ausgeführt und kopieren sich selbstständig auf die Pinnwand des Betrachters. Beispielsweise wurde MySpace im Jahr 2005 zeitweilig wegen einem solchen Wurm abgeschaltet.[11, 15].
- Die Computer-Forensik-Software X-Way Forensics bietet z.B. die Möglichkeit, ihre Ergebnisse als HTML-Seite darzustellen. Bettet ein Angreifer z.B. einen öffnenden HTML-Kommentar in die Windows-Registry-Key ein, und einen schließenden Kommentar in einen späteren Registry-Key, dann werden die dazwischen liegenden Registry-Keys dem Nutzer nicht angezeigt. Diese Sicherheitslücke wurde 2011 bekannt und behoben [26].
- Cross-Site-Scripting kann auch als Implementierung für den CRIME-Angriff auf TLS verwendet werden (siehe Kapitel 8.3.2.3).

Eine typische Gegenmaßnahme gegen XSS-Angriffe ist es, von Benutzern stammende Daten entsprechend zu maskieren, damit sie vom Browser nicht als HTML interpretiert werden können. Die Programmiersprache PHP bietet hierfür z.B. die Funktionen `htmlspecialchars` und `htmlentities`, die Zeichen mit spezieller Bedeutung in HTML (z.B. `<`, `>`, und `\"`) ersetzen.

14.4 Denial of Service

Denial of Service (DOS) Angriffe zielen, anders als die bisher vorgestellten Angriffe, nicht darauf ab, selbstbestimmten Code auf einem fremden Server ausführen zu lassen. Ziel ist es bei solchen Angriffen nur einen bestimmten Dienst lahmzulegen, z.B. das Online-Banking einer Bank oder einen Onlineshop. Bei solchen Angriffen handelt es sich jedoch nicht immer nur um digitalen Vandalismus.

In einigen Fällen versuchten Kriminelle mit solchen Angriffen z.B. Geld von Onlineshops zu erpressen. Die Gruppe Anonymous protestierte auf diese Art auch dagegen, dass einige Banken Spenden an Wikileaks nicht mehr ausführten.

14.4.1 DDOS

Eine technisch einfache Möglichkeit für DOS-Angriffe ist es, den Server, der den Dienst erbringt, mit Anfragen zu überhäufen. Dann kann der Server nämlich aufgrund seiner beschränkten Ressourcen nur einen kleinen Teil der Anfragen bearbeiten, so dass der Service für die eigentlichen Nutzer effektiv nicht mehr zur Verfügung steht.

Je nach Ausstattung des Servers werden dabei die Datenleitungen zum Server überlastet, das Betriebssystem des Servers, dass die Netzwerkverbindungen verwalten muss, oder der Prozessor des Servers, der für die Bearbeitung der Anfragen Rechenleistung erbringen muss.

Im Allgemeinen werden für eine solche Überlastung jedoch eine ganze Reihe von Angreifern benötigt, die gemeinsam versuchen den Server zu überlasten. Deshalb werden solche Angriffe auch als „Distributed Denial Of Service“-Angriffe (DDOS-Angriffe) bezeichnet. In der Realität werden solche Angriffe üblicherweise durch Bot-Netze ausgeführt. Ein Botnetz

ist ein Netzwerk von mit Viren oder anderer Schadsoftware infizierter Computer. Auf den Befehl des Autors der Schadsoftware hin führen diese bestimmte Aufgaben aus, z.B. eben eine DDOS-Attacke auf ein bestimmtes Ziel.

Eine Variante von solchen DDOS-Angriffen, die darauf abzielt, die Verwaltung von Netzwerkverbindungen durch das Betriebssystem zu überlasten, ist das sogenannte „SYN-Flooding“. SYN-Pakete werden verwendet, um TCP-Verbindungen aufzubauen. Erhält ein Server ein SYN-Paket mit einer bestimmten Sequenznummer, und möchte der Server die Verbindung akzeptieren, so antwortet er auf das SYN-Paket mit einem SYN+ACK-Paket und einer eigenen Sequenznummer. Unterdessen speichert er einige Informationen zur noch nicht vollständig aufgebauten Verbindung, z.B. die IP-Adresse des Clients, den vom Client verwendeten TCP-Port und die selbst vergebene Sequenznummer. Bei einem normalen Verbindungsaufbau antwortet der Client dann noch einmal mit einem „ACK“-Paket, um den Aufbau der TCP-Verbindung abzuschließen. Abbildung 14.2 zeigt ein Beispiel eines normalen TCP-Verbindungsaufbaus.

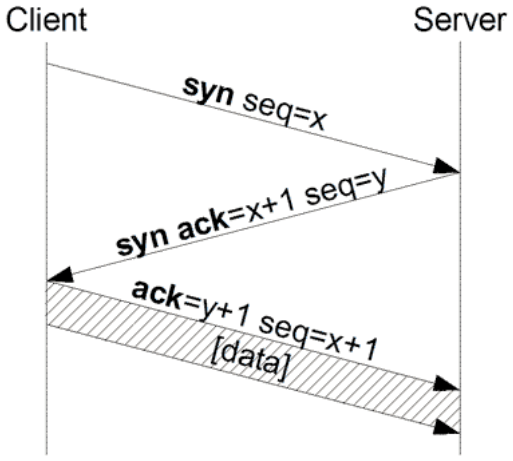


Abbildung 14.2: Beispiel eines TCP-Verbindungsaufbaus. Quelle: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:300px-Tcp-handshake.png Lizenz: CC-BY-SA 3.0 Unported Autor: vermutlich Caos

Beim SYN-Flooding jedoch sendet der Client niemals das abschließende ACK-Paket, sondern sendet weitere SYN-Pakete um noch mehr TCP-Verbindungen aufzubauen. Dadurch zwingt der Angreifer den Server dazu, Informationen zu jeder noch nicht vollständig aufgebauten Verbindung zu speichern. Da der zur Verfügung stehende Speicherplatz jedoch beschränkt ist, lässt sich damit die Verwaltung der Netzwerkverbindungen im Betriebssystem belasten. Arbeiten mehrere Angreifer zusammen, so kann man den Server hiermit überlasten.

14.5 Andere DOS-Angriffe

DDOS-Angriffe sind jedoch nicht die einzige Möglichkeit, einen Server lahmzulegen. Wir betrachten nun noch einen anderen beispielhaften Angriff, der technisch etwas interessanter ist.

Einige Sprachen, wie z.B. PHP, Python und JavaScript bieten die Möglichkeit Strings als Indizes von Arrays zu verwenden. Wir haben dies bereits in unserem Beispiel zu SQL-

Injection auf Seite 14.2 gesehen. Dort wurde auf das (vordefinierte) Array `$_GET` zugegriffen. Dieses Array wird von PHP automatisch mit allen Parametern gefüllt, die der Client dem Server beim Aufruf einer Webseite per `GET`-Methode übergibt. Z.B. wird bei der Anfrage

`http://www.example.com/?q=mad+magazine`

der Wert „`mad magazine`“ unter dem Schlüssel „`q`“ in das (vordefinierte) Array `$_GET` eingefügt. Es ist also `$_GET['q'] == 'mad magazine'`.

Intern wird hierfür eine Dictionary-Datenstruktur bzw. eine Hashtabelle verwendet. Solchen Datenstrukturen liegt ein gewöhnliches (mit Zahlen indiziertes) Array $\overline{\texttt{\$\_GET}}$ der Länge l sowie eine Hashfunktion h zugrunde. Um einen Wert v_1 (z.B. “`mad magazine`“) unter einem Index (oder Schlüssel) s_1 (z.B. „`q`“) zu speichern, wird der Schlüssel s_1 zunächst zu $h(s_1)$ gehasht. Das Ergebnis wird modulo l reduziert, und das Paar (s_1, v_1) an der Position $h(s_1) \mod l$ im Array gespeichert.

Die Hashfunktion h bietet jedoch keine kryptographische Kollisionsresistenz, da kryptographische Hashfunktionen zu aufwendig auszuwerten sind. Deshalb kann es vorkommen, dass für ein zweites Schlüssel-Wert-Paar (s_2, v_2) gilt, dass $h(s_2) \equiv h(s_1) \pmod{l}$ ist. In diesem Fall müssen beide Paare (s_1, v_1) und (s_2, v_2) an der selben Stelle im Array gespeichert werden. Deshalb werden beide Paare üblicherweise in eine verkettete Liste eingefügt, die dann an dieser Stelle im Array $\overline{\texttt{\$\_GET}}$ gespeichert wird.[6] Werden weitere Paare $(s_3, v_3), \ldots)$ mit $h(s_3) \equiv h(s_2) \pmod{l}, \ldots,$ so werden diese Paare ebenfalls in die verkettete Liste eingefügt.

Tritt keine Hashkollision auf, so benötigt man für n Zugriffe auf eine solche Dictionary-Struktur nur $\mathcal{O}(n)$ Operationen. Treten jedoch *nur* Kollisionen auf, d.h. für alle i, j gilt $h(s_i) \mod l = h(s_j) \mod l$, dann werden alle Elemente der Datenstruktur in *nur einer* verketteten Liste gespeichert. Für n Zugriffe werden dann $\Omega(n^2)$ Operationen benötigt.

Dies kann sich ein Angreifer zunutze machen. Da h keine kryptographische Kollisionsresistenz bietet, kann der Angreifer eine große Anzahl entsprechender Schlüssel erzeugen, so dass diese in der Dictionary-Struktur des Servers alle in der selben Liste gespeichert werden. Dadurch kann der Angreifer gezielt eine hohe Last auf dem Server erzeugen.

Weitere Informationen zu diesem Angriff finden sich im Vortrag [14].

[6] Eine Andere Strategie ist, (s_2, v_2) an der nachfolgenden Stelle im Array zu speichern, sofern diese frei ist.

Anhang A

Glossar

A.1 Begriffserklärungen

Bildraum Für eine Funktion $f\colon A \to B$ bezeichnet $\{b \in B \mid \exists a \in A : f(a) = b\}$ den Bildraum.

Diskreter Logarithmus Bezeichne $\mathbb{G} = \langle g \rangle$ eine endliche zyklische Gruppe mit Ordnung N. Dann gibt es für $\forall h \in \mathbb{G} : \exists x \in \mathbb{Z}_N : g^x \equiv h$ und es bezeichnet $x = \log_g h$ den diskreten Logarithmus von h bezüglich g.

Forward Secrecy Unter dem Begriff der forward secrecy versteht man eine Eigenschaft von Schlüsselaustauschprotokollen, die fordert, dass der Sitzungsschlüssel, mit dem die Nutzdaten der Verbindung gesichert sind, nicht von den privaten Schlüsseln der Kommunikationspartner abgeleitet werden kann. Sollte in Zukunft eine der Parteien kompromittiert werden, können die verschlüsselten Nutzdaten vom Angreifer nicht ausgelesen werden. Wird bereits mindestens eine der Parteien während der Kommunikation von einem Angreifer kontrolliert, bietet die forward secrecy offensichtlich keinen Schutz.

Gleichverteilung Gilt für eine Verteilung U über der Menge M, dass

$$\forall x \in M : \Pr[x \leftarrow U] = \frac{1}{|M|}\,,$$

heißt U Gleichverteilung.

Gruppe Es sei M eine Menge und $*$ eine abgeschlossene Verknüpfung auf M. Dann heißt $(M, *)$ eine Gruppe, falls

1. das Assoziativgesetz gilt,
2. ein neutrales Element $e_M \in M$ und
3. $\forall x \in M : x^{-1} \in M$.

Gruppenordnung Bezeichne $\mathbb{G} = (M, *)$, dann heißt $|M|$ Gruppenordnung von $\mathbb{G}$. Umgangssprachlich schreibt man auch $|\mathbb{G}|$.

Heuristik Eine Heuristik ist eine plausible, aber nicht bewiesene, Annahme über ein System.

Homomorphismus Ein Homomorphismus bezeichnet eine strukturerhaltende Abbildung. Für ein homomorphes Verschlüsselungsverfahren Enc und zwei Nachrichten M_1, M_2

(die Elemente einer additiven Gruppe sind) sähe das *beispielsweise* folgendermaßen aus:

$$\textsc{Enc}(M_1 + M_2) = \textsc{Enc}(M_1) \cdot \textsc{Enc}(M_2)$$

Kollision Falls für eine (Hash-)Funktion $H\colon A \to B$

$$\exists x, x' \in A : x \neq x' \wedge H(x) = H(x')$$

gilt, spricht man von einer Kollision in H.

Kryptographische Hashfunktion Eine kryptographische Hashfunktion ist eine Hashfunktion, die mindestens eine der folgenden Eigenschaften - Kollisionsresistenz, target collision resistance oder Einwegeigenschaft - besitzt. Dabei ist die Kollisionsresistenz der stärkste Begriff und impliziert die target collision resistance, aus welcher wiederum die Einwegeigenschaft folgt.

Kryptosystem Ein System bestehend aus Verschlüsselungs- und dazugehörigem Entschlüsselungsalgorithmus.

Man-in-the-Middle-Angriff Bezeichnet einen Angriff, bei dem sich der Angreifer logisch zwischen den beiden Kommunikationspartner befindet und, je nachdem ob passiv oder aktiv, die Verbindung abhören oder manipulieren kann. Dazu zählt auch das Einschleusen eigener Information.

Padding Ein Mechanismus, um eine gewisse Menge an Daten auf eine vorgeschriebene (Block-)Länge aufzufüllen.

Permutation Bezeichne $\{L_n\}$ die Menge geordneter Listen der Elemente $\{l_1, \ldots, l_n\}$. Dann heißt $\phi\colon \{L_n\} \to \{L_n\}$ eine Permutation.

Prüfsumme Ein Mechanismus zur (approximativen) Gewährleistung der Datenintegrität bei Datenübertragung und Datensicherung.

Replay-Angriff Bei einer Replay-Angriff auf eine (Daten-)Verbindung zeichnet der Angreifer zunächst passiv gesendete Information auf, um sie im späteren Verlauf erneut einer der Parteien zu schicken.

Schlüsselzentrale Eine Schlüsselzentrale bezeichnet eine abstrakte Einheit in einer Secret-Key- oder Public-Key-Infrastruktur, die für das Erstellen, Verwalten und Verteilen von Schlüsseln verantwortlich ist.

Semantik Die ursprüngliche Wortbezeichnung beschreibt ein Teilgebiet der Linguistik, dass sich mit der Bedeutung von Zeichen oder Zeichenfolgen auseinandersetzt. Im informationstheoretisch-kryptographischen Kontext wird es gelegentlich auch synonym zu Information verwendet (Vgl. 3.3).

Untergruppe Bezeichne $\mathbb{G} = (M, *)$ eine Gruppe. Dann bezeichnet $\mathbb{H} = (M', *)$ eine Untergruppe von $\mathbb{G}$, falls

1. $M' \subseteq M$,
2. die Verknüpfung $*$ in $\mathbb{H}$ abgeschlossen ist,
3. das neutrale Element $e_M \in \mathbb{H}$ und
4. für alle $x \in \mathbb{H} : x^{-1} \in \mathbb{H}$.

Umgangssprachlich schreibt man $\mathbb{H} \subseteq \mathbb{G}$.

Urbildraum Für eine Funktion $f\colon A \to B$ bezeichnet A den Urbildraum.

Zielraum Für eine Funktion $f\colon A \to B$ bezeichnet B den Zielraum.

A.2 Mathematische Bezeichnungen

$\mathbb{Z}_p^*$	Zyklische multiplikative Gruppe ganzer Zahlen, die kleiner p und koprim zu p sind, das heißt $\{x : \mathrm{ggT}(x,p) = 1\}$
$\mathbb{Z}_N$	Zyklische additive Gruppe ganzer Zahlen modulo N, das heißt $\{0,\ldots,N-1\}$
$\mathbb{F}_q^*$	Multiplikative Gruppe des dazugehörigen Galois-Körpers $\mathbb{F}_q$

A.3 Notationsformalismus

$\mathcal{A}^{\mathcal{B}}$	Die Turing-Maschine $\mathcal{A}$ hat Orakelzugriff auf Turing-Maschine $\mathcal{B}$
$A \mid B$	Der Ausdruck B teilt Ausdruck A ohne Rest, d.h. $\exists k \in \mathbb{Z} : k \cdot B = A$
$x \leftarrow D$	Der Variable x wird (probabilistisch) ein Wert der Wahrscheinlichkeitsverteilung D zugewiesen
$x \xleftarrow{\$} M$	Der Variable x wird zufällig gleichverteilt ein Wert der Menge M zugewiesen
$M_1 \parallel M_2$	Bezeichnet die Konkatenation zweier Bit-Strings M_1 und M_2
$\mathcal{P}(M)$	Bezeichnet die Potenzmenge der Menge M, d.h. $\{U : U \subseteq M\}$
$\perp$	Der Bottom Type bedeutet, dass kein Wert zurückgegeben wird und wird in diesem Skript als Fehlersymbol verwendet
$O(f(n))$	Bezeichnet die Menge $\{g(n) : \exists c \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N} : \forall n \geq n_0 : 0 \leq g(n) \leq c \cdot f(n)\}$
$\Omega(f(n))$	Bezeichnet die Menge $\{g(n) : \exists c \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N} : \forall n \geq n_0 : 0 \leq c \cdot f(n) \leq g(n)\}$
$\Theta(f(n))$	Bezeichnet die Menge $\{g(n) : g(n) \in O(f(n)) \wedge g(n) \in \Omega(f(n))\}$

A.4 Komplexitätsklassen

P	P ist die Menge der Sprachen L, für die es eine deterministische Turing-Maschine gibt, die in höchstens $p(\|x\|)$-Schritten entscheiden kann, ob $x \in L$, wobei p ein beliebiges Polynom ist
NP	NP ist die Menge der Sprachen L, für die es eine nichtdeterministische Turing-Maschine, gibt, die, falls $x \in L$, x in höchstens $p(\|x\|)$-Schritten akzeptiert, wobei p ein beliebiges Polynom ist
NPC	NPC ist die Menge der Sprachen $L \in NP$, für die zusätzlich gilt: $\forall L' \in NP : L' \leq^{TM} L$, d.h. es existiert eine Turing-Maschine TM, die L' auf L in Polynomialzeit reduziert (Alternativ: NP-complete, NP-vollständig)

Literaturverzeichnis

[1] Elaine Barker. Recommendation for key management, part 1: General. Technical Report NIST Special Publication 800-57 Part 1 Revision 4, National Institute of Standardization and Technology, January 2016. http://dx.doi.org/10.6028/NIST.SP.800-57pt1r4.

[2] Matt Blaze, Whitefield Diffie, Ronald L. Rivest, Bruce Schneier, Tsutomu Shimomura, Eric Thompson, and Michael Wiener. Minimal key lengths for symmetric ciphers to provide adequate commercial security. http://www.fortify.net/related/cryptographers.html, January 1996.

[3] William C. Barker and Elaine Barker. Recommendation for the triple data encryption algorithm (tdea) block cipher. Technical Report SP800-67, National Institute of Standardization and Technology, January 2012. http://csrc.nist.gov/publications/nistpubs/800-67-Rev1/SP-800-67-Rev1.pdf.

[4] R. Canetti. Universally composable security: a new paradigm for cryptographic protocols. In *Foundations of Computer Science, 2001. Proceedings. 42nd IEEE Symposium on*, pages 136–145, October 2001.

[5] Ran Canetti and Sebastian Gajek. Universally composable symbolic analysis of diffie-hellman based key exchange. *IACR Cryptology ePrint Archive*, 2010:303, 2010.

[6] Don Coppersmith. The data encryption standard (des) and its strength against attacks. *IBM Journal of Research and Development*, 38(3):243–250, May 1994. http://simson.net/ref/1994/coppersmith94.pdf.

[7] Morris Dworkin. Recommendation for block cipher modes of operation: The ccm mode for authentication and confidentiality. Technical Report SP800-38C, National Institute of Standardization and Technology, July 2007. http://csrc.nist.gov/publications/nistpubs/800-38C/SP800-38C_updated-July20_2007.pdf.

[8] Larry Ewing. Tux der pinguin, erstellt mit "the gimp". lewing@isc.tamu.edu, 1996.

[9] Willi Geiselmann and Daniel Kraschewski. Symmetrische verschlüsselungsverfahren. Vorlesungsskript, 2016.

[10] Shafi Goldwasser and Silvio Micali. Probabilistic encryption. *Journal of Computer and System Sciences*, 28(2):270 – 299, 1984. http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022000084900709.

[11] Samy Kamkar. I'm popular. http://namb.la/popular/, 2005.

[12] Friedrich W Kasiski. *Die Geheimschriften und die Dechiffrirkunst*. Mittler und Sohn, 1863.

[13] Auguste Kerckhoffs. La cryptographie militairese. *Journal des Sciences Militaires*, 9:5–38, January 1883.

[14] Alexander Klink and Julian Wälde. Efficient denial of service attacks on web application platforms, 2011. Aufzeichnung online verfügbar: https://events.ccc.de/congress/2011/wiki/Documentation.

[15] Sophos Ltd. Detailed analysis of js/spacehero-a. http://www.sophos.com/en-us/threat-center/threat-analyses/viruses-and-spyware/JS~Spacehero-A/detailed-analysis.aspx.

[16] Mitsuru Matsui. Linear cryptanalysis method for des cipher. In *Advances in Cryptology — Proceedings of EUROCRYPT '93*, pages 386–397. Springer LNCS, 1994. http://math.boisestate.edu/~liljanab/Math509Spring10/matsui_des.pdf.

[17] David A McGrew and John Viega. The galois/counter mode of operation. Technical report, National Institute of Standardization and Technology, May 2005. http://csrc.nist.gov/groups/ST/toolkit/BCM/documents/proposedmodes/gcm/gcm-revised-spec.pdf.

[18] National Institute of Standardization and Technology. Data encryption standard. Technical Report FIPS PUB 46-3, National Institute of Standardization and Technology, October 1999. http://csrc.nist.gov/publications/fips/archive/fips46-3/fips46-3.pdf.

[19] National Institute of Standardization and Technology. Specification for the advanced encryption standard (aes). Technical Report FIPS PUB 197, National Institute of Standardization and Technology, November 2001. http://csrc.nist.gov/publications/fips/fips197/fips-197.pdf.

[20] National Institute of Standardization and Technology. Secure hash standard (shs). Technical Report FIPS PUB 180-4, National Institute of Standardization and Technology, March 2012. http://csrc.nist.gov/publications/fips/fips180-4/fips-180-4.pdf.

[21] Torben Pryds Pedersen. Non-interactive and information-theoretic secure verifiable secret sharing. In Joan Feigenbaum, editor, *Advances in Cryptology — CRYPTO '91*, volume 576 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 129–140. Springer Berlin Heidelberg, 1992. http://dx.doi.org/10.1007/3-540-46766-1_9.

[22] Claude E Shannon. Communication theory of secrecy systems*. *Bell system technical journal*, 28(4):656–715, 1949. http://netlab.cs.ucla.edu/wiki/files/shannon1949.pdf.

[23] Marc Stevens. *Attacks on Hash Functions and Applications*. PhD thesis, Universiteit Leiden, 6 2012.

[24] Larry Stockmeyer. Planar 3-colorability is polynomial complete. *SIGACT News*, 5(3):19–25, July 1973. http://doi.acm.org/10.1145/1008293.1008294.

[25] Martin Thoma. https://github.com/MartinThoma/LaTeX-examples/, 2013.

[26] Martin Wundram. Antiforensik. http://events.ccc.de/congress/2011/Fahrplan/events/4828.en.html, 2011. Aufzeichnung online verfügbar: http://events.ccc.de/congress/2011/wiki/Documentation.