(Harold H. Seward)

Liceo G.B. Brocchi - Bassano del Grappa (VI) Liceo Scientifico - opzione scienze applicate Giovanni Mazzocchin

A 8 9 6 8 3 items 0 4 ind. 5 2 3 8 9 10

- chiamiamo A l'array rappresentato sopra
- imponiamo un vincolo sui valori di A:
 - <u>devono essere compresi tra 0 e 9</u>
- in generale, l'algoritmo che vedremo (Counting sort) funziona partendo dall'ipotesi che gli elementi (interi) di A appartengano al range [0, k]

						Α						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C						_
items	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

- creiamo un array **C** di 10 elementi, tutti inizializzati a 0
- la lunghezza di C dipende dal range di ipotesi: in questo esempio, ciascun elemento di A appartiene all'insieme {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}

r						Α						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C						_
items	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

- facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di i in A
- è sufficiente un ciclo su A per valorizzare correttamente gli elementi di C

						Α						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C			,		
items	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di i in A
- è sufficiente un ciclo su A per valorizzare correttamente gli elementi di C

						Α						,
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C					
items	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di i in A
- è sufficiente un ciclo su A per valorizzare correttamente gli elementi di C

						Α						,
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

items	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1

- facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di i in A
- è sufficiente un ciclo su A per valorizzare correttamente gli elementi di C

,						Α						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C					
items	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di i in A
- è sufficiente un ciclo su A per valorizzare correttamente gli elementi di C

,						Α				,		,
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C						_
items	1	2	0	0	0	0	0	1	0	1	
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

- facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di i in A
- è sufficiente un ciclo su A per valorizzare correttamente gli elementi di C

,						<u>A</u>						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C						_
items	1	2	0	0	0	0	1	1	0	1	
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1

- facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di i in A
- è sufficiente un ciclo su A per valorizzare correttamente gli elementi di C

·						Α						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

				,	C	,				
items	1	2	0	0	0	0	2	1	0	1
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di i in A
- è sufficiente un ciclo su A per valorizzare correttamente gli elementi di C

r						Α						1
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C	,		,		
items	1	2	0	0	0	0	2	1	1	1
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di i in A
- è sufficiente un ciclo su A per valorizzare correttamente gli elementi di C

,						Α						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C					
items	1	2	0	0	0	0	2	1	2	1
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di i in A
- è sufficiente un ciclo su A per valorizzare correttamente gli elementi di C

						Α						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C					
items	1	3	0	0	0	0	2	1	2	1
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di i in A
- è sufficiente un ciclo su A per valorizzare correttamente gli elementi di C

-	A													
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3		
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

items	1	3	0	0	1	0	2	1	2	1			
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			

- facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di i in A
- è sufficiente un ciclo su A per valorizzare correttamente gli elementi di C

	A													
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3		
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

	C													
items	1	3	0	1	1	0	2	1	2	1				
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9				

- facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di i in A
- è sufficiente un ciclo su A per valorizzare correttamente gli elementi di C

	A													
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3		
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

items	1	3	0	1	1	0	2	1	2	1			
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			

- ora, facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i
- se C[i] contiene il numero di occorrenze di i in A, allora C[0] + ... + C[i] è il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i

	A													
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3		
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

items	1	3	0	1	1	0	2	1	2	1				
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9]			

- ora, facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i
- se C[i] contiene il numero di occorrenze di i in A, allora C[0] + ... + C[i] è il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i

	A													
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3		
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

items	1	4	0	1	1	0	2	1	2	1					
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9					

- ora, facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i
- se C[i] contiene il numero di occorrenze di i in A, allora C[0] + ... + C[i] è il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i

	A													
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3		
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

items	1	4	4	1	1	0	2	1	2	1				
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9				

- ora, facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i
- se C[i] contiene il numero di occorrenze di i in A, allora C[0] + ... + C[i] è il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i

						Α						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C						_
items	1	4	4	5	1	0	2	1	2	1	
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

- ora, facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i
- se C[i] contiene il numero di occorrenze di i in A, allora C[0] + ... + C[i] è il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i

						Α							
items 7 9 1 0 1 6 6 8 8 1 4 3													
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	

					C						_
items	1	4	4	5	6	0	2	1	2	1	
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

- ora, facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i
- se C[i] contiene il numero di occorrenze di i in A, allora C[0] + ... + C[i] è il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i

						Α						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C						_
items	1	4	4	5	6	6	2	1	2	1	
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

- ora, facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i
- se C[i] contiene il numero di occorrenze di i in A, allora C[0] + ... + C[i] è il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i

						Α						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C						_
items	1	4	4	5	6	6	8	1	2	1	
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

- ora, facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i
- se C[i] contiene il numero di occorrenze di i in A, allora C[0] + ... + C[i] è il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i

						Α						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

			_		C					
items	1	4	4	5	6	6	8	9	2	1
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- ora, facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i
- se C[i] contiene il numero di occorrenze di i in A, allora C[0] + ... + C[i] è il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i

						Α						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C					
items	1	4	4	5	6	6	8	9	11	1
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- ora, facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i
- se C[i] contiene il numero di occorrenze di i in A, allora C[0] + ... + C[i] è il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i

						Α						
items	7	9	1	0	1	6	6	8	8	1	4	3
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C					
items	1	4	4	5	6	6	8	9	11	12
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- ora, facciamo in modo che C[i] contenga il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i
- se C[i] contiene il numero di occorrenze di i in A, allora C[0] + ... + C[i] è il numero di occorrenze di tutti gli elementi di A minori o uguali ad i

ind.

_					В										
items															
ind.	0	1	2 3	4	5	6	7	8 9	10	11					
_	C														
items	1	4	4	5	6	6	8	9	11	12					

• ora, sfruttiamo C per creare un nuovo array (B) contenente tutti gli elementi di A ordinati in senso ascendente

3

• **intuizione**: se hai esattamente tre fratelli più grandi di te, allora tu sei il quarto figlio (o il figlio di indice 3, se numeriamo i figli da 0)

_	B														
items															
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			
	C														
items	1	4		4	5	6	6	8		9	11	12			
ind.	0	1		2	3	4	5	6		7	8	9			

• cicliamo sugli indici di A, dall'ultimo al primo, utilizzando la variabile j

						В						
items					3							
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C					
items	1	4	4	4*	6	6	8	9	11	12
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

• j: 11

• A[11]: 3

• C[3]: 5

• poniamo 3 in posizione 5-1:4 di B, poi decrementiamo C[3] di 1

						В						
items					3	4						
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

items	1	4	4	4	5*	6	8	9	11	12
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

• j: 10

• A[10]: 4

• C[4]: 6

• poniamo 4 in posizione 6-1:5 di B, poi decrementiamo C[4] di 1

						В						
items				1	3	4						
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

items	1	3*	4	4	5	6	8	9	11	12	
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

• j: 9

• A[9]: 1

• C[1]: 4

• poniamo 1 in posizione 4-1:3 di B, poi decrementiamo C[1] di 1

	B													
items				1	3	4					8			
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

					C					
items	1	3	4	4	5	6	8	9	10*	12
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

• j: 8

• A[8]: 8

• C[8]: 11

• poniamo 8 in posizione 11-1:10 di B, poi decrementiamo C[8] di 1

		,				В						
items				1	3	4				8	8	
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

					C					
items	1	3	4	4	5	6	8	9	9*	12
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

• j: 7

• A[7]: 8

• C[8]: 10

• poniamo 8 in posizione 10-1:9 di B, poi decrementiamo C[8] di 1

	B													
items				1	3	4		6		8	8			
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

items	1	3	4	4	5	6	7*	9	9	12
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

• j: 6

• A[6]: 6

• C[6]: 8

• poniamo 6 in posizione 8-1:7 di B, poi decrementiamo C[6] di 1

	B													
items				1	3	4	6	6		8	8			
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

					C					
items	1	3	4	4	5	6	6*	9	9	12
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

• j: 5

• A[5]: 6

• C[6]: 7

• poniamo 6 in posizione 7-1:6 di B, poi decrementiamo C[6] di 1

	B													
items			1	1	3	4	6	6		8	8			
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

					<u> </u>					
items	1	2*	4	4	5	6	6	9	9	12
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

• j: 4

• A[4]: 1

• C[1]: 3

• poniamo 1 in posizione 3-1:2 di B, poi decrementiamo C[1] di 1

	B													
items	0		1	1	3	4	6	6		8	8			
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

items	0*	2	4	4	5	6	6	9	9	12
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

• j: 3

• A[3]: 0

• C[0]: 1

• poniamo 0 in posizione 1-1:0 di B, poi decrementiamo C[0] di 1

,	B													
items	0	1	1	1	3	4	6	6		8	8			
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

					L					
items	0	1*	4	4	5	6	6	9	9	12
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

• j: 2

• A[2]: 1

• C[1]: 2

• poniamo 1 in posizione 2-1:1 di B, poi decrementiamo C[1] di 1

B												
items	0	1	1	1	3	4	6	6		8	8	9
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

items	0	1	4	4	5	6	6	9	9	11*		
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		

• j: 1

• A[1]: 9

• C[9]: 12

• poniamo 9 in posizione 12-1:11 di B, poi decrementiamo C[9] di 1

B												
items	0	1	1	1	3	4	6	6	7	8	8	9
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

items	0	1	4	4	5	6	6	8*	9	11		
ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		

• j: 0

• A[0]: 7

• C[7]: 9

• poniamo 7 in posizione 9-1:8 di B, poi decrementiamo C[7] di 1

```
counting_sort(A, B, k):
for i = 0 to k:
 C[i] = 0
for i = 0 to length(A) - 1:
  item = A[i]
  C[item] = C[item] + 1
for i = 1 to k:
 C[i] = C[i] + C[i - 1]
for i = length(A) - 1 downto 0:
  item = A[i]
  count_lte = C[item]
  pos_item = count_lte - 1
  B[pos_item] = item
```