

# **Devoir de filtrage optimal**

**Option DSMT**

Taisne Kévin

De Saint Martin Olivier

## 2.2 Analyse théorique de la problématique de l'égalisation

### 2.2.1 Étude expérimentale de la transmission d'un code M-aire NRZ sur un canal à bande passante limitée

Tout d'abord nous générons notre signal NRZ-4

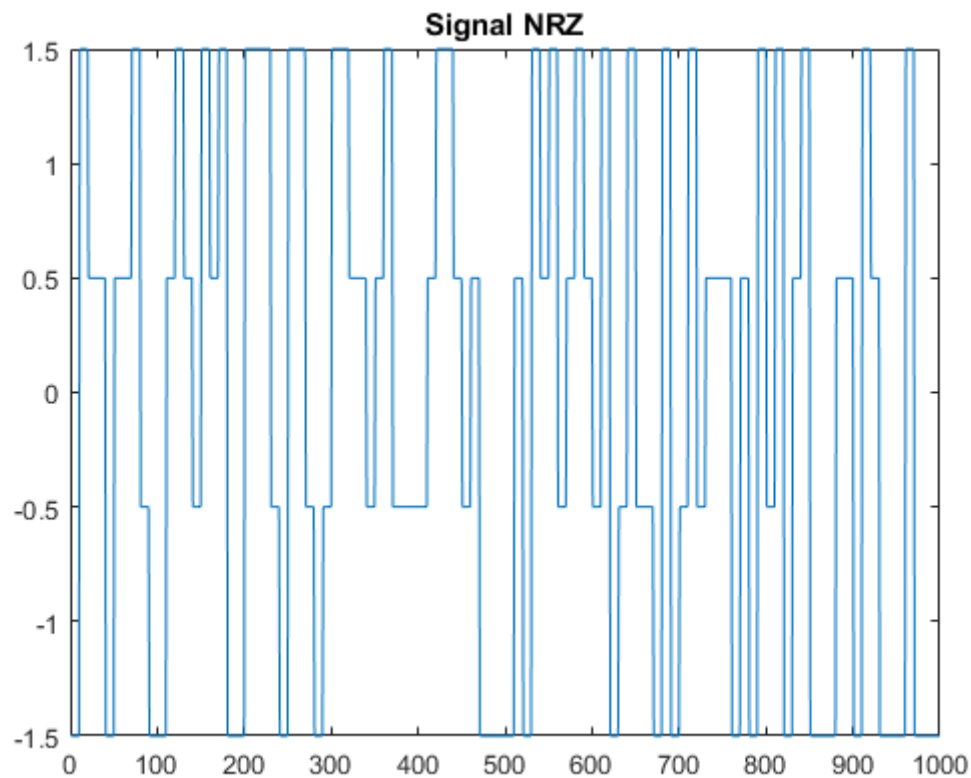


Figure 1 : Signal NRZ avec  $F_e = 10F_s$

Puis créons les 3 filtres et affichons leurs réponses en fréquence :

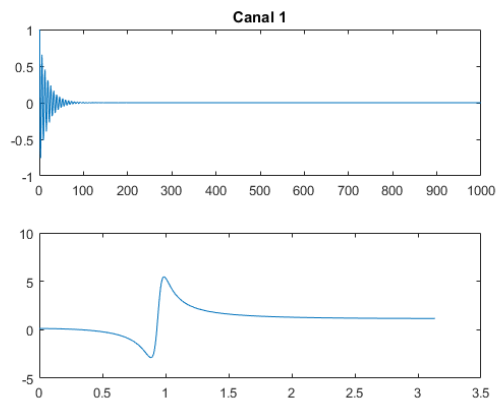


Figure 2 : Réponse impulsionnelle et en fréquence du canal 1

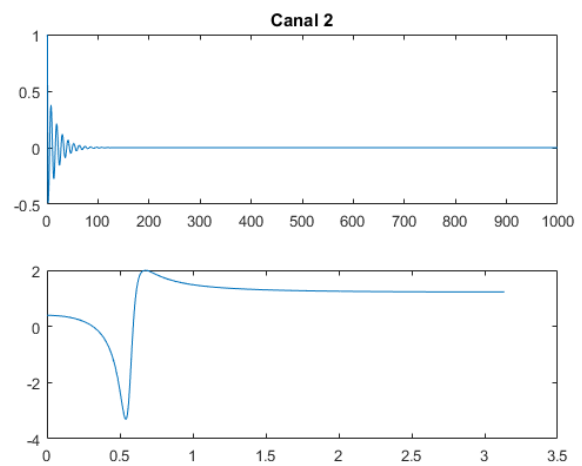


Figure 3 : Réponse impulsionnelle et en fréquence du canal 2

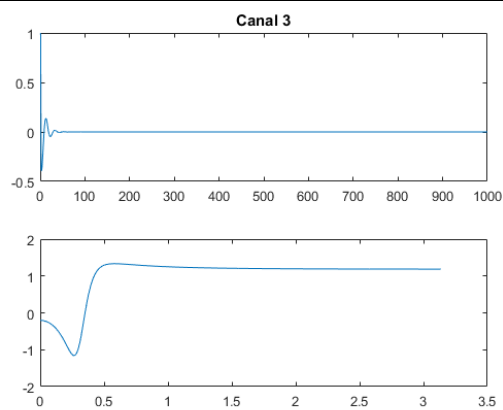


Figure 4 : Réponse impulsionnelle et en fréquence du canal 3

Nous allons ensuite filtrer notre signal NRZ par ces canaux.

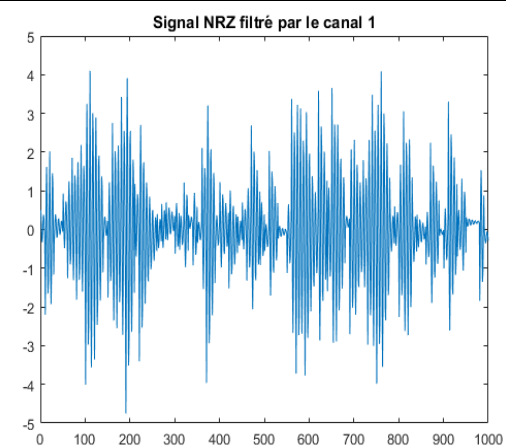


Figure 5 : Signal NRZ après le passage dans le canal 1

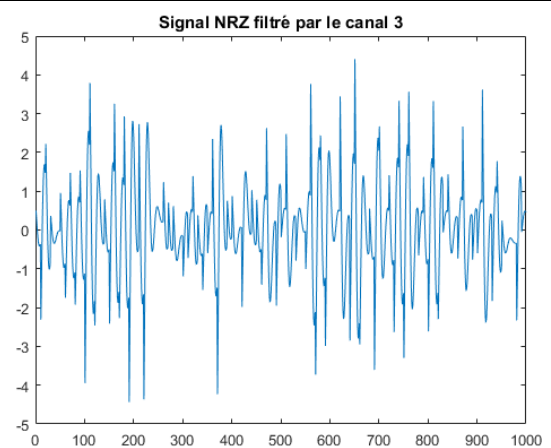
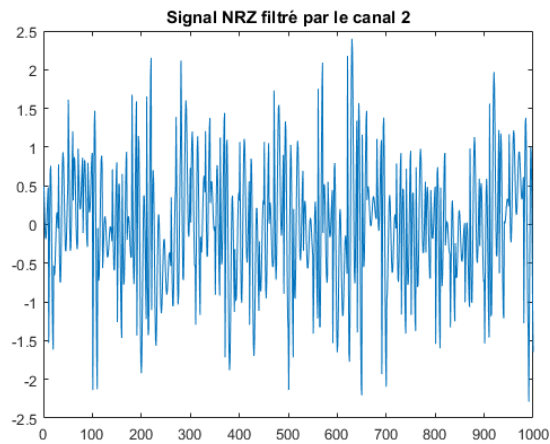


Figure 6 : Signal NRZ après le passage dans le canal 2



L'effet canal sur le signal NRZ induit une grande déformation empêche la distinction des symboles.

En affichant les diagrammes de l'œil correspondant, nous trouvons :

Figure 7 : Signal NRZ après le passage dans le canal 3

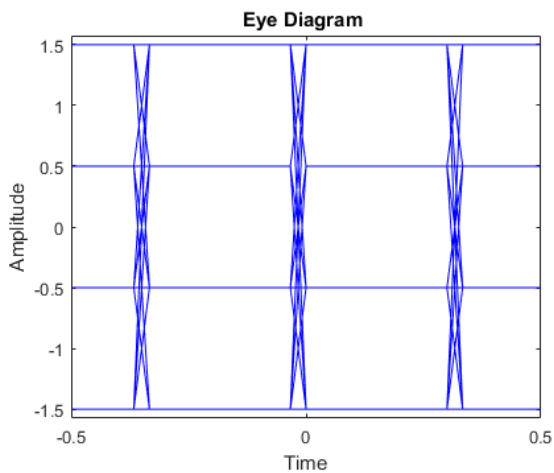


Figure 8 : Diagramme de l'œil du signal NRZ

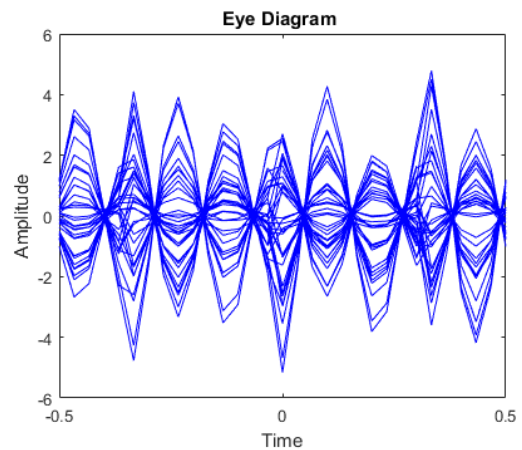


Figure 9: Diagramme de l'œil du signal NRZ après le passage dans le canal 1

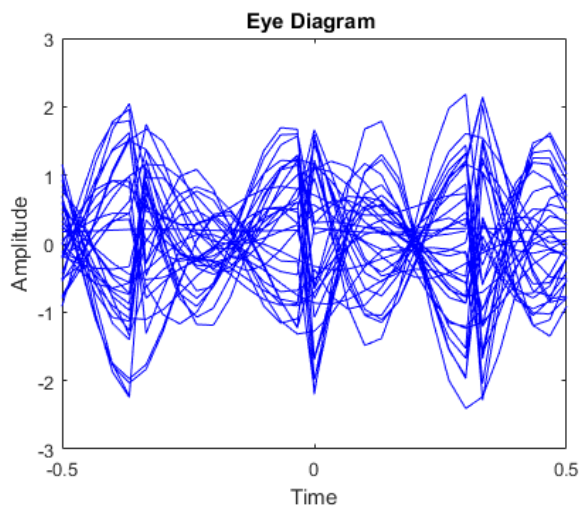


Figure 10: Diagramme de l'œil du signal NRZ après le passage dans le canal 2

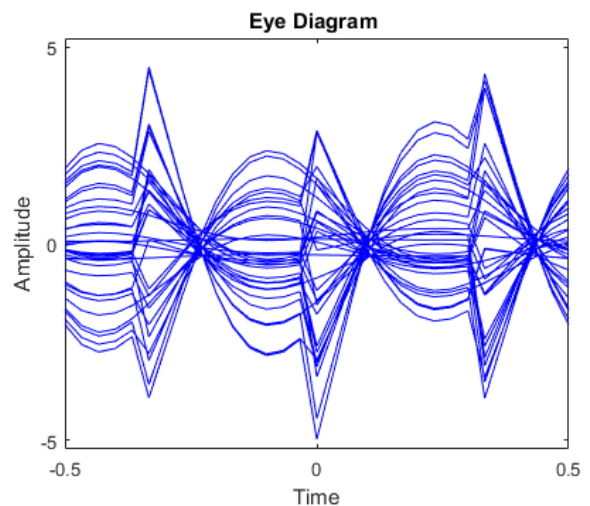


Figure 11: Diagramme de l'œil du signal NRZ après le passage dans le canal 3

Il y a effectivement de l'interférence entre symboles après le passage dans un canal, le signal NRZ est indéchiffrable, cela justifie l'utilisation d'un filtre égaliseur.

## 2.2.2 Détermination théorique de la réponse impulsionnelle d'un filtre égaliseur

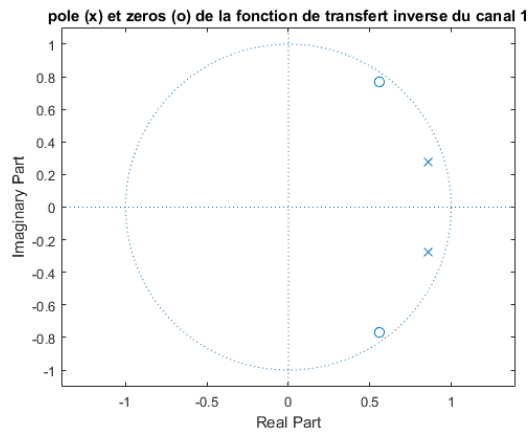


Figure 12 : les x correspondent aux zéros de la fonction de transfert du canal, et aux pôles de la fonction de transfert inverse. Les o correspondent aux pôles de la fonction de transfert, et aux zéros de son inverse. Valable pour le canal 1

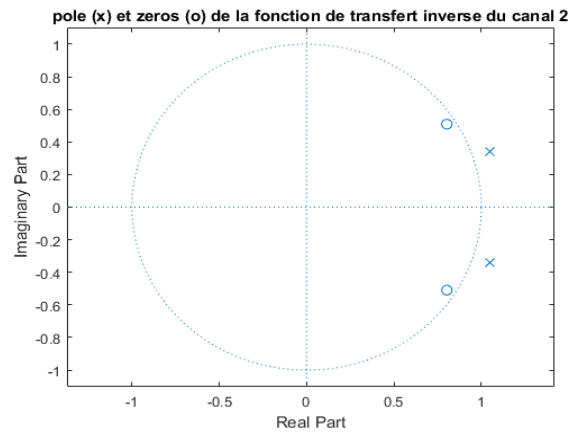


Figure 13: les x correspondent aux zéros de la fonction de transfert du canal, et aux pôles de la fonction de transfert inverse. Les o correspondent aux pôles de la fonction de transfert, et aux zéros de son inverse. Valable pour le canal 2

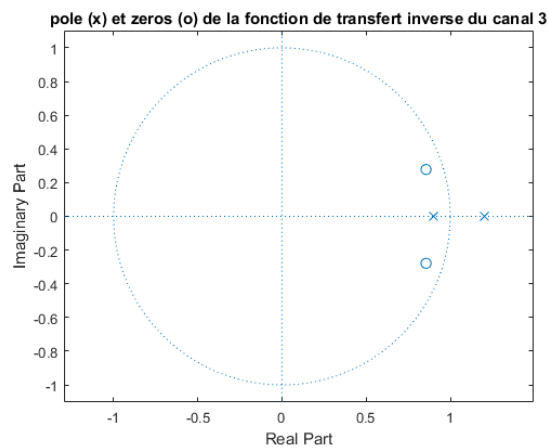


Figure 14: les x correspondent aux zéros de la fonction de transfert du canal, et aux pôles de la fonction de transfert inverse. Les o correspondent aux pôles de la fonction de transfert, et aux zéros de son inverse. Valable pour le canal 3

Un filtre est stable si tous ses pôles complexes sont de module strictement inférieur à 1

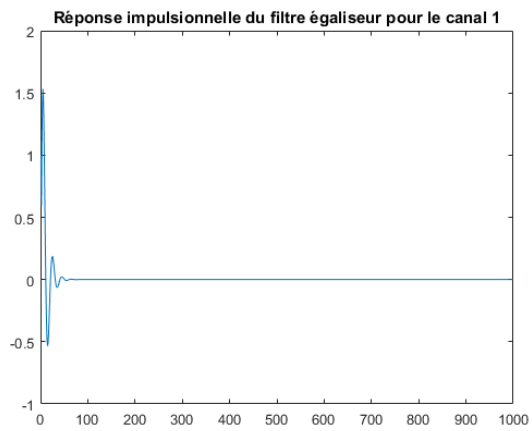


Figure 15 : Réponse impulsionnel du filtre égaliseur du canal 1.

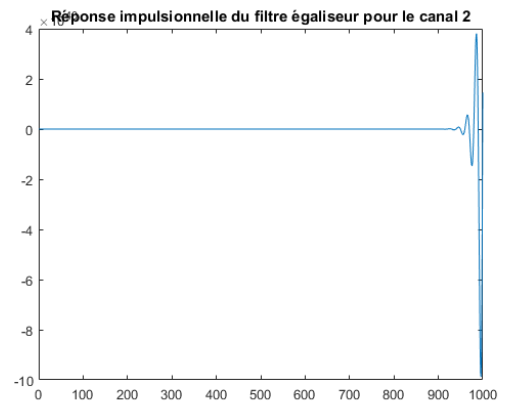


Figure 16 : Réponse impulsionnel du filtre égaliseur du canal 2.

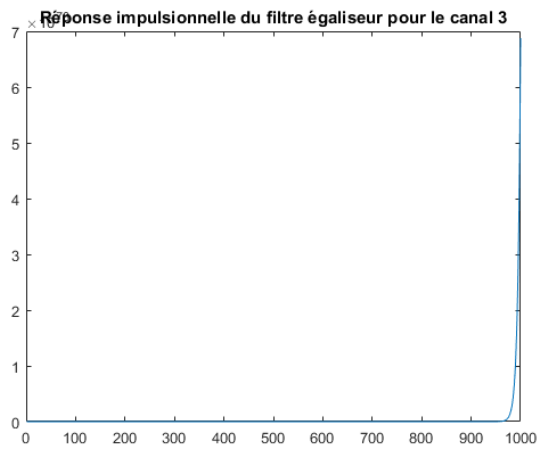


Figure 17 : Réponse impulsionnel du filtre égaliseur du canal 2.

Les réponses impulsionnelle nous montre bien que uniquement le canal 1 est causal et stable

Nous allons reconstituer le signal NRZ en variant le nombre de coefficient tiré des canaux

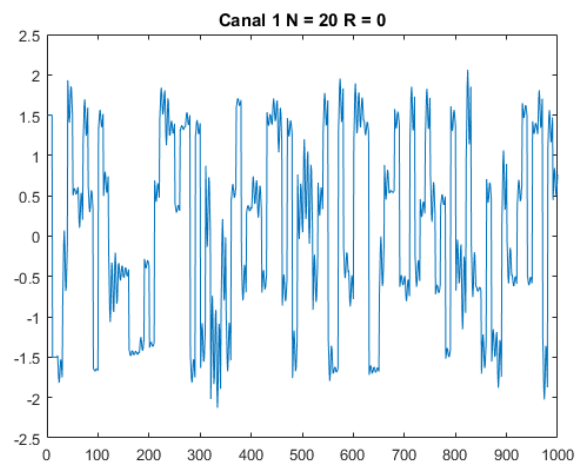


Figure 18 : Reconstitution du NRZ canal 1 par synthèse d'un FIR de réponse impulsionnel tiré de celle du filtre original avec 20 coefficients

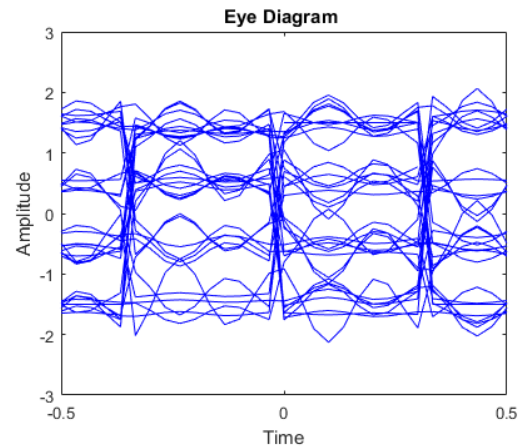


Figure 19 : Diagramme de l'oeil associé

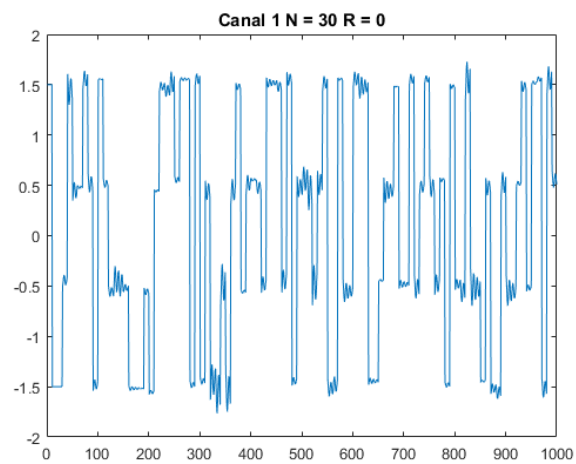


Figure 20 : : Reconstitution du NRZ canal 1 par synthèse d'un FIR de réponse impulsionnel tiré de celle du filtre original avec 30 coefficients

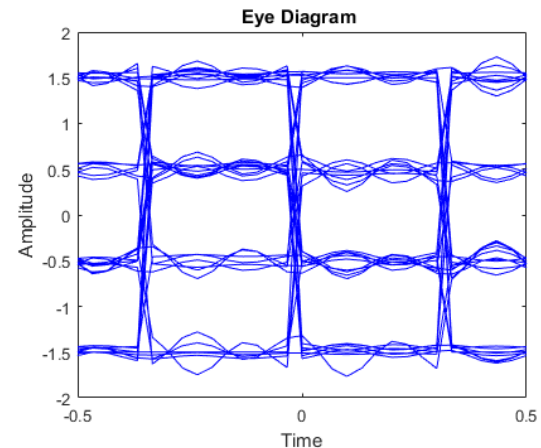


Figure 21 : : Diagramme de l'oeil associé

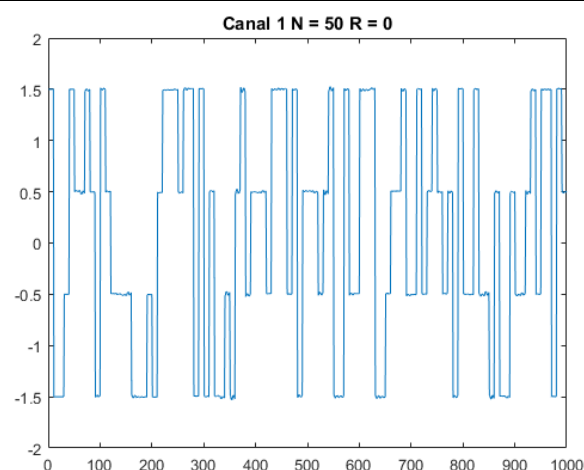


Figure 22 : Reconstitution du NRZ canal 1 par synthèse d'un FIR de réponse impulsionnel tiré de celle du filtre original avec 50 coefficients

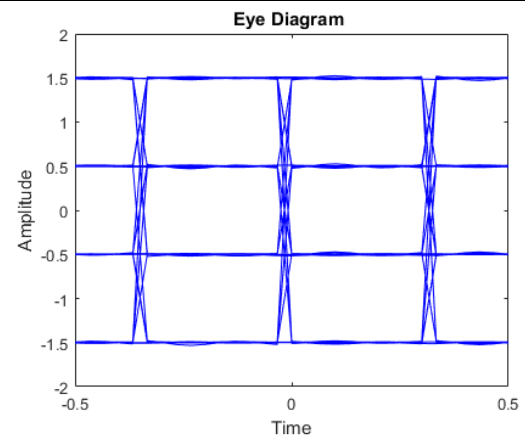


Figure 23 : Diagramme de l'œil associé

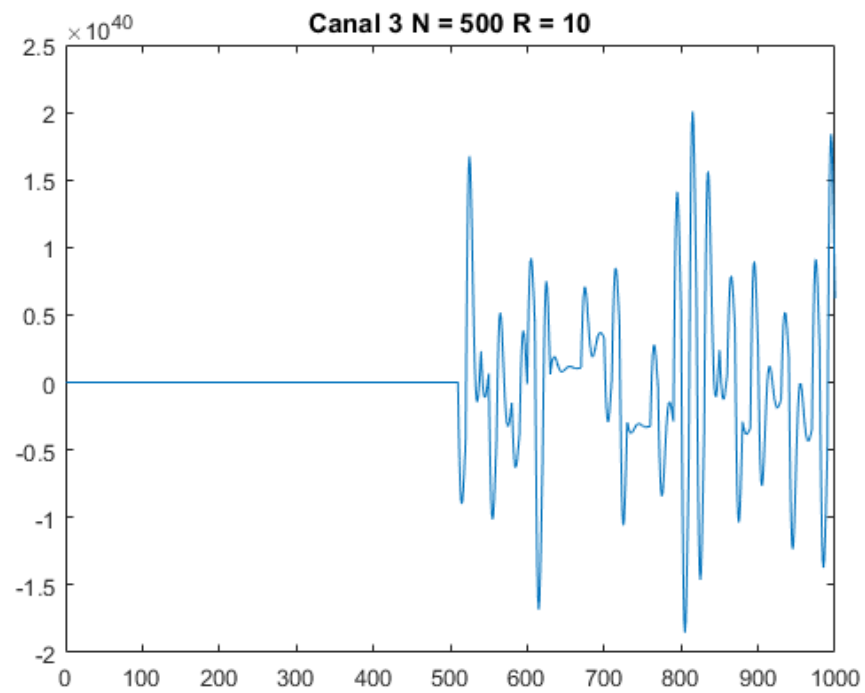
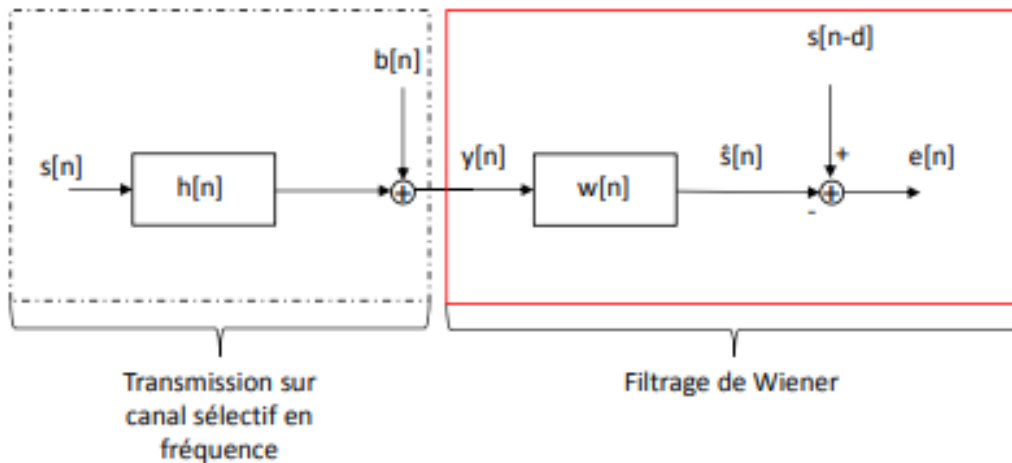


Figure 25 : Application de la méthode aux filtres non stables, ne donne pas de résultats exploitables



### 2.2.3 Égalisation par filtrage de WIENER causal

Nous allons utiliser le filtrage de Wiener pour réaliser l'égaliseur :



Voici l'équation de WIENER-HOPF

$$X_{opt} = \mu_x + C_{xy} * C_y^{-1} * \bar{Y}$$

$\mu_x$  = espérance du signal attendu

$C_{xy}$  = la covariance du signal attendu et du signal reçu

$C_y$  = autocovariance du signal reçu

$\bar{Y}$  = le signal reçu centré sur 0 donc  $\bar{Y} = Y - \mu_y$

Sachant que notre NRZ est conçu avec  $\mu_x = 0$

On a :

$$X_{opt} = C_{xy} * C_y^{-1} * \bar{Y}$$

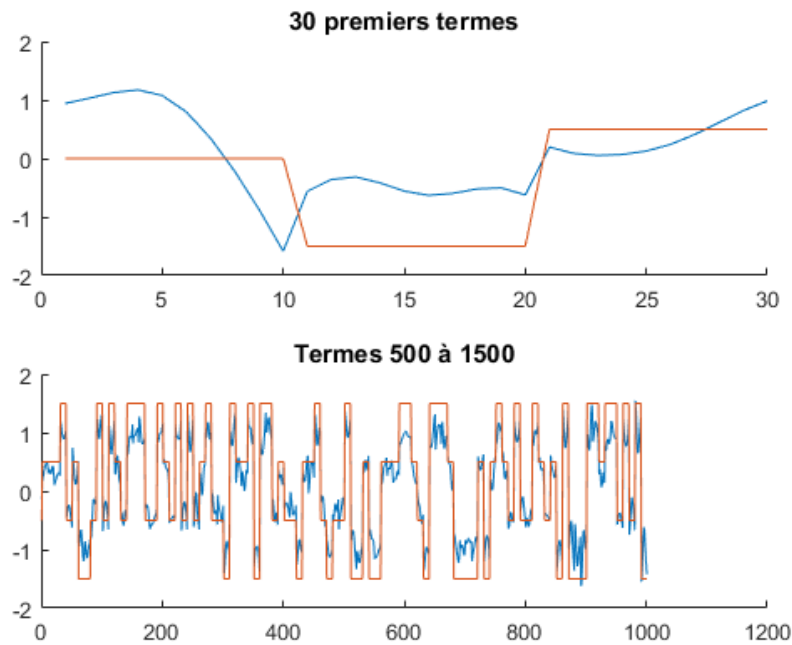


Figure 26 : Filtrage optimal de wiener à 30 coefficients. La premiere courbe correspond au résultat obtenue en utilisant la prediction optimale par produit matriciel pour les 30 premiers termes, la 2eme en utilisant un filtrage FIR dont les coefficients sont issus de la premiere ligne de la matrice  $C_{xy} \cdot \text{inv}(C_y)$

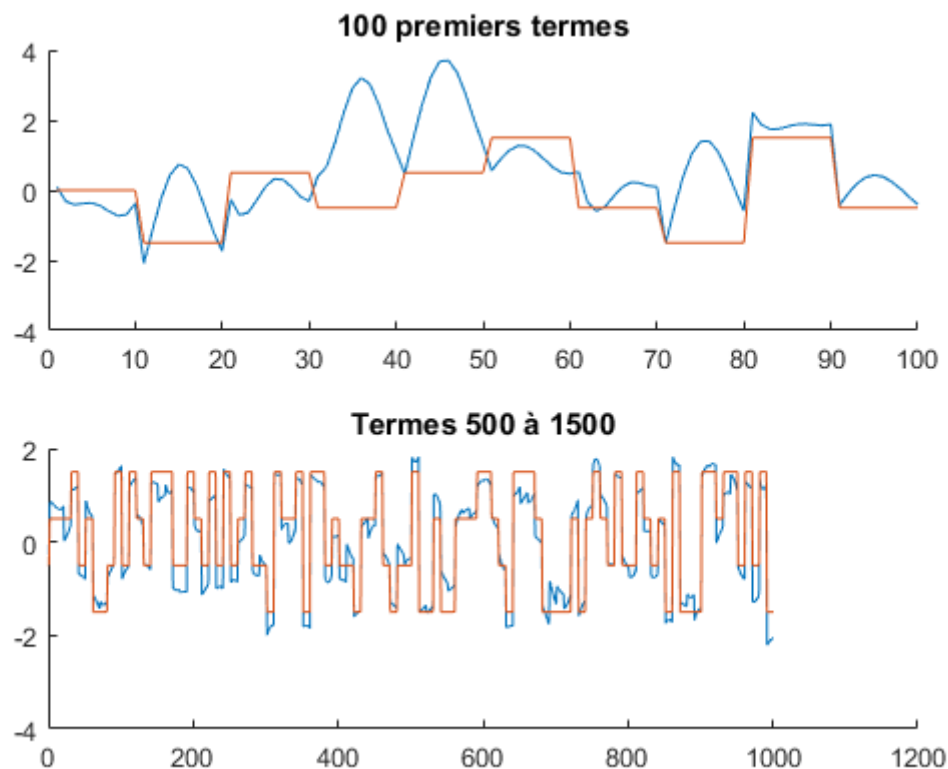


Figure 2724 : Filtrage optimal de wiener à 100 coefficients. La premiere courbe correspond au résultat obtenue en utilisant la prediction optimale par produit matriciel pour les 30 premiers termes, la 2eme en utilisant un filtrage FIR dont les coefficients sont issus de la premiere ligne de la matrice  $C_{xy} \cdot \text{inv}(C_y)$

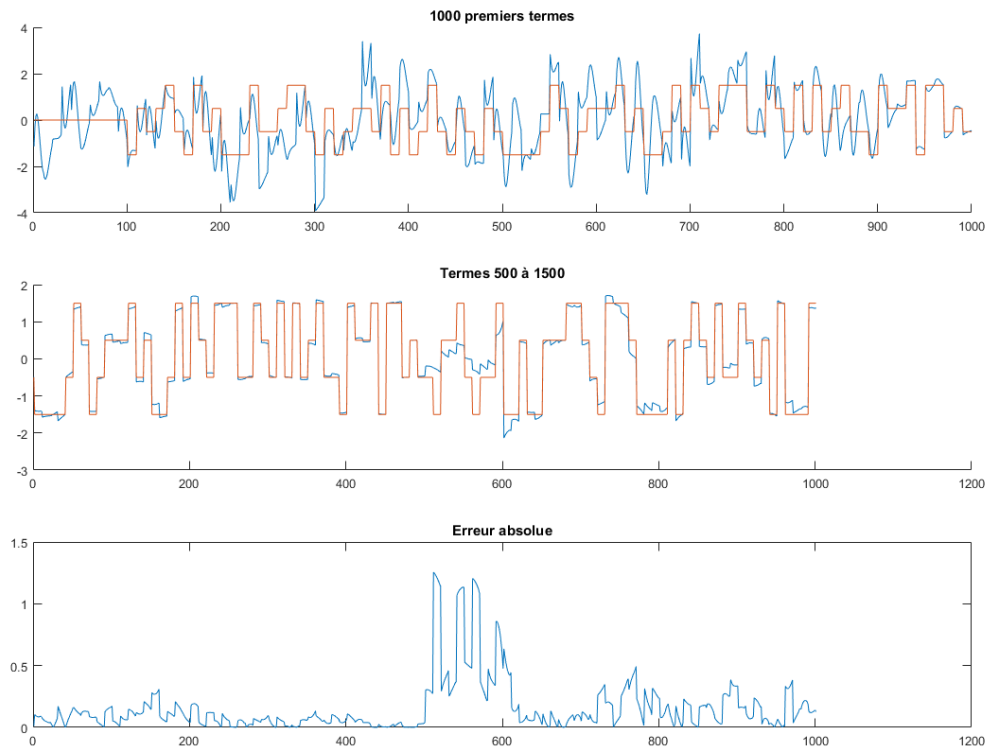


Figure 28 : Ce graphique reprend les données des graphes au-dessus, mais présente en plus la courbe d'erreur absolue.  
Filtrage de wiener à 1000 coefficients. Données issues du canal 3

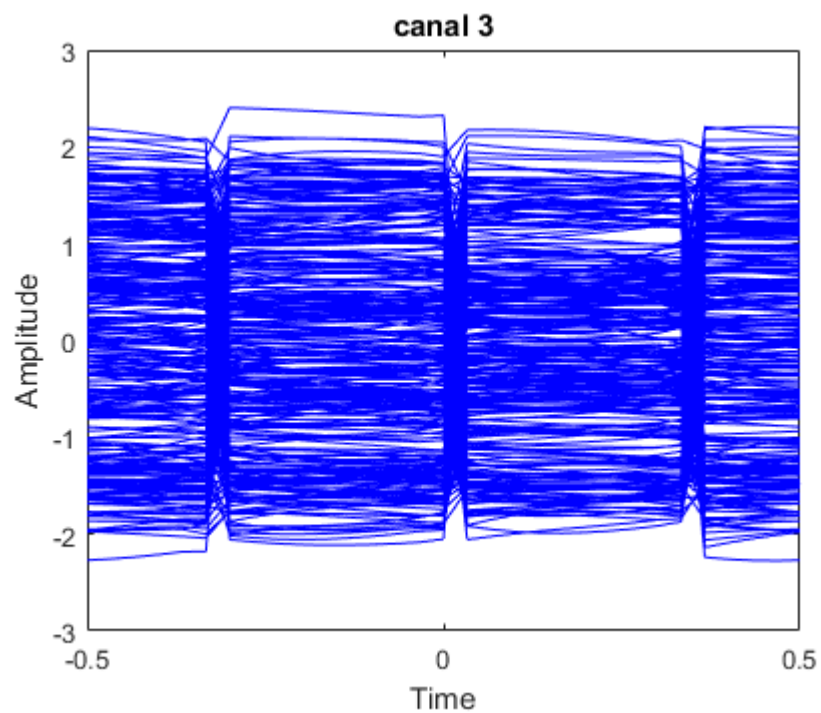


Figure 29 : Diagramme de l'œil correspondant aux données du graphique au-dessus. On voit que le diagramme est très refermé, ne présageant rien de bon pour retrouver les données du signal NRZ, malgré une inspection visuelle du signal égalisé laissant penser que cela sera facile.

## 2.3 Égalisation linéaire adaptative à l'aide de l'algorithme LMS

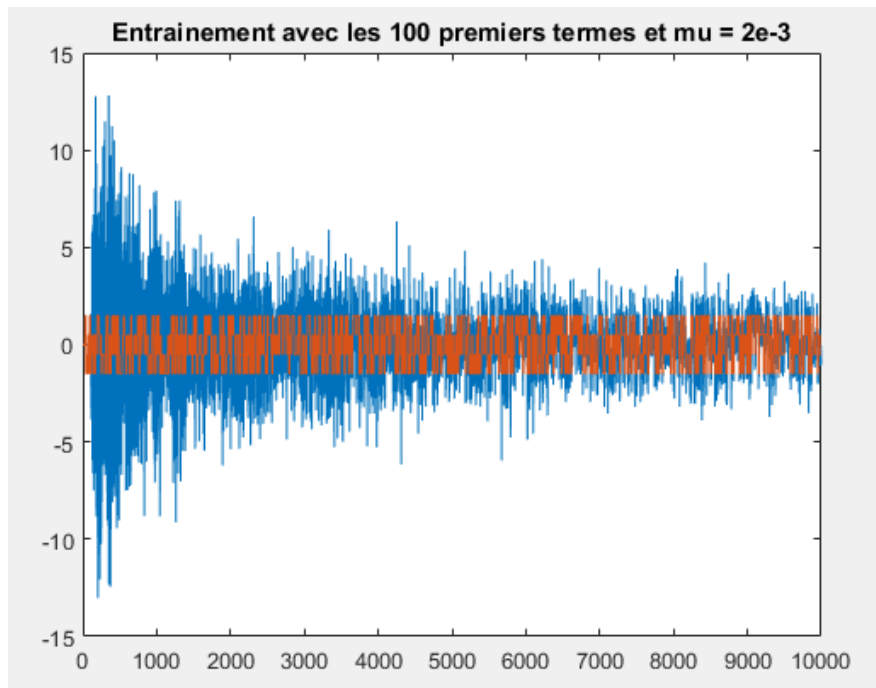


Figure 30 : Entrainement du LMS avec 100 coefficients et  $\mu = 2e-3$

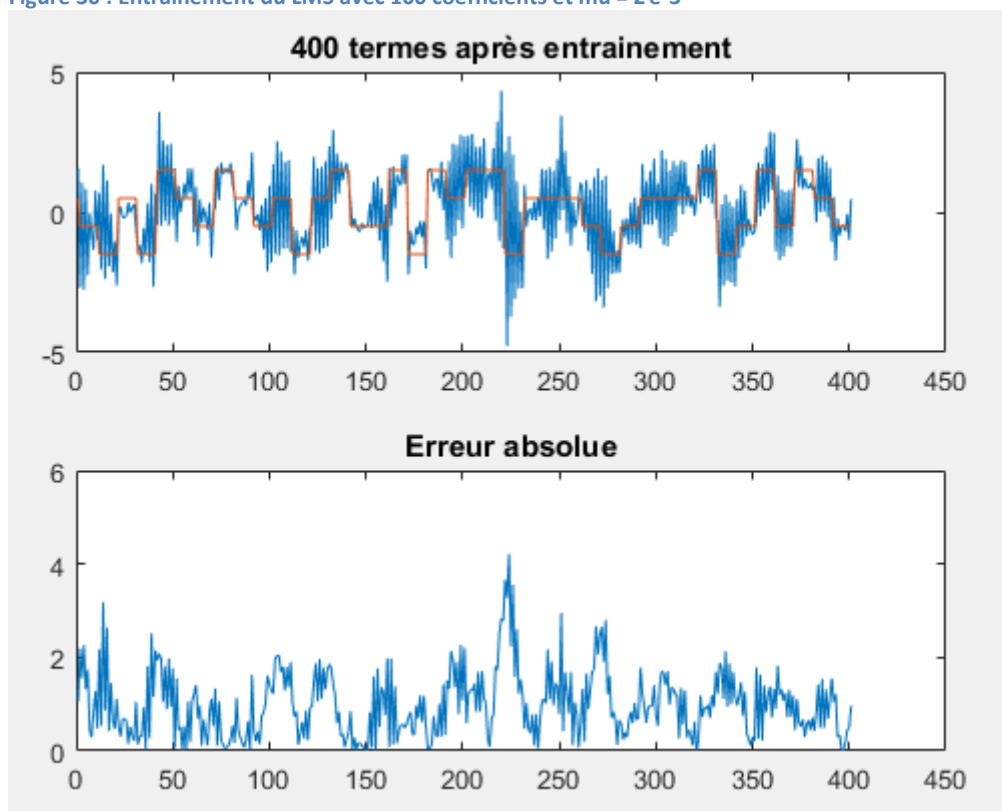


Figure 31 : Résultats après entraînement

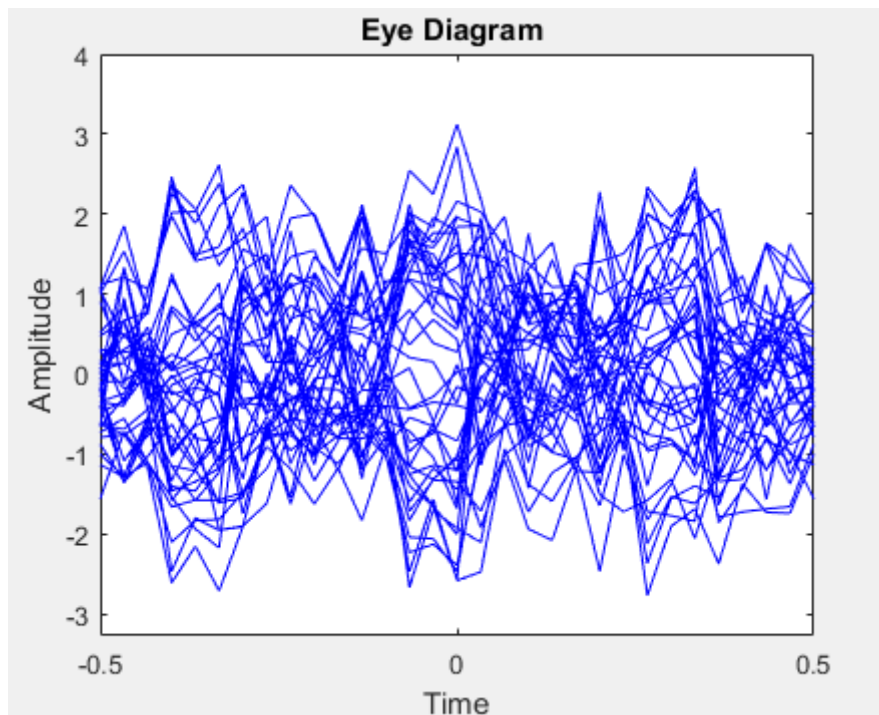


Figure 32 : Diagramme de l'œil du LMS, tout comme pour Wiener, On voit que le diagramme est très refermé, ne présageant rien de bon pour retrouver les données du signal NRZ, malgré une inspection visuelle du signal égalisé laissant penser que cela sera facile.

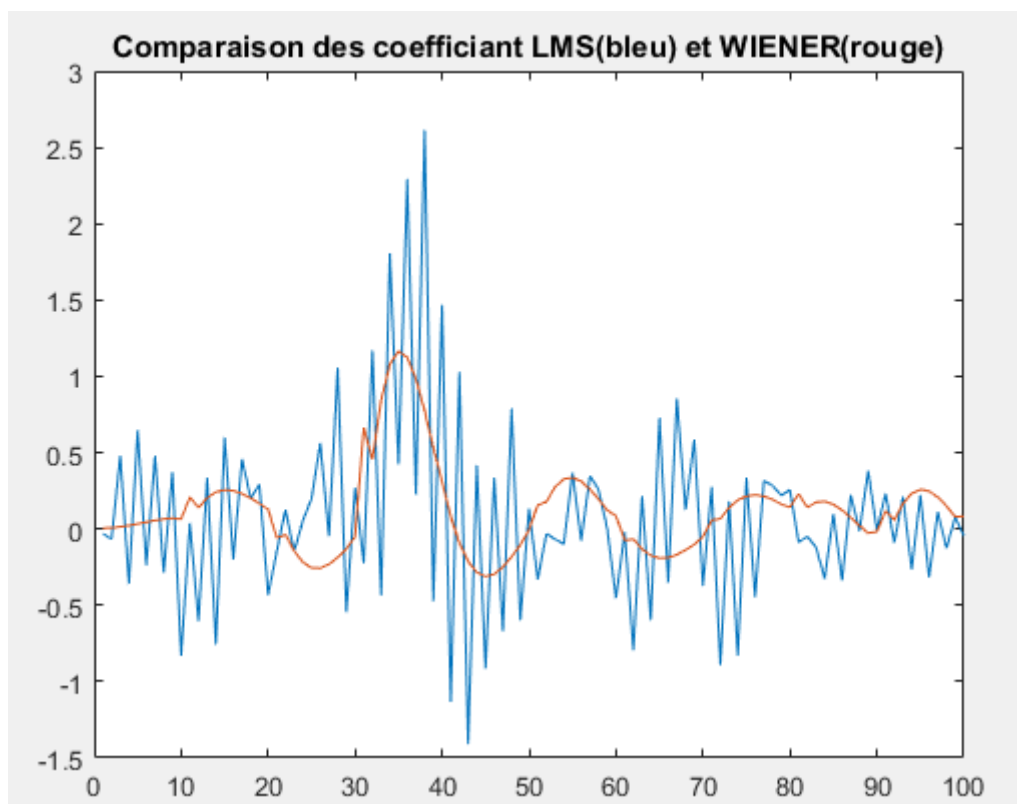


Figure 33 : Comparaison des coefficients LMS et de Wiener, nous remarquons que ceux-ci sont très similaires