

# 洛谷 SCP 收容能力认证

SCP-J/S 2024

## 入门组

时间：2024 年 10 月 13 日 08:30 ~ 12:00

|         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| 题目名称    | 带余除法    | 奖牌排序    | 三目运算    | 配对序列    |
| 题目类型    | 传统型     | 传统型     | 传统型     | 传统型     |
| 输入      | 标准输入    | 标准输入    | 标准输入    | 标准输入    |
| 输出      | 标准输出    | 标准输出    | 标准输出    | 标准输出    |
| 每个测试点时限 | 1.0 秒   | 1.0 秒   | 1.0 秒   | 1.0 秒   |
| 内存限制    | 512 MiB | 512 MiB | 512 MiB | 512 MiB |
| 测试点数目   | 10      | 20      | 25      | 20      |
| 测试点是否等分 | 是       | 是       | 是       | 是       |

编译选项

|           |   |
|-----------|---|
| 对于 C++ 语言 | <code>-O2 -std=c++14 -Wl,--stack=536870912</code> |
|-----------|---|

## 带余除法 (division)

### 【题目描述】

我们已经学过带余除法。对于两个正整数  $n, q$ ，如果  $n$  除以  $q$  的商为  $k$ ，余数为  $r$ ，我们可以写出带余除法算式  $n \div q = k \cdots \cdots r$ ，或被记为  $n \div q = k(r. r)$ 。本题中，为了简化，哪怕  $r = 0$ ，我们也要写出这个余数。

现在有一个带余除法，然而你只知道被除数  $n$  和商  $k$ ，而并不知道除数  $q$  和余数  $r$ 。你想知道余数有多少种可能。

### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

本题有多组测试数据。输入的第一行有一个正整数  $T$ ，表示数据组数。

之后  $T$  行，每行有一个正整数  $n$  和自然数  $k$ ，分别表示带余除法的被除数和商。

### 【输出格式】

输出到标准输出。

对于每组测试数据，输出一行一个自然数，表示余数的不同可能性数量。

### 【样例 1 输入】

```
1 2
2 10 2
3 1 0
```

### 【样例 1 输出】

```
1 2
2 1
```

### 【样例 1 解释】

对于第一组数据，被除数为 10，商为 2。

- 如果除数是 1, 2, 3，那么商分别是  $k = 10, 5, 3$ ，不符合题意。
- 如果除数是 4，那么商为 2，余数为  $r = 2$ 。
- 如果除数是 5，那么商为 2，余数为  $r = 0$ 。
- 如果除数是 6, 7, 8, 9, 10，那么商都是 1，不符合题意。

- 如果除数大于 10，那么商为 0，不符合题意。

对于第二组数据，被除数为 1，商为 0。

只要除数  $q > 1$ ，那么  $1 \div q = 0 \cdots \cdots 1$  一定是正确的带余除法算式。余数只有 1 这一种可能。

### 【样例 2】

见附加文件中的 *division/division2.in* 和 *division/division2.ans*。

### 【数据范围】

对于前 30% 的数据，保证  $1 \leq n \leq 1000$ ， $0 \leq k \leq 1000$ 。

另有 20% 的数据，保证  $k \leq 10^5$ 。

另有 20% 的数据，保证  $k \geq 10^9$ 。

对于全体数据，保证  $1 \leq T \leq 10$ ， $1 \leq n \leq 10^{14}$ ， $0 \leq k \leq 10^{14}$ 。

# 奖牌排序 (medal)

## 【题目描述】

有  $n$  个小朋友参加了若干场比赛，其中第  $i$  个小朋友获得了  $g_i$  枚金牌、 $s_i$  枚银牌和  $b_i$  枚铜牌。老师希望每个小朋友制作一张所有小朋友的排行榜。

然而小朋友们为了让自己的排名尽量靠前，自然是可以动一些小心思的，体现在排序标准上——每个小朋友可以选择按照金牌数从大到小排序，也可以选择按照银牌数从大到小排序，也可以选择按照铜牌数从大到小排序。在小朋友自制的排行榜里，如果自己和别的小朋友并列，那么他可以把自己写在最前面。

给出每个小朋友获得的金牌数、银牌数和铜牌数，请对于每个小朋友  $i$ ，计算他在他自己的排行榜里最好能排第几名。

## 【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入的第一行有一个正整数  $n$ ，表示小朋友的个数。

之后  $n$  行，每行有三个自然数  $g_i, s_i, b_i$  表示一个小朋友的金牌、银牌和铜牌数量。

## 【输出格式】

输出到标准输出。

输出  $n$  行，每行一个正整数，其中第  $i$  行的正整数表示第  $i$  个小朋友的最好排名。

## 【样例 1 输入】

```
1 4
2 8 5 0
3 4 5 3
4 4 1 2
5 2 1 1
```

## 【样例 1 输出】

```
1 1
2 1
3 2
4 3
```

## 【样例 1 解释】

下面给出一种可能的情况，其中加粗的一列表示这个小朋友的排序依据。

第一个小朋友制作的排行榜如下：

| 小朋友编号 | 金牌数      | 银牌数 | 铜牌数 |
|-------|----------|-----|-----|
| 1     | <b>8</b> | 5   | 0   |
| 2     | <b>4</b> | 5   | 3   |
| 3     | <b>4</b> | 1   | 2   |
| 4     | <b>2</b> | 1   | 1   |

第二个小朋友制作的排行榜如下：

| 小朋友编号 | 金牌数 | 银牌数      | 铜牌数 |
|-------|-----|----------|-----|
| 2     | 4   | <b>5</b> | 3   |
| 1     | 8   | <b>5</b> | 0   |
| 3     | 4   | <b>1</b> | 2   |
| 4     | 2   | <b>1</b> | 1   |

第三个小朋友的排行榜如下（按照金牌排序，也可以获得第二名）：

| 小朋友编号 | 金牌数 | 银牌数 | 铜牌数      |
|-------|-----|-----|----------|
| 2     | 4   | 5   | <b>3</b> |
| 3     | 4   | 1   | <b>2</b> |
| 4     | 2   | 1   | <b>1</b> |
| 1     | 8   | 5   | <b>0</b> |

第四个小朋友的排行榜如下：

| 小朋友编号 | 金牌数 | 银牌数      | 铜牌数 |
|-------|-----|----------|-----|
| 2     | 4   | <b>5</b> | 3   |
| 1     | 8   | <b>5</b> | 0   |
| 4     | 2   | <b>1</b> | 1   |
| 3     | 4   | <b>1</b> | 2   |

## 【样例 2】

见题目附件中的 *medal/medal2.in* 和 *medal/medal2.ans*。

该样例符合测试点 8 的性质。

【样例 3】

见题目附件中的 *medal/medal3.in* 和 *medal/medal3.ans*。  
该样例符合测试点 10 的性质。

【数据范围】

对于全体数据，保证  $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ ，且  $0 \leq g_i, s_i, b_i \leq 10^9$ 。

| 测试点编号   | $n \leq$        | 特殊性质 |
|---------|-----------------|------|
| 1 ~ 2   | 3               |      |
| 3 ~ 4   | 100             |      |
| 5 ~ 7   | 1000            | A    |
| 8 ~ 9   |                 |      |
| 10 ~ 12 | $2 \times 10^5$ | A    |
| 13 ~ 15 |                 | B    |
| 16 ~ 20 |                 |      |

- 特殊性质 A:  $g_i$  互不相同,  $s_i$  互不相同,  $b_i$  互不相同。
- 特殊性质 B:  $1 \leq g_i, s_i, b_i \leq 2 \times 10^5$ 。

## 三目运算 (expr)

### 【题目描述】

三目运算是一种比较特殊的运算,功能类似于 `if` 语句,其语法格式为 条件?数值1:数值2,三目运算得到的结果也是数值。当条件成立时得到的结果是数值1,不成立时得到的结果为数值2。

例如, `x>5?8:6` 就是一种含三目运算的表达式(也是分段常数表达式,见下文)。当  $x = 7$  时,该表达式的结果为 8,而  $x = 3$  时,该表达式的结果为 6。

---

本题中,称满足下列条件中至少一条的字符串  $S$  是分段常数表达式:

- 十进制正整数  $a$ , 如 `243`, 是分段常数表达式。
- 如果  $a$  为一个十进制正整数,  $p, q$  为两个分段常数表达式, 则 `x>a?p:q` 是分段常数表达式。
- 如果  $a$  为一个十进制正整数,  $p, q$  为两个分段常数表达式, 则 `x<a?p:q` 是分段常数表达式。

(在第 2,3 条条件中,若将表达式看作三目运算表达式,则  $x > a$  或  $x < a$  是条件,  $p, q$  分别为 数值1 和 数值2。)

例如, `x>154?220:x<37?16:10` 是一个分段常数表达式,因为 `220` 和 `x<37?16:10` 都是分段常数表达式,从而整个表达式由第 2 条规则也是分段常数表达式。

---

给出一个分段常数表达式  $S$ , 保证出现的正整数均不超过  $m$ 。

yummy 有  $q$  个询问,每次给出一个自然数  $x$  的值,希望你求出分段常数表达式的值。

### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入的第一行有两个正整数  $m, q$ , 分别表示表达式出现数字的最大可能值和询问个数。

第二行有一个字符串  $S$ , 表示这个分段常数表达式。

之后有  $q$  行, 每行有一个自然数  $x$ , 表示一次询问。

### 【输出格式】

输出到标准输出。

对于每个询问输出一行一个正整数, 表示表达式的结果。

**【样例 1 输入】**

```
1 20 5
2 x>12?x<15?4:10:x<12?14:7
3 15
4 12
5 14
6 7
7 1000000
```

**【样例 1 输出】**

```
1 10
2 7
3 4
4 14
5 10
```

**【样例 1 解释】**

如果我们进行适当的换行和缩进可以得到：

```
1 x>12?    //如果 x>12
2   x<15?   //那么判断 x<15 是否成立
3     4     //如果是则得到 4
4     :10   //如果不是则得到 10
5 :x<12?   //否则（如果 x<=12）判断 x<12 是否成立
6   14     //如果是则返回 14
7   :7     //如果不是则返回 7
```

按照这个思路模拟即可得到样例输出。

**【样例 2】**

见题目附件中的 *expr/expr2.in* 和 *expr/expr2.ans*。  
该样例满足测试点 6 的性质。

**【样例 3】**

见题目附件中的 *expr/expr3.in* 和 *expr/expr3.ans*。



该样例满足测试点 10 的性质。

#### 【样例 4】

见题目附件中的 *expr/expr4.in* 和 *expr/expr4.ans*。

该样例满足测试点 19 的性质。

#### 【数据范围】

设  $n$  为  $S$  中三目运算符的个数。(选手可以通过  $n$  来估计  $S$  的串长。)

对于全体数据, 保证  $0 \leq n \leq 10^5$ ,  $1 \leq m \leq 10^5$ ,  $1 \leq q \leq 10^5$ ,  $1 \leq x \leq 10^9$ , 且  $S$  是分段常数表达式。

| 测试点编号   | $n \leq$ | $m \leq$ | $q \leq$ |
|---------|----------|----------|----------|
| 1       | 0        | $10^5$   | 10       |
| 2       | 1        |          |          |
| 3 ~ 5   | 100      | 9        |          |
| 6 ~ 9   |          | $10^5$   |          |
| 10 ~ 12 | $10^5$   | 9        | $10^5$   |
| 13 ~ 16 |          | $10^5$   |          |
| 17 ~ 18 |          | 9        |          |
| 19 ~ 25 |          | $10^5$   |          |

# 配对序列 (pairing)

## 【题目描述】

一个序列  $s_1, \dots, s_{2k}$  是**配对的**，当且仅当：

- 对于任意  $1 \leq i \leq k$ ， $s_{2i} = s_{2i-1}$ 。
- 对于任意  $1 \leq i < k$ ， $s_{2i} \neq s_{2i+1}$ 。

注意，配对的序列长度必然为偶数。

例如，3,3,5,5,2,2 是配对的，而 2,2,2,2,5,5 ( $s_2 = s_3$  不满足第二条要求) 或者 1,2,3,3,1,1 ( $s_1 \neq s_2$  不满足第一条要求) 都不是配对的。

给出一个数列  $a_1, \dots, a_n$ ，求所有配对的子序列长度的最大值。

## 【输入格式】

从标准输入读入数据。  
输入的第一行有一个正整数  $n$ ，表示序列的长度。  
第二行有  $n$  个正整数  $a_1, \dots, a_n$ ，表示这个序列。

## 【输出格式】

输出到标准输出。  
输出一行一个自然数，表示最长的配对子序列长度。特别地，如果不存在非空的配对子序列，那么输出 0。

## 【样例 1 输入】

```
1 8
2 1 2 2 2 2 1 2 2
```

## 【样例 1 输出】

```
1 4
```

## 【样例 2 输入】

```
1 11
2 1 1 4 1 1 2 1000 2 5 5 4
```

【样例 2 输出】

16

【样例 3】

见题目附件中的 *pairing/pairing3.in* 和 *pairing/pairing3.ans*。  
该样例符合测试点 3 的限制。

【样例 4】

见题目附件中的 *pairing/pairing4.in* 和 *pairing/pairing4.ans*。  
该样例符合测试点 12 的限制。

【数据范围】

对于全体数据，保证  $2 \leq n \leq 5 \times 10^5$ ， $1 \leq a_i \leq 5 \times 10^5$ 。

| 测试点编号   | $n \leq$               | $a_i \leq$      | 特殊性质 |
|---------|------------------------|-----------------|------|
| 1 ~ 2   | 18                     | $5 \times 10^5$ |      |
| 3 ~ 5   | 500                    | 500             |      |
| 6 ~ 7   | 5000                   | 5000            |      |
| 8 ~ 9   |                        | $5 \times 10^5$ |      |
| 10      | 每个数最多出现 1 次            |                 |      |
| 11      | $a_i \leq a_{i+1}$ 恒成立 |                 |      |
| 12 ~ 14 | 每个数最多出现 2 次            |                 |      |
| 15 ~ 20 | $5 \times 10^5$        |                 |      |