

NOI 2024 省选 OIFC 模拟 5

杭州学军中学

| | | | |
|---------|-----------|----------|----------|
| 题目名称 | 图图 | 拼图与排列 | 星际旅行 |
| 题目类型 | 传统题型 | 传统题型 | 传统题型 |
| 目录 | graph | perm | star |
| 可执行文件名 | graph | perm | star |
| 输入文件名 | graph.in | perm.in | star.in |
| 输出文件名 | graph.out | perm.out | star.out |
| 每个测试点时限 | 1 秒 | 1 秒 | 1.5 秒 |
| 内存限制 | 512 MB | 512 MB | 512 MB |
| 测试点数目 | 20 | 20 | 20 |
| 测试点是否等分 | 是 | 是 | 是 |

编译选项

| | |
|-----------|---------------------------------|
| 对于 C++ 语言 | -lm -O2 -std=c++14 (已 c++14 为例) |
|-----------|---------------------------------|

注意事项

1. 文件名（包括程序名，后缀名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须为 0。
3. 提交的程序代码文件的放置位置请参照考场具体要求。
4. 因违反以上三点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
5. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
6. 程序可使用的栈内存空间限制与题目的内存限制一致。
7. 评测在 xyd 评测机下进行。
8. 最终评测时所用的编译命令中不含编译选项之外的任何优化开关。
9. oj 的单题代码长度限制好像是 50KB 还是 64KB 来着，请注意不要爆了。

图图 (graph)

【题目描述】

黑暗中的魔神小 O 穿越到了一个新世界，是一个充满元素反应的开放世界，小 O 想图图了。

这个世界的元素反应遵循一种属性克制的规则，对于两种元素，会有其中一方克制另一方，比如木元素可以克制火元素，因为这里的植物能抢空气，很有趣吧？小 O 想利用这里的元素反应把所有元素图图了，于是坐在椅子上研究起了化学。

具体的来说，这个世界有 n 种元素，每个元素有一个独一无二的特征数值，小 O 将元素从 1 到 n 编号，第 i 号元素的特征数值为 a_i ， a_i 都是 $[1, m]$ 区间中的整数，这里的 m 是元素的特征数值上限。

当 x 号元素与 y 号元素相遇 ($x \neq y$)，会发生 $\gcd(a_x, a_y)$ 号反应 (\gcd 表示两个数的最大公约数)，显然， $\gcd(a_x, a_y) \in [1, m]$ 。

正如地球上的反应有吸热放热，这个世界的反应也被一个 01 数列 h 描述：对于元素 x, y 产生的 i 号反应 ($i = \gcd(a_x, a_y)$)，若 $h_i = 1$ ，则特征数值大的元素克制特征数值小的元素，而 $h_i = 0$ 则刚好相反。于是，元素与元素两两之间就能产生固定的克制关系。

看到这，小 O 开始研究起了元素的相生相克，他发现这个世界总存在相互克制的三个元素 x, y, z ，满足 x 克制 y ， y 克制 z ， z 克制 x 。他把这称为一组三角克制关系。

现在小 O 想知道一共有多少组这样的三角关系，也就是满足上述条件的无序三元组 (x, y, z) 的数量，并问你索要其中任意一组三角关系，他想以此为切入点挨个攻破。

为了拯救这个开放世界，你必须尽快给小 O 答案，告诉他三角关系太多了，好让他放弃图图幻想。不然 O 神就要启动了。

【输入格式】

从文件 `graph.in` 中读入数据。

第一行两个整数 n, m 。

第二行 m 个整数 (0 或 1)，第 i 个整数表示 h_i 。

第三行 n 个整数，第 i 个整数表示 a_i 。

【输出格式】

输出到文件 `graph.out` 中。

第一行一个整数，表示三角关系总数。

第二行三个整数 x, y, z ，需满足 x 克制 y ， y 克制 z ， z 克制 x 。

注意 (x, y, z) ， (y, z, x) ， (z, x, y) 算同一组。

【样例输入】

Input 1

```
4 6
1 1 0 0 0 0
3 4 5 6
```

Input 2

见附件中的 graph2.in

Input 3

见附件中的 graph3.in

Input 4

见附件中的 graph4.in
本样例满足特殊限制 A。

Input 5

见附件中的 graph5.in
本样例满足特殊限制 B。

Input 6

见附件中的 graph6.in

【样例输出】

Output 1

```
2
1 4 2
```

Output 2

见附件中的 graph2.ans

Output 3

见附件中的 graph3.ans

Output 4

见附件中的 graph4.ans

Output 5

见附件中的 graph5.ans

Output 6

见附件中的 graph6.ans

【样例解释】**【样例 1 解释】** 1 克制 4；4 克制 3；3 号克制 1；4 克制 2；2 克制 1；3 克制 2。

可以发现只有 1 4 2 和 1 4 3 两组三角关系。

【数据范围与提示】

对于 100% 的数据， $4 \leq n \leq 10^6$ ， $n \leq m \leq 2 \times 10^6$ ， $h_i \in \{0, 1\}$ ， $1 \leq a_i \leq m$ ，保证 a_i 互不相同，且一定存在三角克制关系。

| 测试点编号 | $n \leq$ | $m \leq$ | 特殊限制 |
|-------|----------|-----------------|------|
| 1~4 | 3000 | 10000 | 无 |
| 5 | 5000 | 10000 | A |
| 6 | 5000 | 10000 | 无 |
| 7 | 10^5 | 2×10^5 | A |
| 8 | 10^5 | 2×10^5 | B |
| 9~10 | 10^5 | 2×10^5 | 无 |
| 11~12 | 10^6 | 2×10^6 | A |
| 13~14 | 10^6 | 2×10^6 | B |
| 15~20 | 10^6 | 2×10^6 | 无 |

特殊限制 A: $\forall i > 1, h_i = 0$ 。特殊限制 B: $h_i = i \bmod 2$ 。

样例 4、5 分别满足特殊限制 A 和特殊限制 B。

题目附件

graph.zip

【更多提示】

下发样例与真实数据使用同一个 Generator 和基本一致的参数生成，你可以用下发样例来估计评测数据的实际范围。

请不要卡评测。

拼图与排列 (perm)

【题目描述】

小明是一个拼图游戏的爱好者。最近，他接触到了一个特殊的拼图游戏，这个游戏的目标是排列数字。游戏中会对 $1, 2, \dots, N$ 进行重排，假设排成的序列为 p_1, p_2, \dots, p_N 。游戏会给定一个长度为 $N - 1$ 的由 $<$ 和 $>$ 构成的字符串 s ，表示如果 $s_i = <$ ，则希望 $p_i < p_{i+1}$ ，否则希望 $p_i > p_{i+1}$ 。但是小明不希望改变很多位置的值，因此他规定一种排列的权值为：设符合游戏希望的大小关系的相邻位置个数为 c_1 ，而满足 $p_i = i$ 的位置个数为 c_2 ，则该排列的权值为 $A^{c_1} \times B^{c_2}$ ，其中 A, B 为给定整数。现在，小明想知道所有排列的权值之和，请你帮助小明计算出所有排列的权值之和，并将结果对 $10^9 + 7$ 取模。

【输入格式】

从文件 `perm.in` 中读入数据。

第一行：三个整数 N, A, B 。

第二行：一个长度为 $N - 1$ 的字符串 s 。

【输出格式】

输出到文件 `perm.out` 中。

一行一个整数，表示答案。

【样例输入】

Input 1

5 5 3

<>>

Input 2

18 5 16

<><<><<><><<

【样例输出】

Output 1

57544

Output 2

821227006

【样例解释】

【数据范围与提示】

对于所有数据，满足 $2 \leq N \leq 500$ ， $1 \leq A, B < 10^9 + 7$ ， $s_i \in \{<, >\}$ 。

| 测试点编号 | $N \leq$ | 特殊限制 |
|---------|----------|-----------|
| 1 | 10 | |
| 2, 3 | 18 | |
| 4 ~ 8 | 500 | $B = 1$ |
| 9 ~ 12 | 500 | $s_i = >$ |
| 13, 14 | 50 | |
| 15 ~ 17 | 150 | |
| 18 ~ 20 | 500 | |

题目附件

perm_example.zip

【更多提示】

下发样例与真实数据使用同一个 Generator 和基本一致的参数生成，你可以用下发样例来估计评测数据的实际范围。

请不要卡评测。

星际旅行 (star)

【题目描述】

小 J 得到了一张星际地图。一共有 n 个星球，其中任意两个星球之间都有一个单向传送器，即：要么只能从 u 到 v ，要么只能从 v 到 u 。小 J 想要进行很多次伟大的旅行，每次你都会得到小 J 的起点星球 s 。由于各个星球间战乱不断，每次旅行都会有 k 个星球受到影响，不能前往（保证 s 不受影响，且这 k 个星球两两不同）。小 J 想要你规划每次旅行，使得经过的星球数量最多，且不过重复星球。有时候，你仅需要回答最多经过的星球数量即可。

形式化的题意：给一张竞赛图，每次给出起点 s 和长为 k 的序列 $p_{1\sim k}$ （保证 $s \neq p_i, i \neq j \Rightarrow p_i \neq p_j$ ），要求找到一个序列 u_1, u_2, \dots, u_m 使得：

- $u_1 = s$
- 对于任意 i, j , $u_i \neq p_j$
- u_i 两两不同 ($i \neq j \Rightarrow u_i \neq u_j$)
- 对于 $1 \leq i < m$, u_i 有一条边连向 u_{i+1}
- m 最大化

输出方案时，任意合法且 m 最大化的路线均可。

注意：建议使用快速输入输出。

【输入格式】

从文件 `star.in` 中读入数据。

第一行四个整数 n, q_1, q_2, K 表示点数、需要规划的旅行次数、不需要规划的旅行次数、子任务编号。对于小样例， $K = 0$ 。

接下来 n 行每行一个长为 n 的 01 串，第 i 行第 j 列为 1 表示 i 到 j 有边。

接下来 $q_1 + q_2$ 行，每行开头两个整数 s, k ，接着 k 个整数 $p_{1\sim k}$ 。前 q_1 行需要输出方案，后 q_2 行不需要。

【输出格式】

输出到文件 `star.out` 中。

输出 $q_1 + q_2$ 行。

前 q_1 行先输出一个数 m 表示经过星球的数量，接着 m 个整数表示经过的星球。

后 q_2 行输出一个数 m 。

【样例输入】

Input 1


```
6 3 2 0
000010
101111
100110
100000
000100
101110
6 0
3 1 4
2 0
4 0
4 1 1
```

Input 2

见附件中的 star2.in
该样例满足测试点 6 8 的约束。

Input 3

见附件中的 star3.in
该样例满足测试点 11 12 的约束。

Input 4

见附件中的 star4.in
该样例满足测试点 13 14 的约束。

【样例输出】

Output 1

```
5 6 3 5 4 1
3 3 1 5
6 2 6 3 5 4 1
3
1
```

Output 2

见附件中的 star2.ans

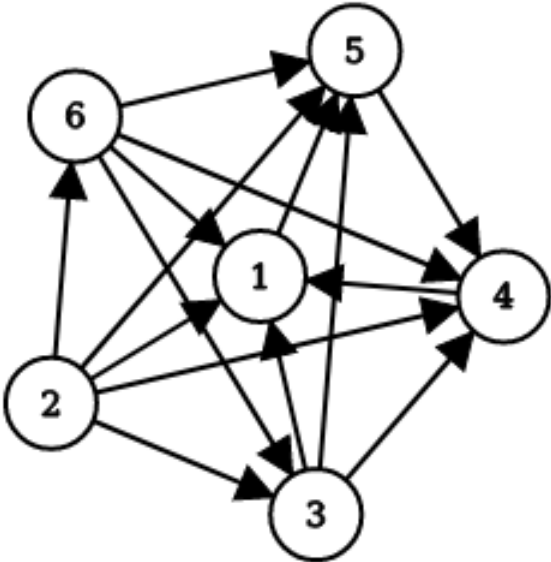
Output 3

见附件中的 star3.ans

Output 4

见附件中的 star4.ans

【样例解释】



【样例 1 解释】

【数据范围与提示】

对于所有数据， $1 \leq n \leq 2000$ ， $0 \leq q_1 \leq 5000$ ， $0 \leq q_2 \leq 10^4$ ， $0 \leq k \leq 5$ 。

| 测试点编号 | $n \leq$ | $q_1 \leq$ | $q_2 \leq$ | $k \leq$ |
|-------|----------|------------|------------|----------|
| 1~2 | 18 | 500 | 10^4 | 5 |
| 3~3 | 2000 | 0 | 10^4 | 0 |
| 4~5 | 2000 | 500 | 10^4 | 0 |
| 6~8 | 450 | 5000 | 10^4 | 1 |
| 9~10 | 2000 | 0 | 1000 | 5 |
| 11~12 | 2000 | 10 | 10^4 | 1 |

| 测试点编号 | $n \leq$ | $q_1 \leq$ | $q_2 \leq$ | $k \leq$ |
|-------|----------|------------|------------|----------|
| 13~14 | 2000 | 10 | 10^4 | 2 |
| 15~16 | 2000 | 10 | 10^4 | 5 |
| 17~20 | 2000 | 5000 | 10^4 | 5 |

题目附件

star_example.zip

【更多提示】

下发样例与真实数据使用同一个 Generator 和基本一致的参数生成，你可以用下发样例来估计评测数据的实际范围。

请不要卡评测。