

NOI 2024 省选 OIFC 模拟 5

杭州学军中学

题目名称	图图	拼图与排列	星际旅行
题目类型	传统题型	传统题型	传统题型
目录	graph	perm	star
可执行文件名	graph	perm	star
输入文件名	graph.in	perm.in	star.in
输出文件名	graph.out	perm.out	star.out
每个测试点时限	1 秒	1 秒	1.5 秒
内存限制	512 MB	512 MB	512 MB
测试点数目	20	20	20
测试点是否等分	是	是	是

编译选项

对于 C++ 语言	-lm -O2 -std=c++14 (已 c++14 为例)
-----------	---------------------------------

注意事项

1. 文件名（包括程序名，后缀名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须为 0。
3. 提交的程序代码文件的放置位置请参照考场具体要求。
4. 因违反以上三点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
5. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
6. 程序可使用的栈内存空间限制与题目的内存限制一致。
7. 评测在 `xyd` 评测机下进行。
8. 最终评测时所用的编译命令中不含编译选项之外的任何优化开关。
9. `oj` 的单题代码长度限制好像是 50KB 还是 64KB 来着，请注意不要爆了。

图图 (graph)

【题目描述】

黑暗中的魔神小 O 穿越到了一个新世界，是一个充满元素反应的开放世界，小 O 想图图了。

这个世界的元素反应遵循一种属性克制的规则，对于两种元素，会有其中一方克制另一方，比如木元素可以克制火元素，因为这里的植物能抢空气，很有趣吧？小 O 想利用这里的元素反应把所有人图图了，于是坐在椅子上研究起了化学。

具体的来说，这个世界有 n 种元素，每个元素有一个独一无二的特征数值，小 O 将元素从 1 到 n 编号，第 i 号元素的特征数值为 a_i ， a_i 都是 $[1, m]$ 区间中的整数，这里的 m 是元素的特征数值上限。

当 x 号元素与 y 号元素相遇 ($x \neq y$)，会发生 $\gcd(a_x, a_y)$ 号反应 (\gcd 表示两个数的最大公约数)，显然， $\gcd(a_x, a_y) \in [1, m]$ 。

正如地球上的反应有吸热放热，这个世界的反应也被一个 01 数列 h 描述：对于元素 x, y 产生的 i 号反应 ($i = \gcd(a_x, a_y)$)，若 $h_i = 1$ ，则特征数值大的元素克制特征数值小的元素，而 $h_i = 0$ 则刚好相反。于是，元素与元素两两之间就能产生固定的克制关系。

看到这，小 O 开始研究起了元素的相生相克，他发现这个世界总存在相互克制的三个元素 x, y, z ，满足 x 克制 y ， y 克制 z ， z 克制 x 。他把这称为一组三角克制关系。

现在小 O 想知道一共有多少组这样的三角关系，也就是满足上述条件的无序三元组 (x, y, z) 的数量，并问你索要其中任意一组三角关系，他想以此为切入点挨个攻破。

为了拯救这个开放世界，你必须尽快给小 O 答案，告诉他三角关系太多了，好让他放弃图图幻想。不然 O 神就要启动了。

【输入格式】

从文件 `graph.in` 中读入数据。

第一行两个整数 n, m 。

第二行 m 个整数 (0 或 1)，第 i 个整数表示 h_i 。

第三行 n 个整数，第 i 个整数表示 a_i 。

【输出格式】

输出到文件 `graph.out` 中。

第一行一个整数，表示三角关系总数。

第二行三个整数 x, y, z ，需满足 x 克制 y ， y 克制 z ， z 克制 x 。

注意 $(x, y, z), (y, z, x), (z, x, y)$ 算同一组。

【样例输入】

Input 1

```
4 6  
1 1 0 0 0 0  
3 4 5 6
```

Input 2

见附件中的 graph2.in

Input 3

见附件中的 graph3.in

Input 4

见附件中的 graph4.in
本样例满足特殊限制 A。

Input 5

见附件中的 graph5.in
本样例满足特殊限制 B。

Input 6

见附件中的 graph6.in

【样例输出】

Output 1

```
2  
1 4 2
```

Output 2

见附件中的 graph2.ans

Output 3

见附件中的 graph3.ans

Output 4

见附件中的 graph4.ans

Output 5

见附件中的 graph5.ans

Output 6

见附件中的 graph6.ans

【样例解释】

【样例 1 解释】 1 克制 4; 4 克制 3; 3 号克制 1; 4 克制 2; 2 克制 1; 3 克制 2。

可以发现只有 1 4 2 和 1 4 3 两组三角关系。

【数据范围与提示】

对于 100% 的数据， $4 \leq n \leq 10^6$, $n \leq m \leq 2 \times 10^6$, $h_i \in \{0, 1\}$, $1 \leq a_i \leq m$ ，保证 a_i 互不相同，且一定存在三角克制关系。

测试点编号	$n \leq$	$m \leq$	特殊限制
1~4	3000	10000	无
5	5000	10000	A
6	5000	10000	无
7	10^5	2×10^5	A
8	10^5	2×10^5	B
9~10	10^5	2×10^5	无
11~12	10^6	2×10^6	A
13~14	10^6	2×10^6	B
15~20	10^6	2×10^6	无

特殊限制 A: $\forall i > 1$, $h_i = 0$ 。特殊限制 B: $h_i = i \bmod 2$ 。

样例 4、5 分别满足特殊限制 A 和特殊限制 B。

题目附件

graph.zip

【更多提示】

下发样例与真实数据使用同一个 Generator 和基本一致的参数生成，你可以用下发样例来估计评测数据的实际范围。

请不要卡评测。

拼图与排列 (perm)

【题目描述】

小明是一个拼图游戏的爱好者。最近，他接触到了一个特殊的拼图游戏，这个游戏的目标是排列数字。游戏中会对 $1, 2, \dots, N$ 进行重排，假设排成的序列为 p_1, p_2, \dots, p_N 。游戏会给出一个长度为 $N - 1$ 的由 $<$ 和 $>$ 构成的字符串 s ，表示如果 $s_i = <$ ，则希望 $p_i < p_{i+1}$ ，否则希望 $p_i > p_{i+1}$ 。但是小明不希望改变很多位置的值，因此他规定一种排列的权值为：设符合游戏希望的大小关系的相邻位置个数为 c_1 ，而满足 $p_i = i$ 的位置个数为 c_2 ，则该排列的权值为 $A^{c_1} \times B^{c_2}$ ，其中 A, B 为给定整数。现在，小明想知道所有排列的权值之和，请你帮助小明计算出所有排列的权值之和，并将结果对 $10^9 + 7$ 取模。

【输入格式】

从文件 `perm.in` 中读入数据。

第一行：三个整数 N, A, B 。

第二行：一个长度为 $N - 1$ 的字符串 s 。

【输出格式】

输出到文件 `perm.out` 中。

一行一个整数，表示答案。

【样例输入】

Input 1

```
5 5 3
```

```
«»
```

Input 2

```
18 5 16
```

```
«>«<>««><»«
```

【样例输出】

Output 1

```
57544
```

Output 2

821227006

【样例解释】**【数据范围与提示】**

对于所有数据，满足 $2 \leq N \leq 500$, $1 \leq A, B < 10^9 + 7$, $s_i \in \{<, >\}$ 。

测试点编号	$N \leq$	特殊限制
1	10	
2, 3	18	
4 ~ 8	500	$B = 1$
9 ~ 12	500	$s_i = >$
13, 14	50	
15 ~ 17	150	
18 ~ 20	500	

题目附件

perm_example.zip

【更多提示】

下发样例与真实数据使用同一个 Generator 和基本一致的参数生成，你可以用下发样例来估计评测数据的实际范围。

请不要卡评测。

星际旅行 (star)

【题目描述】

小 J 得到了一张星际地图。一共有 n 个星球，其中任意两个星球之间都有一个单向传送器，即：要么只能从 u 到 v ，要么只能从 v 到 u 。小 J 想要进行很多次伟大的旅行，每次你都会得到小 J 的起点星球 s 。由于各个星球间战乱不断，每次旅行都会有 k 个星球受到影响，不能前往（保证 s 不受影响，且这 k 个星球两两不同）。小 J 想要你规划每次旅行，使得经过的星球数量最多，且不经过重复星球。有时候，你仅需要回答最多经过的星球数量即可。

形式化的题意：给一张竞赛图，每次给出起点 s 和长为 k 的序列 $p_{1 \sim k}$ （保证 $s \neq p_i, i \neq j \Rightarrow p_i \neq p_j$ ），要求找到一个序列 u_1, u_2, \dots, u_m 使得：

- $u_1 = s$
- 对于任意 i, j , $u_i \neq p_j$
- u_i 两两不同 ($i \neq j \Rightarrow u_i \neq u_j$)
- 对于 $1 \leq i < m$, u_i 有一条边连向 u_{i+1}
- m 最大化

输出方案时，任意合法且 m 最大化的路线均可。

注意：建议使用快速输入输出。

【输入格式】

从文件 `star.in` 中读入数据。

第一行四个整数 n, q_1, q_2, K 表示点数、需要规划的旅行次数、不需要规划的旅行次数、子任务编号。对于小样例， $K = 0$ 。

接下来 n 行每行一个长为 n 的 01 串，第 i 行第 j 列为 1 表示 i 到 j 有边。

接下来 $q_1 + q_2$ 行，每行开头两个整数 s, k ，接着 k 个整数 $p_{1 \sim k}$ 。前 q_1 行需要输出方案，后 q_2 行不需要。

【输出格式】

输出到文件 `star.out` 中。

输出 $q_1 + q_2$ 行。

前 q_1 行先输出一个数 m 表示经过星球的数量，接着 m 个整数表示经过的星球。

后 q_2 行输出一个数 m 。

【样例输入】

Input 1

```
6 3 2 0  
000010  
101111  
100110  
100000  
000100  
101110  
6 0  
3 1 4  
2 0  
4 0  
4 1 1
```

Input 2

见附件中的 star2.in
该样例满足测试点 6 8 的约束。

Input 3

见附件中的 star3.in
该样例满足测试点 11 12 的约束。

Input 4

见附件中的 star4.in
该样例满足测试点 13 14 的约束。

【样例输出】

Output 1

```
5 6 3 5 4 1  
3 3 1 5  
6 2 6 3 5 4 1  
3  
1
```

Output 2

见附件中的 star2.ans

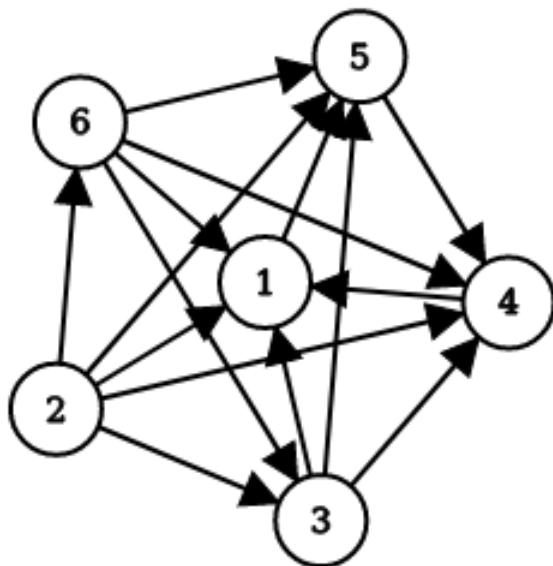
Output 3

见附件中的 star3.ans

Output 4

见附件中的 star4.ans

【样例解释】



【样例 1 解释】

【数据范围与提示】

对于所有数据， $1 \leq n \leq 2000$, $0 \leq q_1 \leq 5000$, $0 \leq q_2 \leq 10^4$, $0 \leq k \leq 5$ 。

测试点编号	$n \leq$	$q_1 \leq$	$q_2 \leq$	$k \leq$
1~2	18	500	10^4	5
3~3	2000	0	10^4	0
4~5	2000	500	10^4	0
6~8	450	5000	10^4	1
9~10	2000	0	1000	5
11~12	2000	10	10^4	1

测试点编号	$n \leq$	$q_1 \leq$	$q_2 \leq$	$k \leq$
13~14	2000	10	10^4	2
15~16	2000	10	10^4	5
17~20	2000	5000	10^4	5

题目附件

star_example.zip

【更多提示】

下发样例与真实数据使用同一个 Generator 和基本一致的参数生成，你可以用下发样例来估计评测数据的实际范围。

请不要卡评测。