



中国研究生创新实践系列大赛  
中国光谷·“华为杯”第十九届中国研究生  
数学建模竞赛

学 校 华中科技大学, 重庆大学

参赛队号 E22104870114

1.徐秋朦

队员姓名 2.刘旭华

3.王艺洁

中国研究生创新实践系列大赛

# 中国光谷·“华为杯”第十九届中国研究生 数学建模竞赛

题 目

草原放牧策略研究

摘

要：

本文研究了多因素影响下的草原生态环境演化与放牧策略的关系，通过机理分析分别构建了放牧策略对土壤湿度、植被生物量、土壤化学性质影响模型，以此为基础得到了未来土壤湿度和土壤化学物质含量的预测值，并通过分析得到能够实现可持续发展的最优放牧策略和不同降水量情况下的放牧强度最大阈值，最后通过演化模拟展现了土壤生态环境的演化过程。

针对问题一，本文基于土壤含水量-降水量-地表蒸发模型，探讨了蒸发量与放牧策略的关系，构建了不同放牧策略（放牧方式和放牧强度）对土壤湿度影响的机理模型。影响植被生物量的有三大因素：一为引入土壤含水率影响因子修正后的 **logistic 阻滞增长模型**（反映植物自身生长规律），二为放牧策略对植物生长的促进/抑制作用，三为牲畜对植物的采食，最终构建了不同放牧策略对植被生物量影响的机理模型。在此基础上，查阅了相关文献数据，证明土壤湿度随放牧强度的增加先增大后减小，验证了模型的可靠性。

针对问题二，在问题一土壤湿度机理模型的基础上，分季节进行最小二乘法拟合，得到具有季节性特征的土壤湿度微分方程，再应用季节系数法实现降水量和蒸发量的时间序列预测，从而实现了未来各月不同深度土壤含水量的预测计算。在此基础上，引入神经网络预测，经对比其预测结果与季节性微分方程模型结果吻合，验证了模型的可靠性。

针对问题三，本文遴选了衡量土壤化学性质的化学元素含量作为指标，通过查阅文献得到放牧强度对土壤化学元素含量的影响和各化学元素含量之间的相互影响关系，得到了土壤化学元素含量的递推演化矩阵方程模型。在数据处理后应用指数平滑法预测了各放牧小区土壤化学物质含量，并通过标准误差计算选取了最为准确的预测值，以放牧小区 G17 土壤有机碳 SOC 值为例，其 2022 年预测值为 14.8167。

针对问题四，本文应用主成分分析法选取了三个主成分因子（地表、气候、人文），通过查阅文献明确了各因子之间的相对重要性，应用层次分析法构建了沙漠化程度评价模型，计算了不同监测点的沙漠化程度指数，对最终结果分析发现，要使沙漠化程度越小，放牧策略以轻牧最优，且轻牧>无牧>重牧。再通过附件数据和文献数据拟合得到板结化程度三大影响因素（土壤湿度、容重、有机物含量）的表达式，结合层次分析法构建了板结化程度定量评价模型。查阅文献后对两大评价模型进行赋权，从而得到多约束条件下的低沙漠化程度-低板结化程度双目标规划模型，并求得最佳放牧强度为  $S=3.1717$ 。

针对问题五，在问题一植被生物量机理模型的基础上，构建可持续化条件下不同放牧策略对植被生物量影响的机理模型，在不考虑抵御自然环境变化的情况下，求得草场内放

牧强度的最大阈值，在降水量为 300mm,600mm,900mm,1200mm 的情况下，最大阈值分别为 4.48、5.44、5.45、6.55，与实际情况相符。为了实现经济与自然环境的共赢，进一步构建多约束条件下的高经济效益-高植被生物量增长率双目标优化模型，以此实现良性循环。

针对问题六，在问题一、二、三的各模型基础上，综合考虑多因素影响，应用基于蒙特卡洛的自适应改进型元胞自动机，模拟演化了示范牧户与问题四中最佳放牧策略的土壤生态演化过程，其演化结果满足预期，在最优放牧策略下，土壤湿度、土壤肥力和植被覆盖均达到了最佳效果。具有较好的可视化效果，验证了全文模型的可靠性，同时对农业领域实际应用具有借鉴性。

**关键词：**修正型 Logistic 阻滞增长模型，神经网络，自互影响矩阵，长时间序列预测，多目标规划模型，基于蒙特卡洛的自适应改进型元胞自动机

公众号关注：建模忠哥  
获取更多资源

## 目 录

1 问题重述 .....	5
1.1 问题背景 .....	5
1.2 问题分析 .....	7
2 模型假设 .....	10
3 符号说明 .....	10
4 问题一的分析及模型建立与求解 .....	12
4.1 问题描述及分析 .....	12
4.2 模型建立与求解 .....	13
4.2.1 不同放牧策略对土壤性质（土壤湿度）影响的机理模型 .....	13
4.2.2 不同放牧策略对植被生物量影响的机理模型（基于 logistic 模型） .....	15
4.2.3 模型小结与扩展 .....	17
4.3 模型验证和分析 .....	17
5 问题二的分析及模型建立与求解 .....	18
5.1 问题描述及分析 .....	18
5.2 模型建立与求解 .....	19
5.2.1 数据处理 .....	19
5.2.2 基于土壤蒸发与降水数据的土壤湿度预测模型 .....	21
5.2.3 具有季节性特点的降水量和蒸发量时间序列预测 .....	23
5.3 实验结果与分析 .....	23
5.4 模型改进（基于神经网络的预测模型）与验证分析 .....	26
6 问题三的分析及模型建立与求解 .....	28
6.1 问题描述及分析 .....	28
6.2 模型建立与求解 .....	29
6.2.1 不同放牧策略对土壤化学性质影响的机理模型 .....	29
6.2.2 基于一次指数平滑法的土壤化学物质含量预测 .....	31
6.3 实验结果与分析 .....	32
7 问题四的分析及模型建立与求解 .....	33
7.1 问题描述及分析 .....	33
7.2 模型建立与求解 .....	34
7.2.1 基于主成分分析法和层次分析法的沙漠化程度评价模型 .....	34
7.2.2 基于曲线拟合和层次分析法的板结化程度评价模型 .....	36
7.2.3 低沙漠化程度-低板结化程度双目标规划模型 .....	36
7.3 实验结果与分析 .....	37
7.3.1 不同监测点的沙漠化程度评价结果 .....	37
7.3.2 低沙漠化程度-低板结化程度下的最佳放牧策略 .....	38
8 问题五的分析及模型建立与求解 .....	39
8.1 问题描述及分析 .....	39
8.2 模型建立与求解（可持续化条件下不同放牧策略对植被生物量影响的机理模型） .....	40
8.3 实验结果与分析 .....	40
8.4 模型改进与拓展（高经济效益-高植被生物量增长率双目标优化模型） .....	41

9 问题六的分析及模型建立与求解.....	42
9.1 问题描述及分析.....	42
9.2 模型建立与求解（基于蒙特卡洛的自适应改进型元胞自动机） .....	43
9.3 实验结果与分析.....	46
10 模型评价与改进.....	51
10.1 模型的优点.....	51
10.2 模型的不足.....	51
10.3 模型的改进.....	51
11 总结 .....	51
参考文献 .....	53
附录代码 .....	54

公众号关注：建模忠哥  
获取更多资源

## 1 问题重述

### 1.1 问题背景

草原作为世界上分布最广的重要的陆地植被类型之一，分布面积广泛。中国的草原面积为 3.55 亿公顷，是世界草原总面积的 6%~8%，居世界第二。此外，草原在维护生物多样性、涵养水土、净化空气、固碳、调节水土流失和沙尘暴等方面具有重要的生态功能。自 2003 年党中央、国务院实施“退牧还草”政策以来，在保护和改善草原生态环境、改善民生方面取得了显著成效。“退牧还草”并不是禁止放牧，除了部分区域禁牧外，很多草原实行划区轮牧以及生长季休牧。合理的放牧政策是带动区域经济、防止草原沙漠化及保障民生的关键，放牧优化问题的研究也为国家、政府制定放牧政策和草原管理决策提供科学的依据。

中国草原主要分为温带草原、高寒草原和荒漠草原等类型。内蒙古锡林郭勒草原是温带草原中具有代表性和典型性的草原，是中国四大草原之一，位于内蒙古高原锡林河流域，地理坐标介于东经 110°50'~119°58'，北纬 41°30'~46°45' 之间，年均降水量 340mm。内蒙古锡林郭勒草原不仅是国家重要的畜牧业生产基地，同时也是重要的绿色生态屏障，在减少沙尘暴和恶劣天气的发生方面发挥着作用，也是研究生态系统对人类干扰和全球气候变化响应机制的典型区域之一和国际地圈—生物圈计划 (IGBP) 陆地样带—中国东北陆地生态系统样带 (NECT) 的重要组成部分。

关于草原放牧通常要考虑放牧方式和放牧强度（单位面积牲畜密度）2 个因素。放牧方式可以分为多种，有文献将放牧方式分为以下五种，分别为：全年连续放牧、禁牧、选择划区轮牧、轻度放牧、生长季休牧。放牧强度可以分为四种，分别为：对照、轻度放牧强度、中度放牧强度、重度放牧强度。附件 14、15 中数据将选择划区轮牧的放牧强度分为：对照 (NG, 0 羊/天/公顷)、轻度放牧强度 (LGI, 2 羊/天/公顷)、中度放牧强度 (MGI, 4 羊/天/公顷) 和重度放牧强度 (HGI, 8 羊/天/公顷)。实际中，也可以做如下的划分：对照 (NG, 0 羊/天/公顷)、轻度放牧强度 (LGI, 1-2 羊/天/公顷)、中度放牧强度 (MGI, 3-4 羊/天/公顷) 和重度放牧强度 (HGI, 5-8 羊/天/公顷)。

植物的生长满足自身的生长规律，同时受到周围环境的影响。例如，降水、温度、土壤湿度、土壤 PH、营养等都决定植物的生长情况。当牧羊（家畜日食量为 1.8kg，即标准羊单位，也包括羊羔。大牲畜折算系数 6.0，比如牛、马、骆驼，大牲畜幼崽折算系数 3.0）对植物进行采食时，一方面植物的地上生物量减少；另一方面，放牧对植物有刺激作用，改变了植物原有的生长速率，适当的放牧会刺激植物的超补偿生长，同样不合理的放牧也会降低植物的生长速率。

过度放牧，往往因牲畜密度过大，可能导致草原植被结构破坏，土壤裸露面积增大，促进了土壤表面的蒸发，土体内水分相对运动受到不利影响，破坏了土壤积盐与脱盐平衡，增加了盐分在土壤表面的积累，土壤盐碱化程度加重。最终造成草场退化、土地沙漠化。

适度的放牧可以改善草原土壤质量、提高草原生物的多样性。一方面由于家畜的采食



践踏造成枯落物分解，充分进入土壤，从而提高土壤有机质和氮和钾含量，减少土壤的板结。另一方面放牧能够降低表层土壤湿度、PH，一定程度增加土壤容重。土壤氮、磷、钾的含量及比例是土壤有机质组成和质量程度的重要指标。磷元素含量多少会影响土壤中凋落物的分解速率、微生物数量及活性以及有机碳和养分的积累。钾元素能够促进植物生理代谢，增强抗逆性，并促进植物对氮素营养的吸收和利用。土壤全氮含量随着放牧强度的增加而降低。有研究表明：高寒草甸的土壤全氮含量沿着放牧梯度呈下降趋势。因此，为了保证土壤达到合适的状态，找到放牧羊（标准羊）数量的阈值是问题的关键。

土壤沙漠化又被称为沙质沙漠化，是荒漠化的一种主要表现类型。沙漠化是在干旱、半干旱和部分半湿润地区的沙物质基础和干旱大风动力条件下，由于自然因素或人为活动的影响，致使自然的生态系统平衡性遭到破坏，出现了以风沙活动为主要标志，并逐渐形成风蚀、风积地貌景观的环境退化过程，使原来没有沙漠景观的地区出现了类似沙漠景观的环境变化。所谓土壤板结化是指土壤打破了原有结构，表层的有机质遭到严重破坏而造成的，土壤板结原因很多，比如土壤贫瘠、容重过大、土壤质地太粘以及有机肥严重不足等。

沙漠化程度指数（SM）是从数学的范畴去界定沙漠化程度，采用一定的分级标准使得其与沙漠化程度相对应。把沙漠化程度划分为五类：非沙漠化、轻度沙漠化、中度沙漠化、重度沙漠化和极重度沙漠化，SM 采用 0~1 标度法。

表 1.1 沙漠化程度及沙漠化程度指数划分标准

划分内容	划分类型				
沙漠化程度	非沙漠化	轻度沙漠化	中度沙漠化	重度沙漠化	极重度沙漠化
沙漠化程度指数	[0,0.20]	(0.20,0.40]	(0.40,0.60]	(0.60,0.80]	(0.80,1.00]

沙漠化程度指数预测模型表达式：

$$SM = \eta \cdot \sum_{i=1}^n S_{Q_i} = \eta \cdot \sum_{i=1}^n (Q_i \cdot W_{c_i})$$

SM 表示沙漠化程度指数； $\eta$  为调节系数，用来修正模型； $n$  为模型中指标因子的个数； $Q_i$  为第  $i$  个因子的因子强度； $S_{Q_i}$  为第  $i$  个因子对沙漠化程度的贡献值，定义  $S_{Q_i} = Q_i \cdot W_{c_i}$ ， $W_{c_i}$  为因子权重系数，即因子对沙漠化程度的贡献值等于因子强度与因子权重系数的乘积。

土壤板结化与土壤有机物、土壤湿度和土壤的容重有关，目前还没有明确的定量表达式，其数学模型可定性描述为如下：

$$B = f(W, C, O)$$

土壤湿度  $w$  越少，容重  $c$  越大，有机物含量  $o$  越低，土壤板结化程度  $B$  越严重。

土壤化学性质和物理性质是影响土壤肥力重要因素，土壤化学性质包括：土壤有机碳 SOC、土壤无机碳 SIC、土壤全碳 STC、全 N、土壤 C/N 比等；土壤物理性质包括：土壤湿度、土壤容重等。一般来说，在保持土壤化学性质等基本不变情况下，降水会增加土壤湿度，而土壤湿度增加会提高草场植被覆盖率，在良好的植被覆盖情况下可以适当提高放

牧强度，在一定区域内，放牧强度越高意味着更多的放牧数量，在不考虑放牧补贴和价格波动情况下，更多放牧数量代表更高的放牧收益。

现代草地资源的经营应遵循可持续发展原则，在保证生态环境良性健康发展中寻求经济利益的最大化。美国著名生态经济学家赫尔曼·E·戴利给可持续发展的定义是：“可持续发展是经济规模增长没有超越生物环境承载能力的发展”。其理念是“可持续发展的整个理念就是经济子系统的增长规模绝对不能超越生态系统可以永远持续或支撑的容纳范围”。在草原区域系统中，承载力是评价可持续发展的一种工具。在《远东英汉大辞典》中，承载力被定义为“某一自然环境所能容纳的生物数目（指最高限度）”。区域生态系统承载力和可持续发展是相辅相成的两个概念。

现要解决以下六个问题：

**问题一：**从机理分析的角度，建立不同放牧策略（放牧方式和放牧强度）对锡林郭勒草原土壤物理性质（主要是土壤湿度）和植被生物量影响的数学模型。

**问题二：**请根据附件 3 土壤湿度数据、附件 4 土壤蒸发数据以及附件 8 中降水等数据，建立模型对保持目前放牧策略不变情况下对 2022 年、2023 年不同深度土壤湿度进行预测，并填入表中。

**问题三：**从机理分析的角度，建立不同放牧策略（放牧方式和放牧强度）对锡林郭勒草原土壤化学性质影响的数学模型。并请结合附件 14 中的数据预测锡林郭勒草原监测样地（12 个放牧小区）在不同放牧强度下 2022 年土壤有机碳、无机碳、全 N、土壤 C/N 比等值，并填入表中。

**问题四：**利用沙漠化程度指数预测模型和附件提供数据（包括自己收集的数据）确定不同放牧强度下监测点的沙漠化程度指数值。并请尝试给出定量的土壤板结化定义，在建立合理的土壤板结化模型基础上结合问题 3，给出放牧策略模型，使得沙漠化程度指数与板结化程度最小。

**问题五：**锡林郭勒草原近 10 年的年降水量（包含降雪）通常在 300 mm ~1200 mm 之间，请在给定的降水量（300mm, 600mm、900 mm 和 1200mm）情形下，在保持草原可持续发展情况下对实验草场内（附件 14、15）放牧羊的数量进行求解，找到最大阈值。（注：这里计算结果可以不是正整数）

**问题六：**在保持附件 13 的示范牧户放牧策略不变和问题 4 中得到的放牧方案两种情况下，用图示或者动态演示方式分别预测示范区 2023 年 9 月土地状态（比如土壤肥力变化、土壤湿度、植被覆盖等）。

## 1.2 问题分析

### ● 问题一

**前提：**根据题目所给的求解要求有以下两种场景：放牧强度对土壤含水率的影响；放牧强度对植被生物量的影响。对于土壤含水率，通过土壤含水量-降水量-地表蒸发模型可得到影响土壤湿度的两大因素：牧区降水和地表蒸散发率，牧区降水随天气变化而非人为控制，那么需要考虑放牧强度对地表蒸发率的影响，从而得到放牧强度对土壤含水率的影响。对于植被生物量，本文提出基于放牧强度影响因子的改进 logistic 阻滞增长模型，在此之上考虑土壤含水率等对植物生长的影响。



**条件：**根据上述问题背景，结合具体演化机理进行分析，基于土壤含水量-降水量-地表蒸发模型以及 Woodward 提出的放牧和植物生长关系方程，列出放牧强度分别对土壤含水率和植被生物量的表达式。

**目标：**基于上述前提和条件，在合理的多变量机理分析的基础上，得到放牧强度分别和土壤含水量和植物生物量的关系。

## ● 问题二

**前提：**与问题一背景相同，影响土壤湿度的两大因素分别为牧区降水和地表蒸发率。采用同样的土壤含水量微分方程，将问题转化为子问题 1:降雨量和蒸发量的季节性时间序列预测问题以及子问题 2:土壤含水量微分方程的最小二乘法参数拟合。

**条件：**根据上述问题背景，结合附件 3 中 10cm、40cm、100cm、200cm 的土壤湿度以及附件 4 中的土壤蒸发量以及附件 8 历年气候中的降雨量可以进行时间序列预测，同时，多组数据可以进行微分方程的参数拟合。

**目标：**基于上述前提和条件，分别对降雨量和蒸发量进行季节性时间序列预测，得到土壤湿度变化的微分方程拟合参数，并对 2022-2023 年的土壤湿度进行预测。

## ● 问题三

**前提：**与问题一背景相同，放牧不仅会改变土壤的物理性质，如土壤容重、土壤湿度等，也会改变土壤的化学性质，即氮碳等化学成分含量。根据机理分析，可以定性地判断出放牧强度对土壤化学性质的影响，以及土壤化学元素之间的相互影响，建立土壤化学元素变化量矩阵方程。在此基础上，需要对各个具体小区的土壤中化学物质含量进行分析，并对已知时间序列下的数据进行指数平滑法时序预测。

**条件：**根据上述问题背景，结合附件 14 中的各个小区对应的放牧强度以及该小区土壤中存在的 SOC 等五和化学物质含量，可以对 2022-2023 年的化学物质含量进行预测。

**目标：**基于上述前提和条件，对同一小区同一年同一放牧强度的数据进行整理合并，并对处理完成的数据进行指数平滑法时间序列预测。

## ● 问题四

**前提：**结合问题一、二、三背景，放牧强度不仅会影响到土壤的物理性质，如土壤湿度、容重，还会影响到土壤的化学性质，如 SOC 等。这里分别使用沙漠化程度和板结化程度来衡量放牧强度对土壤的负面影响。多种因素会影响到沙漠化程度，通常使用主成分分析法和层次分析法计算程度指标。同时，根据张蕴薇论文中提到的，土壤的板结化主要与土壤湿度、容重以及有机碳含量有关，需要找到放牧强度和以上三者的联系，从而得到土壤板结化和放牧强度的定量关系。问题本质是一个多目标规划问题，通常使用不同权重将多目标规划问题转化为单目标规划问题。

**条件：**根据上述问题背景，结合附件 3 中的土壤湿度、附件 4 中的土壤蒸发量、附件 8 中的历年气候、附件 9 中的径流量、附件 10 中的叶面积、附件 13 中的牲畜畜牧量进行主成分提取、综合评价，对最小化沙漠化程度与最小化土地板结化程度进行多目标规划。

**目标：**基于上述前提和条件，对这些因子整合，并使用主成分分析和层次分析确定因子权重，在得到放牧强度和上述因子的关系后，可以得到沙漠化和板结化的定量得分，最终通过多目标规划得到的最优解。

### ● 问题五

**前提：**结合问题一中的改进型 logistic 阻滞增长模型，在给定放牧强度和放牧方式时可以得到植物的生长趋势。可持续发展是经济规模增长没有超越生物环境承载能力的发展，即植物的生长没有超过草原生态环境的承载力。针对此可持续发展概念，本文利用数据完成微分方程参数拟合，在此基础上针对具体情景得到最优值。

**条件：**根据上述问题背景，结合附件 14 中的不同小区碳氮监测数据以及附件 15 的多种植物多种放牧方式和策略下植物生长的前后数据，可以通过拟合得到微分方程的参数，

**目标：**基于上述前提和条件，对不同小区的不同年份下不同植物进行不同放牧策略的数据进行整合，得到微分方程表达式，进行目标规划得到可持续发展下的羊数量合理阈值。

### ● 问题六

**前提：**与问题一、二、三、四的背景相同，可以考虑以下两种场景：4 种确定放牧强度的牧户以及问题四中求得的最佳放牧策略。本文需要以上两个对象进行模拟，模拟的特征分别是：土壤肥力、土壤湿度以及植物覆盖量。因为羊的出现位置是随机的，同时以上问题已经得到了三个微分方程，可基于蒙特卡洛随机化羊出现的位置和移动的方向，并根据微分方程参数，结合元胞自动机进行动态模拟。

**条件：**根据上述问题背景，结合附件 13 中的 4 个牧户的牲畜畜牧量以及问题 4 结果给出的放牧策略，对元胞自动机的规则进行设置，得到模拟结果。

**目标：**基于上述前提和条件，对 4 个牧户以及问题 4 求得的最佳放牧策略，数据整合后得到元胞自动机的初始值数据，以单位时间进行递推，得到动态时间下的土壤肥力、土壤湿度以及植物覆盖量的演化模拟效果。



## 2 模型假设

在数学建模的过程中，在不影响模型意义与计算精度的前提下，为了使模型简单、明确，计算建立了如下假设：

- 假设锡林郭勒草原的自然环境不会发生突变，即不考虑极端天气的情况；
- 假设在数据处理与计算过程中，锡林郭勒草原采用生长季休牧，即不考虑其他放牧方式的影响；
- 假设标准羊每天所需食用的植被生物量不变，为一恒定常量；
- 假设水分循环仅考虑垂直方向的水量交换，即不考虑出入径流造成的水分流失；
- 假设锡林郭勒草原的降水量均来自自然降雨，即不考虑人工降雨的可能性。

## 3 符号说明

符号	符号说明
$\beta$	土壤含水量
$P$	牧区供水（主要指降水率）

$E(\alpha)$	地表蒸散发率
$\alpha^*$	植被最大增长率
$w$	植被生物量
$G(w)$	草原的盖度
$D$	植被枯萎率
$\beta^*$	植被最大枯萎率
$k_{m,n}$	从变量 $m$ 到变量 $n$ 的转化系数， $m$ 为自变量， $n$ 为因变量
$S$	单位面积载畜率
$S_m$	最合理的单位面积载畜率
$r$	植物生长的内禀增长率
$w_m$	资源和环境所能容纳的最大植被生物量
$U$	牲畜采食的天数
$\lambda$	全年连续放牧、禁牧等五种放牧方式
$R$	降水量
$\beta_{d,month}$	不同月份时不同深度的土壤含水量
$\phi(E)$	蒸发量
$V$	化学元素含量集合， $V = [v_C, v_N, v_K, v_P, v_{nutrition}, v_{PH}]$
$\psi(S, v_j)$	放牧强度对土壤化学性质的作用函数
$X$	沙漠化程度监测点评价对象集合， $X = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}]$
$Q_D, Q_A, Q_{Re}$	地表因子强度，气象因子强度，人文因子强度
$SM$	沙漠化程度指数
$B$	板结化指数
$Q_W, Q_C, Q_O$	土壤湿度因子强度，容重因子强度，有机物因子强度
$M_1$	卖出每单位羊获得的收益
$Cell_{i,j}^t$	第 $t$ 时刻位置坐标为 $(i, j)$ 的元胞空间
$State_{i,j}^t$	第 $t$ 时刻位置坐标为 $(i, j)$ 元胞的牧羊状态

$T_{i,j}^t$	第 $t$ 时刻位置坐标为 $(i, j)$ 元胞的累计踩踏次数
$\gamma$	单羊直接踩踏强度
$F_{i,j}^t$	第 $t$ 时刻位置坐标为 $(i, j)$ 元胞的土壤肥力
$T_{Fm}$	累计踩踏对土壤肥力促进/抑制转变的转折次数
$W_{i,j}^t$	第 $t$ 时刻位置坐标为 $(i, j)$ 元胞的土壤湿度
$T_{Wm}$	累计踩踏对土壤湿度促进/抑制转变的转折次数
$\sigma$	单羊直接啃食强度
$\alpha_{i,j}^t$	第 $t$ 时刻位置坐标为 $(i, j)$ 元胞的植被覆盖量

注：其它符号在正文中详细标注。

## 4 问题一的分析及模型建立与求解

### 4.1 问题描述及分析

问题一是研究从机理分析角度构建不同放牧策略对锡林郭勒草原土壤性质（主要是土壤湿度）影响的数学模型以及不同放牧策略对植被生物量影响的数学模型。

首先通过土壤含水量-降水量-地表蒸发模型得到影响土壤湿度的两大因素：牧区降水和地表蒸散发率，考虑到牧区降水随天气变化而非人为控制，在此不多加讨论，根据草原枯荣、盖度相关表达式建立地表蒸散发率的数学模型，最后得出不同放牧策略对土壤湿度的影响。

针对植被生物量这一因变量，其变化情况受到载畜率和自然因素（包括植物自身生长规律与土壤湿度）的共同影响，本文在查阅文献的基础上加以分析，最后得到相关数学模型。因此，问题一的解答需要分为四步：

- （1）讨论草原枯荣、盖度相关表达式，建立地表蒸散发率的数学模型。
- （2）根据土壤含水量-蒸发量-地表蒸发模型得到放牧策略对土壤性质（主要是土壤湿度）影响的数学模型。
- （3）根据文献和机理分析求得载畜率、植物自身生长规律土壤湿度如何影响植被生物量。
- （4）构建得到放牧策略对植被生物量影响的数学模型。



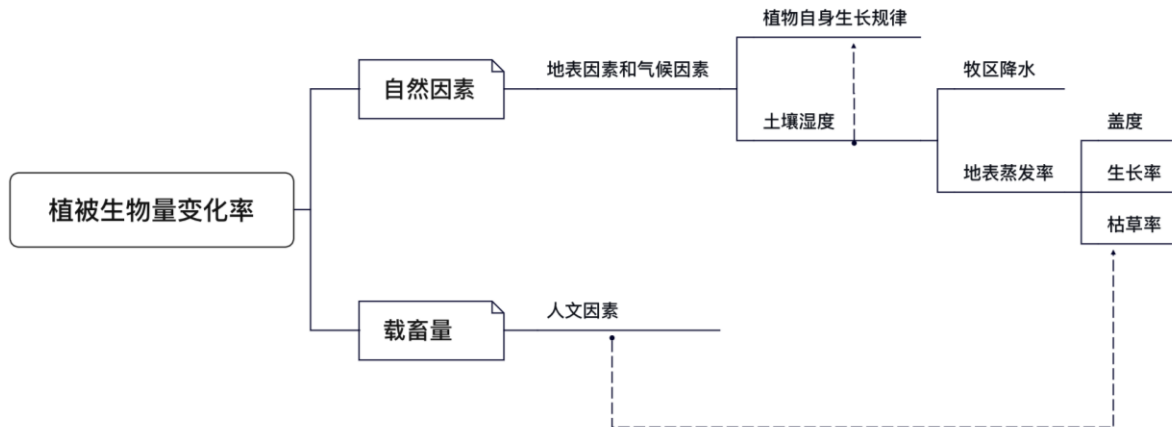


图 4.1 问题一思维导图

## 4.2 模型建立与求解

### 4.2.1 不同放牧策略对土壤性质（土壤湿度）影响的机理模型

根据土壤含水量-降水量-地表蒸发模型得到土壤含水量的变化率与牧区供水率、地表蒸散发率的数学关系为

$$\frac{d\beta}{dt} = P - E(\alpha) \quad (4.1)$$

其中  $\beta$  表示土壤含水量， $P$  表示牧区供水率， $E(\alpha)$  表示地表蒸散发率。

考虑到牧区降水随天气变化而非认为控制，在此不多加讨论，仅对地表蒸散发率的机理模型进行讨论。

通过查阅文献得到多种测算蒸散发方法，例如波文比能量平衡法、空气动力学方法、涡度相关法、Penman-Monteith(P-M)公式等，上述方法均可以进行地表蒸发率的测算<sup>[1]</sup>。同时，有学者发现地表蒸发率与该地域的时空分布、气象条件、土壤含水量、植被覆盖等因素彼此关联又相互制约<sup>[2]</sup>。针对本文所研究的锡林郭勒草原，与地表蒸散发率关系最密切的是地表的植被覆盖率。通过简单分析易知植被覆盖率越高，地表蒸散发率越低，即

$$E(\alpha) = \frac{k_{w,E}}{\alpha} \quad (4.2)$$

其中  $k_{w,E}$  表示地表蒸散发率与覆盖率的反比例系数， $\alpha$  表示土壤植被覆盖率，其表达式为

$$\alpha = \alpha^* G(w) \quad (4.3)$$

其中  $\alpha^*$  表示最大增长率，依赖于牧区草地除成草量外的环境条件。 $G(w)$  表示草原的盖度，其表达式为

$$G(w) = 1 - e^{-\varepsilon_g w/w^*} \quad (4.4)$$

其中  $w$  表示植被生物量。随着植被生物量的增多，势必伴随着枯荣生长更替，同时种群数量进一步接近环境容纳量，进而达到饱和，因此枯萎率必须纳入考虑，枯萎率的表达式为

$$D = \beta^* (e^{\varepsilon_g w/w^*} - 1) \quad (4.5)$$

其中  $\beta^*$  表示最大枯萎率。为此，对地表蒸散发率做修正得到

$$E(\alpha) = \frac{k_{w,E}}{\alpha^* G(w) - k_{D,E} D} \quad (4.6)$$

其中  $k_{D,E}$  表示枯萎率对土壤覆盖率的影响因子。整理有

$$e^{\varepsilon_g w/w^*} = \frac{1}{1 - G(w)} \quad (4.7)$$

那么

$$D = \beta^* \left( \frac{1}{1 - G(w)} - 1 \right), 0 < G(w) < 1 \quad (4.8)$$

根据式(4.8)可以看出枯萎率与土壤植被覆盖率有正相关作用，考虑到在一定范围内可以将正相关作用简化为正比例关系，不妨设

$$D = k_{w,D} \beta^* G(w) \quad (4.9)$$

在放牧过程中，牲畜会对植物进行踩踏，随着畜牧密度的增加，最大枯萎率也会随之增加，故得到最大枯萎率和畜牧密度的关系为

$$\beta^* = k_{S;\beta^*} S \quad (4.10)$$

代入式(4.9)整理得到

$$D = k_{S,w,D} S G(w) \quad (4.11)$$

一方面，适当放牧会刺激植物的超补偿生长。由于家畜的适度采食践踏造成植被枯萎，得到的枯落物分解充分进入土壤，从而提高土壤有机质和氮和钾含量，增加土壤肥力，促进植物生长。另一方面，过度放牧会加重土壤盐碱化程度，进一步降低植物的生长速率。因此引入 *logistic* 影响因子表达这一促进与抑制的转折关系，即

$$\left( \frac{S}{S_m} - 1 \right) = \begin{cases} \text{促进植被生长, when } S < S_m^m \\ \text{抑制植被生长, when } S > S_m^m \end{cases} \quad (4.12)$$

整理得到

$$E(\alpha) = \frac{k_{w;E}}{\alpha^* G(w) - k_{D;E} \left( \frac{S}{S_m} - 1 \right) D} \quad (4.13)$$

代入地表蒸发率表达式有

$$\begin{aligned} E(\alpha) &= \frac{k_{w;E}}{\alpha^* G(w) - k_{D;E} \left( \frac{S}{S_m} - 1 \right) D} = \frac{k_{w;E}}{\alpha^* G(w) - k_{D;E} \left( \frac{S}{S_m} - 1 \right) SG(w)} = \frac{k_{w;E}}{[\alpha^* - k_{S,w;E} \left( \frac{S}{S_m} - 1 \right) S] G(w)} \\ &= \frac{k_{w;E}}{[\alpha^* - k_{S,w;E} \left( \frac{S}{S_m} - 1 \right) S] (1 - e^{-\varepsilon_s w/w^*})} \end{aligned} \quad (4.14)$$

代入式(4.1)得到放牧强度（畜牧密度）对锡林郭勒草原土壤湿度影响的数学模型为

$$\frac{d\beta}{dt} = P - \frac{k_{w;E}}{[\alpha^* - k_{S,w;E} \left( \frac{S}{S_m} - 1 \right) S] (1 - e^{-\varepsilon_s w/w^*})} \quad (4.15)$$

根据式(4.15)可以得到土壤湿度的主要影响因素有牧草降水、植被生物量（盖度）、最大生长率以及放牧强度。

#### 4.2.2 不同放牧策略对植被生物量影响的机理模型（基于 logistic 模型）

植被生物量的变化主要受到两方面的影响：一方面，自然因素的恶劣（地表因素和气候因素）与否会影响植被生长的快慢，在植物自身生长规律的基础上，畜牧强度会影响土壤湿度的变化，而土壤湿度的变化会引起植物生长速度的变化。另一方面，载畜率会影响植被生长的快慢，适当的畜牧密度有利于枯落物分解，充分进入土壤，提高土壤肥力，而畜牧密度过大会破坏草原植被结构，不利于植物的生长。下面将对这两大影响因素进行详细讨论，并得到不同放牧策略对锡林郭勒草原植被生物量的影响。

对于自然因素，查阅相关文献得到植物自身生长可以采用 *logistic* 模型

$$\frac{dw_{nature}}{dt} = rw \left( 1 - \frac{w}{w_m} \right) \quad (4.16)$$

其中  $\frac{dw_{nature}}{dt}$  表示自然因素造成植被生物量的变化， $r$  表示植被的内禀增长率， $w$  表示植被生物量， $w_m$  表示资源和环境所能容纳的最大植被生物量。

除植物的内禀增长率外，草原所处的气候等环境指标，如降水、温度、土壤湿度、土壤 PH、营养等都决定植物的生长情况。其中降水和温度可以通过土壤湿度指标衡量，其余指标一方面在经纬海拔的地域约束之下，相对变化较少，另一方面无法对植物生长产生直接影响。因此对于自然因素，通过主成分分析进一步降维，只抓住主要影响因素，考虑土壤含水率对植物生长的影响。

考虑到在一定范围内，土壤湿度越大，植被生物量增长越快，不妨设土壤湿度对植被

生物量的作用呈一次线性关系，即对植物自身生长规律模型做出修正得

$$\frac{dw_{nature}}{dt} = r\beta w(1 - \frac{w}{w_m}) \quad (4.17)$$

其中  $\beta$  表示土壤含水率。由于放牧强度会对植被率造成影响，因此会间接影响植被生物量的变化。

对于人文因素，主要考虑人畜活动带来的影响。草原作为牧区，主要关注放牧方式和放牧强度等主观活动指标。

一方面，因为牲畜对植物的采食造成植被生物量减少，查阅资料可得一只标准羊一天需要吃 2000g 干草（植被生物量），实验以 1m\*1m 的牧户面积进行实验，而畜牧密度以公顷为单位，因此经过单位转换，得到一只标准羊一天的进食量为

$$Z=0.2g/m^2 \quad (4.18)$$

整理得到畜牧密度引起植被生物量变化的公式为

$$\frac{dw_{feed}}{dt} = -ZSU = -0.2SU \quad (4.19)$$

其中  $\frac{dw_{feed}}{dt}$  表示牲畜采食造成植被生物量的变化， $S$  表示单位面积畜牧密度， $U$  表示牲畜采食的天数。

另一方面，适当的放牧会刺激植物的超补偿生长，增加了植物原有的生长速率，而不合理的放牧也会造成土壤盐碱化、板结化，降低植物的生长速率。根据文献<sup>[3]</sup>得到放牧对植被生物量变化的影响可以表达为

$$\frac{dw_{depasture}}{dt} = k_1 Sw \quad (4.20)$$

$$k_1 \begin{cases} > 0 & \text{适度放牧对植物生长有促进作用} \\ < 0 & \text{过度放牧对植物生长有抑制作用} \end{cases} \quad (4.21)$$

其中  $\frac{dw_{depasture}}{dt}$  表示放牧对植被生物量变化的影响， $k_1$  表示修正系数，用于修正模型，

$S$  表示单位面积畜牧密度， $w$  表示植被生物量。

结合自然因素、牲畜采食和放牧对植被生物量的共同影响，得到不同放牧策略对植被生物量影响的模型为

$$\frac{dw}{dt} = \frac{dw_{nature}}{dt} + \frac{dw_{feed}}{dt} + \frac{dw_{depasture}}{dt} \quad (4.22)$$

结合式(4.17)(4.19)(4.20)(4.22)整理得到

$$\begin{cases} \frac{dw}{dt} = r\beta w(1 - \frac{w}{w_m}) + k_1 S w - 0.2 S U \\ \frac{d\beta}{dt} = P - \frac{k_{w,E}}{[\alpha^* - k_{S,w,E}(\frac{S}{S_m} - 1)S](1 - e^{-\varepsilon_g w/w^*})} \end{cases} \quad (4.23)$$

### 4.2.3 模型小结与扩展

由于除了部分区域禁牧外，很多草原实行划区轮牧以及生长季休牧，因此上述分析仅建立在放牧方式不变的情况下进行讨论，现将放牧方式纳入牲畜密度考虑，做出修正如下

$$S' = \lambda_i S \quad (4.24)$$

其中  $S'$  表示加入放牧方式修正系数后的单位面积相对牲畜密度， $\lambda_i$  表示不同放牧方式对单位面积牲畜密度的影响，即修正系数， $S$  表示单位面积牲畜密度。对于文献中给定的五种放牧方式，分别对取值为

$$\lambda_i = \begin{cases} \lambda_{continuity} & \text{全年连续放牧} \\ \lambda_{prohibition} & \text{禁牧} \\ \lambda_{selectivity} & \text{选择划区轮牧} \\ \lambda_{mild} & \text{轻度放牧} \\ \lambda_{growth} & \text{生长季休牧} \end{cases} \quad (4.25)$$

$$\text{且 } \lambda_{continuity} > \lambda_{selectivity} > \lambda_{growth} > \lambda_{mild} > \lambda_{prohibition}$$

综上，得到修正后的模型方程组为

$$\begin{cases} \frac{dw}{dt} = r\beta w(1 - \frac{w}{w_m}) + k_1 \lambda_i S w - 0.2 \lambda_i S U \\ \frac{d\beta}{dt} = P - \frac{k_{w,E}}{[\alpha^* - k_{S,w,E}(\frac{\lambda_i S}{S_m} - 1)\lambda_i S](1 - e^{-\varepsilon_g w/w^*})} \end{cases} \quad (4.26)$$

### 4.3 模型验证和分析

根据张蕴薇所测数据，土壤含水量随畜牧密度的增加先增加后减小<sup>[4]</sup>，这时由于放牧导致植被盖度降低，在雨后水分下渗很慢，滞留在土壤表层，造成土壤含水量增加，当放牧强度过大时，土壤板结化的影响超过了雨水滞留的影响，土壤含水量减小。这进一步验证了上述所给的放牧策略对土壤湿度影响的模型

$$\frac{d\beta}{dt} = P - \frac{k_{w,E}}{[\alpha^* - k_{S,w,E}(\frac{\lambda_i S}{S_m} - 1)\lambda_i S](1 - e^{-\varepsilon_g w/w^*})} \quad (4.27)$$



当畜牧密度小于环境容纳值， $(\frac{\lambda_i S}{S_m} - 1) < 0$ ，随着  $S$  增加，地表蒸散发率减小，土壤含水量增加。当畜牧密度大于环境容纳值， $(\frac{\lambda_i S}{S_m} - 1) > 0$ ，随着  $S$  增加，地表蒸散发率增大，土壤含水率减小。

## 5 问题二的分析及模型建立与求解

### 5.1 问题描述及分析

问题二是研究基于土壤蒸发与降水数据的土壤湿度建模与预测问题。对于问题二的分析建立在保持目前放牧策略不变的情况下，即不考虑放牧方式与放牧强度对土壤湿度的影响，针对附件 3 中的土壤湿度数据、附件 4 中的土壤蒸发数据以及附件 5 中的降水数据（均基于 2012-2022 年），构建基于土壤蒸发与降水数据的土壤湿度模型，并以此对 2022 年、2023 年不同深度土壤湿度进行预测。因此，问题二的解答需要分为四步：

- （1）应用 K-means 聚类算法进行数据处理。
- （2）应用最小二乘法拟合建立基于土壤蒸发与降水数据的土壤湿度微分方程模型。
- （3）应用季节系数法分别预测 2022、2023 年各月降水量、蒸发量。
- （4）根据土壤湿度微分方程模型求解 2022、2023 年各月土壤湿度预测值。



图 5.1 问题二求解思路

## 5.2 模型建立与求解

### 5.2.1 数据处理

内蒙古锡林郭勒草原是温带草原中具有代表性和典型性的草原，其气候类型为温带半干旱型草原气候，年平均降水量为 340mm，降水主要集中在 6-9 月。将 2012-2022 年每月的降水量绘制成折线图，如图 5.2 所示，可以看到内蒙古锡林郭勒草原的降水量随季节呈周期性变化。

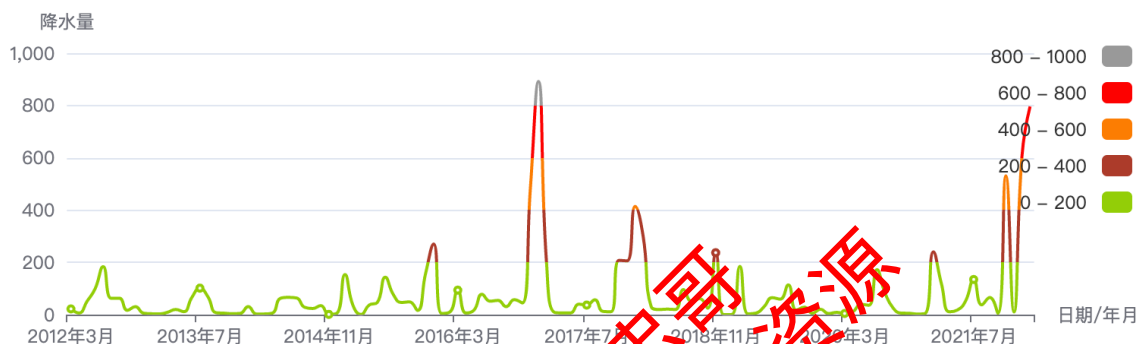


图 5.2 锡林郭勒草原 2012-2022 年每月降水量变化图

同样将 2012-2022 年每月的蒸发量绘制成折线图，如图 5.3 所示，可以看到内蒙古锡林郭勒草原的蒸发量同样随季节呈周期性变化。

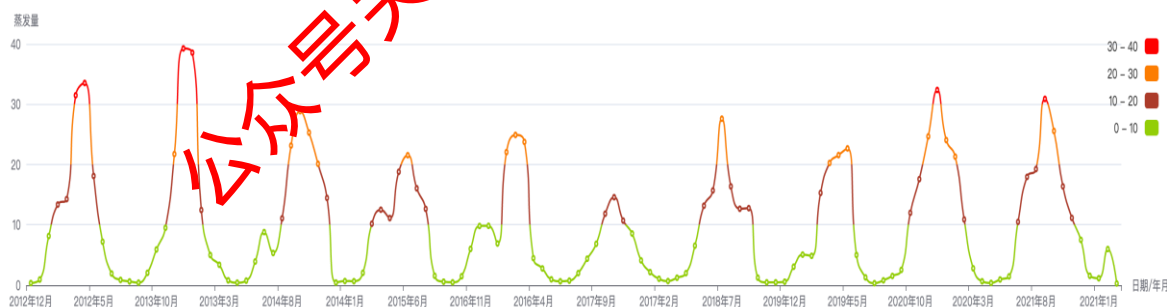


图 5.3 锡林郭勒草原 2012-2022 年每月蒸发量变化图

考虑到上述数据皆存在周期性与波动性，为简化分析，对降水量和蒸发量进行 K-means 聚类算法分析。对附件 8 所给的锡林郭勒盟气候指标观测量，将提供的平均气温( $^{\circ}\text{C}$ )、平均最高气温( $^{\circ}\text{C}$ )、平均最低气温( $^{\circ}\text{C}$ )、平均气温 $\geq 18^{\circ}\text{C}$ 的天数、平均气温 $\leq 0^{\circ}\text{C}$ 的天数、降水量(mm)、最大单日降水量(mm)、降水天数、平均风速(knots)、最高气温极值( $^{\circ}\text{C}$ )、最低气温极值( $^{\circ}\text{C}$ )、平均露点温度( $^{\circ}\text{C}$ )进行 K-means 均值聚类处理，经过 3 次迭代完成聚类中心的收敛确定，对指标进行聚类算法分析，得到四个聚类中心，结果如表 5.1 所示。

表 5.1 气候指标聚类结果

聚类成员			
案例号	月份	聚类	距离
1	1	1	15.345
2	2	2	.000
3	3	1	17.920
4	4	3	19.382
5	5	3	13.378
6	6	4	17.233
7	7	4	24.724
8	8	4	35.367
9	9	3	17.442
10	10	3	15.907
11	11	1	12.903
12	12	1	22.526

从聚类结果可以看出，锡林郭勒草原的气候特点随季节呈明显变化，因此可以以季节为单位对各指标进行分析，即对于重点研究的两个气候指标：锡林郭勒草原的降水量、蒸发量数据符合温带草原的四季分类标准，呈周期性变化，其中夏季降水量最高，春季、秋季、冬季降水量较低，同样夏季蒸发量最高，春季、秋季、冬季蒸发量较低，符合气候学常识，该聚类分析结果合理。

故在后续时序预测中引入季节系数，对降水量做出时段分类如下

$$R_{season} = \begin{cases} R_{season1} & 12_{last} \leq month < 2 \\ R_{season2} & 3 \leq month < 5 \\ R_{season3} & 6 \leq month < 8 \\ R_{season4} & 9 \leq month < 11 \end{cases} \quad (5.1)$$

对于每一个季节，将 2012 年至 2022 年的降水量数据整合处理

$$R_{seasoni} = \frac{1}{3} \sum_j^{j+2} R_j (i=1,2,3,4) (j=3,6,9,12) \quad (5.2)$$

其中  $R_{seasoni}$  表示一年中每一季节对应的平均降水量， $R_j$  表示一年中每一月份对应的降水量。

同样对蒸发量进行时段分类如下

$$\phi(E)_{season} = \begin{cases} \phi(E)_{season1} & 12_{last} \leq month < 2 \\ \phi(E)_{season2} & 3 \leq month < 5 \\ \phi(E)_{season3} & 6 \leq month < 8 \\ \phi(E)_{season4} & 9 \leq month < 11 \end{cases} \quad (5.3)$$

对于每一个季节，将 2012 年至 2022 年的蒸发量数据整合处理

$$\phi(E)_{seasoni} = \frac{1}{3} \sum_j^{j+2} \phi(E)_j (i=1,2,3,4)(j=3,6,9,12) \quad (5.4)$$

其中  $\phi(E)_{seasoni}$  表示一年中第  $i$  个季节对应的平均蒸发量， $\phi(E)_j$  表示一年中第  $j$  月份对应的蒸发量。

土壤湿度不仅受到每月降水量、蒸发量的影响，也会随深度变化而变化。根据附件 3 中锡林郭勒草原 2012-2022 年每月不同深度土壤湿度的数据，可以对土壤湿度进行时段、深度分类如下

$$\beta_{d,month} = \begin{cases} \beta_{10,month} & \text{month}=1,2,\dots,12 \\ \beta_{40,month} & \text{month}=1,2,\dots,12 \\ \beta_{100,month} & \text{month}=1,2,\dots,12 \\ \beta_{200,month} & \text{month}=1,2,\dots,12 \end{cases} \quad (5.5)$$

其中  $d$  表示不同深度，分别为 10cm、40cm、100cm、200cm， $month$  表示不同月份，分别表示从 1 月至 12 月。

### 5.2.2 基于土壤蒸发与降水数据的土壤湿度预测模型

草原水分通过降水、入渗、蒸发等形式开始复始的循环，其过程十分复杂，在无人干扰的情况下，土壤-植被-大气系统的水平衡基本方程<sup>[4]</sup>为

$$\Delta W = W_{t+1} - W_t = P + G_u + R_{in} - (Et_a + G_d + R_{out} + IC_{store}) \quad (5.6)$$

其中， $\Delta W$  为土壤贮水变化量， $W_{t+1}$  和  $W_t$  分别为时间段内的始末土壤含水量， $P$  为降水量， $G_u$  和  $G_d$  分别为地下水毛管上升量和土壤水渗透量， $Et_a$  为实际蒸发量， $R_{in}$  和  $R_{out}$  分别为入和出径流量， $IC_{store}$  为植被截流量。

考虑到锡林郭勒草原地势比较平坦，降水量和降水强度较少，水分循环以垂直方向的水量交换为主，绝大部分降水被蓄积在土壤中，尽管在遇到较大降水时会产生局地径流，但仍在整个草原区域内，其出入径流可视为相等。因此不妨设水分循环只考虑垂直方向的水量交换，即土壤湿度变化率为降水量和蒸发量的差值，根据土壤含水量-降水量-地表蒸发模型得到土壤湿度的变化率与牧区供水率（主要为降水）、地表蒸散发率的关系为

$$\frac{d\beta}{dt} = P - E(\alpha) \quad (5.7)$$

其中  $P$  表示牧区供水率，与附件 8 中 2012-2022 年锡林郭勒草原历月的降水量成正比例关系。 $E(\alpha)$  表示地表蒸散发率，与附件 4 中 2012-2022 年锡林郭勒草原历月的蒸发量成正比例关系。

考虑到降水量、蒸发量分别与牧区供水率、地表蒸散发率存在正比例关系，不妨设一次函数来表征这一关系，即

$$\frac{d\beta}{dt} = k(R - \phi(E)) + b \quad (5.8)$$

其中  $\beta$  表示土壤含水率， $R$  表示降水量， $\phi(E)$  表示蒸发量， $k$ 、 $b$  表示从土壤含水量、降水量（单位为 mm）转化至土壤含水率的转化系数。

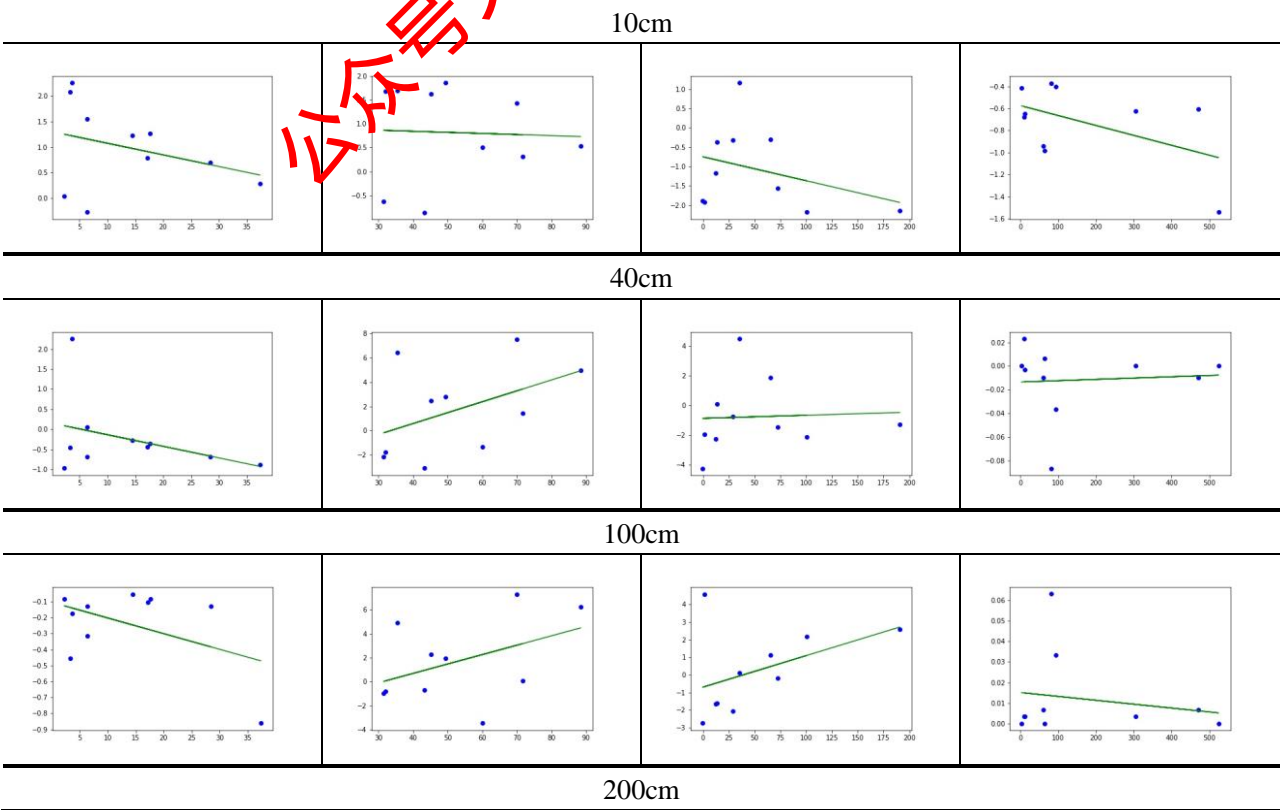
根据附件 3 土壤湿度数据、附件 4 土壤蒸发量数据和附件 8 锡林郭勒盟气候数据，数据处理后分别得到锡林郭勒草原从 2012 年 1 月起至 2022 年 3 月每一季度的土壤湿度平均值、土壤蒸发量平均值、降水量平均值。将其代入到式(5.8)进行最小二乘拟合得到一次线性拟合中系数  $k$  如表 5.2 所示，系数  $b$  如表 5.3 所示，同时得到拟合曲线如图 5.4 所示。

表 5.2 拟合过程中得到的 k 值

拟合的 k 值	春季	夏季	秋季	冬季
10cm 湿度	-0.0227	-0.0023	-0.0062	-0.0009
40cm 湿度	-0.0289	0.0899	0.0021	0.0000
100cm 湿度	-0.0098	0.0781	0.0179	0.0000
200cm 湿度	0.0000	-0.0001	-0.0006	0.0000

表 5.3 拟合过程中得到的 b 值

拟合的 b 值	春季	夏季	秋季	冬季
10cm 湿度	1.3012	0.8228	-0.7494	-0.5741
40cm 湿度	0.1513	-3.0079	-0.8849	-0.0135
100cm 湿度	-0.1044	-2.4275	-0.7060	0.0151
200cm 湿度	-0.0002	-0.0613	-0.0375	-0.0018





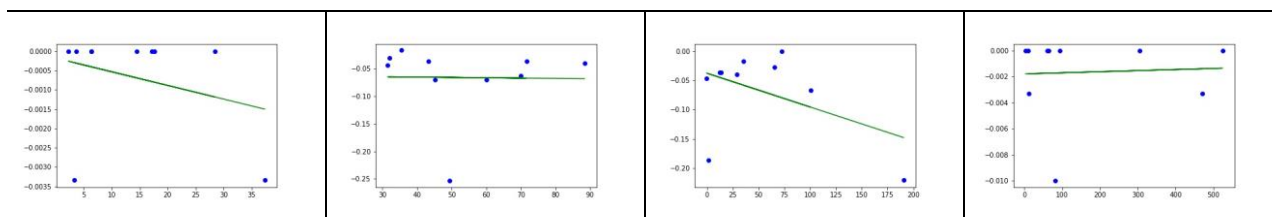


图 5.4 土壤湿度与土壤蒸发量、降水量之间线性关系拟合图

从图像中可以看出拟合效果较好，即通过一次线性拟合能够较为准确地反映土壤含水量变化率与土壤蒸发量、降水量之间的关系。

### 5.2.3 具有季节性特点的降水量和蒸发量时间序列预测

根据式(5.8)，为预测 2022 年、2023 年锡林郭勒草原的土壤湿度，首先需要对 2022 年、2023 年该地的降水量和蒸发量进行预测。

内蒙古锡林郭勒草原是温带草原中具有代表性和典型性的草原，其气候类型为温带草原气候，因此降水量、蒸发量随时间序列的变化呈现周期性。因此对 2022 年、2023 年各季降水量和蒸发量的预测可以通过季节系数法得到。

#### 季节系数法步骤

Step1: 收集  $m$  年的每年各季度的时间序列样本数据  $a_{ij}$ 。

Step2: 计算每年所有季度的算术平均值  $\bar{a}$ ，即  $\bar{a} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij}$ ,  $k = mn$ 。

Step3: 计算同季度数据的算术平均值  $\bar{a}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m a_{ij}$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ 。

Step4: 计算季度系数  $b_j = \bar{a}_j / \bar{a}$ 。

Step5: 预测计算求出预测年份（下一年）的年加权平均  $y_{m+1} = \frac{\sum_{i=1}^m \omega_i y_i}{\sum_{i=1}^m \omega_i}$ ，其中  $y_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$  为

第  $i$  年的年合计数； $\omega_i$  为第  $i$  年的权数，按自然数列取值，即  $\omega_i = i$ 。

Step6: 计算预测年份的季度平均值  $\overline{y_{m+1}} : \overline{y_{m+1}} = y_{m+1} / n$ 。最后，预测年份第  $j$  季度的预测值为  $y_{m+1,j} = b_j \overline{y_{m+1}}$ 。

## 5.3 实验结果与分析

### (1) 降水量预测

应用季节系数法得到降水量季节系数，通过加权移动平均法求得 2022 年、2023 年的年总降水量，结合季节系数对 2022 年、2023 年每季的降水量进行预测，如表 5.4 所示，

画出 2022 年、2023 年降水量变化如图 5.5 所示。

表 5.4 降水量季节系数与 2022 年每季度降水量

	春季	夏季	秋季	冬季
降水量季节系数	0.2991	0.9288	0.7389	2.0332
2022 年季度降水量	27.88	86.58	68.87	189.52

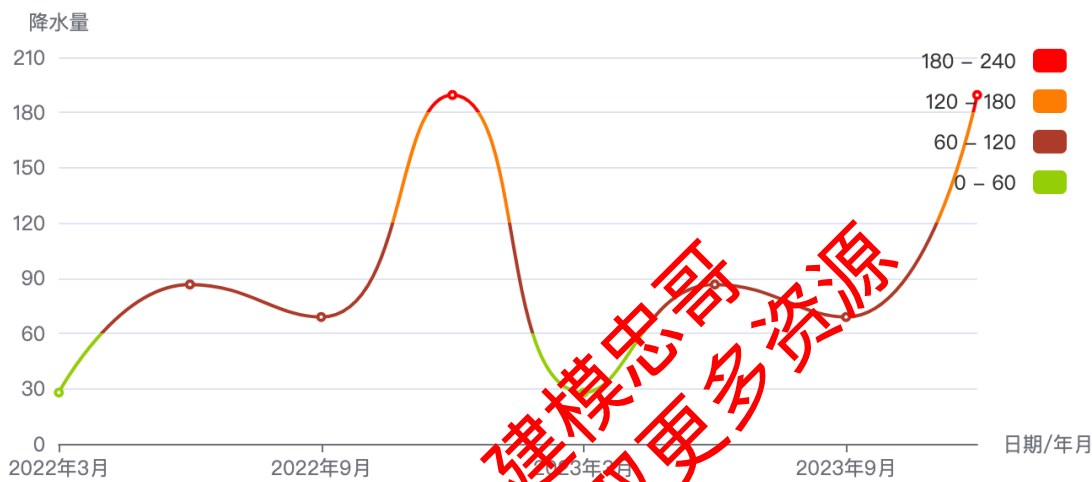


图 5.5 2022 年、2023 年降水量变化预测图

(2) 蒸发量预测

应用季节系数法得到蒸发量季节系数，通过加权移动平均法求得 2022 年、2023 年的年蒸发量，结合季节系数对 2022 年、2023 年每季的蒸发量进行预测，如表 5.5 所示，画出 2022 年、2023 年蒸发量变化如图 5.6 所示。

表 5.5 降水量季节系数与 2022 年每季度降水量

	春季	夏季	秋季	冬季
蒸发量季节系数	1.0259	2.1804	0.7225	0.0712
2022 年季度蒸发量	10.27	21.84	7.24	0.71

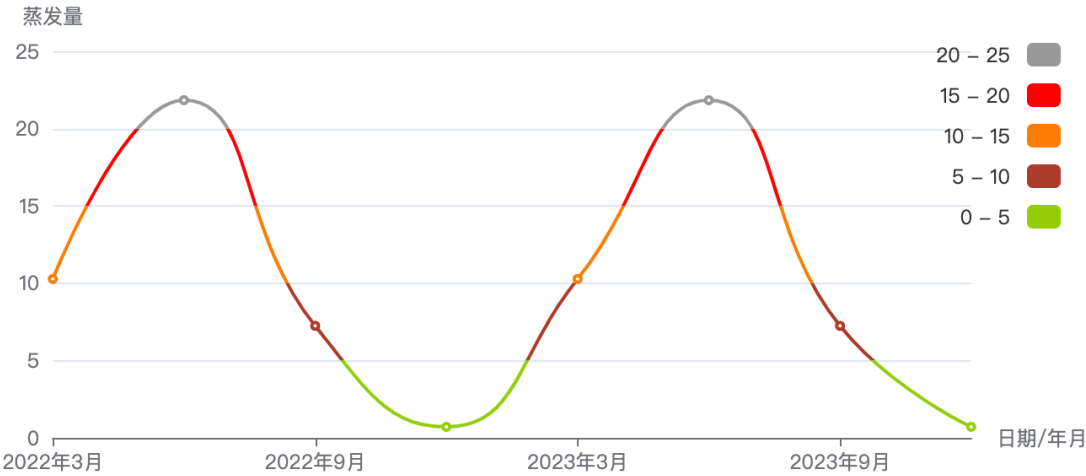


图 5.6 2022 年、2023 年蒸发量变化预测图

(3) 土壤湿度预测

根据上述建立的土壤湿度与蒸发量、降水量关系的公式

$$\frac{d\beta}{dt} = k(R - \phi(E)) + b \tag{5.9}$$

将预测得到的降水量与不同季节不同深度的拟合系数  $k$ 、 $b$  代入式(5.9)，得到 2022 年、2023 年不同深度土壤湿度的值如表 5.6 所示，做出不同深度土壤湿度变化曲线如图 5.7 所示。

表 5.6 2022 年、2023 年不同深度土壤湿度值

年份	月份	10cm 湿度 (kg/m2)	40cm 湿度 (kg/m2)	100cm 湿度 (kg/m2)	200cm 湿度 (kg/m2)
2022	04	13.00	51.78	93.17	164.48
	05	13.90	51.43	92.90	164.48
	06	14.80	51.07	92.62	164.48
	07	15.59	53.88	95.25	164.41
	08	16.37	56.69	97.87	164.34
	09	17.16	59.51	100.50	164.28
	10	16.03	58.75	100.90	164.20
	11	14.90	57.99	101.30	164.13
	12	13.76	57.24	101.70	164.06
2023	01	13.02	57.22	101.71	164.06
	02	12.28	57.21	101.72	164.05
	03	11.53	57.20	101.73	164.05
	04	12.43	56.84	101.45	164.05
	05	13.33	56.49	101.18	164.05
	06	14.23	56.13	100.90	164.05
	07	15.02	58.94	103.53	163.98

	08	15.81	61.75	106.15	163.92
	09	16.59	64.57	108.78	163.85
	10	15.46	63.81	109.18	163.78
	11	14.33	63.05	109.58	163.70
	12	13.20	62.30	109.98	163.63

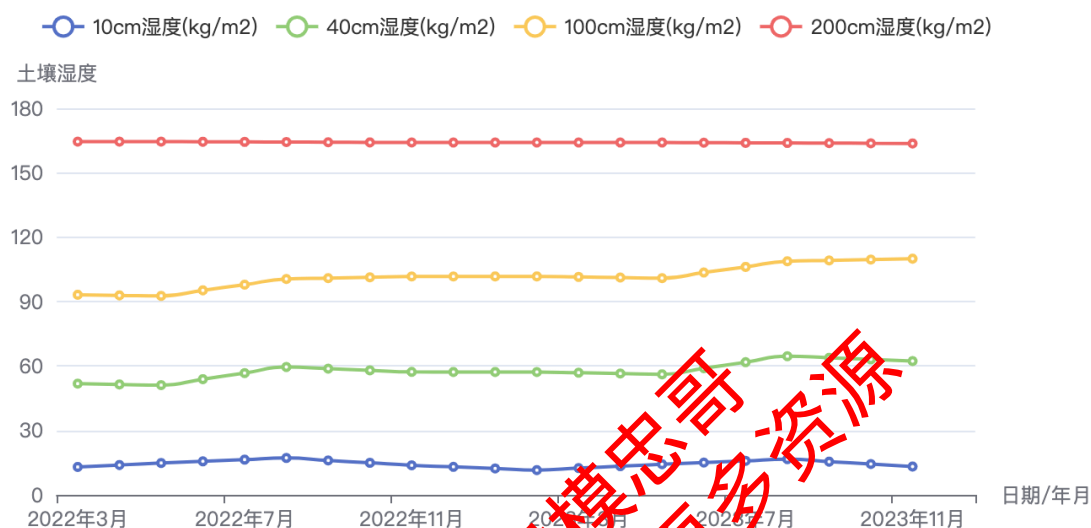


图 5.7 2022 年、2023 年不同深度土壤湿度变化预测图

从图中可以看出，土壤湿度随土壤深度增加而增加，浅层土壤对季节的变化较为敏感，即 10cm 土壤湿度随季节更替变化最大，在夏季时土壤湿度最高，40cm 土壤湿度对季节的变化敏感度次之，对于 100cm 的土壤，其土壤湿度基本保持定值，这与往年的规律是一致的，说明本文模型能准确反映土壤湿度的变化。

#### 5.4 模型改进（基于神经网络的预测模型）与验证分析

上述章节从机理分析的角度建立了基于土壤蒸发与降水数据的土壤湿度微分方程模型，现运用神经网络模型进行改进与验证。在已有数据中选取 70% 作为训练集对神经网络进行训练，取剩下 30% 作为测试集，得到基于神经网络的预测值与实际值变化曲线如图 5.8 所示。



图 5.8 基于神经网络的预测值与实际值变化曲线对比图

神经网络测试集均方根误差为 3.296，说明预测值与真实值较为吻合，神经网络模型可以较为准确地预测土壤湿度的变化。将神经网络预测得到的 2022 年、2023 年土壤湿度曲线与根据机理分析得到的土壤湿度曲线进行对比如图 5.9 所示。



图 5.9 基于神经网络预测得到和基于机理分析预测得到的土壤湿度预测曲线对比图

从图中可以看出，神经网络模型下的土壤湿度变化曲线与机理分析拟合得到的土壤湿度变化曲线大体上较为吻合，上述两种模型都具有合理性，均能较为准确地反映土壤湿度的季节性变化。



## 6 问题三的分析及模型建立与求解

### 6.1 问题描述及分析

问题三是研究不同放牧策略对锡林郭勒草原土壤化学性质影响的数学模型，并预测不同放牧强度下各小区土壤中化学物质的含量。

草原土壤化学性质由 C、N、P、K、其他营养元素和 PH 值衡量，其数学模型不仅要考虑放牧强度对各化学元素含量的影响，还要考虑化学元素之间的相互影响作用。附件 14 提供了锡林郭勒草原监测样地在不同放牧强度下从 2012 年至 2020 年土壤化学物质的含量，对于同一放牧小区，其放牧强度不变，自然环境基本相近，因此可以通过一次指数平滑法对各化学物质的含量进行预测，并选择方差最小的预测值作为 2022 年土壤同期化学物质的预测值。因此，问题三的解答需要分为三步：

- (1) 根据放牧强度对化学性质指标的影响以及化学性质指标之间的相互关系构建矩阵方程模型。
- (2) 对各放牧小区历年的土壤化学物质含量进行数据处理。
- (3) 应用一次指数平滑法预测 2022 年土壤同期化学物质的含量。



图 6.1 问题三求解思路

## 6.2 模型建立与求解

### 6.2.1 不同放牧策略对土壤化学性质影响的机理模型

土壤中化学物质的指标主要包括：土壤有机碳 SOC、土壤无机碳 SIC、土壤全碳 STC、全 N、土壤 C/N 比、钾、磷、土壤 PH 值、土壤中的营养元素（锌、铜、锰、铁、硼等）等。通过整理分析得到衡量土壤化学性质的主要指标为 **C、N、K、P、营养元素、PH 值**。这六种化学元素的含量（其中 PH 值用酸碱度表示）依次对应有含量集

$$V=[v_C, v_N, v_P, v_K, v_{nutrition}, v_{PH}] \quad (6.1)$$

此处仅考虑能被植物吸收再利用的化学元素的含量，而不考虑不被植物吸收的元素含量（例如造成土壤盐碱化的盐含量）。

首先研究放牧强度对土壤化学性质的影响。畜牧密度的大小对土壤化学性质影响存在三种情况，即

$$\phi_s(S, v_j) = \begin{cases} +\psi_s(S, v_j), & i \text{ 对 } j \text{ 为促进作用}, v_j \in V \\ -\psi_s(S, v_j), & i \text{ 对 } j \text{ 为抑制作用}, v_j \in V \\ \pm\psi_s(S, v_j), & i \text{ 对 } j \text{ 为促进/抑制作用}, v_j \in V \end{cases} \quad (6.2)$$

其中  $\psi$  表示放牧强度对土壤化学性质的作用函数， $v_j \in V$  表示化学元素集中的元素， $S$  表示放牧强度。现详细构建放牧强度对每一元素的影响作用模型。

在放牧强度未达到环境容纳量时，由于家畜的采食践踏造成枯落物分解，充分进入土壤，从而提高土壤有机质（主要组成为碳、氮、磷、钾）含量，同时导致 PH 值降低，值得注意的是，土壤全氮含量随着放牧强度的增加而降低。当放牧强度超过环境容纳量，即过度放牧情况下，可能导致草原植被结构被破坏，也破坏了土壤积盐与脱盐平衡，增加了盐分在土壤表面的积累，土壤盐碱化程度加重，从而导致 PH 值变大，土壤中化学元素含量下降。

根据上述分析，得到放牧强度与各化学元素的关系为

$$\phi_s(S, v_j) = \begin{cases} +\psi_s(S, v_j), & S < S_m \\ -\psi_s(S, v_j), & S \geq S_m \end{cases}, j = C, K, P, nutrition, PH \quad (6.3)$$

$$\phi_s(S, v_N) = -\psi_s(S, v_N) \quad (6.4)$$

整合得到放牧强度  $S$  对土壤化学性质的影响关系如下

$$\phi_{S \times 6} = (\pm\psi_s(S, v_C) \quad -\psi_s(S, v_N) \quad \pm\psi_s(S, v_K) \quad \pm\psi_s(S, v_P) \quad \pm\psi_s(S, v_{nutrition}) \quad \pm\psi_s(S, v_{PH})) \quad (6.5)$$

其次研究土壤化学元素之间的相互影响，土壤化学元素之间的影响存在三种情况，即

$$\phi(v_i, v_j) = \begin{cases} +\psi(v_i, v_j), & i \text{ 对 } j \text{ 为促进作用}, v_i \in V, v_j \in V \\ -\psi(v_i, v_j), & i \text{ 对 } j \text{ 为抑制作用}, v_i \in V, v_j \in V \\ \pm\psi(v_i, v_j), & i \text{ 对 } j \text{ 为促进/抑制作用}, v_i \in V, v_j \in V \end{cases} \quad (6.6)$$

其中  $v_i, v_j \in V$  表示化学元素集中的元素， $v_i$  表示自变量， $v_j$  表示因变量， $\psi(v_i, v_j)$  为  $v_i$  对  $v_j$  的作用函数，因此得到表征各个土壤化学性质之间的相互影响的矩阵为

$$\phi_{6 \times 6} = \begin{pmatrix} \phi(v_C, v_C) & \phi(v_C, v_N) & \cdots & \phi(v_C, v_{PH}) \\ \phi(v_N, v_C) & \phi(v_N, v_N) & \cdots & \phi(v_N, v_{PH}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi(v_{PH}, v_C) & \phi(v_{PH}, v_N) & \cdots & \phi(v_{PH}, v_{PH}) \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

现详细构建各化学元素之间的影响作用模型。磷含量多少会影响土壤中凋落物的分解速率、微生物数量及活性以及有机碳和养分的积累，故

$$\phi(v_P, v_C) = +\psi(v_P, v_C) \quad (6.8)$$

钾能够促进植物生理代谢，增强抗逆性，并促进植物对氮素营养的吸收和利用，故土壤中的氮素含量会随钾含量的增加而减少，即

$$\phi(v_K, v_N) = +\psi(v_K, v_N) \quad (6.9)$$

酸碱度的高低会影响植株对养分的吸收，一般作物在中性或近中性土壤生长最适宜。过酸或过碱都会严重抑制土壤微生物的活动，从而影响氮素及其他养分的转化和供应，则土壤中的氮含量会增加。

$$\phi(v_{PH}, v_N) = \begin{cases} +\psi(v_{PH}, v_N), & 6.5 \leq v_{PH} \leq 7.5 \\ -\psi(v_{PH}, v_N), & v_{PH} < 6.5 \cup v_{PH} > 7.5 \end{cases} \quad (6.10)$$

土壤酸度通常与土壤养分的有效性之间存在一定相关性。如土壤磷素在 pH 为 6 时有效性最高，当介质 pH 值低于或高于 6 时，其有效性明显下降。因此，pH 为 6 时，会促进磷元素，从而影响土壤中有机碳和养分的积累。

$$\phi(v_{PH}, v_C) = \begin{cases} +\psi(v_{PH}, v_C), & 6^- \leq v_{PH} \leq 6^+ \\ -\psi(v_{PH}, v_C), & v_{PH} < 6^- \cup v_{PH} > 6^+ \end{cases} \quad (6.11)$$

土壤中锌、铜、锰、铁、硼等营养元素的有效性一般随土壤 pH 值的降低而增高，但钼则相反。连续施用锌、锰、铜肥条件下，可降低土壤 pH 值，增加土壤有机质、速效磷含量，减少土壤碳酸盐含量<sup>[9]</sup>。

$$\phi(v_{nutrition}, v_{PH}) = -\psi(v_{nutrition}, v_{PH}) \quad (6.12)$$

$$\phi(v_{nutrition}, v_C) = +\psi(v_{nutrition}, v_C) \quad (6.13)$$

$$\phi(v_{nutrition}, v_P) = +\psi(v_{nutrition}, v_P) \quad (6.14)$$

基于上述分析，最终汇总得到自互影响矩阵如下所示

$$\phi_{6 \times 6} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\psi(v_K, v_N) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +\psi(v_P, v_C) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +\psi(v_{nutrition}, v_C) & 0 & 0 & \pm\psi(v_{nutrition}, v_P) & 0 & -\psi(v_{nutrition}, v_{PH}) \\ \pm\psi(v_{PH}, v_C) & \pm\psi(v_{PH}, v_N) & 0 & 0 & \pm\psi(v_{PH}, v_{nutrition}) & 0 \end{pmatrix} \quad (6.15)$$

将土壤化学性质的自互影响与放牧强度对土壤化学性质的影响整合可得到表达式

$$\Delta V^T = \phi_{6 \times 6} V^T + \phi_{S1 \times 6}^T S \quad (6.16)$$

$$\begin{pmatrix} \Delta v_C \\ \Delta v_N \\ \Delta v_K \\ \Delta v_P \\ \Delta v_{nutrition} \\ \Delta v_{PH} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\psi(v_K, v_N) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +\psi(v_P, v_C) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +\psi(v_{nutrition}, v_C) & 0 & 0 & \pm\psi(v_{nutrition}, v_P) & 0 & -\psi(v_{nutrition}, v_{PH}) \\ \pm\psi(v_{PH}, v_C) & \pm\psi(v_{PH}, v_N) & 0 & 0 & \pm\psi(v_{PH}, v_{nutrition}) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_C \\ v_N \\ v_K \\ v_P \\ v_{nutrition} \\ v_{PH} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \pm\psi_S(S, v_C) \\ \pm\psi_S(S, v_N) \\ \pm\psi_S(S, v_K) \\ \pm\psi_S(S, v_P) \\ \pm\psi_S(S, v_{nutrition}) \\ \pm\psi_S(S, v_{PH}) \end{pmatrix} S \quad (6.17)$$

## 6.2.2 基于一次指数平滑法的土壤化学物质含量预测

### (1) 数据处理

附件 14 提供了锡林郭勒草原监测样地（12 个放牧小区）在不同放牧强度下 2012-2020 年土壤同期有机碳、无机碳、全 N、土壤 C/N 比等值，要求预测 2022 年各监测样地土壤同期各化学物质的值。

观察附件中数据可以看出，对每一特定的放牧小区，其每年的放牧强度是相同的，因此在放牧强度不变、自然环境相同的条件下，通过 2012-2020 年化学物质的值预测 2022 年该地化学物质的值是合理的。附件所给数据采用一年两采或一年三采的方式，为便于计算，对数据进行平均化处理

$$\begin{cases} x_{\max, year} = \max(x_{i, year}) & i=1,2,3 \\ x_{\min, year} = \min(x_{i, year}) & i=1,2,3 \\ \bar{x}_{i, year} = \frac{x_{\max, year} + x_{\min, year}}{2} \end{cases} \quad (6.18)$$

其中  $\bar{x}_{i, year}$  表示某年经平均处理后的化学物质值， $x_{\max, year}$  表示该年采得的最大值，

$x_{\min, year}$  表示该年采得的最小值。

### (2) 基于一次指数平滑法的土壤化学物质含量预测

移动平均法是根据时间序列资料逐渐推移，依次计算包含一定项数的时序平均数，以反映长期趋势的方法。当时间序列的数值由于受周期变动和不规则变动的影响，起伏较大，不易显示出发展趋势时，可用移动平均法消除这些因素的影响，分析预测序列的长期趋势。

常见的移动平均法有简单移动平均法，加权移动平均法。简单移动平均法算法简单，但易产生较大的预测偏差和滞后。加权移动平均法对近期数据给予较大权重，但权重值的大小需要根据预测者对序列的了解和分析确定，具有较强主观性。一次指数平滑法在对各观测值按时间顺序进行加权平均的同时，能够通过预测误差求得较为准确的权重值 $\alpha$ ，实用性与准确性较强，因此本文采用一次指数平滑法对 2022 年土壤同期有机碳、无机碳、全 N、土壤 C/N 比等值进行预测。

#### 一次指数平滑法步骤

Step1: 选取最初两年实际值的平均值作为初始预测值，即  $S_0^{(1)} = \frac{y_1 + y_2}{2}$ ，那么  $\hat{y}_1 = S_0^{(1)}$

Step2: 根据预测模型  $\hat{y}_{t+1} = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_t$  计算各期预测值

Step3: 比较不同权重 $\alpha$ 下预测标准误差 $S$ 的大小，选取使 $S$ 较小的那个 $\alpha$ 值作为一次指数平滑法的权重。

### 6.3 实验结果与分析

以放牧小区 G17 土壤有机碳 SOC 值为例，通过一次指数平滑法求得计算表如表 6.1 所示，

表 6.1 放牧小区 G17 土壤有机碳 SOC 值及预测值

年份	SOC 土壤有机碳 $y_t$	预测值 $\hat{y}_t$ $\alpha = 0.3$	预测值 $\hat{y}_t$ $\alpha = 0.6$	预测值 $\hat{y}_t$ $\alpha = 0.9$
2012	13.9735	13.8603	13.8603	13.8603
2014	13.7471	13.8943	13.9283	13.9622
2016	14.9617	13.8501	13.8196	13.7686
2018	14.8161	14.1836	14.6919	14.8424
2020	13.8616	14.3734	14.6916	14.8188

从表 6.1 可以看出， $\alpha=0.3, 0.6$  和  $0.9$  时，预测值有所不同，为寻找最精确的预测值，分别计算三种情况下的预测标准误差 $S$ ，得到标准误差如表 6.2 所示。

表 6.2  $\alpha=0.3, 0.6$  和  $0.9$  时的标准误差

$\alpha$	0.3	0.6	0.9
$S$	1.1113	0.9690	0.9121

计算结果表明， $\alpha=0.9$  时，预测标准误差较小，故选取  $\alpha=0.9$ ，预测 2022 年放牧小区 G17 土壤有机碳 SOC 值为  $\hat{y}_{2022} = 14.8167$ 。应用一次指数平滑法进行预测可以较为准确地反映土壤有机物含量的变化。

对不同放牧强度下的各放牧小区 2022 年同期化学物质含量预测如表 6.3 所示。

表 6.3 各放牧小区 2022 年同期化学物质含量预测值

放牧强度	Plot 放牧小区	SOC 土壤有机碳	SIC 土壤无机碳	STC 土壤全碳	全 N	土壤 C/N 比
NG	G17	16.65	6.16	23.04	2.09	11.09
	G19	17.21	4.48	21.88	2.17	10.09
	G21	19.89	4.24	24.14	2.40	10.16
LGI	G6	14.49	3.28	18.03	2.00	9.09
	G12	15.67	3.94	20.13	1.89	10.45
	G18	19.02	7.22	26.51	2.23	11.91
MGI	G8	14.42	2.07	16.44	1.94	8.60
	G11	14.76	3.56	18.50	1.95	9.44
	G16	14.69	10.15	24.57	1.71	15.13
HGI	G9	17.02	3.55	20.36	2.21	9.29
	G13	16.49	3.75	20.26	2.08	9.81
	G20	15.91	4.79	20.84	2.03	10.28

## 7 问题四的分析及模型建立与求解

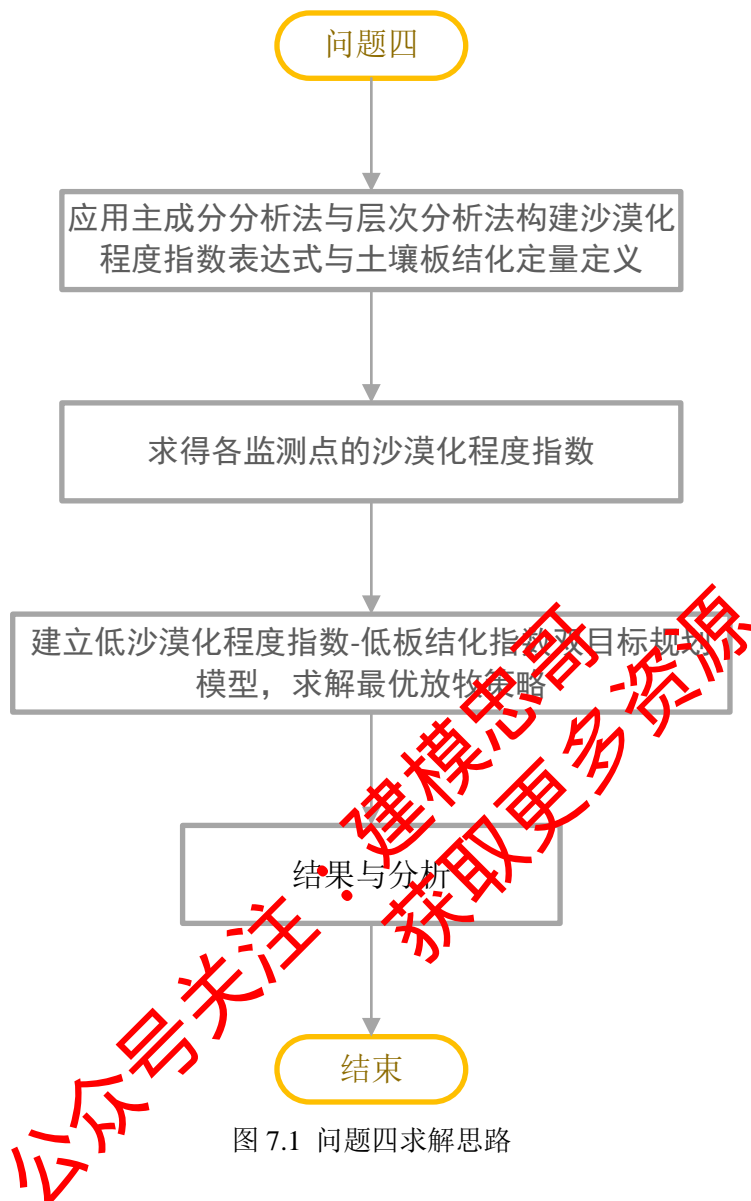
### 7.1 问题描述及分析

问题四是研究如何构建沙漠化程度指数预测模型，并以此计算监测点的沙漠化程度指数值，同时研究土壤板结化的定量定义，得到在沙漠化和板结化最小的情况下的放牧策略。

对沙漠化程度指数的评价指标进行主成分分析与层析分析法分析可以得到沙漠化程度指数与各主成分因子的表达式，再根据附件中所给监测点的实际数据测算得到其沙漠化程度指数。同样通过主成分分析与层次分析法得到土壤板结化的定量定义，最后建立低沙漠化程度指数-低板结化指数双目标规划模型，得到最优放牧策略。因此，问题四的解答可以分为以下三步：

- (1) 应用主成分分析和层次分析法得到沙漠化程度指数表达式以及土壤板结化定量定义式。
- (2) 根据附件所给数据计算各监测点的沙漠化程度指数。
- (3) 建立低沙漠化程度指数-低板结化指数双目标规划模型，计算求得最优放牧策略。





## 7.2 模型建立与求解

### 7.2.1 基于主成分分析法和层次分析法的沙漠化程度评价模型

沙漠化程度指数(SM)表征土壤沙漠化的进程，SM 越大说明土壤沙漠化越严重。为了衡量沙漠化程度指数，本研究抽取了标准羊单位、草场面积、放牧压力、人口数、经济年净收入、人均年净收入、植被指数(NDVI)、径流量、年平均气温、年平均风速、年平均降水量、低层植被等 12 个评价对象  $x_i$ 。即

$$X = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}] \quad (7.1)$$

为简化分析，通过主成分分析将多个变量通过线性变化得到较少个数的重要变量，即

$$\begin{cases} Q_D = \sum_{i=1}^{12} \zeta_{i;D} x_i \\ Q_A = \sum_{i=1}^{12} \zeta_{i;A} x_i \\ Q_{Re} = \sum_{i=1}^{12} \zeta_{i;Re} x_i \end{cases} \quad (7.2)$$

### 主成分分析法步骤

Step1: 将原始数据标准化处理, 即  $\tilde{x}_j = \frac{x_j - \mu_j}{s_j}, j = 1, 2, \dots, m$ 。

Step2: 计算相关性系数矩阵  $R = (r_{ij})_{m \times m}$ , 有  $r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n \tilde{a}_{ki} \cdot \tilde{a}_{kj}}{n-1}, i, j = 1, 2, \dots, m$ 。

Step3: 计算特征值和特征向量  $y_i = u_{1i} \tilde{x}_1 + u_{2i} \tilde{x}_2 + \dots + u_{mi} \tilde{x}_m, i = 1, 2, \dots, m$ 。

Step4: 选择特征  $p(p \leq m)$  个主成分, 计算综合得分值。

经 Bartlett 检验得到对应  $P$  值为 0.001 ( $< 0.05$ ), 说明主成分分析过程合理。由特征向量组成 3 个新的指标变量, 即 3 个主成分, 总贡献率达到了 90.113%, 说明几乎可反映数据的所有信息量。因此最终提取出沙漠化相关指标主成分为**地表因子强度** $Q_D$  (植被指数、低层植被等)、**气象因子强度** $Q_A$  (年平均气温、年平均降水、年平均风速等) 和**人文因子强度** $Q_{Re}$  (人口数量、放牧压力、经济年收入等)。

对得到的 3 个主成分利用层次分析法进行综合评价, 以期得到如下表达式

$$SM = \eta_s \cdot \sum_{i=1}^n S_{Q_i} = \eta_s \cdot \sum_{i=1}^n (Q_i \cdot \varepsilon_{c_i}) \quad (7.3)$$

其中  $SM$  表示沙漠化程度指数;  $\eta$  为调节系数, 用来修正模型;  $n$  为模型中指标因子的个数;  $Q_i$  为第  $i$  个因子的因子强度,  $\varepsilon_{c_i}$  为因子权重系数;  $S_{Q_i}$  为第  $i$  个因子对沙漠化程度的贡献值, 定义  $S_{Q_i} = Q_i \cdot \varepsilon_{c_i}$ , 即因子对沙漠化程度的贡献值等于因子强度与因子权重系数的乘积<sup>[10]</sup>。

### 层次分析法步骤

Step1: 建立目标层-准则层-方案层阶梯层次结构模图。

Step2: 构造出各层次中的所有判断矩阵  $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 。

Step3: 层次单排序及利用一致性指标  $CI = \frac{\lambda - n}{n - 1}$  进行一致性检验。

Step4: 层次总排序及利用一致性指标  $CR = \frac{a_1 CI_1 + a_2 CI_2 + \dots + a_m CI_m}{a_1 RI_1 + a_2 RI_2 + \dots + a_m RI_m}$  进行一致性检验。

利用层次分析法进行综合评价，通过判断矩阵计算得到 CI 值为 0.043，针对 RI 值查表为 0.520，计算得到 CR 值为 0.083<0.1，意味着本次研究判断矩阵满足一致性检验，计算所得权重具有一致性。最终得到综合评价模型为：

$$SM = \eta_s(\varepsilon_D Q_D + \varepsilon_A Q_A + \varepsilon_{Re} Q_{Re}) = \eta_s(-0.6194Q_D - 0.2842Q_A + 0.0964Q_{Re}) \quad (7.4)$$

### 7.2.2 基于曲线拟合和层次分析法的板结化程度评价模型

土壤板结化是指土壤表层因缺乏有机质而结构不良,干燥后受内聚力作用使土面变硬的现象。土壤板结化与土壤有机物、土壤湿度和土壤的容重有关，其数学模型可定性描述为

$$B = f(W, C, O) \quad (7.5)$$

土壤湿度  $W$  越少，容重  $C$  越大，有机物含量  $O$  越低，土壤板结化程度  $B$  越严重。利用层次分析法进行综合评价，通过判断矩阵计算得到 CI 值为 0.002，针对 RI 值查表为 0.520，计算得到 CR 值为 0.004<0.1，意味着本次研究判断矩阵满足一致性检验，计算所得权重具有一致性。因此可以得到土壤板结化程度指标  $B$  的影响因子土壤湿度  $W$ 、容重  $C$ 、有机物含量  $O$  的表达式为

$$B = \eta_B(\varepsilon_W Q_W + \varepsilon_C Q_C + \varepsilon_O Q_O) = \eta_B(-0.1223Q_W + 0.2299Q_C - 0.6479Q_O) \quad (7.6)$$

### 7.2.3 低沙漠化程度-低板结化程度双目标规划模型

为了得到沙漠化程度最小且板结化程度最小的放牧策略模型，对此建立多目标规划模型

$$\begin{aligned} \min SM(S) &= \eta_s \sum_{D,A,R} \varepsilon_i Q_i(S) \\ \min B(S) &= \eta_B \sum_{W,C,O} \varepsilon_j Q_j(S) \end{aligned} \quad (7.7)$$

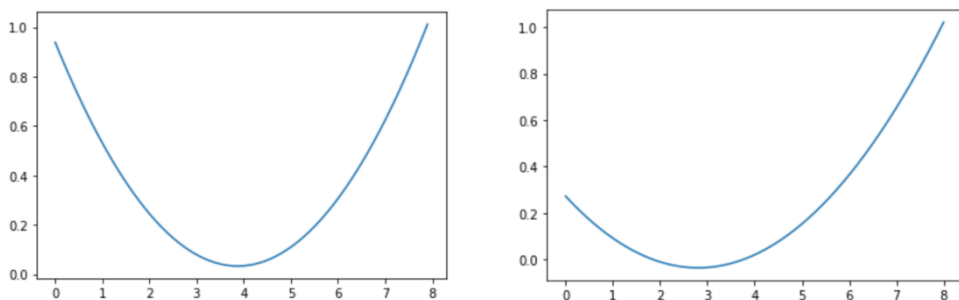
通过分析可以得到，沙漠化程度指数中的地表因子、人文因子都与放牧强度存在内蕴函数关系，板结化程度指数中的湿度因子、容重因子、有机物含量因子也同样与放牧强度存在内蕴函数关系。为通过规划放牧策略从而实现沙漠化程度与板结化程度最小，则需要在一个固定时间、地域、气候环境下，讨论放牧策略与两个程度指数之间的具体联系，根据张蕴薇<sup>[4]</sup>测得的数据，拟合之后得到了沙漠化和板结化评价指标关于放牧强度表达式如下：

$$SM(S) = 0.0603S^2 - 0.4674S + 0.9381 \quad (7.8)$$

$$B(S) = 0.0392S^2 + 0.2199S - 0.2713 \quad (7.9)$$

沙漠化程度  $SM(S)$  和板结化程度  $B(S)$  关于放牧强度  $S$  的函数曲线如图 7.2，通过分析

可以得到，沙漠化程度数值越大，说明沙漠化越严重，情况越恶劣，板结化程度同理。从图中可以看出，在气候条件一致的情况下，适度放牧对于沙漠化程度与板结化程度均有缓解作用，过度放牧均会加强沙漠化程度与板结化程度，即轻牧>无牧>重牧，这与实际情况也较为吻合，验证了模型的正确性。



(a) SM 关于 S 的变化曲线

(b) B 关于 S 的变化曲线

图 7.2 沙漠化、板结化程度指标关于放牧强度 S 的变化曲线

考虑沙漠化与板结化对于该生态系统土壤条件影响生物生长的抑制程度<sup>[11]</sup>，利用加权系数法将多目标模型转化为单一目标模型，取  $\alpha=0.5$ ，得到表达式

$$\begin{cases} \min Score = \alpha[\eta_s \sum_{D,A,R} \varepsilon_i Q_i(S)] + (1-\alpha)[\eta_B \sum_{V,C,O} \varepsilon_j Q_j(S)] \\ \min Score = 0.04S^2 - 0.11S + 0.27 \\ s.t. S \geq 0 \end{cases} \quad (7.10)$$

### 7.3 实验结果与分析

#### 7.3.1 不同监测点的沙漠化程度评价结果

根据附件 3、4、8、9、10、13 中 2018-2020 年 4 个牧户的 12 组监测点数据（不同放牧强度下）的相关指标，经标准化后带入计算主成分强度，再根据层次分析法进行综合评价，得到该放牧强度下监测点的沙漠化程度指数如下表 7.1 所示，其中简单列举了 3 个标准化后的重要指标辅以分析。

表 7.1 不同监测点在一定放牧强度下的沙漠化程度指数

监测点	年份	牧户	放牧压力	植被指数	径流量	沙漠化程度指数
1	2018	1	0.1887	0.9978	0.9882	0.0114
2	2018	2	0.0746	1	1	0.0327
3	2018	3	1	0.9992	0.8847	0.0449
4	2018	4	0.1143	0.8923	0.9274	0.0022
5	2019	1	0.1798	0.0004	0.0542	0.2350
6	2019	2	0.0249	0	0.0679	0.2769
7	2019	3	0.7268	0.0005	0.0551	0.3409
8	2019	4	0.1143	0.0013	0.0549	0.1596

9	2020	1	0.1404	0.8206	0.0008	0.0764
10	2020	2	0	0.8321	0	0.1043
11	2020	3	0.7984	0.8194	0.0013	0.1370
12	2020	4	0.1386	0.8254	0.0001	0.0591

沙漠化程度指数 (SM) 从数学的角度界定沙漠化程度, 采用一定的分级标准使得其与沙漠化程度相对应。把沙漠化程度划分为五类: 非沙漠化、轻度沙漠化、中度沙漠化、重度沙漠化和极重度沙漠化, SM 采用 0~1 标度法, 如表 7.2 所示。

表 7.2 沙漠化程度及沙漠化程度指数划分标准

划分内容	划分类型				
沙漠化程度	非沙漠化	轻度沙漠化	中度沙漠化	重度沙漠化	极重度沙漠化
沙漠化程度指数	[0,0.20]	(0.20,0.40]	(0.40,0.60]	(0.60,0.80]	(0.80,1.00]

通过计算结果可以看出 12 个检测点中 9 个监测点均处于非沙漠化状态, 经过分析可以得到, 其土壤状态优越的原因不仅是因为该监测点的地表条件较为优越, 同时因为其气候条件较为湿润适宜、降水量丰富, 放牧压力也较小。其中 5.6.7 号监测点由于放牧压力大, 地表条件较差, 因此面临轻度沙漠化的风险, 与实际检测指标对比后发现两者判断结果一致。

### 7.3.2 低沙漠化程度-低板结化程度下的最佳放牧策略

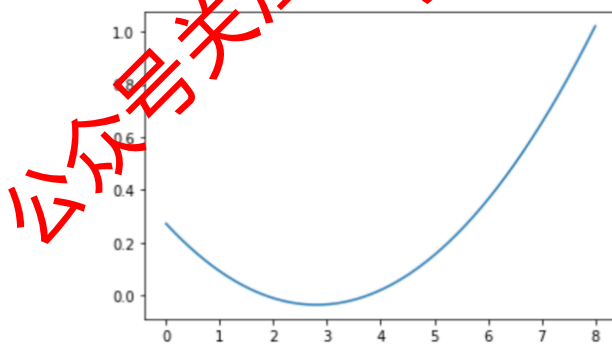


图 7.3 目标函数关于放牧强度 S 的变化曲线

根据式(7.10)中的目标函数, 得到其曲线图如图 7.3 所示, 函数值越大代表土壤沙漠化或板结化程度越严重, 也就是土壤的条件越恶化。通过计算机求解得到目标函数在决策变量  $S=3.1717$  时取得最小值, 说明在此放牧强度之下, 土壤沙漠化或板结化程度最轻。而此最佳放牧策略下时的放牧处于轻牧与中牧之间, 与上述结论和实际情况皆吻合。

## 8 问题五的分析及模型建立与求解

### 8.1 问题描述及分析

问题五是研究在给定的降水量（300mm,600mm,900mm 和 1200mm）情形下，在保持草原可持续发展情况下对草场内放牧羊的数量进行求解，找到最大阈值。附件 15 提供了 2016-2020 年不同小区在不同放牧强度下牧前与四轮牧后植物的监测指标数据，附件 14 提供了对应小区土壤化学物质的含量。

在问题一的分析建模中已经构建了放牧强度对植被生物量影响的数学模型，要想保证可持续发展，在提高放牧数量的同时必须保证植被生物量的变化量为正值，否则土地将日渐贫瘠。在此基础上，建立评价模型分析如何实现自然和经济的双赢，进一步深化可持续定义。因此，问题五的解答可以分为以下三步

- (4) 以特定背景为例，拟合得到放牧强度对植被生物量影响的数学模型中的各参数。
- (5) 求解在不同降水量情形下草场放牧羊的最大阈值。
- (6) 建立高经济效益-多植被增长率双目标优化模型，深化可持续定义，实现自然与经济双赢。

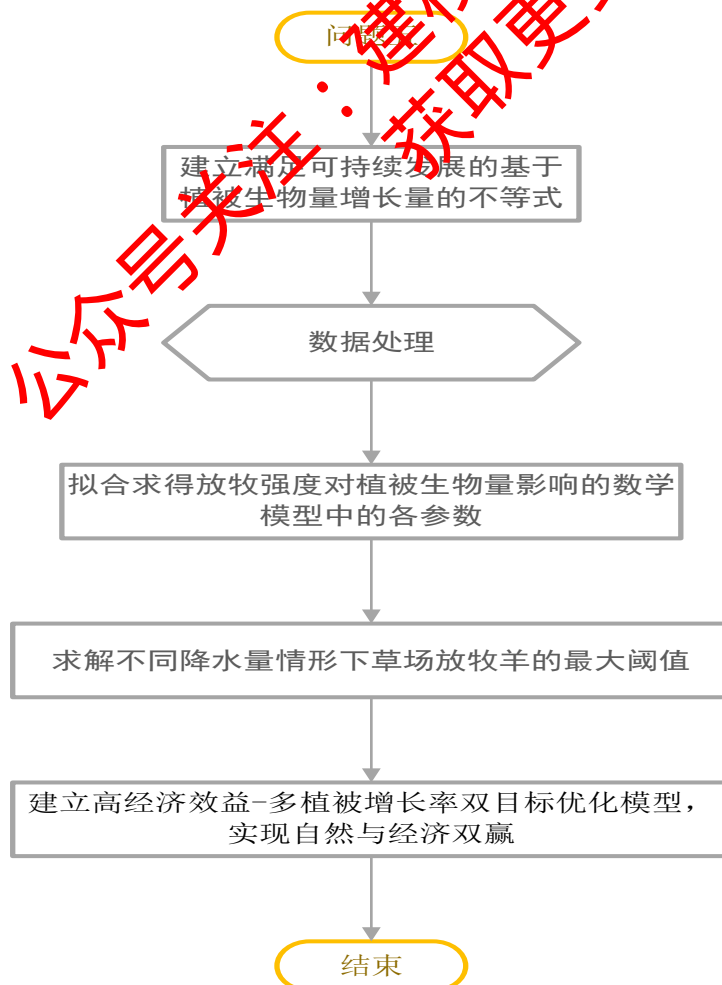


图 8.1 问题五求解思路



## 8.2 模型建立与求解（可持续化条件下不同放牧策略对植被生物量影响的机理模型）

通过问题一的分析已经得到放牧强度对植被生物量影响的数学模型，即

$$\frac{dw}{dt} = r\beta w(1 - \frac{w}{w_m}) + k_1 Sw - 0.2SU \quad (9.1)$$

其中  $w$  表示植被生物量， $r$  表示植被的内禀增长率， $\beta$  表示土壤含水率， $w_m$  表示资源和环境所能容纳的最大植被生物量， $k_1$  表示修正系数， $S$  表示单位面积畜牧密度， $U$  表示牲畜采食的天数。

附件 15 提供了 2016-2020 年不同小区在不同放牧强度下牧前与四轮牧后植物的监测指标数据。对于不同的植物群落功能群，其生长特性也有所不同，内禀增长率也有所不同，即

$$r = \begin{cases} r_{AB} & AB = [\text{猪毛菜, 刺藜, 女娄菜}] \\ r_{PB} & PB = [\text{大针茅, 糙隐子草}] \\ r_{PF} & PF = [\text{瓣蕊唐松草, 糙叶黄芪, 乳白黄芪,} \\ & \quad \text{双齿葱, 细叶葱, 知母, 蒙古葱, 黄花草}] \\ r_{PR} & PR = [\text{羊草, 米氏冰草, 芨芨草}] \end{cases} \quad (9.2)$$

对于不同的小区，其放牧强度与放牧天数也有所不同，这两者之间的关系为

$$U = \begin{cases} 0 & S=0 (\text{无牧}) \\ 3 & S=2 (\text{轻牧}) \\ 6 & S=4 (\text{中牧}) \\ 12 & S=8 (\text{重牧}) \end{cases} \quad (9.3)$$

整理得到

$$U = 1.5S \quad (9.4)$$

在已知土壤湿度、放牧天数和植被生物量的情况下，对不同放牧小区的数据进行拟合，得到不同植物群落功能群的内禀增长率、最大植被生物量和修正系数。

可持续发展是科学发展观的基本要求之一，持续性原则的核心是人类的经济和社会发展不能超越资源与环境的承载能力。要实现可持续发展，即要求在一定的放牧强度下，经过牲畜采食后，植被仍能保持增长趋势，即

$$\frac{dw}{dt} = r\beta w(1 - \frac{w}{w_m}) + k_1 Sw - 0.2SU \geq 0 \quad (9.5)$$

求解不等式(8.5)即可求得实验草场内放牧羊数量的最大阈值。

## 8.3 实验结果与分析

### (1) 数据处理

放牧实验分别在 12 个放牧小区采样，统一在取样带采集 5 个 1m\*1m 的样方，由此得到该放牧小区的植被生物量，对于五个样方，其随时间的变化趋势基本一致，故对五个样方的植被生物量进行平均处理，即

$$\bar{w} = \sum_{i=1}^5 w_i \quad (9.6)$$

其中  $\bar{w}$  表示某一放牧小区的平均植被生物量， $w_i$  表示某一放牧小区第  $i$  个样方的植被生物量。

考虑到在同一经纬度地区，土壤湿度基本保持不变，故根据附件 15 中的实验时间选取附件 3 中对应时间的土壤湿度作为该次放牧时的统一土壤湿度。

#### (2) 可持续条件下草场内放牧强度最大阈值求解

由于不同植物群落功能群的内禀增长率不同，其草场内放牧羊数量的最大阈值也有所不同，故此处仅以大针茅为例，通过拟合求得植被生物量的变化量为

$$\frac{dw}{dt} = 0.006125\beta w \left(1 - \frac{w}{3877}\right) + 0.00386w - 3S^2 \quad (9.7)$$

对于降水量分别为 300mm, 600mm, 900mm, 1200mm 的情况，根据问题二所建模型预测其土壤湿度，要实现可持续发展，将土壤湿度代入式(9.7)得到草场内放牧羊数量最大阈值如表 8.1 所示。

表 8.1 不同降水量下草场内放牧羊数量最大阈值

降水量	草场内放牧羊数量最大阈值
300mm	4.48
600mm	5.44
900mm	5.45
1200mm	6.55

根据计算结果可以看出，随着降水量增大，草场内放牧羊数量的最大阈值也随之增大。这是由于随着降水量增大，土壤湿度也随之增加，促进了植被的生长，因此能够承受的最大放牧羊数也有所增加，这进一步说明了问题一所建模型的正确性。

### 8.4 模型改进与拓展（高经济效益-高植被生物量增长率双目标优化模型）

值得注意的是，上述模型求得的最大阈值只是一种理想情况，只能保证在降水量不变的情况下植物生长速度与牲畜采食速度相同，但无法抵御自然环境的变化。而可持续发展要求经济发展模式指既满足代人的需求，又不损害后代人满足其需求的能力，从而满足自然与经济的双赢，在经济发展的同时更应该保证自然环境不断改善，从而进入良性循环。

优化目标：(1) 经济效益尽可能高。(2) 自然环境不断改善。因此定义经济效益为  $M$ ，自然环境以植被生物量的增长量来衡量。

目标函数：采用高经济效益-多植被生物量增长率双目标优化模型，即同时优化经济效益和植被生物量增长率，目标函数可定义为：

$$\max M \quad (9.8)$$

$$\max \frac{dw}{dt} \quad (9.9)$$

决策变量: (1) 决策变量  $S$  为畜牧强度。(2) 决策变量  $\lambda_i$  为不同放牧方式对单位面积牲畜密度的影响

目标函数中的  $M$  和  $\frac{dw}{dt}$  可以通过决策变量表示为

$$\begin{cases} M = M_1 S \\ \frac{dw}{dt} = r\beta w(1 - \frac{w}{w_m}) + k_1 \lambda_i S w \end{cases} \quad (9.10)$$

其中  $M_1$  表示卖出每单位羊获得的收益。

约束条件: (1) 畜牧强度需为正数, 即  $S \geq 0$

(2) 卖出每单位羊获得的收益需为正数, 即  $M_1 \geq 0$

综上所述, 所建立的双目标优化模型可以表述为

$$\begin{aligned} & \max M \\ & \max \frac{dw}{dt} \\ & \text{s.t.} \begin{cases} S \geq 0 \\ M_1 \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (9.11)$$

## 9 问题六的分析及模型建立与求解

### 9.1 问题描述及分析

问题六是研究示范牧户放牧策略和问题 4 中放牧策略情况下土地状态 (土壤肥力、土壤湿度、植被覆盖) 的变化。附件 13 提供了 4 个示范牧户的牲畜数量调查情况, 应用 Moore 型元胞自动机对土壤状态的演化过程进行仿真, 并通过仿真结果验证前文模型的正确性。

问题六的解答可以分为以下三步:

- (1) 根据题目背景设置 Moore 型元胞自动机的演化规则。
- (2) 应用 Moore 型元胞自动机演示演化过程。
- (3) 对演化结果进行分析, 并验证前文模型是否正确。

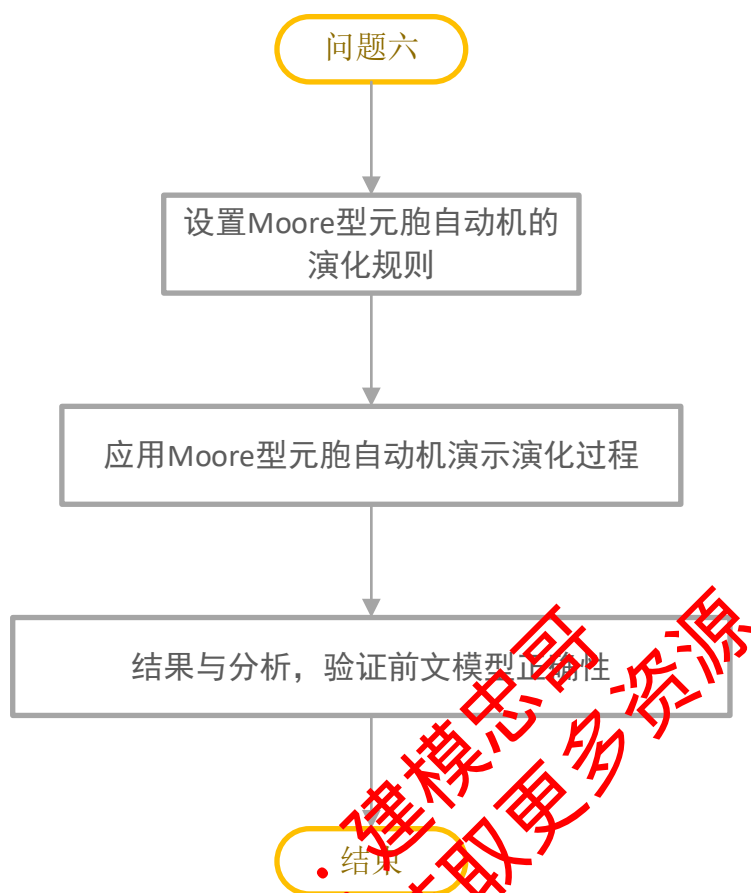


图 9.1 问题六求解思路

## 9.2 模型建立与求解（基于蒙特卡洛的自适应改进型元胞自动机）

为预测并模拟演示 2013 年 9 月内蒙古锡林郭勒草原生态条件的变化，不妨假设在一块 100 单位面积\*100 单位面积的草原上放入放牧强度为  $S$  的单位羊，应用 Moore 型元胞自动机对草原在不同放牧强度下土壤肥力、土壤湿度、植被覆盖的演化过程进行仿真。

Moore 型元胞自动机的演化规则为

$$Cell_{i,j}^{t+1} = f(Cell_{i-1,j-1}^t, Cell_{i-1,j}^t, Cell_{i+1,j}^t, ..., Cell_{i+1,j+1}^t) \quad (10.1)$$

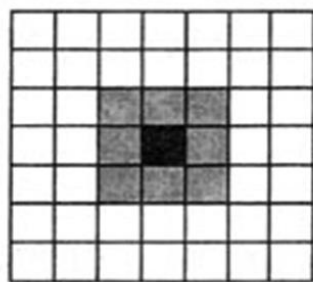


图 9.2 Moore 型元胞自动机邻居模型

- [规则 1] 元胞属性：Cell 为元胞空间，元胞有 5 个属性值，分别代表牧羊状态、累计

踩踏次数、土壤肥力、土壤湿度和植被覆盖量，记作式(9.2)，其初始化结果如式(9.3)所示。

$$Cell = (State \ T \ F \ W \ \alpha) \quad (10.2)$$

$$Cell_{i,j}^0 = (State_0 \ T_0 \ F_0 \ W_0 \ \alpha_0) \quad (10.3)$$

- **[规则 2] 元胞状态：**元胞有 2 类不同状态，分别表征该元胞有羊和该元胞无羊。该元胞有羊时，通过  $State_{i,j}^t$  的具体值可以明确该元胞处羊的数量。
- **[规则 3] 累计踩踏次数：**在每次状态更新的过程中，当元胞牧羊状态为  $State_{i,j}^t \neq 0$  时，该元胞的累计踩踏次数直接增加  $\gamma State_{i,j}^t$ ；当同一时刻周围 8 个相邻元胞中有  $\sum_{i'=i-1}^{i+1} \sum_{j'=j-1}^{j+1} State_{i',j'}^t$  个元胞牧羊状态  $State_{i',j'}^t \neq 0$  时，由于羊的活动范围自由，周围 8 个相邻元胞均存在被轻踩的情况，该元胞的累计踩踏次数还需增加  $k_T \gamma \sum_{i'=i-1}^{i+1} \sum_{j'=j-1}^{j+1} State_{i',j'}^t$ ，即

$$T_{i,j}^{t+1} = T_{i,j}^t + \gamma State_{i,j}^t + k_T \gamma \sum_{i'=i-1}^{i+1} \sum_{j'=j-1}^{j+1} State_{i',j'}^t \quad (10.4)$$

- **[规则 4] 土壤肥力：**由于羊群踩踏对于土壤肥力存在促进/抑制作用，当累计踩踏次数低于  $T_{Fm}$  次时，踩踏对于土壤肥力的影响是正面的；当累计踩踏次数高于  $T_{Fm}$  次时，踩踏对于土壤肥力的影响是负面的，即

$$F_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} F_0 + k_{F,positive} T_{i,j}^t, & T_{i,j}^t \leq T_{Fm} \\ F_0 + k_{F,positive} T_{Fm} - k_{F,negative} T_{i,j}^t, & T_{i,j}^t > T_{Fm} \end{cases} \quad (10.5)$$

- **[规则 5] 土壤湿度：**由于羊群踩踏对于土壤湿度存在促进/抑制作用，当累计踩踏次数低于  $T_{Wm}$  次时，踩踏对于土壤肥力的影响是正面的；当累计踩踏次数高于  $T_{Wm}$  次时，踩踏对土壤湿度的影响是负面的，即

$$W_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} W_0 + k_{W,positive} T_{i,j}^t, & T_{i,j}^t \leq T_{Wm} \\ W_0 + k_{W,positive} T_{Wm} - k_{W,negative} T_{i,j}^t, & T_{i,j}^t > T_{Wm} \end{cases} \quad (10.6)$$

- **[规则 6] 植被覆盖演化：**此演化由两大部分组成，分别为牧羊啃食部分  $\Delta \alpha_{feed\ i,j}^t$  和植被生长部分  $\Delta \alpha_{grow\ i,j}^t$ 。对于牧羊啃食部分，当元胞牧羊状态  $State_{i,j}^t \neq 0$  时，由于羊群直接啃食，下一时刻植被覆盖量减少  $\sigma State_{i,j}^t$ ；当同一时刻周围 8 个相邻元胞中有  $\sum_{i'=i-1}^{i+1} \sum_{j'=j-1}^{j+1} State_{i',j'}^t$  个元胞牧羊状态  $State_{i',j'}^t \neq 0$  时，由于羊的活动范围自由，周围 8 个相邻元胞均存在被啃食的情况，下一时刻植被量还需减少  $k_\alpha \sigma \sum_{i'=i-1}^{i+1} \sum_{j'=j-1}^{j+1} State_{i',j'}^t$ 。对于植被生

长部分  $\Delta\alpha_{grow}$ ，基于这一时刻的植被覆盖量、土壤肥力、土壤湿度，可在问题一模型的基础上完善元胞生长演化规则。

$$\alpha_{i,j}^{t+1} = \alpha_{i,j}^t + \Delta\alpha_{feed\ i,j}^t + \Delta\alpha_{grow\ i,j}^t \quad (10.7)$$

$$\Delta\alpha_{feed\ i,j}^t = \sigma State_{i,j}^t + k_{\alpha} \sigma \sum_{i'=i-1}^{i+1} \sum_{j'=j-1}^{j+1} State_{i',j'}^t \quad (10.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\alpha_{grow\ i,j}^t = r_{F,W;\alpha} \alpha_{i,j}^t (1 - \frac{\alpha_{i,j}^t}{\alpha_m}) \\ r_{F,W;\alpha} = r_{\alpha} \times k_{F;\alpha} \times k_{W;\alpha} \\ k_{F;\alpha} = \frac{F_{i,j}^t}{F_0} \\ k_{W;\alpha} = 1 - \frac{(W_{i,j}^t - W_0)(W_{i,j}^t - 2W_m)}{W_0} \end{array} \right. \quad (10.9)$$

考虑到放牧天数会对草场生态状态的演化造成影响，不妨设示范牧户与问题四中放牧策略都放牧 3 天，分别在附件 13 的示范牧户放牧强度下与问题 4 中得到的放牧强度下运行元胞自动机，得到放牧 3 天中每天的土壤湿度、土壤肥力、植被覆盖的情况。

同时，记录放牧后一段时间内的植被覆盖演变情况，以模拟实际常用放牧策略生长期休牧情况下，结束放牧后无牧时段过程中植被生长的恢复情况。为便于描述，附件 13 的示范牧户放牧策略简称为“示范牧户放牧策略”，问题 4 中得到的放牧方案简称为“最佳放牧策略”。

建立 100 单位面积\*100 单位面积矩阵，在放牧的初始时刻利用蒙特卡洛思想，在草原上随机选取位置放入羊，为模拟附件 13 的示范牧户土壤生态情况演变，设定示范牧户 1、2、3、4 在草原上的实际面积分布为 1: 1: 1: 1，如图 9.3 所示，根据附件 13 得到其畜牧密度如表 9.1 所示。

表 9.1 各示范牧户畜牧密度

示范牧户	畜牧密度
1	2.68
2	2.13
3	5.38
4	2.49



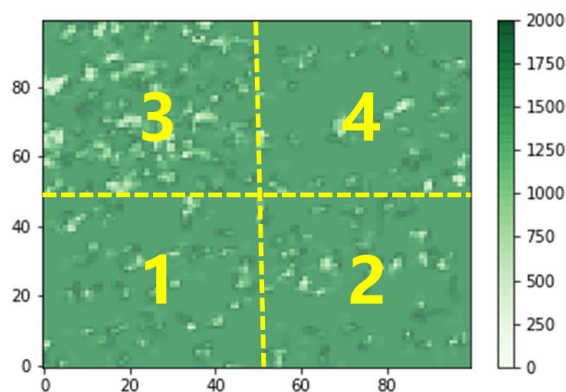
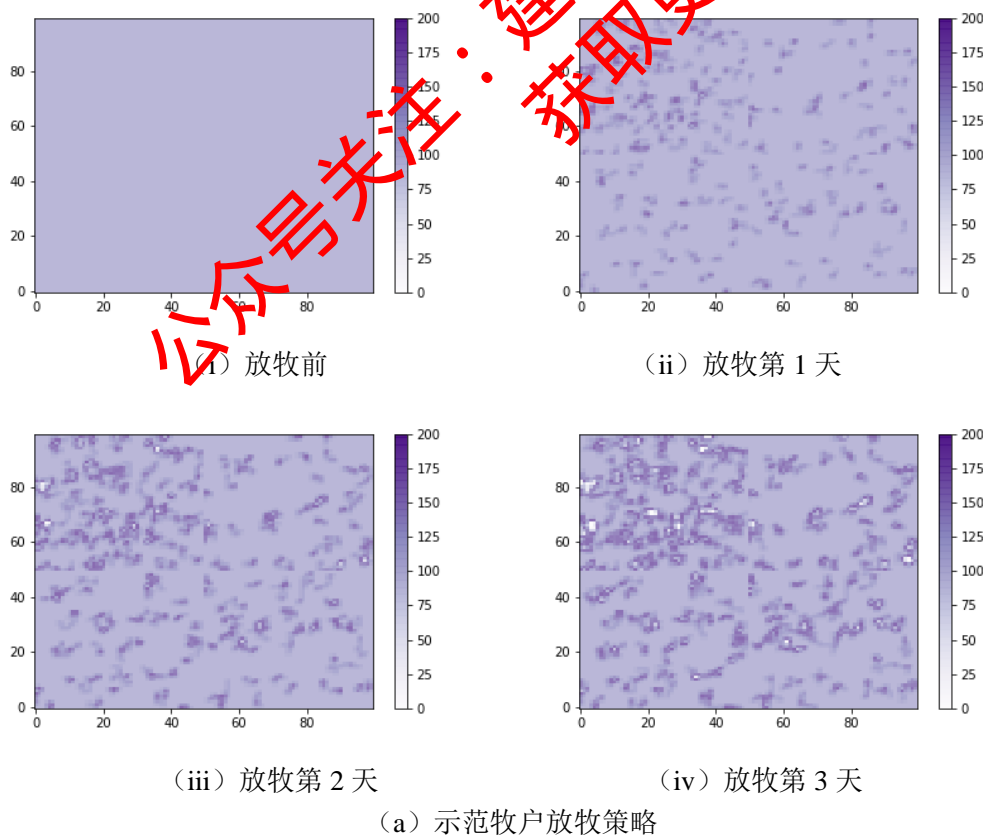


图 9.3 示范牧户分布示意图

### 9.3 实验结果与分析

首先对下列图示做出如下解释：设定紫色表示土壤湿度，紫色越深，表示土壤湿度越高；红色表示土壤肥力，红色越深，表示土壤肥力越好；绿色表示植被覆盖，绿色越深，表示植被覆盖量越大，即植物生长量越多。



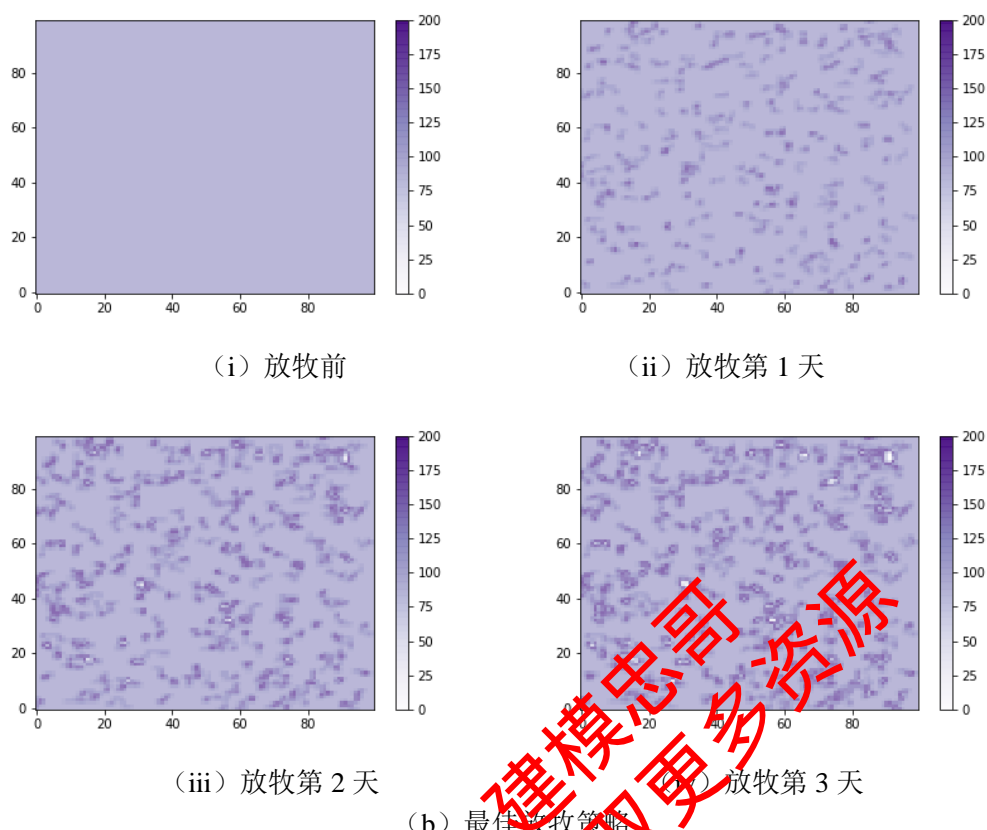
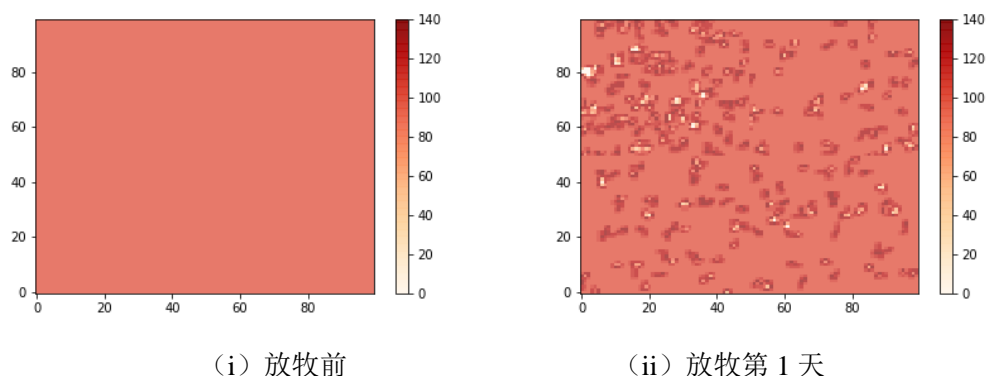


图 9.4 土壤湿度演化情况

示范牧户的土壤湿度演化情况如图 9.4 (a) 所示。可以看出由于适度放牧家畜会对植被进行践踏，一定程度上增加土壤孔隙，从而增加土壤接触空气的面积，进而引起湿度增大。而过度放牧导致土壤的板结，引起表层土壤湿度降低，这与张蕴薇实验所测得数据<sup>[4]</sup>一致。

对比示范牧户放牧策略与最佳放牧策略可以看出：示范牧户中牧户 3 的牧区存在过度放牧情况，虽然其中大多数面积土壤湿度呈现良好状态，但也出现了不可忽视的部分土壤湿度大大降低的情况，牧户 1、2、4 的牧区由于放牧强度过低，土壤湿度大多还处于自然水平，但极少出现湿度过低的现象；最佳放牧情况下，放牧强度处于轻度与中度之间，恰可以使得羊群活动过的区域土壤湿度普遍保持较好状态，且较少出现湿度过低的现象。



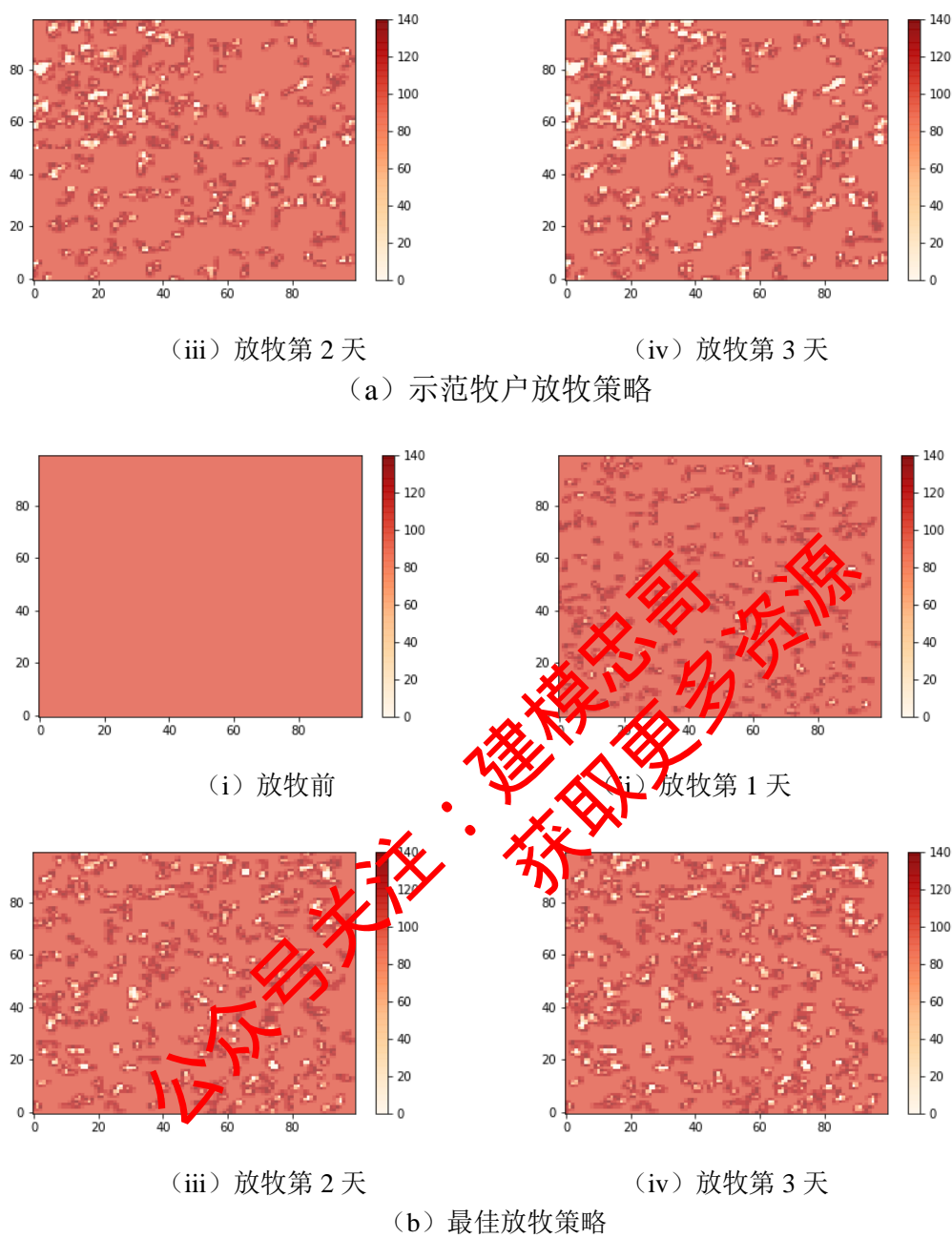


图 9.5 土壤肥力演化情况

示范牧户的土壤肥力演化情况如图 9.5 所示。可以看出由于适度放牧，家畜的采食践踏造成枯落物分解，充分进入土壤，从而提高土壤有机质和氮和钾含量，有利于土壤肥力的增加。后期由于过度放牧导致土壤的板结，引起土壤肥力大大降低。

对比示范牧户放牧策略与最佳放牧策略可以看出：示范牧户中牧户 3 的牧区过度放牧，出现了大部分面积土壤肥力大大下降的情况，牧户 1、2、4 的牧区土壤肥力大多还处于自然水平，极少出现土壤肥力过低的现象；最佳放牧情况下，放牧强度处于轻度与中度之间，恰可以使得羊群活动过的区域土壤肥力处于较好的状态，且较少出现肥力低于自然肥力的情况。

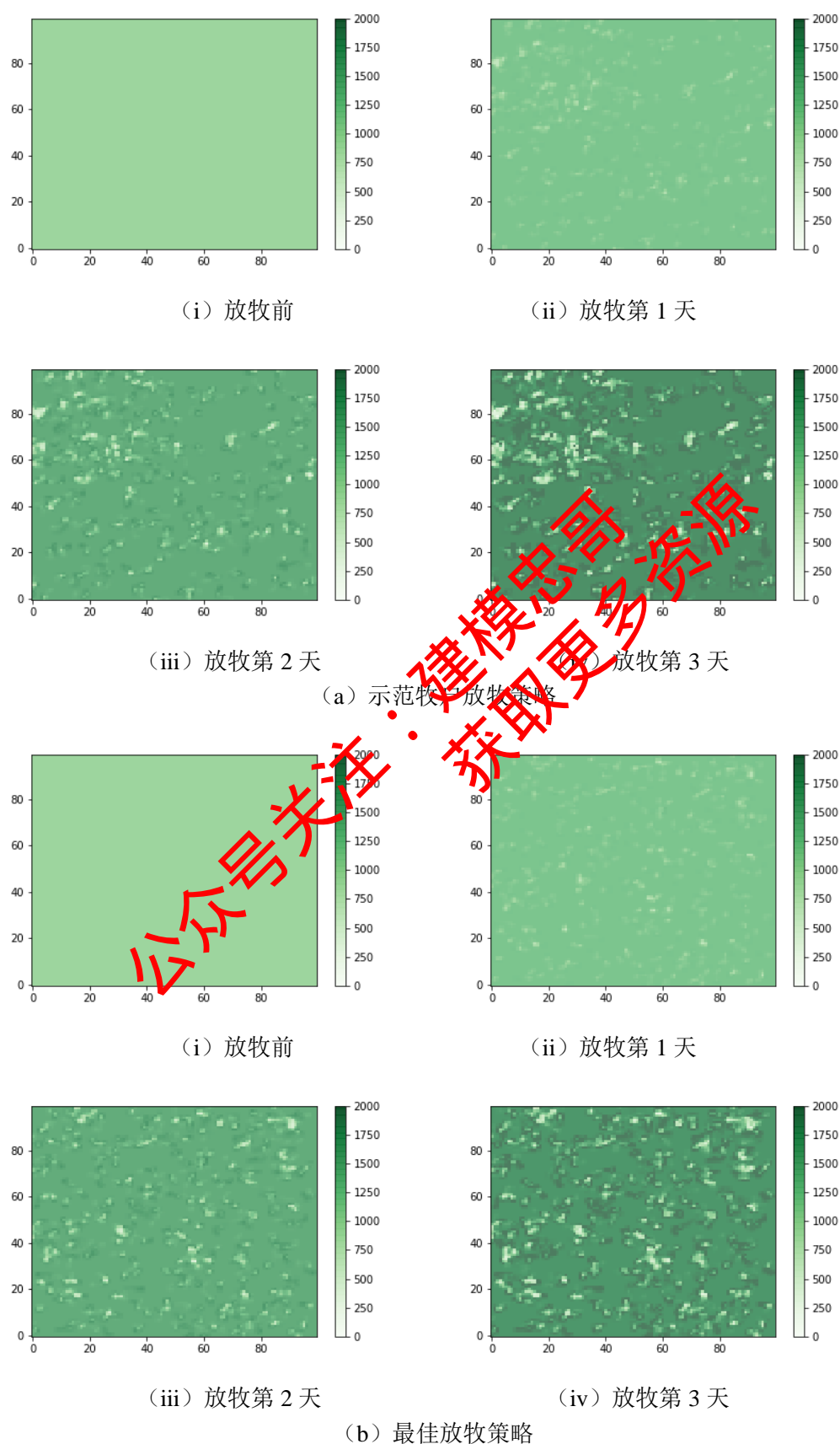


图 9.6 植被覆盖演化情况

示范牧户的植被覆盖演化情况如图 9.6 所示。可以看出植物自然生长与羊群啃食植被两个过程同步进行，土壤湿度、土壤肥力适宜的区域，植物的生长率相应也会更大，验证了前文模型的正确性。

对比示范牧户放牧策略与最佳放牧策略可以看出：示范牧户中牧户 3 的牧区过度放牧，出现大片草原被啃食殆尽的情况，牧户 1、2、4 的牧区由于放牧强度过低，草原生长情况为自然生长情况；最佳放牧情况下，因羊群啃食出现植物覆盖过低的情况较少，且由于处于最适放牧强度，在土壤湿度与土壤肥力较佳的情况下，轻度啃食过的草地植物覆盖增长率较高。

延长对植物覆盖演化的观察时间，对休牧期的植物覆盖情况进行持续模拟演示如图 9.7 所示。

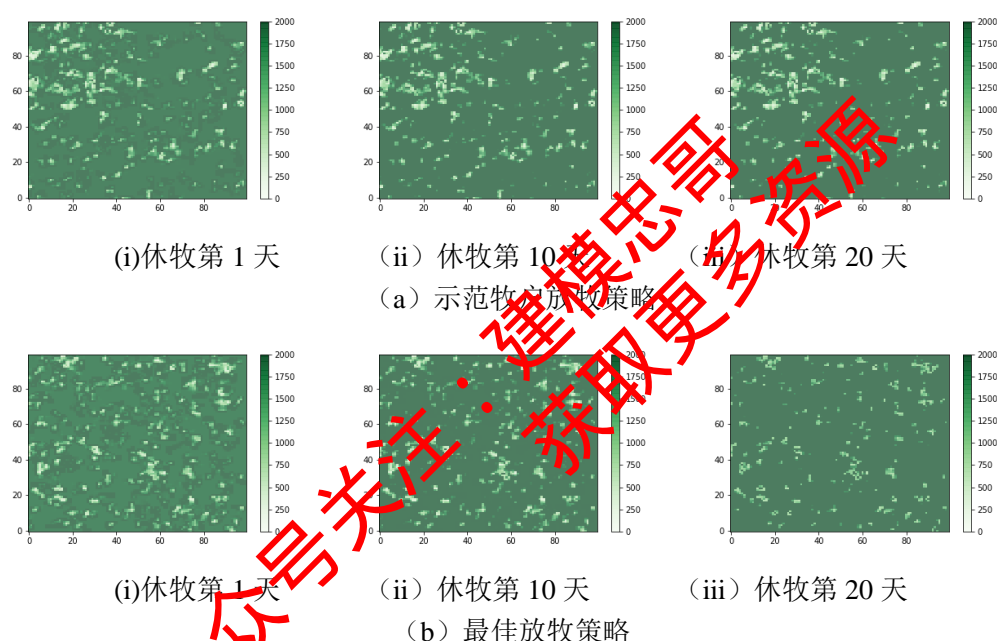


图 9.7 休牧期植被覆盖演化情况

结果表明，在休牧期间，轻度放牧区域的草原植被覆盖情况在逐步恢复到与自然生长同一水平，这是由于轻度踩踏的刺激作用造成该区域的土壤湿度与土壤肥力较高，从而导致植物生长率较高，该处植物生长较快。对比可以明显看出在最佳放牧策略下，植物覆盖恢复达到了最佳效果。

元胞自动机模拟结果清楚且直观地展示了示范牧户放牧策略与最佳放牧策略下，土壤肥力、土壤湿度、植被覆盖的演化情况，并且其总体趋势也与问题一机理模型相符。说明问题一模型正确合理，与实际相符。

## 10 模型评价与改进

### 10.1 模型的优点

(1) 充分考虑了放牧策略（放牧方式和放牧强度）与土壤湿度、土壤肥力，植被生物量增加情况的非线性关系，使用了聚类分析、季节性时间序列预测、指数平滑法等适用于处理非线性特征的方法，较为准确地表明了放牧与生态环境的相关性。

(2) 区别于传统机器学习的黑盒模型，本文通过机理分析的方法构建模型，使得模型具备可解释性。同时我们还使用了神经网络模型并结合性能评估指标对本文模型的正确性进行验证，从多角度验证了模型的正确性。

(3) 本文使用数学统计方法对微分方程的参数进行求解，且使用基于蒙特卡洛的改进型自适应元胞自动机对真实情景进行仿真模拟，对农业领域实际应用具有借鉴性。

(4) 本文所用算法对数据的适应能力强，反应速度快，响应好。

### 10.2 模型的不足

(1) 为便于分析，本文假设草原不存在极端天气，与实际存在一定偏差。

(2) 由于数据集大小具有一定的局限性，外部问题时可能会存在一些误差。

(3) 在噪声比较大的样本集上，模型拟合的结果可能会陷入过拟合。

### 10.3 模型的改进

(1) 受制于数据数量限制，放牧策略只考虑了放牧强度对土壤生态的影响，后续可以在此基础之上查阅相关文献，增加放牧方式对生态环境的影响。

(2) 后续可以考虑引入气候因素对植物生长的影响，从而影响植物的内禀增长率，分别得到极端天气和普通天气下的植物环境容纳量。

(3) 在问题六中，受制于 python 编译程序并运行模拟以及图片的展示存储时间问题，仅展示放牧 3 天与休牧 30 天过程中的土壤生态变化，后续可以继续观察一年内各种放牧策略下土壤湿度、土壤肥力以及植被覆盖的变化，能够使模型具备更泛化的可解释性。

## 11 总结

根据题目要求以及所提供的原始数据，再结合相关文献，我们完成了所有六个问题的建模、解算及讨论，针对各个问题给出了相应的解答和注释，简要总结如下：

1) 在求解问题一时，本文基于土壤含水量-降水量-地表蒸发模型建立了**不同放牧策略（放牧方式和放牧强度）对土壤湿度影响的机理模型**。在此基础上，结合影响植被生物量的三大因素，构建了**不同放牧策略对植被生物量影响的机理模型**。并通过查阅文献查阅了相关文献数据，证明土壤湿度随放牧强度的增加先增大后减小，验证了模型的可靠性。



2) 在求解问题二时, 在问题一的土壤湿度机理模型的基础上, 分季节进行最小二乘法拟合, 得到具有季节性特征的土壤湿度微分方程, 再应用季节系数法实现降水量和蒸发量的时间序列预测, 从而实现了未来各月不同深度土壤含水量的预测计算。在此基础上, 引入神经网络预测, 经对比其预测结果与季节性微分方程模型结果吻合, 验证了模型的可靠性。

3) 在求解问题三时, 本文遴选了衡量土壤化学性质的化学元素含量作为指标, 通过查阅文献得到放牧强度对土壤化学元素含量的影响和各化学元素含量之间的相互影响关系, 得到了土壤化学元素含量的递推演化矩阵方程模型。然后在数据处理后应用指数平滑法预测了各放牧小区土壤化学物质含量, 并通过标准误差计算选取了最为准确的预测值, 以放牧小区 G17 土壤有机碳 SOC 值为例, 其 2022 年预测值为 14.8167。

4) 在求解问题四时, 本文应用主成分分析法选取了三个主成分因子(地表、气候、人文), 应用层次分析法构建了沙漠化程度评价模型, 计算了不同监测点的沙漠化程度指数, 对最终结果分析发现, 要使沙漠化程度越小, 放牧策略以轻牧最优, 且轻牧>无牧>重牧。再通过附件数据和文献数据拟合得到板结化程度三大影响因素(土壤湿度、容重、有机物含量)的表达式, 结合层次分析法构建了板结化程度定量评价模型。铜鼓对两大评价模型进行赋权, 将多约束条件下的低沙漠化程度-低板结化程度双目标规划模型转化为单目标规划问题, 并求得最佳放牧强度为  $S=3.1717$ 。

5) 在求解问题五时, 在问题一植被生物量机理模型的基础上, 构建了可持续化条件下不同放牧策略对植被生物量影响的机理模型, 在不考虑抵御自然环境变化的情况下, 求得草场内放牧强度的最大阈值。在降水量为 300mm, 600mm, 900mm, 1200mm 的情况下, 最大阈值分别为 4.48、5.44、5.45、6.55, 与实际情况相符。为了实现经济与自然环境的共赢, 进一步构建多约束条件下的高经济效益-高植被生物量增长率双目标优化模型, 以此实现良性循环。

6) 在求解问题六时, 在问题一、二、三的各模型基础上, 综合考虑多因素影响, 应用基于蒙特卡洛的自适应改进型元胞自动机, 模拟演化了示范牧户与问题四中最佳放牧策略的土壤生态演化过程, 其演化结果满足预期, 在最优放牧策略下, 土壤湿度、土壤肥力和植被覆盖均达到了最佳效果。具有较好的可视化效果, 验证了全文模型的可靠性, 同时对农业领域实际应用具有借鉴性。

## 参考文献

- [1] 郭晓寅,程国栋.遥感技术应用于地表面蒸散发的研究进展[J].地球科学进展,2004,19(1):107-114
- [2] 宋承运,胡光成,王艳丽,汤超.基于表观热惯量与温度植被指数的 FY-3B 土壤水分降尺度研究[J].国土资源遥感,2021,33(2):20-26
- [3] Woodward S J R. Wake G C. McCall D G. Optimal grazing of a multi—paddock system using a discrete time model[j]. Agri—cultural Systems. 1995, 48: 119—139.
- [4] 张蕴薇, 韩建国, 李志强. 放牧强度对土壤物理性质影响[J]. 草地学报, 2002.
- [5] Simon J. R. Woodward, Graeme C. Wake, et al, A Simple Model for Optimizing Rotational Grazing, Agricultural Systems ,41 (1993) 123-155.
- [6] 王悦骅. 模拟降水对不同载畜率放牧荒漠草原植物多样性的影响[D].内蒙古农业大学,2019.
- [7] 侯琼,王英舜,杨泽龙,等.基于水分平衡原理的内蒙古典型草原土壤水动态模型研究[J].干旱地区农业研究,2011,29(05):197-203.
- [8] 许宏斌,辛晓平,宝音陶格涛,等.放牧对呼伦贝尔羊草草原生物量分布的影响[J].草地学报,2020,28(03):768-774.
- [9] 魏孝荣. 旱地长期定位试验对土壤氮、铜、铝、铁化学特性影响的研究[D].西北农林科技大学,2004.
- [10] 刘敦利.基于栅格尺度的土地沙漠化预警模式研究[D].乌鲁木齐：新疆大学,2010.
- [11] 陈隆亨. 内蒙古苏米图乡土地荒漠化及其防治[J]. 土壤通报, 1984(05):7-10.

## 附录代码

附录一 预测 40cm 含水量.py

```
#!/usr/bin/env python
# coding: utf-8

# In[1]:

# 1.读取附件 8 的每年降水量

# In[2]:

import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
data_p=[]
data1 = pd.read_excel('/Users/yijiewang/Desktop/2022 年中国研究生数学建模竞赛试题/2022 年 E 题/数据集/基本数据/降水量 xqm.xlsx')
for i in range(len(data1['年份'])):
    data_p.append(data1['降水量(mm)'][i])
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(data_p)
plt.show()

# In[3]:

data_pp=[]
for i in range(len(data_p)):
    if i%3==2:
        data_p[i]=(data_p[i]+data_p[i-1]+data_p[i-2])/3
        data_pp.append(data_p[i])
data_p=data_pp

# In[4]:
```

```
base_dir='/Users/yijiewang/Desktop/2022 年中国研究生数学建模竞赛试题/2022 年 E 题/数据集/基本数据/土壤蒸发量 xqm.xlsx'
data2=pd.read_excel(base_dir)
zf=data2['土壤蒸发量(mm)']
zff=[]
for i in range(len(zf)):
    if i%3==2:
        zf[i]=(zf[i]+zf[i-1]+zf[i-2])/3
        zff.append(zf[i])
zf=zff
```

```
# In[5]:
```

```
base_dir='/Users/yijiewang/Desktop/2022 年中国研究生数学建模竞赛试题/2022 年 E 题/数据集/基本数据/土壤湿度 xqm.xls'
data3=pd.read_excel(base_dir)
sd_true=data3['40cm 湿度(kg/m2)']
```

```
# In[6]:
```

```
from scipy.optimize import curve_fit
delta_sd=[]
for i in range(len(sd_true)):
    if i%3==2:
        if i-3>=0:
            delta_sd.append((sd_true[i]-sd_true[i-3])/3)
        else:
            delta_sd.append((sd_true[i]-sd_true[i-2])/2)
```

```
# In[7]:
```

```
print(len(data_p),len(zf),len(delta_sd))
```

```
# In[8]:
```

```
delta_sd
```

```
# In[9]:
```

```
pp_jiangshui={}
pp_zf={}
pp_sdd={}
for i in range(10):
    pp_jiangshui[i]={}
    pp_zf[i]={}
    pp_sdd[i]={}

for i in range(40):
    n_num=int(i/4)
    pp_jiangshui[n_num][i%4]=data_p[i]

for i in range(40):
    n_num=int(i/4)
    pp_zf[n_num][i%4]=zf[i]

for i in range(40):
    n_num=int(i/4)
    pp_sdd[n_num][i%4]=delta_sd[i]
```

```
# In[10]:
```

```
pp_jiangshui
```

```
# In[11]:
```

```
def func_(x, a, b):
    return a*x + b
def get_popcov():
    POP={}
    for i in range(4):
        zff=[]
        c=[]
```

```

        for j in range(10):
            c.append(pp_sdd[j][i])
            zfff.append(pp_jiangshui[j][i]-pp_zf[j][i])
        popt, pcov = curve_fit(func_,zfff, c)
        POP[i]={}
        POP[i]['popt']=popt[0]
        POP[i]['pcov']=popt[1]
    return POP
POP=get_popcov()

# In[12]:

def printt(i):
    y2=[]
    c=[]
    zfff=[]
    for j in range(10):
        y2.append(func_(pp_jiangshui[j][i]-pp_zf[j][i],POP[i]['popt'],POP[i]['pcov']))
        c.append(pp_jiangshui[j][i]-pp_zf[j][i])
        zfff.append(pp_sdd[j][i])
    plt.plot(c, y2, 'g')
    plt.scatter(c,zfff,c='b')
    plt.savefig("/Users/yijiewang/Desktop/数学建模比赛/figures/40cm 含水量拟合_"+str(i)+"季度.jpeg")
    plt.close()
for i in range(4):
    printt(i)

# In[13]:

import xlwt
def get_csbj():
    cd=[]
    for i in range(4):
        cd.append([POP[i]['popt'],POP[i]['pcov']])
    workbook = xlwt.Workbook()
    sheet = workbook.add_sheet("40cm 降水量参数表格")
    sheet.write(0, 0, '季度')
    sheet.write(0, 1, 'a')

```



```

sheet.write(0, 2, 'b')
for i in range(len(cd)):
    sheet.write(i+1, 0, i)
    for j in range(len(cd[i])):
        sheet.write(i+1, j+1, cd[i][j])

workbook.save("/Users/yijiewang/Desktop/数学建模比赛/data/40cm 参数表
格.xls")
get_csbg()

# In[14]:

def get_p_next(pp):
    a_=0
    sum1=0
    yearr=len(pp)
    season=len(pp[0])
    s_season,b_season={},{}

    for i in range(season):
        s_season[i]=0
    for i in range(yearr):
        for j in range(season):
            sum1=sum1+pp[i][j]
            s_season[j]=s_season[j]+pp[i][j]

    a_=sum1/(yearr*season)
    # print("a_=",a_)
    for i in range(season):
        s_season[i]=s_season[i]/yearr
        b_season[i]=s_season[i]/a_
    # print("s_season=",s_season)
    # print("b_season=",b_season)
    y_sum={}
    for i in range(yearr):
        y_sum[i]=0
        for j in range(season):
            y_sum[i]=y_sum[i]+pp[i][j]
    # print("y_sum=",y_sum)
    sum2,sum3=0,0
    for i in range(yearr):
        sum2=sum2+y_sum[i]*(1+i)

```

```
        sum3=sum3+(1+i)
    yy_=sum2/sum3/season
    ss=[]
    for i in range(season):
        ss.append(yy_*b_season[i])
    print(ss)
    return ss

# In[15]:

pre_pp_jiangshui1=[]
for i in range(10):
    ab=[]
    for j in range(4):
        ab.append(pp_jiangshui[i][j])
    pre_pp_jiangshui1.append(ab)
for i in range(2):
    pre_pp_jiangshui1.append(get_p_next(pre_pp_jiangshui1))
print(len(pre_pp_jiangshui1))
for i in range(len(pre_pp_jiangshui1)):
    print("第"+str(i+2012)+"年")
    for j in range(4):
        print(round(pre_pp_jiangshui1[i][j],2),end=',')
    print()

# In[16]:
```

```
len(pre_pp_jiangshui1[0])
```

```
# In[17]:
```

```
pre_pp_zhengfa1=[]
for i in range(10):
    ab=[]
    for j in range(4):
        ab.append(pp_zf[i][j])
    pre_pp_zhengfa1.append(ab)
for i in range(2):
```

```

pre_pp_zhengfa1.append(get_p_next(pre_pp_zhengfa1))
for i in range(len(pre_pp_zhengfa1)):
    print("第"+str(i+2012)+"年")
    for j in range(4):
        print(round(pre_pp_zhengfa1[i][j],2),end=',')
    print()

# In[18]:

aa=[]
base_dir='/Users/yijiewang/Desktop/2022 年中国研究生数学建模竞赛试题/2022 年 E 题/数据集/基本数据/土壤蒸发量 xqm.xlsx'
data1=pd.read_excel(base_dir)
for i in range(len(data1['年份'])):
    aa.append(data1['土壤蒸发量(mm)'][i])
cc=[10.27,21.84,7.24,0.71,10.27,21.84,7.24,0.71]
for i in cc:
    aa.append(i)
    aa.append(i)
    aa.append(i)
for i in aa:
    print(round(i,2),end=',')
aa=aa[:142]
print()
yf=[]
for i in range(2012,2013):
    for j in range(10):
        yf.append(str(i)+'年'+str(j+3)+'月')
for i in range(2013,2024):
    for j in range(12):
        yf.append(str(i)+'年'+str(j+1)+'月')
for i in yf:
    print("'+i+'",end=",")

# In[19]:

ans=[]
lastt=52.14
for i in range(10,len(pre_pp_zhengfa1)):
    for j in range(4):

```

```

        for k in range(3):
            ans1=func_(pre_pp_jiangshui1[i][j]-pre_pp_zhengfa1[i][j],POP[j]['
popt'],POP[j]['pcov'])
            ans.append(ans1+lastt)
            lastt=ans[len(ans)-1]

# In[20]:

ans=ans[:21]

# In[21]:

ans

# In[22]:

import xlwt
workbook = xlwt.Workbook()
sheet = workbook.add_sheet("40cm 土壤含量")

for i in range(len(ans)):
    sheet.write(i,0, ans[i])

workbook.save("/Users/yijiewang/Desktop/数学建模比赛/data/40cm 最后预测结果
_q2.xls")

```

附录二 第三问求解.py

```

#!/usr/bin/env python
# coding: utf-8

# In[1]:

base_dir='/Users/yijiewang/Desktop/2022 年中国研究生数学建模竞赛试题/2022 年 E 题/

```

数据集/监测点数据/附件 14：内蒙古自治区锡林郭勒盟典型草原不同放牧强度土壤碳氮监测数据集（2012 年 8 月 15 日-2020 年 8 月 15 日）/内蒙古自治区锡林郭勒盟典型草原不同放牧强度土壤碳氮监测数据集（2012 年 8 月 15 日-2020 年 8 月 15 日）.xlsx'

```
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
data1=pd.read_excel(base_dir)
```

# In[2]:

```
fm_ans={}
xq={}
fmqd={}
yee={}
ct=['SOC 土壤有机碳','SIC 土壤无机碳','STC 土壤全磷','全氮 N', '土壤 C/N 比']
for i in range(len(data1['放牧小区 (plot)'])):
    fm_ans[data1['year'][i]]={}
for i in range(len(data1['放牧小区 (plot)'])):
    fm_ans[data1['year'][i]][data1['放牧小区 (plot)'][i]]={}
    xq[data1['放牧小区 (plot)'][i]]=1.
    fmqd[data1['放牧强度 (intensity)'][i]]=1
    yee[data1['year'][i]]=1
for i in range(len(data1['放牧小区 (plot)'])):
    fm_ans[data1['year'][i]][data1['放牧小区 (plot)'][i]][data1['放牧强度 (intensity)'][i]]={}
for i in range(len(data1['放牧小区 (plot)'])):
    for j in ct:
        fm_ans[data1['year'][i]][data1['放牧小区 (plot)'][i]][data1['放牧强度 (intensity)'][i]][j]={}
        fm_ans[data1['year'][i]][data1['放牧小区 (plot)'][i]][data1['放牧强度 (intensity)'][i]][j]['maxx']=-100000000000
        fm_ans[data1['year'][i]][data1['放牧小区 (plot)'][i]][data1['放牧强度 (intensity)'][i]][j]['minn']=100000000000
```

# In[3]:

```
for i in range(len(data1['放牧小区 (plot)'])):
    for j in range(5):
        if data1[ct[j]][i]>fm_ans[data1['year'][i]][data1['放牧小区 (plot)'][i]][data1['放牧强度 (intensity)'][i]][ct[j]]['maxx']:
```

```

        fm_ans[data1['year'][i]][data1['放牧小区 (plot)'][i]][data1['放牧强度 (intensity)'][i]][ct[j]]['maxx']=data1[ct[j]][i]
        if data1[ct[j]][i]<fm_ans[data1['year'][i]][data1['放牧小区 (plot)'][i]][data1['放牧强度 (intensity)'][i]][ct[j]]['minn']:
            fm_ans[data1['year'][i]][data1['放牧小区 (plot)'][i]][data1['放牧强度 (intensity)'][i]][ct[j]]['minn']=data1[ct[j]][i]

```

# In[4]:

```

ans1={}
for yearr in yee.keys():
    for xqq in xq.keys():
        ans1[xqq]={}
        if xqq in fm_ans[yearr].keys():
            for fmm in fmqd.keys():
                if fmm in fm_ans[yearr][xqq].keys():
                    ans1[xqq][fmm]={}
                    for i in ct:
                        ans1[xqq][fmm][i]=[]
for yearr in yee.keys():
    for xqq in xq.keys():
        if xqq in fm_ans[yearr].keys():
            for fmm in fmqd.keys():
                if fmm in fm_ans[yearr][xqq].keys():
                    # print(xqq,fmm)
                    for i in ct:
                        ans1[xqq][fmm][i].append((fm_ans[yearr][xqq][fmm][i]['maxx']+fm_ans[yearr][xqq][fmm][i]['minn'])/2)

```

# In[5]:

```
from math import sqrt
```

```

Ans={}
def change_alpha(xqq,fmm,I):
    ans_alpha={}
    ans2_alpha={}

```



```

data2=ans1[xqq][fmm][I]
Minn=1000000

for iii in range(1,10):
    alp=iii*0.1
    ans_alpha[alp]=[(data2[0]+data2[1])/2]
    for i in range(1,len(data2)+1):
        ans_alpha[alp].append(alp*data2[i-1]+(1-alp)*ans_alpha[alp][i-1])
    sum1=0
    for i in range(len(ans_alpha[alp])-1):
        sum1=(ans_alpha[alp][i]-data2[i])*(ans_alpha[alp][i]-data2[i])
    ans2_alpha[alp]=sqrt(sum1/(len(ans_alpha[alp])-1))

    if ans2_alpha[alp]<Minn:
        Minn=ans2_alpha[alp]
        Ans[xqq][fmm][I]=ans_alpha[alp][len(ans_alpha[alp])-1]

for xqq in xq.keys():
    Ans[xqq]={}
    for fmm in fmqd.keys():
        if fmm in ans1[xqq].keys():
            Ans[xqq][fmm]={}
            for i in ct:
                change_alpha(xqq,fmm,i)

# In[6]:

Ans

# In[8]:

import xlrd

import os

from xlutils.copy import copy

from xlwt import Style
file="/Users/yijiewang/Desktop/数学建模比赛/data/第三问结果.xls"
rb = xlrd.open_workbook(file, formatting_info=True)

```

```

data2=pd.read_excel(file)
wb = copy(rb)
ws = wb.get_sheet(0)
for i in range(0,12):
    for j in range(2,7):
#         print(i,j)
#         print(data2['放牧小区'][i],data2['放牧强度'][i],ct[j-2])
        ws.write(i+1,j,Ans[data2['放牧小区'][i]][data2['放牧强度
']][i]][ct[j-2]])
wb.save(file)

# # last.单个例子展示

# In[13]:

# from math import sqrt

# ans_alpha={}
# ans2_alpha={}
# def change_alpha1(alp,xqq,fmm,I):
#
#     data2=ans1[xqq][fmm][I]
#     alp=iii*0.1
#     ans_alpha[alp]=[(data2[0]+data2[1])/2]
#     for i in range(1,len(data2)+1):
#         ans_alpha[alp].append(alp*data2[i-1]+(1-alp)*ans_alpha[alp][i-1])
#         sum1=0
#         for i in range(len(ans_alpha[alp])-1):
#             sum1=(ans_alpha[alp][i]-data2[i])*(ans_alpha[alp][i]-data2[i])
#         ans2_alpha[alp]=sqrt(sum1/(len(ans_alpha[alp])-1))
# for iii in range(1,10):
#     change_alpha1(0.1*i,'G17','NG','SOC 土壤有机碳')

# In[ ]:

# CC=[]
# for i in ans_alpha:
#     dd=[]
#     for j in ans_alpha[i]:
#         dd.append(j)

```

```

# CC.append(dd)

# In[ ]:

# # import xlwt
# workbook1 = xlwt.Workbook()
# sheet1 = workbook1.add_sheet("预测结果",cell_overwrite_ok=True )

# sheet1.write(0,0,'年份')
# sheet1.write(0,1,'原始数据')
# sheet1.write(1,0,2012)
# sheet1.write(2,0,2014)
# sheet1.write(3,0,2016)
# sheet1.write(4,0,2018)
# sheet1.write(5,0,2020)

# for i in range(9):
#     sheet1.write(0,i+2,"alpha="+str(0.1*(i+1)))

# for i in range(len(ans1['G17']['NG']['SOC土壤有机碳'])):
#     sheet1.write(i+1,1,ans1['G17']['NG']['SOC土壤有机碳'][i])

# for j in range(len(CC[0])):
#     for i in range(len(CC)):
#         sheet1.write(i+1,i+2,CC[i][j])

# sheet2 = workbook1.add_sheet("方差",cell_overwrite_ok=True )
# sheet2.write(0,0,'alpha')
# sheet2.write(1,0,'S')
# for i in range(9):
#     sheet2.write(0,i+1,"0."+str(i+1))
#     sheet2.write(1,i+1,ans2_alpha[(i+1)*0.1])
# workbook1.save("/Users/yijiewang/Desktop/数学建模比赛/data/指数平滑法.xls")

```

## 附录三 第四问 1\_计算沙漠化程度.py

```

#!/usr/bin/env python
# coding: utf-8

# In[1]:

```

```

import pandas as pd
data1=pd.read_excel('/Users/yijiewang/Desktop/数学建模比赛/data/主成分分析.xlsx')
data1

# In[2]:

scores=[]
score1,score2,score3=[],[],[]
ct=list(data1)[3:]
print(ct)
df_xs1=[0.417,0.383,0.375,-0.353,0.451,0.447,-0.009,-0.046,-0.04,-0.045,-0.048,0.045]
df_xs2=[0.098,0.044,0.109,-0.033,-0.019,-0.01,-0.199,0.405,0.301,0.484,0.495,-0.36]
df_xs3=[0.009,-0.018,0.021,0.021,-0.022,-0.012,0.634,0.161,-0.55,0.172,0.097,0.478]
for i in range(len(data1['年份'])):
    sum1,sum2,sum3=0,0,0
    for j in range(12):
        sum1=sum1+data1[ct[j]][i]*df_xs1[j]
        sum2=sum2+data1[ct[j]][i]*df_xs2[j]
        sum3=sum3+data1[ct[j]][i]*df_xs3[j]
    score1.append(sum1)
    score2.append(sum2)
    score3.append(sum3)
for i in range(len(score1)):
    scores.append(0.01*9.64*score1[i]+0.01*(-28.42)*score2[i]+0.01*(-61.94)*score3[i])

# In[3]:

len(score1)

# In[4]:

from xlwt import Style

```

```
import xlrd

import os

from xlutils.copy import copy
file="/Users/yijiewang/Desktop/数学建模比赛/data/主成分分析.xlsx"
rb = xlrd.open_workbook(file)
data2=pd.read_excel(file)
wb = copy(rb)
ws = wb.get_sheet(0)
ws.write(0,15,'人文')
ws.write(0,16,'气候')
ws.write(0,17,'地表')
ws.write(0,18,'总得分')
for i in range(len(score1)):
    ws.write(i+1,15,score1[i])
for i in range(len(score2)):
    ws.write(i+1,16,score2[i])
for i in range(len(score3)):
    ws.write(i+1,17,score3[i])
for i in range(len(scores)):
    ws.write(i+1,18,scores[i])
wb.save(file)
```

```
# In[5]:
```

```
ct
```

```
# In[6]:
```

```
# from xlwt import Style
# import xlrd

# import os

# from xlutils.copy import copy
# file="/Users/yijiewang/Desktop/zcf.xlsx"
# rb = xlrd.open_workbook(file)
# data2=pd.read_excel(file)
# wb = copy(rb)
```

```
# ws = wb.get_sheet(0)
# for i in range(len(score1)):
#     ws.write(i+1,5,data1['放牧压力（只羊/km²）'][i]/100)
# wb.save(file)
```

#### 附录四 元胞自动机-4 个牧区.py

```
#!/usr/bin/env python
# coding: utf-8

# In[1]:

# 1.初始化

# In[2]:

ans1,n_dim,T,cs_fl,cs_sd,cs_numc={},50,90,100,100,1000
fl_yz,sd_yz=5,12
fl_bhz,fl_bhf=7,15
sd_bhz,sd_bhf=6,9
mh=['牧户 1','牧户 2','牧户 3','牧户 4']
fmqd={}
fmqd['牧户 1']=int((275.83+272.22+256.39)/300)*25
fmqd['牧户 2']=int((250+210+200)/300)*25
fmqd['牧户 3']=int((601.75+492+520.75)/300)*25
fmqd['牧户 4']=int((245.9+245.9+255.7)/300)*25

# In[3]:

fmqd

# In[4]:

from numpy import random
for i in mh:
```



```

ans1[i]={}
for i in ans1.keys():
    for j in range(n_dim):
        ans1[i][j]={}
        for k in range(n_dim):
            ans1[i][j][k]={}
            ans1[i][j][k][0]={}
            ans1[i][j][k][0]['是否有羊']=0
            ans1[i][j][k][0]['踩踏次数']=0
            ans1[i][j][k][0]['土壤肥力']=cs_fl
            ans1[i][j][k][0]['土壤湿度']=cs_sd
            ans1[i][j][k][0]['草的数量']=cs_numc
#随机生成羊
for fmm in ans1.keys():
    num_yang=0
    while True:
        x_yang=random.randint(0,n_dim)
        y_yang=random.randint(0,n_dim)
        ans1[fmm][x_yang][y_yang][0]['是否有羊']=1
        ans1[fmm][x_yang][y_yang][0]['是否有羊']+=1
        num_yang=num_yang+1
        if num_yang==fmqd[fmm]:
            break

# In[5]:

# 2.元胞自动机推进

# In[6]:

def check_xy(x,y):
    if x>=0 and x<n_dim and y>=0 and y<n_dim:
        return True
    return False
def make_xy(fmm,x,y,t,b1,delta1,delta2):
    ans1[fmm][x][y][t+1][b1]=ans1[fmm][x][y][t][b1]+delta1
    for xx in range(x-1,x+1):
        for yy in range(y-1,y+1):
            if not(xx==x and yy==y):
                if check_xy(xx,yy)==True:

```

```

ans1[fmm][xx][yy][t+1][b1]=ans1[fmm][xx][yy][t+1][b1]+delt
a2
def fun_fl(ctcs):
    if ctcs<fl_yz:
        return cs_fl+fl_bhz*ctcs
    else:
        return cs_fl+fl_bhz*fl_yz-fl_bhf*(ctcs-fl_yz)
def fun_sd(ctcs):
    if ctcs<sd_yz:
        return cs_sd+sd_bhz*ctcs
    else:
        return cs_sd+sd_bhz*sd_yz-sd_bhf*(ctcs-sd_yz)
def get_delta(fmm,x,y,t):
    ft=ans1[fmm][x][y][t]['土壤肥力']
    ht=ans1[fmm][x][y][t]['土壤湿度']
    w=ans1[fmm][x][y][t]['草的数量']
    r=ft/(cs_fl*1.5)
    r=r*(1+(-ht*ht+400*ht-30000)/20000)
    r=r*0.0419
#    print("r=",r,"w=",w)
    return r*w*(1-w/5000)
for fmm in ans1.keys():
    for t in range(0,30):
        for x in range(0,n_dim):
            for y in range(0,n_dim):
                ans1[fmm][x][y][t+1]={}
                ans1[fmm][x][y][t+1]['踩踏次数']=ans1[fmm][x][y][t]['踩踏次数']
                ans1[fmm][x][y][t+1]['是否有羊']=ans1[fmm][x][y][t]['是否有羊']
                ans1[fmm][x][y][t+1]['草的数量']=ans1[fmm][x][y][t]['草的数量']
            for x in range(0,n_dim):
                for y in range(0,n_dim):
                    if ans1[fmm][x][y][t]['是否有羊']!=0:
                        make_xy(fmm,x,y,t,'踩踏次数',ans1[fmm][x][y][t]['是否有羊']
                                *2,ans1[fmm][x][y][t]['是否有羊']*1)
#                        print("吃草前:",ans1[fmm][x][y][t+1]['草的数量'])
                        make_xy(fmm,x,y,t,'草的数量',-50,-20)
#                        print("吃草后:",ans1[fmm][x][y][t+1]['草的数量'])
                        ans1[fmm][x][y][t+1]['草的数量']=ans1[fmm][x][y][t+1]['草的数量']
                                +get_delta(fmm,x,y,t)
#                        print("生长的数量:",get_delta(fmm,x,y,t))
                #更新羊的位置
            for x in range(0,n_dim):
                for y in range(0,n_dim):
                    if ans1[fmm][x][y][t]['是否有羊']!=0:

```

```

x_next,y_next=0,0
for nu in range(ans1[fmm][x][y][t]['是否有羊']):
    while True:
        xy_next=[[x+1,y],[x-1,y],[x,y-1],[x,y+1]]
        fx_text=random.randint(0,4)
        if
check_xy(xy_next[fx_text][0],xy_next[fx_text][1])==True:
        x_next=xy_next[fx_text][0]
        y_next=xy_next[fx_text][1]
        break
# print(x,y,x_next,y_next)
ans1[fmm][x][y][t+1]['是否有羊']=ans1[fmm][x][y][t+1]['
是否有羊']-1
ans1[fmm][x_next][y_next][t+1]['是否有羊
']=ans1[fmm][x_next][y_next][t+1]['是否有羊']+1
#更新土壤肥力和土壤湿度
for x in range(0,n_dim):
    for y in range(0,n_dim):
        ans1[fmm][x][y][t+1]['土壤肥力']=fun_f1(ans1[fmm][x][y][t+1]['
踩踏次数'])
        ans1[fmm][x][y][t+1]['土壤湿度']=fun_sd(ans1[fmm][x][y][t+1]['
踩踏次数'])
for t in range(30,T):
    for x in range(0,n_dim):
        for y in range(0,n_dim):
            ans1[fmm][x][y][t+1]={}
            ans1[fmm][x][y][t+1]['踩踏次数']=ans1[fmm][x][y][t]['踩踏次数']
            ans1[fmm][x][y][t+1]['是否有羊']=0
            ans1[fmm][x][y][t+1]['草的数量']=ans1[fmm][x][y][t]['草的数量']
            ans1[fmm][x][y][t+1]['土壤湿度']=ans1[fmm][x][y][t]['土壤湿度']
            ans1[fmm][x][y][t+1]['土壤肥力']=ans1[fmm][x][y][t]['土壤肥力']
        for x in range(0,n_dim):
            for y in range(0,n_dim):
                ans1[fmm][x][y][t+1]['草的数量']=ans1[fmm][x][y][t+1]['草的数量
']+get_delta(fmm,x,y,t)

# In[7]:

import xlwt

b11=['土壤湿度','土壤肥力','草的数量','是否有羊']

```

```

for fmm in ans1.keys():
    for bl in bl1:
        for t in range(T):
            workbook1 = xlwt.Workbook()
            sheet1 = workbook1.add_sheet(bl, cell_overwrite_ok=True )
            for x in range(n_dim):
                for y in range(n_dim):
                    sheet1.write(x,y,ans1[fmm][x][y][t][bl])
            workbook1.save("/Users/yijiewang/Desktop/数学建模比赛/data/第 6 问数据/" + fmm + "/" + bl + "/" + str(t) + "天" + bl + ".xls")

```

# In[8]:

```

for bl in bl1:
    for t in range(T):
        workbook1 = xlwt.Workbook()
        sheet1 = workbook1.add_sheet(bl, cell_overwrite_ok=True)
        for x in range(n_dim):
            for y in range(n_dim):
                sheet1.write(x,y,ans1['牧户 1'][x][y][t][bl])
        for x in range(n_dim):
            for y in range(n_dim):
                sheet1.write(x,y+50,ans1['牧户 2'][x][y][t][bl])
        for x in range(n_dim):
            for y in range(n_dim):
                sheet1.write(x+50,y,ans1['牧户 3'][x][y][t][bl])
        for x in range(n_dim):
            for y in range(n_dim):
                sheet1.write(x+50,y+50,ans1['牧户 4'][x][y][t][bl])
        workbook1.save("/Users/yijiewang/Desktop/数学建模比赛/data/第 6 问数据/4个牧户/" + bl + "/" + str(t) + "天" + bl + ".xls")

```

# In[9]:

```

import numpy as np
import pandas as pd
from numpy import mat
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.colors import Normalize

```

```
# In[10]:

dataa=pd.read_excel('/Users/yijiewang/Desktop/数学建模比赛/data/主成分分析.xlsx',header=None)
dataa[0]

# In[11]:

# for t in range(T):
#     sum1,sum2,sum3,sum4=0,0,0,0
#     dir1="/Users/yijiewang/Desktop/数学建模比赛/data/第6问数据/4个牧户/"+'是否有羊'+"/第"+str(t)+"天"+'是否有羊'+".xls"
#     dataa=pd.read_excel(dir1,header=None)
#     for x in range(50):
#         for y in range(50):
#             sum1=sum1+dataa[y][x]
#     for x in range(50):
#         for y in range(50,100):
#             sum2=sum2+dataa[y][x]
#     for x in range(50,100):
#         for y in range(50):
#             sum3=sum3+dataa[y][x]
#     for x in range(50,100):
#         for y in range(50,100):
#             sum4=sum4+dataa[y][x]
#     print(sum1,sum2,sum3,sum4)

# In[12]:

b11=['土壤湿度','土壤肥力','草的数量','是否有羊']
for bl in b11:
    for t in range(T):
        dir1="/Users/yijiewang/Desktop/数学建模比赛/data/第6问数据/4个牧户/"+bl+"/第"+str(t)+"天"+bl+".xls"
        dataa=pd.read_excel(dir1,header=None)

#         print(dataa)
maxx,minn=-100000000,10000000
```

```
for i in dataa:
    for j in dataa[i]:
        maxx=max(maxx,j)
        minn=min(minn,j)
    cmap1,vmin1,vmax1=0,0,0
    if bl=='土壤肥力':
        plt.imshow(dataa,cmap="OrRd", origin='lower',
aspect='auto',vmin=0, vmax=140, alpha=0.7, interpolation='None')
    elif bl=='土壤湿度':
        plt.imshow(dataa,cmap="Purples", origin='lower',
aspect='auto',vmin=0, vmax=200, alpha=0.7, interpolation='None')
    elif bl=='草的数量':
        plt.imshow(dataa,cmap="Greens", origin='lower',
aspect='auto',vmin=0, vmax=2000, alpha=0.7, interpolation='None')
    else:
        plt.imshow(dataa,cmap="Greys", origin='lower',
aspect='auto',vmin=0, vmax=5, alpha=0.7, interpolation='None')
    plt.colorbar()
    plt.savefig("/Users/yijiewang/Desktop/数学建模比赛/figures/第六问图片/4
个牧户/"+bl+"/第"+str(t)+"天"+bl+".png")
    plt.show()
    plt.close()
```