

中国研究生创新实践系列大赛  
“华为杯”第十七届中国研究生  
数学建模竞赛

学 校 上海交通大学

---

参赛队号 20102480161

---

1. 丁庚发

---

队员姓名 2. 王泽龙

---

3. 许吉勇

---

**中国研究生创新实践系列大赛**  
**“华为杯”第十七届中国研究生**  
**数学建模竞赛**

题 目     ASIC 芯片上的载波恢复 DSP 算法设计与实现

摘                      要：

随着数字信号处理（DSP）技术的成熟以及芯片技术工艺的发展，作为光传输领域中的关键技术之一，光数字信号处理在专用集成电路（ASIC）上的实现成为了研究重点。

本文围绕着 ASIC 芯片中 DSP 算法设计流程中的主要步骤和常见问题，通过建立 16QAM 数字通信系统模型，对通信系统中各个模块中的信号进行建模与分析，采取了多次仿真实验对模型中关键参数之间的关系进行了对比分析。根据仿真结果总结得出了在预设条件下较为适用的一套芯片相噪补偿算法，并实现了其在 ASIC 芯片上以资源使用最优化的条件下的硬件方案。

针对问题一，首先以基本加法、乘法、查表和缓存为基础，提出了一套导频长度可变的 CR 算法，在 LS 算法估计得到导频相噪后，根据 MAP 准则计算并补偿净荷相噪；同时在我们搭建的标准 16QAM 仿真平台上，CR 算法 RSNR 代价为线宽、色散、导频开销的函数，当线宽为 100kHz，色散为 20000ps/nm，算法并行度固定为 128，RSNR 代价小于 3dB 时，通过 BER-RSNR 代价曲线优化导频长度，结果表明即使减小导频长度会导致 RSNR 代价增大，CR 算法在导频开销低至 3.13% 时，依然满足题设要求。

针对问题二，目标为在给定 RSNR 代价下，分析导频开销与线宽、色散的关系。在线宽波动范围为 10kHz~10Mhz，色散波动范围为 0~10000ps/nm 时，1000 次仿真结果表明，线宽小于 1MHz 时，导频开销与线宽成正比；大于 1MHz 以后，导频开销迅速增长。同时，导频开销基本不受色散波动影响，证明了我们的想法。

针对问题三，结合问题一与问题二中模型，引入了位宽、资源、净荷量等因素。由于定点化位宽直接影响 RSNR 代价，因此对 RSNR 代价模型进行更新。同时，对硬件资源消耗进行建模，设计 CR 算法时序实现结构，将其与导频开销、并行度以及定点量化位宽联系到一起；根据问题一与问题二中模型，对问题二中模型进行更新，引入定点量化位宽对系统 RSNR 代价的影响，并将问题三化简为与定点量化位宽和导频开销相关的最值问题。

针对问题四，结合问题一二三的分析，我们建立了一个性能-资源的统筹优化模型，通过最小化综合代价函数，得出了一套可自动优化位宽和实现性的方案，用以指导算法开发。

关键词：DSP，载波恢复算法，ASIC 芯片设计，RSNR，定点量化，LS 算法

# 目录

一、 问题重述 .....	3
1.1 提出问题 .....	3
1.2 问题分析 .....	3
二、 基本假设和符号说明 .....	5
2.1 基本假设 .....	5
2.2 符号说明 .....	5
三、 问题 1 的模型的建立与求解 .....	6
3.1 16QAM 信号传输模型的建立 .....	6
3.2 色散效应的信道模拟与补偿模块的建模与分析 .....	7
3.3 相位噪声的模型建立与分析 .....	8
3.4 相噪补偿 CR 算法的推导和分析 .....	8
3.5 仿真结果与分析 .....	12
四、 问题 2 的模型建立与求解 .....	15
4.1 目标分析和仿真模型设计 .....	15
4.2 仿真结果与分析 .....	17
五、 问题 3 的模型建立与求解 .....	22
5.1 ASIC 芯片设计流程综述 .....	22
5.2 CR 算法在 ASIC 芯片设计问题模型的建立与分析 .....	22
5.3 仿真结果与分析 .....	26
六、 问题 4 的模型建立与分析 .....	28
6.1 资源与性能优化模型建立 .....	28
6.2 基于搜索的自动优化位宽和实现性设计的方案 .....	28
参考文献 .....	30
附录 .....	31

公众号关注：建模忠哥 获取更多资源

# 一、 问题重述

## 1.1 提出问题

进入 5G 时代以来,光传输领域的通信算法以及光传输芯片的制造工艺得到了飞速发展。例如采用 7nm 芯片工艺制造的光传输芯片容量可达到 800Gbps,保障了网络流量的爆发式增长。在高速光纤通信的系统传输过程中,信号在传输过程中主要受到了以下干扰:光电转换,电光转换,光调制解调器等模拟器件对信号的损伤;本振光源和发送光载波的频差以及相位噪声;光纤色度色散的影响;两个偏振态之间的串扰<sup>[1]</sup>。

在本次题目的研究中,我们主要考虑信号在信道中受到色散效应和相位噪声这两个因素的影响。在光传输系统中,发射端激光器和接收端激光器都存在线宽,线宽数量级在 100KHz 左右,激光器线宽同样会使信号在星座图内旋转,从而影响信号判决,增加通信系统的误码率,线宽引起的信号旋转叫做相位噪声。相位噪声作为一种信道损伤可以使用基于导频符号(Pilot)的载波恢复(CR)算法对其进行估计并补偿。另一方面,色散是在光纤中传输的光信号(脉冲)的不同频率成分以不同的速度传播,在高速率光通信系统中造成脉冲展宽,进而引起的信号失真现象。对于色散现象,我们可以根据其脉冲频率响应函数的形式进行色散补偿。

本文的主要任务之一,就是在保证 RSNR(Required SNR)代价小于 0.3dB 的前提下,通过建立模型和仿真,分析和设计出一套使用 Pilot 开销最小的 CR 算法进行相噪补偿;同时,在考虑线宽和色散值参数于指定范围内的变化场景中,以同样的 RSNR 代价前提为目标通过建模仿真和拟合得到色散值、线宽与 Pilot 开销的定量关系。RSNR 是评估算法性能的常用指标,它表示的是:对于给定的数字调制方式,在只有高斯白噪声存在时误比特率 BER 达到门限值(本文为  $2 \times 10^{-3}$ )信道中所施加的信噪比 SNR 与同时存在相位噪声、色散效应等干扰下 BER 达到相同门限值时信道施加的 SNR 相比增加的部分。当算法性能越好,则 RSNR 代价则相应地越低。

本文的另一个主要任务是在确定 CR 算法后,进一步考虑算法在芯片中的实现,将算法所需的资源进行计算考察,并考虑定点量化对算法性能和芯片资源的影响,通过建立优化模型设计出 CR 算法在芯片中实现中使用资源最低的方案。进一步的,根据现实中的具体应用场景,总结提炼“性能-资源”相平衡的算法设计思路和综合代价函数。建立模型,设计出一套自动优化位宽和实现性设计的方案。

## 1.2 问题分析

问题 1: 该小问中,给定了线宽参数设定为固定值  $LW=100\text{kHz}$ ,色散值参数设定为固定值  $Dz=20\text{kps/nm}$ ,数字调制方式为 16QAM,其波特率  $f_b$  为 150Gbaud。首先,根据已知的导频信息以及并行度要求,我们需要设计出一种合理且低复杂度的 CR 算法作为相噪补偿的理论基础;其次,我们需要根据最新参数,以基本的加法、乘法、查找表和缓存为基础,建立信道传输模型与信号模型作为仿真的运行平台,模拟 16QAM 信号在信道中的传

输以及在接收端进行的补偿和解调处理，根据解调出的比特序列计算得出误比特率 BER，绘制其在不同信噪比 SNR 下的曲线。将该曲线与只受到加性高斯白噪声影响下 16QAM 的 BER-SNR 曲线进行比较，观察找出两条曲线在 BER 门限值处的临界 SNR 值，两点之差即为该 CR 算法下的 RSNR 值。我们的最终目的是对不同 Pilot 开销下的 CR 算法进行仿真比较，选择出其中满足  $RSNR < 0.3\text{dB}$  并且 Pilot 开销最小的算法，该算法即为问题 1 所求。

问题 2：在问题 1 中 CR 算法和仿真平台的基础上，将线宽参数 LW 和色散值 Dz 分别设置在  $10\text{kHz} \sim 10\text{MHz}$  和  $0 \sim 10000\text{ps/nm}$  的范围内变化，通过设计仿真模型找出并记录满足 RSNR 代价小于  $0.3\text{dB}$  的情形下 LW, Dz 和 Pilot 开销值的变化关系曲线。然后通过对比这些曲线和数据，定量挖掘出色散、线宽与 Pilot 开销的关系。

问题 3：在问题 1 和 2 的 CR 算法基础上，考虑并行度与时序约束，将理论上的 CR 算法细化为在 ASIC 芯片上可实现的基本操作，计算其在 ASIC 芯片上的实现所需要的资源，即需要多少量的加法器、乘法器、查找表以及数据缓存。通过绘制 CR 算法在 ASIC 芯片上的硬件实现流程图建立起该算法硬件实现的模型。进一步地，考虑定点量化噪声对芯片上算法性能的影响，通过采用建立优化模型的方法，以定点量化使用定点数的定点位宽为变量，题目给出的各个条件作为约束条件，解出使资源使用量最低的最优解，并以优化模型为基础指向性地对不同位宽的定点量化方案进行仿真，找出符合性能要求以及消耗资源最少的位宽及其对应的硬件实现方案。

问题 4：结合问题 3 中的代表性场景，以 CR 算法的性能与在 ASIC 芯片上实现所需要使用的资源相权衡，给出具有统筹意义的性能和资源的综合代价目标函数，并以此构造广义的优化模型。最后根据设计的优化模型，设计出具有最优优化位宽和实现性设计的方案。通过仿真给出定量结果，用以验证给出方案的实用性和正确性。

## 二、基本假设和符号说明

### 2.1 基本假设

(1) 问题 1 和 2 中假设相邻很近的符号间相位变化很小,可以通过对相邻导频符号求平均的方式减小加性高斯白噪声的影响,也可以用线性插值的方法对净荷符号相位进行估计和补偿。

(2) 问题 3 中,设置存入 **buffer** 后,在下一时钟上升延可输出。

(3) 问题 3 中,从 **buffer** 中取出数据不消耗资源。

(4) 并行度等于帧长度,即帧与帧的处理为流水操作。

### 2.2 符号说明

符号	符号说明
$f_b$	波特率, baud
LW	激光器线宽,kHz
Dz	色散值,ps/nm
SNR	信噪比,dB
RSNR	系统对噪声量的容忍度,dB
BER	误比特率
c	光速, m/s
$\lambda$	波长, nm
M	一帧数据内导频的符号数
N	一帧数据包含的总符号数
$\theta_k$	第 k 时刻信号相位噪声
$d\theta$	前后时刻的相噪差
$X_k$	影响相噪差分布的参量, $X_k \sim N(0,1)$
$H(f)$	色散效应对频域信号施加的相位
$L_x$	位宽
G	RSNR 代价函数
F	ASIC 芯片资源代价函数
J	性能-资源综合代价函数



### 三、 问题 1 的模型的建立与求解

#### 3.1 16QAM 信号传输模型的建立

根据题目文档所给出的示意图，并根据常见通信开发流程，本文中所使用的数字通信系统模型如图 1 所示：

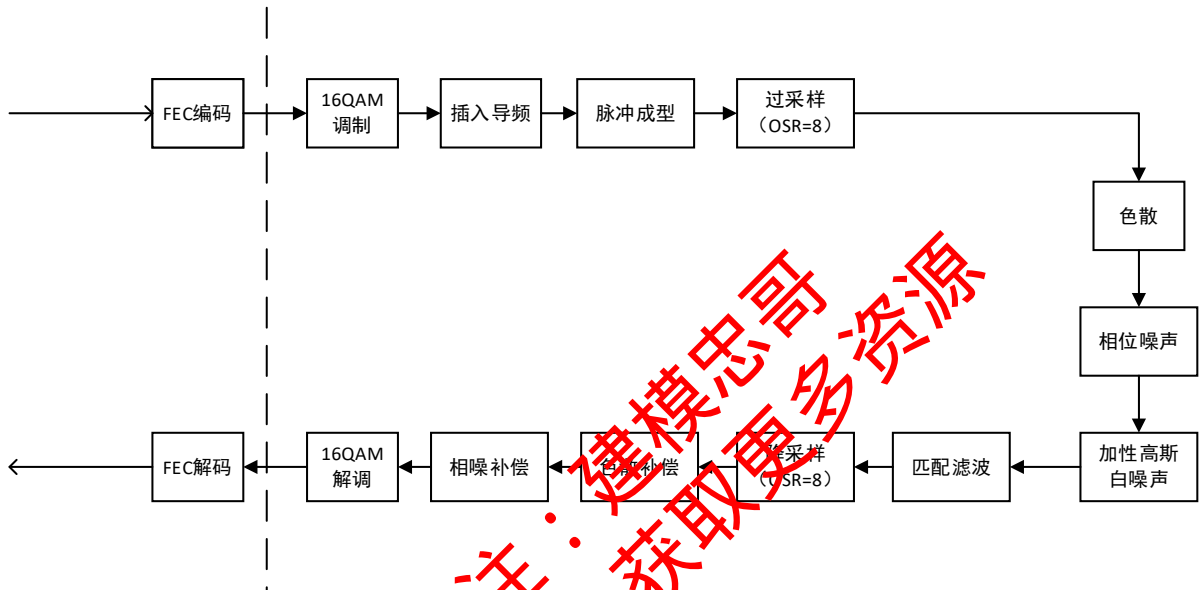


图 1 16QAM 数字通信系统模型

首先在发射端，将插入了导频序列的二进制序列通过 16QAM 调制后映射为星座点上的符号后，经过脉冲成型和过采样后向外发送。在信道里的传输过程中，信号会受到来自多个方面因素的干扰，这些干扰会引起星座图里的星座点向周围扩散。图 2 简要地展示了高斯白噪声引起 16QAM 信号星座点扩散的现象。

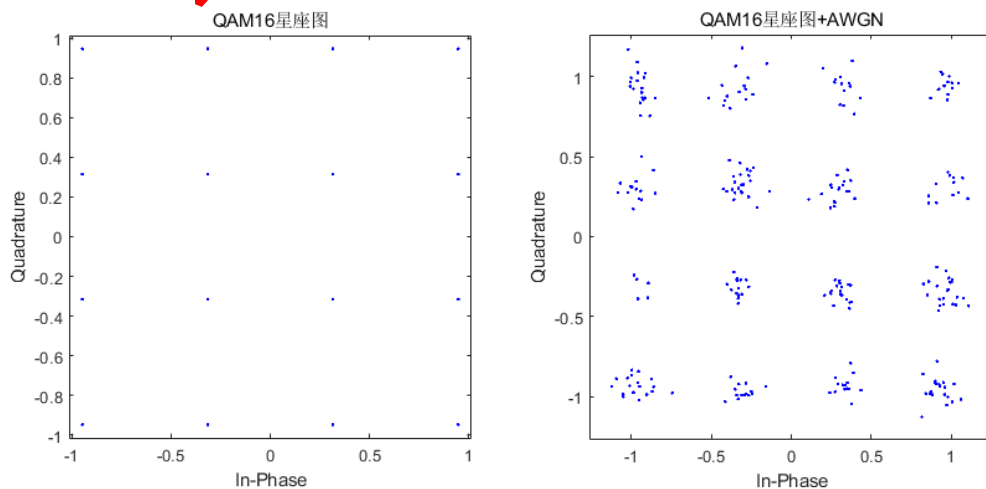


图 2 16QAM 信号星座图与高斯白噪声引起的星座点扩散现象

在本文中我们主要考虑三个方面的因素干扰：由于激光器线宽引起的相位噪声、由于不同速率的光信号在光纤中传输引起的脉冲展宽从而造成的色散效应，以及贯穿整个信道

传输过程中叠加的加性高斯白噪声。受到这些因素干扰而部分失真的信号需要在接收端进行估计和补偿，否则信号通过解调转化为二进制序列时会由于失真引起判决错误，造成解调出的二进制序列与发射端的序列不一致，形成误码。根据本文考虑的信道干扰因素，我们在接收端对对经过了匹配滤波以及降采样的接收信号依次进行色散补偿处理和相位估计与补偿处理后，再对信号通过解调还原为二进制比特序列。信号的调制、传输和解调的整个流程如图 1 所示。为模拟 16QAM 信号在信道中受到相位噪声和色散效应的影响，以及模拟在接收端对这些干扰因素进行估计和补偿的过程，我们需要建立信号在不同模块传输的数学模型。3.2 节介绍了色散效应在信道中的模拟模型并提出了对应的补偿算法，3.3 节对相位噪声的模型进行了建立和分析，3.4 节重点介绍了我们队针对相噪补偿所提出的 CR 算法，并对该算法的正确性与合理性进行了推导和分析。3.5 节给出了仿真结果，按照题目要求进行了分析和总结。

### 3.2 色散效应的信道模拟与补偿模块的建模与分析

设从发射端发出的 16QAM 调制信号为  $S_0(t)$ ，其在频域上的形式表示为  $S_0(f)$ 。如图 2 所示，信号首先会受到色散效应的影响，其在信号的频域上乘以色散效应的冲激响应，设经过色散效应影响后 16QAM 信号的频域表示为  $S_D(f)$ ，其数学模型为：

$$S_D(f) = S_0(f) \cdot H(f) \quad (1.1)$$

其中  $H(f) = \exp[j * (\frac{\lambda^2 \pi D z}{c} f^2)]$  表示色散效应在频域上的冲激响应，其效果是在  $S_0(f)$  上叠加了一个与频点  $f$  的平方成正比的相位。 $Dz$  为色散值， $\lambda$  为波长，本文中取定值 1550nm， $c$  是光速，取  $3 \times 10^8 m/s$ 。由于色散效应的冲激响应在时域上表现为无限长的 IIR 滤波器，因此对色散效应的模拟只能在频域上进行。在工程实现中，将信号从时域转化到频域最常见也最实用的方法是对时域信号作快速傅里叶变换（FFT）。因此，在本文的模型中，我们先将 16QAM 时域信号  $S_0(t)$  通过 FFT 转化到频域形式  $S_0(f)$  后，乘上色散效应的冲激响应函数  $H(f)$  形成受色散影响的 16QAM 频域信号  $S_D(f)$ ，然后再作逆傅里叶变换（IFFT）将信号重新转化到时域，用  $S_D(t) = F^{-1} S_D(f)$  表示，其中  $F^{-1}$  表示 IFFT 变换。同样的，在接收端，我们对接收信号首先要进行色散补偿，其具体方法是对接收信号在频域上乘以  $H(f)$  的共轭

$H^*(f) = \exp[-j * (\frac{\lambda^2 \pi D z}{c} f^2)]$ 。设接收端收到的 16QAM 信号时域形式为  $r(t)$ ，频域形式为

$R(f)$ ，则经过色散补偿后的频域信号为：

$$R_D(f) = R(f) \cdot H^*(f) \quad (1.2)$$

最后转化回时域的色散补偿后信号用  $r_D(t)$  表示， $r_D(t) = F^{-1} R_D(f)$ 。综上，信道色散效应模拟和色散补偿模拟的方法如图 3 所示：



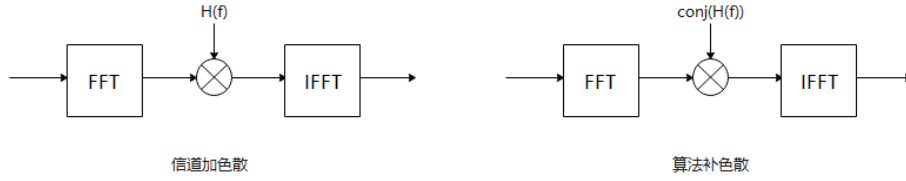


图 3 信道色散效应模拟和色散补偿模拟方法

### 3.3 相位噪声的模型建立与分析

相位噪声主要由发射端和接收端的激光器存在的线宽引起的，其实质上是对发送信号在时域上叠加了一个时变的相位，即乘性噪声。根据图 2.2 所示的 16QAM 数字通信系统流程图，经过色散效应后的 16QAM 信号在时域表示为  $S_D(t)$ 。我们设经过相位噪声叠加影响后的 16QAM 信号时域表示为：

$$S_{PN}(t) = S_D(t) \exp\{j\theta(t)\} \quad (1.3)$$

其中  $\theta(t)$  是随时间变化的相噪函数。由题目所给信息，对于相位噪声， $k+1$  时刻和  $k$  时刻的相位差表示为：

$$d\theta = \theta_{k+1} - \theta_k = \frac{2\pi * LW}{f_b} * X_k \quad (1.4)$$

$LW$  为激光器线宽，本小题中取  $100\text{kHz}$ ， $X_k$  是均值为 0，方差为 1 的随机变量，即  $X_k \sim N(0,1)$ 。根据这个条件，我们可以推导出相位噪声  $\theta(t)$  可以建模为连续布朗运动或者均值为 0，方差为  $c^2 t$  的维纳过程。<sup>[4]</sup>其简要推导如下：

1. 设  $\theta(t)$  为线宽  $Lw$  产生的相位噪声，由于其满足：

$$\forall s, t > 0, \theta(t+s) - \theta(s) = \sum_{k=1}^t \theta_k \sim N(0, c^2 t) \quad (1.5)$$

其中  $c = \sqrt{\frac{2\pi * LW}{f_b}}$ 。则  $\theta(t+s) - \theta(s)$  是数学期望为 0，方差为  $c^2 t$  的正态分布。

2.  $\theta(t)$  是独立增量过程。
3.  $\theta(t)$  关于  $t$  是连续函数。

由条件 1、2、3 可得  $\{\theta(t), t \geq 0\}$  是连续布朗运动或者均值为 0，方差为  $c^2 t$  的维纳过程。

### 3.4 相噪补偿 CR 算法的推导和分析

对于信号相位噪声，我们需要在接收端通过载波恢复（CR）算法进行补偿。对于相噪的补偿方法，国内外的团队和学者贡献出了许多优秀的研究成果。如日本 KDDI 研究所提出的利用在传输符号周围插入 RF 导频音和保护频带对相位噪声进行跟踪方案；墨尔本大学 W.Shieh 团队提出利用导频辅助(PA)进行相噪估计的方法；麦吉尔大学 D.V.Plant 团队提出的不需要利用导频开销的判决引导(DD)忙相位均衡算法<sup>[3]</sup>等等。在这些算法中，导频辅

助法凭借其算法的低复杂度和较好的补偿效果受到了广泛的关注和应用。

导频辅助法利用插入导频的方式来进行相位噪声的估计和补偿，其基本原理是在发送端对每个信号帧中插入一定数量且对于接收端已知的导频符号，这些导频符号随净荷的数据符号一起通过数字调制发射到信道当中。在接收端，将接收信号中的导频符号定位并提取出来，利用已知的导频符号信息和接收信号中对应的导频符号之间相位的差值来进行相噪估计，并利用估计值对净荷部分的数据进行相噪补偿。

下面建立数学模型进行分析，设该 CR 算法中导频开销为  $\eta = \frac{M}{N}$ ，即每  $N$  个 16QAM 符号中包含  $M$  个导频符号。导频开销决定了在固定帧长度下，导频插入的数量和方式。考虑到导频符号在信道传输过程中还会受到加性高斯白噪声的影响，其结果为在导频符号的波形  $S_{PN}(t)$  上叠加了一个符合  $N(0, \sigma^2)$  高斯分布的噪声波形，即：

$$S_{PNAWGN}(t) = S_{PN}(t) + w(t) \quad (1.6)$$

其中  $S_{PNAWGN}(t)$  为 16QAM 信号在式 (1.3) 的基础上叠加了高斯白噪声信号  $w(t)$  后的信号模型。 $w(t)$  符合  $N(0, \sigma^2)$  的高斯分布， $\sigma^2$  为噪声序列的方差。为了尽可能消除高斯白噪声的影响，更真实地还原出导频符号上的乘性相噪信息，我们可以选择将  $M$  个导频符号组成一个导频块，对导频块中相邻的  $M$  个导频符号  $S_{PNAWGNi}(i=1, 2, \dots, M)$  相加后取平均：

$$\begin{aligned} \bar{S}_{PNAWGN} &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M S_{PNAWGNi} \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (S_{0i} e^{j\theta_i} + w_i) \\ &\approx S_{0i} e^{j\theta_0} + w_0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

这里要求导频符号携带的 16QAM 信息完全一致，即在发送端调制前插入的二进制导频序列完全相同，从而发出的每个导频符号的波形  $S_0(t)$  是相同的。此外还用到了 2.1 节中的假设 (1)，即假设相邻符号间的相位变化很小，相邻导频符号的相噪可近似看作一个相同的值  $\exp\{j\theta_0\}$ 。

$w_0 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M w_i$ ，由于  $w_i \sim N(0, \sigma^2)$ ，因此  $w_0 \sim N(0, \frac{\sigma^2}{M})$ 。由此可见，对相邻的

导频符号求和再取平均的方法，可以将导频符号上叠加的高斯白噪声方差减小到  $1/M$  的水平，从而有效地降低高斯白噪声对后续提取导频携带的相噪信息造成的影响。

另一方面，根据题目所给条件，导频块的相噪信息可以采用最小二乘估计 (LS) 算法进行估计。该算法由高斯提出，目的是在不需知道估计量以及量测值相关的任何统计信息前提下，以使估计误差平方和最小为目标进行估计。对于包含  $M$  个导频符号的导频块  $M = [S_{01}, S_{02}, \dots, S_{0M}]^T$ ，经过信道(色散+相噪+高斯白噪声)以及色散补偿后，接收端的导频块

变为  $M' = [S_{PNAWGN1}, S_{PNAWGN2}, \dots, S_{PNAWGNM}]^T$ ，

其中：

$$\left. \begin{aligned} S_{PNAWGN1} &= S_{01} h_1 + w_1 \\ S_{PNAWGN2} &= S_{02} h_2 + w_2 \\ &\vdots \\ S_{PNAWGNM} &= S_{0M} h_M + w_M \end{aligned} \right\} S_{PNAWGN} = S_0 \mathbf{H} + \mathbf{W} \quad (1.8)$$

其中,  $S_{PNAWGN} \in \mathbf{C}^{L \times 1}, S_0 \in \mathbf{C}^{L \times 1}, \mathbf{H} \in \mathbf{C}^{L \times L}$ , 矩阵  $\mathbf{H}$  是由  $M$  个导频符号的相噪指数函数构成的对角矩阵, 即  $\mathbf{H} = \text{diag}\{\exp(j\theta_1), \exp(j\theta_2), \dots, \exp(j\theta_M)\}$ 。在“使估计误差平方和最小”这一目标下, 可以构造优化问题模型为:

$$\min \mathbf{J}(\hat{\mathbf{H}}) = (S_{PNAWGN} - S_0 \hat{\mathbf{H}})^T ((S_{PNAWGN} - S_0 \hat{\mathbf{H}})) \quad (1.9)$$

该优化问题的求解为:

$$\left. \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \mathbf{H}} \right|_{\hat{\mathbf{H}}=\hat{\mathbf{H}}} = \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{H}}} (S_{PNAWGN} - S_0 \hat{\mathbf{H}})^T ((S_{PNAWGN} - S_0 \hat{\mathbf{H}})) = 0 \quad (1.10)$$

故: 
$$\hat{\mathbf{H}} = (S_0^T S_0)^{-1} S_0^T S_{PNAWGN}' \quad (1.11)$$

根据  $S_0$  和  $S_{PNAWGN}$  的结构, 基于 LS 算法的导频符号相噪估计即为对导频块内的  $M$  个符号求和再取其平均值, 如式 (1.7) 所示。

综上所述, 求导频块的相噪信息的基本方法为: 对导频符号相加取平均后, 再对平均值求其幅角。即当前导频块  $M$  个符号的相噪值估计为:

$$\theta_0 = \arg \frac{\bar{S}_{PNAWGN}}{S_0} \quad (1.12)$$

上述推导决定了导频符号以相邻  $M$  个符号组成导频块的方式插入 16QAM 净荷符号中。接下来的问题是, 对这些导频块以怎样的方式插入, 即对固定符号长度的数据要插入多少个导频块以及在什么位置插入的方式进行研究。为此, 我们组提出的导频插入方式为: 对于每  $N$  个符号长度的数据, 在数据开头  $M$  个符号的位置插入长度为  $M$  的导频块, 如图 4 所示:

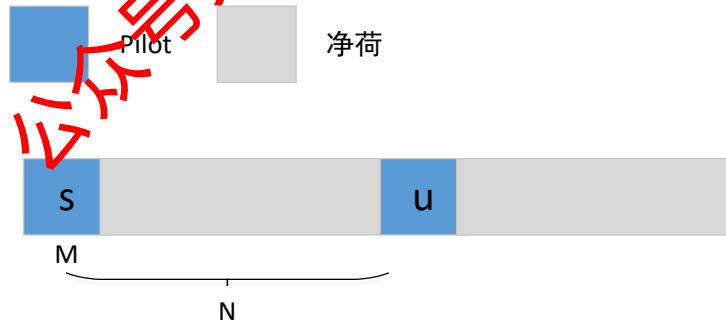


图 4 导频插入方式示意图

对于图 4 所示前后两个导频块, 通过对导频块内数据相加取平均再求取幅角得到两个导频块的相噪估计值, 设其分别为  $\theta(s) = x, \theta(u) = y$ 。则对于两个导频块中间的净荷符号, 可以以条件期望来内插抵消相位噪声, 具体推导如下:

由 3.3 节的结论, 相噪  $\{\theta(t), t \geq 0\}$  符合布朗运动, 则由布朗运动的性质可得: 对于任意  $0 \leq s < t \leq u$ , 给定两端的相噪估计值为  $\theta(s) = x, \theta(u) = y$ , 则导频块中间的任意符号的相噪值符合:

$$\begin{aligned}
& p(\theta(t) = z | \theta(s) = x, \theta(u) = y) \\
&= \frac{p(\theta(t) = z, \theta(s) = x, \theta(u) = y)}{p(\theta(s) = x, \theta(u) = y)} \\
&= \frac{p(\theta(s) = x, \theta(t) - \theta(s) = z - x, \theta(u) - \theta(t) = y - z)}{p(\theta(s) = x, \theta(u) - \theta(s) = y - x)} \\
&\stackrel{\text{独立增量}}{=} \frac{p(\theta(t) - \theta(s) = z - x, \theta(u) - \theta(t) = y - z)}{p(\theta(u) - \theta(s) = y - x)} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi c^2 \left[ \frac{(t-s)(u-t)}{(u-s)} \right]}} e^{-\frac{\left\{ z - \left[ x + \frac{t-s}{u-s}(y-x) \right] \right\}^2}{2c^2 \left[ \frac{(t-s)(u-t)}{(u-s)} \right]}} \sim N\left(x + \frac{t-s}{u-s}(y-x), c^2 \left[ \frac{(t-s)(u-t)}{(u-s)} \right]\right)
\end{aligned} \tag{1.13}$$

即在对于序列两端的相噪信息已知的情况下，序列中间符号的相噪值符合  $N\left(x + \frac{t-s}{u-s}(y-x), c^2 \left[ \frac{(t-s)(u-t)}{(u-s)} \right]\right)$  的高斯分布，因此

$$E(\theta(t) = z | \theta(s) = x, \theta(u) = y) = x + \frac{t-s}{u-s}(y-x) \tag{1.14}$$

通过式 (1.14) 可得：在已知两端导频块的相噪信息  $\theta(t)$  的情况下，可以以条件期望来内插估计并抵消相位噪声，第  $t$  个数据符号的相噪估计值即为  $\theta(t) = x + \frac{t-s}{u-s}(y-x)$ 。

最后，根据净荷数据符号的相噪估计值  $\theta(t)$ ，对经过色散补偿后的 16QAM 时域信号  $r_D(t)$  (见 3.2 节) 进行相噪补偿，得到经过了色散补偿和相噪补偿的 16QAM 时域信号  $r_0(t)$ ，具体方式为：

$$r_0(t) = r_D(t) e^{-j\theta(t)} \tag{1.15}$$

综上所述，本文提出的 CR 相噪估计和补偿算法的具体流程如下表所示：

**表 1 CR 相噪估计和补偿算法流程**

<b>Step 1</b>	在发射端，按照每 $N$ 个符号长度的序列，在开头 $M$ 个符号长度的位置插入对于接收端已知的、且每个导频符号信息相同的导频块的方式进行导频 Pilot 插入操作。
<b>Step 2</b>	在接收端，将接收信号找出并提取导频块中的导频符号，通过式 (1.7) 和 (1.12) 将导频块中的 $M$ 个导频符号作相加平均再求幅角操作，求出每个导频块的相噪估计值 $\theta_0$ 。
<b>Step 3</b>	对相邻两个导频块间净荷数据符号的相噪值通过式 (1.14) 来进行估计得到每个净荷数据符号的相噪估计值 $\theta(t)$ 。
<b>Step 4</b>	根据 Step 3 中得到的相噪估计值 $\theta(t)$ 按照式 (1.15) 进行相噪补偿，得到

最终经过色散补偿和相噪补偿后的 16QAM 时域信号序列  $r_0(t)$ 。

根据表 1 所示的步骤，本文提出的 CR 算法全部是以基本的加法、乘法、查表和缓存为基础实现的，符合题目要求。

### 3.5 仿真结果与分析

第一问的目的，是要在 RSNR 代价小于 0.3dB 的前提下，设计一套使导频开销最小的 CR 相噪补偿算法。因此，根据题目给出的条件和要求，我们可以将该问题构建为一个优化模型：

$$\begin{aligned} \min_M \quad & \frac{M}{N} \\ \text{s.t.} \quad & G < 0.3 \\ & N = 128 \\ & Lw = 100e3 \\ & Dz = 2e3 \\ & 0 \leq M \leq 128 \end{aligned} \quad (1.16)$$

即在给定的约束条件下，求其最优解。

首先对在信道传输过程中叠加的乘性相位噪声进行仿真，其相位噪声值的变化曲线如图 5 所示，可以看到相位噪声的确符合维纳过程特征。

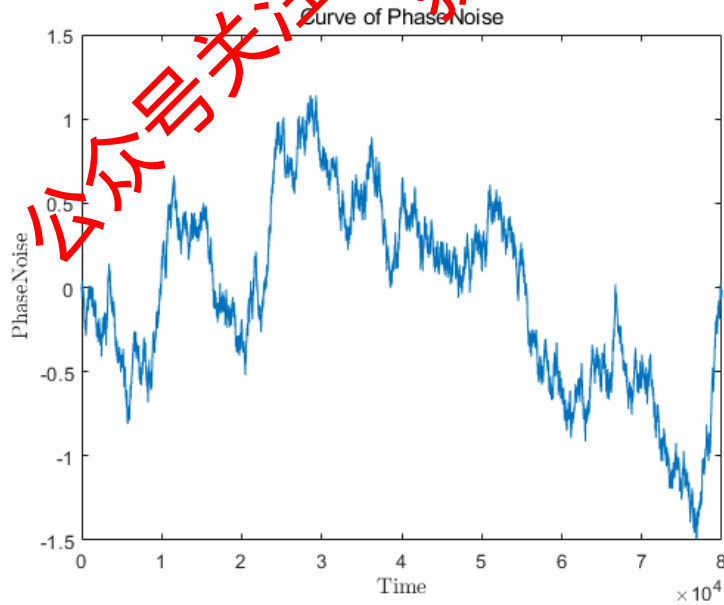


图 5 相位噪声变化曲线

之后，为了研究比较信道中不同的因素对传输信号星座图的影响，观察经过 CR 算法对相噪进行补偿后信号的星座图变化，我们对 16QAM 信号分别收到色散效应、相位噪声影响和相噪补偿后的星座图进行仿真和绘制，并与原本的 16QAM 星座图进行比较，结果如图 6 和图 7 所示：

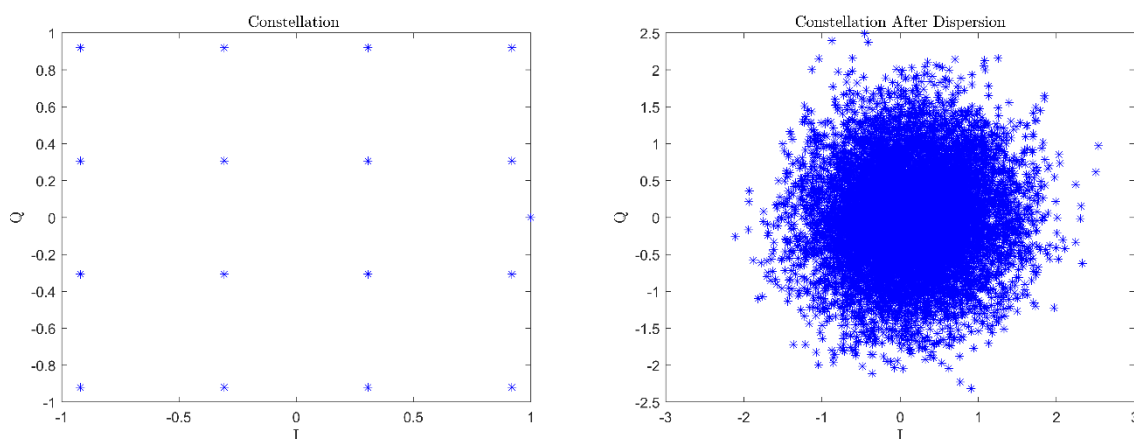


图 6 色散对星座图影响

通过图 6 可以看出，色散效应对 16QAM 信号星座图中的星座点频域的相位进行了明显的扰动，并且高频分量的相位受影响的程度较大。相位噪声污染后的信号星座图如图 7 左图所示，可以看到信号相位产生了明显的旋转，图 7 右图展示了采用 CR 算法进行相位补偿后的星座图，可以看出星座点相位旋转得到了有效补偿，星座点基本集中在图 6 左图所示的位置上，说明我们提出的 CR 算法进行的相位补偿能够有效地抵消相位噪声对 16QAM 信号的影响。

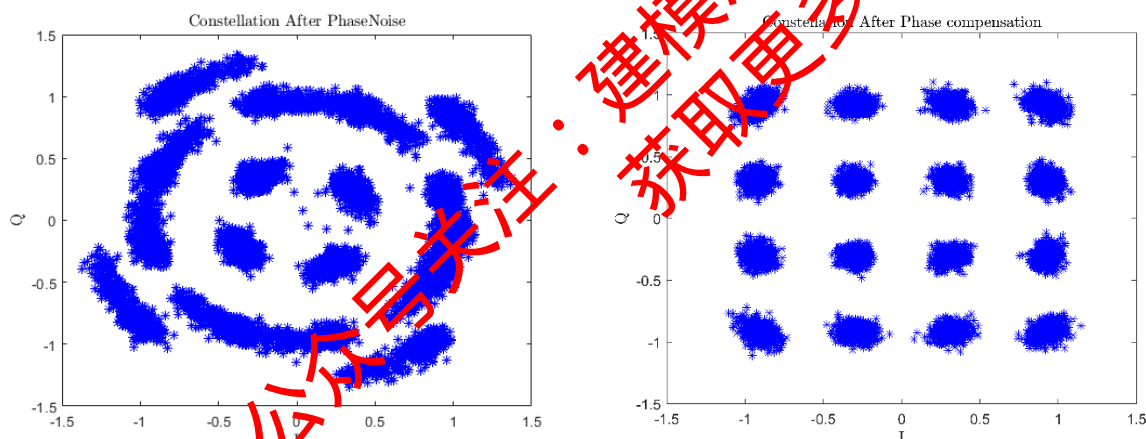


图 7 相噪以相噪补偿对星座图影响

基于前面提出的 CR 算法和建立的 QAM16 数字通信模型，并根据题目要求，将波特率设置为 150Gbaud，线宽为 100KHz，色散为 20000ps/nm，算法并行度为 128，且不考虑定点量化。测试满足 BER 门限为  $2e-2$  时 RSNR 代价  $< 0.3\text{dB}$  条件下的导频开销的优化流程如下。

- 1) 计算系统在只有高斯白噪声存在时，误码率为  $\text{BER}=2e-2$  时的 RSNR0。
- 2) 计算 RSNR 代价在  $[0, 0.3]$  区间，不同导频长度，加入色散、相位噪声、高斯噪声以及色散补偿和相位补偿后系统 BER。
- 3) 当导频长度增加某一值，系统 BER 将降低 BER 门限，对应值为最小导频长度，由此可求得最小导频开销。

图 8 为 RSNR 代价在  $[0, 0.3]$  区间，导频长度为 1、2、3、4、5 时的 BER 随 RSNR 变化的曲线，由图 8 可知，对任意导频长度，误比特率 BER 随 RSNR 代价的增大而减小，说明降低误码率意味着更大的 RSNR 代价。同时，为达到相同的 BER 性能，导频长度越小(即导频开销越低)所需付出的 RSNR 代价越大。



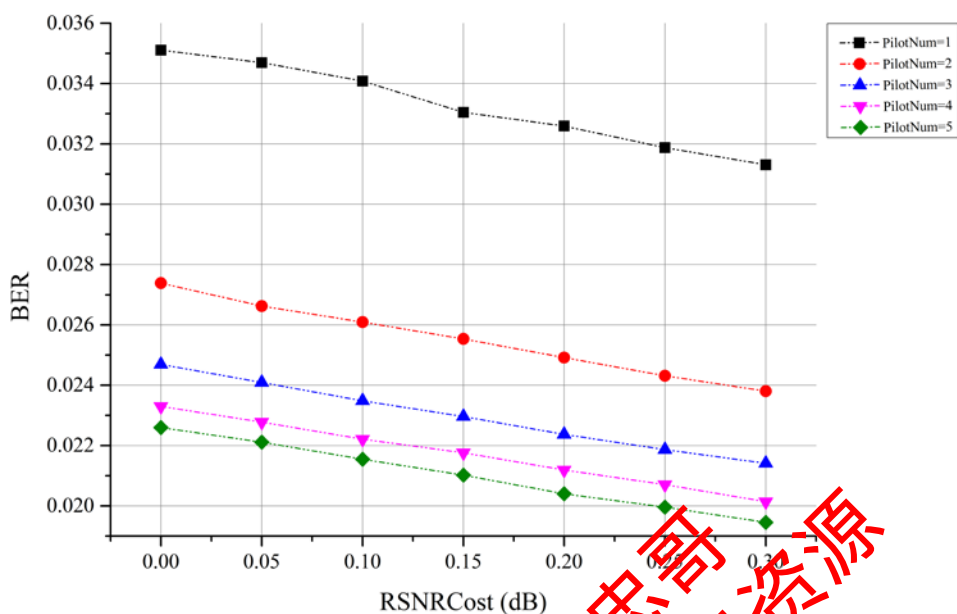


图 8 不同导频长度 BER-RSNR 代价曲线

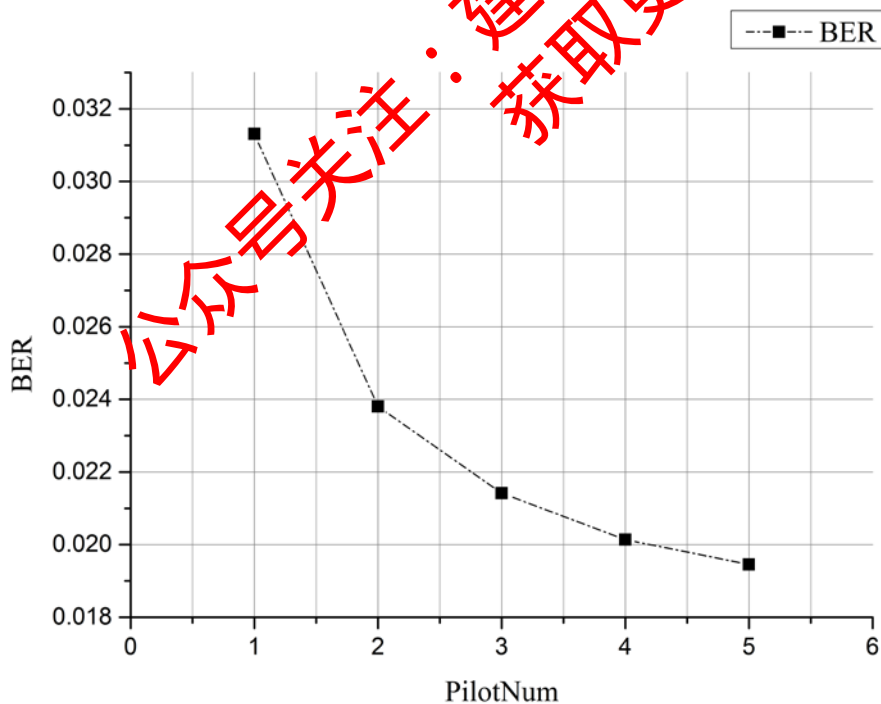


图 9 BER 随导频长度变化曲线

图 9 为控制 RSNR 代价在 0.3dB 时，误比特率 BER 随导频长度变化曲线，由图可知，导频长度小于 3 时，BER 大于门限值，当导频长度大于等于 4 以后，BER 低于门限值。

综合图 8 和图 9 可知，我们设计的 CR 算法在满足  $BER=2e-2$  这个门限值时，对应 RSNR 的代价小于 0.3dB。当数据符号数取 128 时的最小导频符号长度为 4，对应的导频开销为 3.13%。

## 四、 问题 2 的模型建立与求解

### 4.1 目标分析和仿真模型设计

由题目要求可知，问题 2 是在问题 1 的 16QAM 数字通信模型和相噪补偿 CR 算法的基础上，将影响相位噪声的激光器线宽参数 LW、影响频域信号相位的色散值参数 Dz 的范围由定值扩展到 10kHz~10MHz 和 0~10000ps/nm。而我们研究的目标，是在保证 RSNR 代价始终保持在小于 0.3dB 的条件下，通过分别改变仿真使用的激光器线宽 LW、色散值 Dz 以及导频开销  $\eta$  这三个参数，研究三者之间的定量关系。由此，我们可以得出一个基于激光器线宽 LW、色散值 Dz 和导频开销  $\eta$  的优化模型：

$\eta = \frac{M}{N} = f(Lw, Dz)$ 。因此，如何设计仿真以得到需要的结果是一个关键。

为此，我们的仿真模型设计为：

- (1) 首先，为了研究激光器线宽 LW 与导频开销  $\eta = \frac{M}{N}$  的关系，我们将色散值 Dz 固定为一个定值，同时将激光器线宽 LW 的值按照 10kHz, 20kHz, 50kHz, 100kHz, 200kHz, 500kHz, 1MHz, 2.5MHz, 5MHz, 7.5MHz 和 10MHz 的顺序依次增大，分别在每个 LW 参数下改变导频开销  $\eta$ 。

该部分的仿真流程图如图 10 所示：

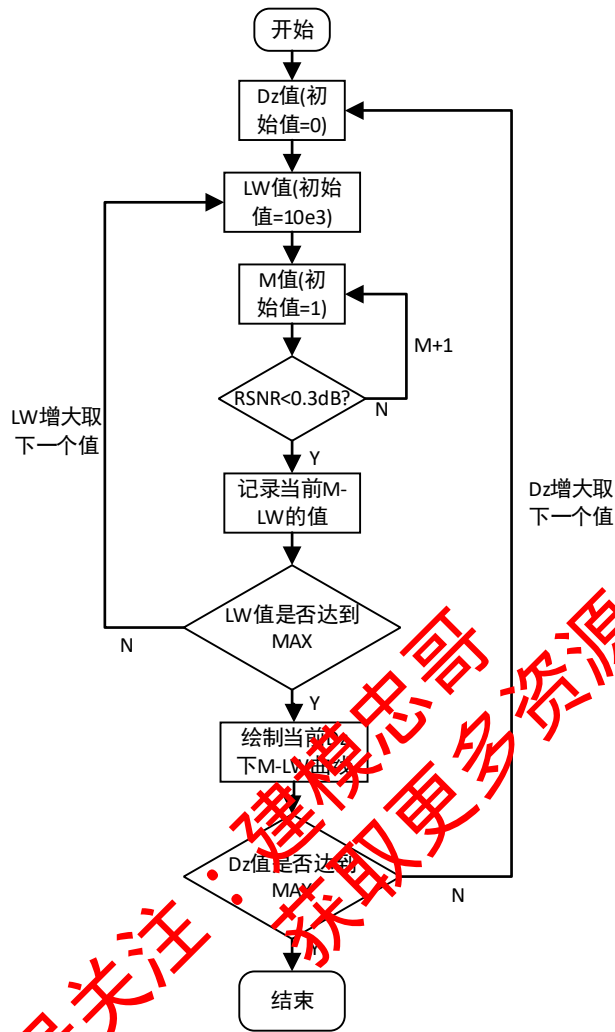


图 10 线宽 LW 与导频开销关系仿真流程图

结合图 10 所示，该部分仿真的具体方式为：改变  $N$  个符号中导频符号的数目  $M$ ，将  $M$  的值从 1 到  $N$  逐一增大，测量在条件：色散值  $Dz$ ，激光器线宽  $LW$  和导频符号数目  $M$  三个参数下，将误比特率  $BER$  降低至预设门限  $2e^{-2}$  所需要的  $RSNR$  代价。当  $RSNR < 0.3\text{dB}$  时，停止  $M$  的递增，记录  $M$  当前的值  $M_{\text{Qualify}}$ 。之后将符合  $RSNR$  条件的导频符号数  $M_{\text{Qualify}}$  与当前激光器线宽  $LW$  的值联系起来，画出在当前固定色散值  $Dz$  下符合  $RSNR$  条件的导频符号数  $M_{\text{Qualify}}$ -激光器线宽  $LW$  的曲线。最后，改变色散值  $Dz$  为下一个固定值，重复以上测试，画出不同色散值  $Dz$  下  $M_{\text{Qualify}}$ - $LW$  的曲线。由于导频符号数  $M$  与导频开销  $\eta$  成正比，因此  $M_{\text{Qualify}}$ - $LW$  曲线能够直接反映在色散值  $Dz$  一定的情况下激光器线宽  $LW$  与导频开销  $\eta$  的关系。

- (2) 接下来，我们研究色散值  $Dz$  与导频开销  $\eta$  的关系。类比于(1)中的处理方式，我们将激光器线宽参数  $LW$  固定为一个定值，同时将色散值  $Dz$  的值按照 0,0.1,0.5,1,5,10,50,100,500,1000,5000,10000（单位：ps/nm）的顺序依次增大。分别在每个  $Dz$  参数下改变导频开销  $\eta$ ，即改变导频符号数  $M$  的值，将  $M$  的值从 1 到  $N$  逐一增大，测量在条件：色散值  $Dz$ ，激光器线宽  $LW$  和导频符号数目  $M$  三个参

数下，将误比特率 BER 降低至预设门限  $2e^{-2}$  所需要的 RSNR 代价。当  $RSNR < 0.3\text{dB}$  时，停止 M 的递增，记录 M 当前的值  $M_{\text{Qualify}}$ 。之后将符合 RSNR 条件的导频符号数  $M_{\text{Qualify}}$  与当前色散值 Dz 的值联系起来，画出在当前固定激光器线宽 LW 下符合 RSNR 条件的导频符号数  $M_{\text{Qualify}}$ -色散值 Dz 的曲线。最后改变激光器线宽参数 LW 作为新的固定值，重复以上测试，画出不同线宽 LW 下  $M_{\text{Qualify}}$ -Dz 的曲线。该部分的仿真流程图如图 11 所示：

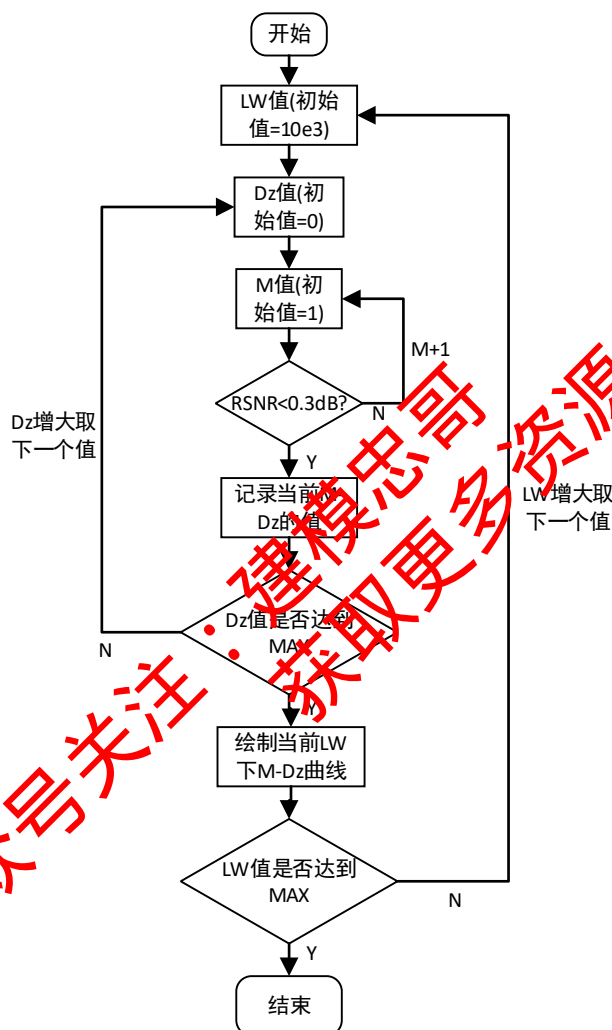


图 11 色散值 Dz 与导频开销关系仿真流程图

## 4.2 仿真结果与分析

首先我们仿真给出了不同激光器线宽 LW 以及不同色散值 Dz 下 16QAM 信号星座图的变化情况。如图 12 所示，左图为线宽为 10kHz，色散为 0ps/nm 时 16QAM 的星座图；右图为线宽为 10MHz，色散为 0ps/nm 时 16QAM 的信号星座图，可以看到，线宽特别大时，引入的相位噪声非常大，若想将其补偿，需要非常大的导频开销，达到 50%左右。

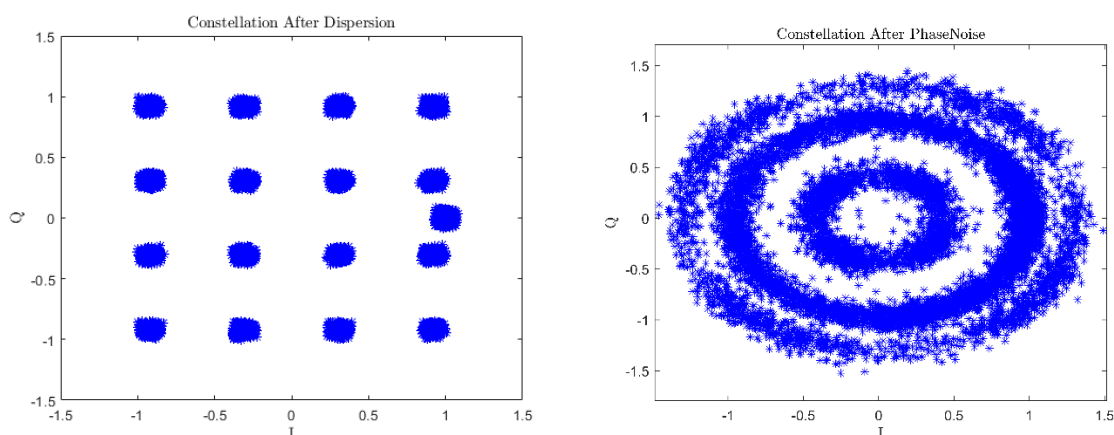


图 12 不同线宽对应的 16QAM 信号星座图(左:LW=10kHz; 右: LW=10MHz)  
图 13 则给出了线宽为 10kHz,色散为 0ps/nm 和线宽为 10kHz,色散为 10000ps/nm 时的信号星座图。可以看到, 色散对信号的影响近似于高斯噪声。

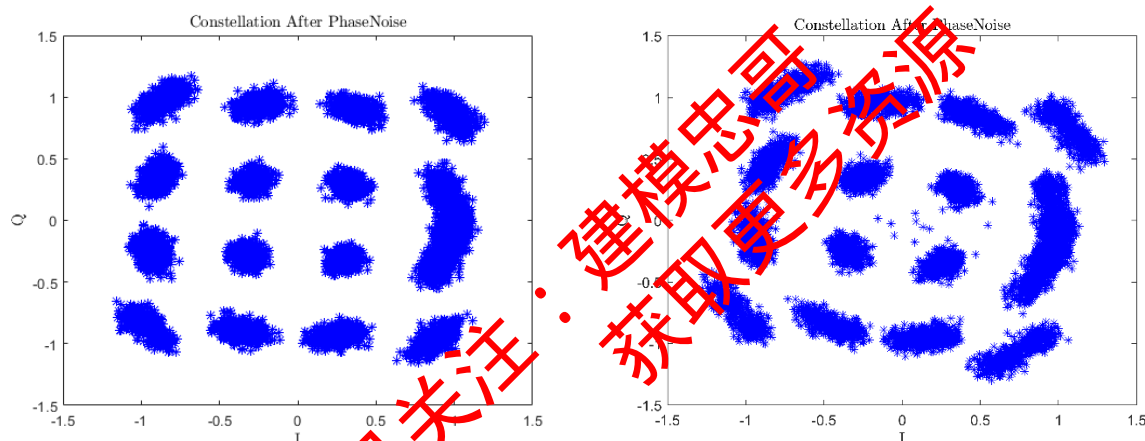


图 13 不同色散对应的 16QAM 信号星座图(左: Dz=0ps/nm;右: Dz=10000ps/nm)

接下来, 我们根据 4.1 建立的仿真模型, 首先研究色散值  $Dz$  一定的情况下激光器线宽  $LW$  与符合 RSNR 代价条件的导频符号数  $M_{\text{Qualify}}$  的关系。如上节所述, 在符号总数  $N=128$  的情况下, 激光器线宽  $LW$  的取值从[10kHz, 20kHz, 50kHz, 100kHz, 200kHz, 500kHz, 1MHz, 2.5MHz, 5MHz, 7.5MHz, 10MHz]依次增大取得。我们测量并分别绘制出了色散值  $Dz$  分别取固定值[0, 0.5, 5, 50, 500, 5000]情况下  $M_{\text{Qualify}}-LW$  的曲线, 如图 14 所示。可以看出, 对于每个固定色散值  $Dz$ , 线宽  $LW$  与符合 RSNR 代价条件导频符号数  $M_{\text{Qualify}}$  的关系呈现“低线宽值下导频符号数不受影响, 高线宽值下所需导频符号数急剧增大”的变化趋势, 即: 当激光器线宽  $LW < 1\text{MHz}$  时,  $LW$  值的增长不会影响满足 RSNR 代价条件所需导频符号数  $M_{\text{Qualify}}$  的值, 该值始终维持在很低的水平, 此时对应的导频开销  $\eta$  很低, 大约在 3% 的水平; 但是当  $LW > 1\text{MHz}$  后, 所需导频符号数  $M_{\text{Qualify}}$  的值急剧增大, 相应的导频开销  $\eta$  也急速增大到了 50% 左右, 此时信息传输效率只有一半左右, 明显不适合现实情况的应用。

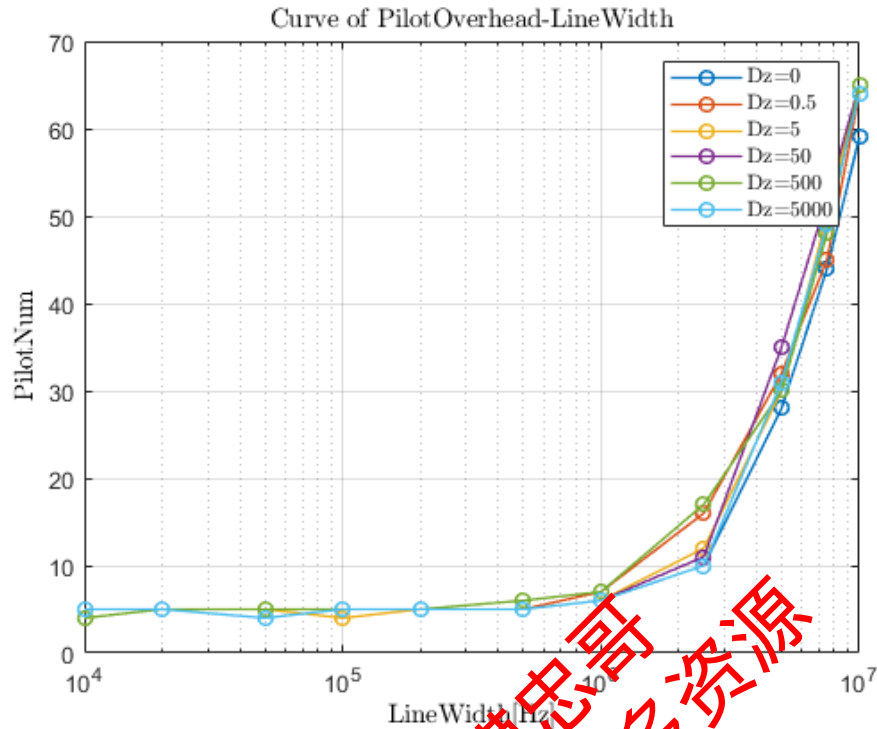


图 14 不同固定色散值  $Dz$  下线宽  $LW$  与符合 RSNR 代价条件导频符号数  $M_{\text{Qualify}}$  的关系曲线图

因此，应尽量将激光器线宽  $LW$  限制在小于  $1\text{MHz}$  的值以内，保证在低导频开销  $\eta$  下 RSNR 代价不会超过  $0.3\text{dB}$  的界限。此外，根据观察不同固定色散值  $Dz$  下  $M_{\text{Qualify}}-LW$  曲线，我们发现这些曲线在整个线宽  $LW$  的观察区间内都基本重合，变化趋势也基本相同，这说明色散值  $Dz$  在当前观察范围内对于导频开销  $\eta$  的影响不大，或是基本不产生影响。接下来的仿真也说明了这一点。

现在研究激光器线宽  $LW$  一定的情况下色散值  $Dz$  与符合 RSNR 代价条件的导频符号数  $M_{\text{Qualify}}$  的关系。同样在总符号数目  $N=128$  的情况下，色散值  $Dz$  从  $[0, 0.1, 0.5, 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, 5000, 10000]$  (单位:  $\text{ps/nm}$ ) 中取得。我们测量并分别绘制出了线宽值  $LW$  分别取固定值  $[0, 0.5, 5, 50, 500, 5000]$  情况下  $M_{\text{Qualify}}-Dz$  的曲线，如图 15 所示：



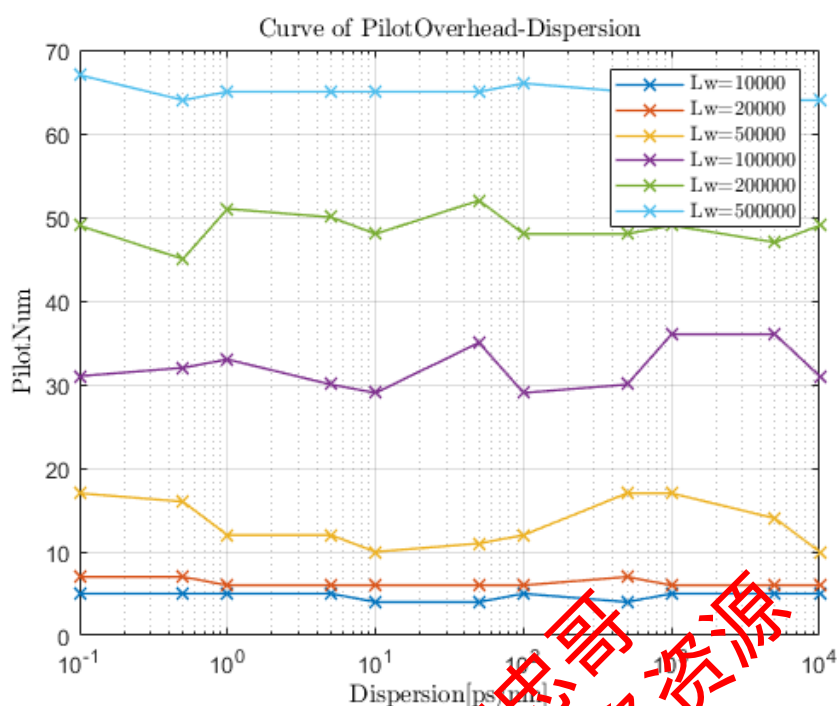


图 15 不同固定线宽值  $LW$  下色散  $Dz$  与符合 RSNR 代价条件导频符号数  $M_{Qualify}$  的关系曲线图

由图 15 可以看出, 对于每条固定线宽值  $LW$  的  $M_{Qualify}$ - $Dz$  曲线, 符合 RSNR 代价条件导频符号数  $M_{Qualify}$  随色散值  $Dz$  的变化均基本保持不变, 上下浮动的范围均保持在一个较小的范围内。这说明色散值  $Dz$  对导频开销基本没有影响, 在研究相噪补偿的 CR 算法以及帧结构的组成时可以忽略色散值  $Dz$  的影响。另一方面, 不同的线宽  $LW$  值对应的曲线说明了  $LW$  会明显地影响导频开销, 且导频开销值(符合 RSNR 代价条件导频符号数  $M_{Qualify}$ )与线宽  $LW$  呈正相关, 这也与图 7 所呈现的结果保持一致。

我们将线宽值  $LW$ 、色散值  $Dz$  和符合 RSNR 代价条件导频符号数  $M_{Qualify}$  的值之间的关系综合比较, 绘制出了如图 16 所示的三维关系图像:

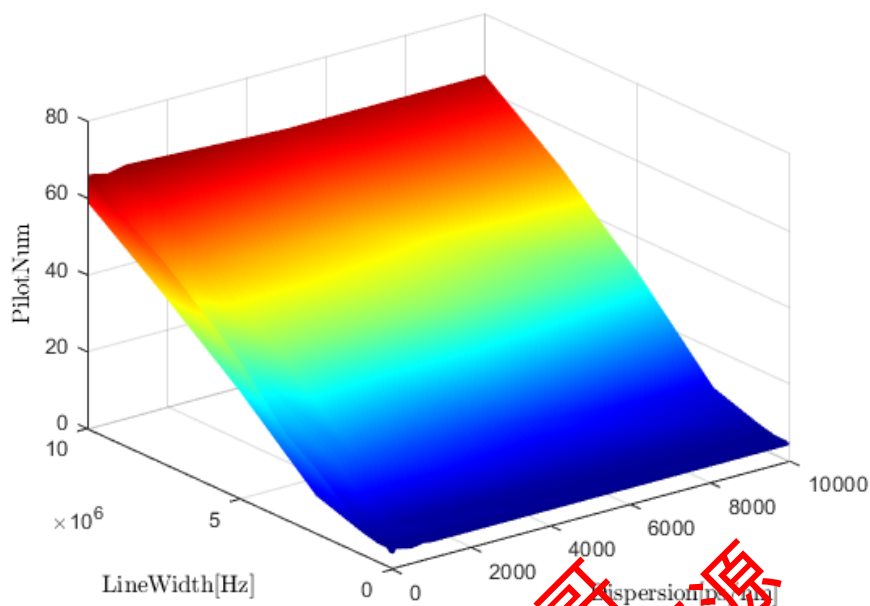


图 16 线宽  $LW$ 、色散  $Dz$  和符合  $RSNR$  代价条件导频符号数  $M_{Qualify}$  的关系图

图 16 清晰地展示了线宽  $LW$ 、色散值  $Dz$  与导频开销之间的关系，即：

- (1) 导频开销与线宽  $LW$  的值呈现“低线宽值下导频开销不受影响，高线宽值下导频开销急剧增大”的趋势，当  $LW < 1\text{MHz}$  时导频开销基本不受线宽  $LW$  的影响，但是当  $LW > 1\text{MHz}$  后导频开销随  $LW$  的增大而急剧增大。因此，在实际应用中应尽量保持激光器线宽  $LW$  小于  $1\text{MHz}$  的数量值。
- (2) 导频开销与色散值  $Dz$  之间基本不存在定量关系。导频开销随色散值  $Dz$  的变化基本保持不变。因此在实际应用和相噪补偿的  $CR$  算法设计中可以考虑忽略色散对信号的影响。

## 五、问题 3 的模型建立与求解

### 5.1 ASIC 芯片设计流程综述

20 世纪 70 年代中后期,可编程逻辑器件(PLD)和超大规模专用集成电路(VLSI)开始出现,此后逐渐形成了现场可编程门阵列(FPGA)和专用集成电路(ASIC)两大阵营。ASIC 一般是大批量生产,与 FPGA 相比,ASIC 具有用户定制、单位面积成本低、功耗低、体积小等优点,但是也具有开发时间周期长、不可编程、非再现工程(NRE)成本高等缺陷<sup>[5]</sup>。在本文所涉及的光数字信号处理中,其算法实现芯片是基于 ASIC 实现的。

问题 1 和 2 对于相噪补偿的 CR 算法都是基于计算机上软件(本文使用的仿真软件为 matlab)的数学计算进行模拟和实现的。但在实际应用中,一套算法的优秀程度,不仅需要考虑其在理论上的性能高低,还要考虑该算法在硬件实现上的难易度和可行性。首先,为了提高芯片处理数据的效率,保障芯片的频率能够大于信号的传输速率,我们需要对芯片数据采取并行的处理方式。对于并行度 N,芯片在 1 个时钟周期能够处理 N 个符号,功耗大大降低。对于本文所设计的 CR 算法,我们的最终目的是要将其在 ASIC 芯片上实现,而 ASIC 上的计算是基于硬件电路展开的,对于算法中涉及到的各类运算,需要将其细化为 ASIC 芯片硬件能够实现的加法、乘法、查找和缓存等基本运算。这些运算对应着不同的资源需求量,反映在芯片上则各自需求占得一定的运算面积。因此在 ASIC 芯片上设计 CR 算法时,我们需要尽量在保证算法性能满足要求的前提下,对算法的 ASIC 设计进行优化,使得需求的计算资源达到最小程度。根据题目所给出的条件,ASIC 芯片上各类基本操作对应使用的资源量如表 2 所示:

表 2 ASIC 芯片基本操作所需资源对应表

基本操作	8+8bit 加法器	8*8 bit 乘法器	8bit-8bit 查表	8bit, 每 2048 符号延时
资源	1 U	8 U	128 U	1 U

另一方面,由于芯片是在系统时钟主频下以一拍一拍的节奏地运行,在每一拍运行中只能完成有限个连续的基本运算。因此在对 CR 算法各个运算模块的流程进行设计时,还需要结合每个运算模块的运行时钟延迟来考虑。当算法存在不同的计算路径,或是受运算时间的影响导致一拍的时钟内无法完成下一级运算,均需要使用缓存模块 buffer 将上一级的运算结果进行缓存,以保证每个路径的延时对准。

### 5.2 CR 算法在 ASIC 芯片设计问题模型的建立与分析

定点化即将浮点数据进行量化,通过截取小数位将其改为硬件可实现的定点数,而定点化时,由于截取小数使得小数精度下降,导致系统性能下降;同时要考虑量化精度与资源的关系,当量化位数越少时,即定点数位宽小,系统消耗资源量会减小。因此,如何考虑定点化意义重大。

在 CR 算法的 ASIC 芯片实现上,由于引入了定点量化位宽  $L_x$ 、资源量和净荷量等因素,并其考虑到定点量化位宽  $L_x$  会直接影响 RSNR 代价,因此需要对 RSNR 代价的模型进行更新,即:

$$RSNR_{\text{代价}} = G(M / N, Lw, Dz, Lx) \quad (1.17)$$

其次，通过分析，我们可以对资源代价量  $COST_{\text{资源}}$  进行建模：

$$COST_{\text{资源}} = F(M / N, N, Lx) \quad (1.18)$$

其中  $M/N$  为导频开销， $N$  同时为并行度(在假设(4)的前提下)。

在第(3)问的要求，我们是要在问题(2)的场景基础上，对(1)中得到的 CR 算法进行定点量化，找出使资源使用量最小的 CR 算法定点量化方案，其中最重要的优化变量。根据题目所给条件和要求，我们对第(3)问的问题构建优化模型如下：

$$\begin{aligned} \min & F(M / N, N, Lx) \\ \text{s.t.} & G < 0.3 \\ & 10e3 < Lw < 10e6 \\ & 0 < Dz < 1e4 \\ & CLK(N - M) > 145e9 \\ & M / N < 5 / 145 \\ & 100 < N < 200 \\ & Lx \in \{6, 7, 8, 9\} \end{aligned} \quad (1.19)$$

当引入位宽  $Lx$  后，可将问题(2)中的模型修改为： $f = \frac{M}{N} = f(Lw, Dz, Lx)$ ，从而可以将问题(3)中关于  $LW, Dz, Lx$  的约束转化为  $M/N$  的约束  $s_1 < M/N < s_2$ ，其中  $s_1, s_2$  对应一个修改后问题(2)模型的解，因此问题(3)转化为：

$$\begin{aligned} \min & F(M / N, N, Lx) \\ \text{s.t.} & CLK(N - M) > 145e9 \\ & s_1 < M / N < \min\{5 / 145, s_2\} \\ & 100 < N < 200 \\ & Lx \in \{6, 7, 8, 9\} \end{aligned} \quad (1.20)$$

求解式(1.20)所列出的优化问题，即可求出符合要求的定点量化位宽  $Lx$  以及对应的 CR 算法 ASIC 芯片硬件实现方案。

下面是本文提出的 CR 算法 ASIC 芯片硬件实现方案的介绍与分析。根据前文设计的 CR 算法，可将 CR 算法分解为如图 17 所示流程：

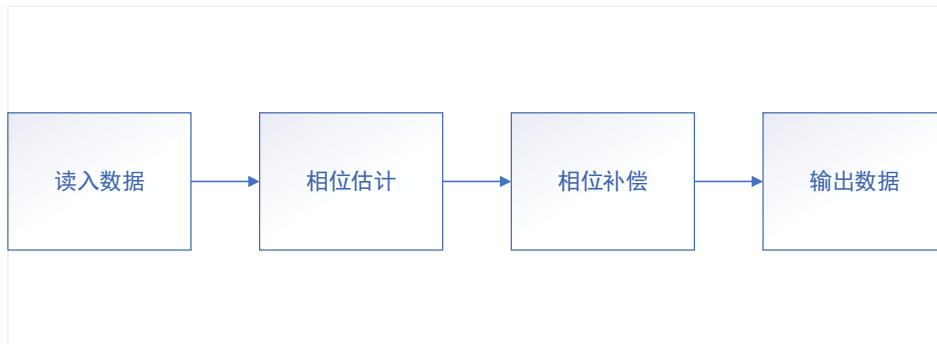


图 17 CR 算法 ASIC 芯片实现流程

该流程分为读入数据，相位估计，相位补偿，输出数据四部分。对四个部分进行细化，其

中读入数据部分主要负责读入数据，在一个时钟内串行读入高速数据存入 **buffer**。相位估计部分主要负责通过本帧导频数据累加运算求得的导频平均值，以及与上一帧的导频平均值做插值，求得补偿斜率并计算补偿序列。相位补偿部分主要负责将补偿序列与本帧数据序列相乘，求得补偿后的数据序列。输出数据部分主要将补偿后的数据序列存入 **buffer** 给其他模块调用。

考虑到时序实现的流程，我们对包含导频块的每一帧数据的处理方式进行了设计规划，其流程图如图 18 所示：

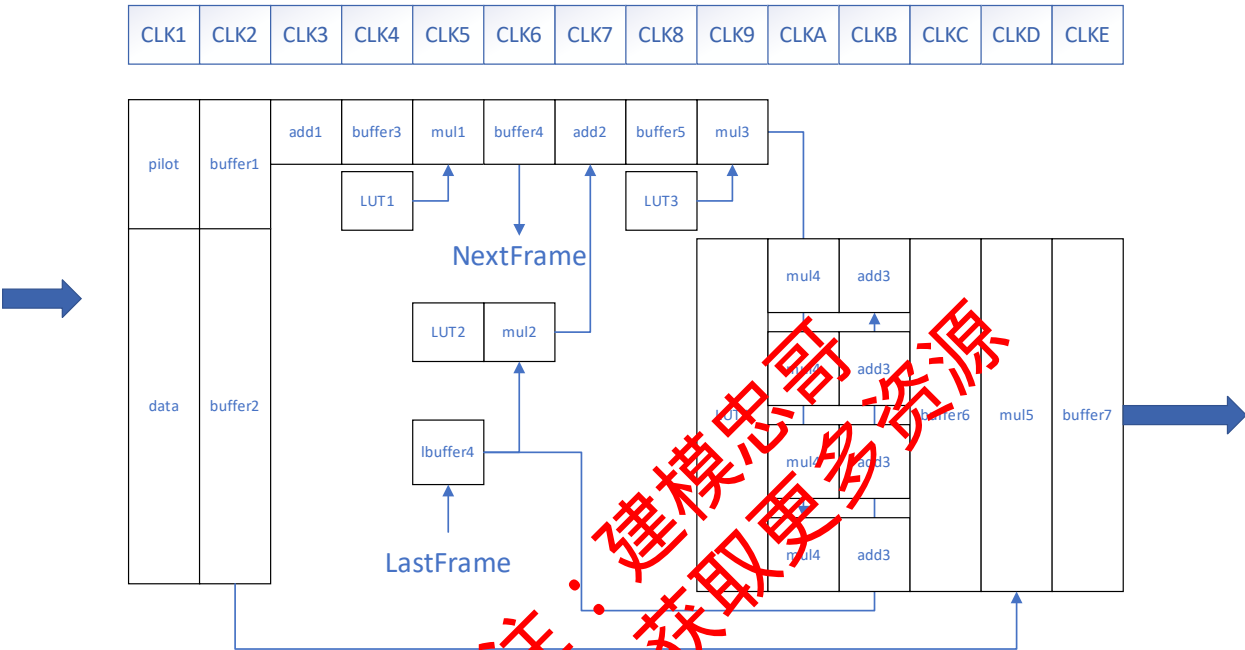


图 18 CR 算法每帧数据的时序实现流程图

时序实现流程图中的各个模块对应的解释和所需基本操作的次数如表 3 所示：

表 3 CR 算法每帧数据时序实现流程图模块功能释义表

模块	输入位宽	输出位宽	操作
Pilot	$S(L_x, L_x-2) * 2$	$S(L_x, L_x-2) * 2$	0
Data	$S(L_x, L_x-2) * 2$	$S(L_x, L_x-2) * 2$	0
Buffer1	$S(L_x, L_x-2) * 2$	$S(L_x, L_x-2) * 2$	延时 $1\text{clk} * M$
Buffer2	$S(L_x, L_x-2) * 2$	$S(L_x, L_x-2) * 2$	延时 $\lceil \log_4(M-1) \rceil + 15\text{clk} * (N-M)$
Add1	$S(L_x, L_x-2) * 2$	$S(L_x + \lceil \log_2 M \rceil, L_x - 2 + \lceil \log_2 M \rceil) * 2$	$2(M-1)$ 个实数 $L_x$ 加法
Buffer3	$S(L_x + \lceil \log_2 M \rceil, L_x - 2 + \lceil \log_2 M \rceil) * 2$	$S(L_x + \lceil \log_2 M \rceil, L_x - 2 + \lceil \log_2 M \rceil) * 2$	延时 $1\text{clk} * 1$
LUT1	$U(1, 0)$	$S(7, 6)$	1, 7 查表
Mul1	$S(7, 6)$	$S(L_x, L_x-2) * 2$	2 个实数 1, 7 乘法

	U (1, 0)		
LUT2	U (1, 0)	U (1, 0)	1, 1 查表
Buffer4	S (Lx, Lx-2) *2	S (Lx, Lx-2) *2	延时 7clk*1
Mul2	S (Lx, Lx-2) *2 U (1, 0)	S (Lx, Lx-2) *2	2 个实数 1, Lx 乘法
Add2	S (Lx, Lx-2) *2 S (Lx, Lx-2) *2	S (Lx+1, Lx-2) *2	2 个实数 Lx 加法
Buffer5	S (Lx+1, Lx-2) *2	S (Lx+1, Lx-2) *2	延时 1clk*1
LUT3	U (1, 0)	S (7, 6)	1, 7 查表
Mul3	S (7, 6) S (Lx+1, Lx-2) *2	S (Lx+8, Lx+4) *2	4 个实数 7, Lx+1 乘法
LUT4	U (1, 0)	U (8, 0)	1, 7 查表 (N-M)
Mul4	U (8, 0) S (Lx+8, Lx+4) *2	S (Lx, Lx-2)	(N-M) *2 个实数 8, Lx+8 乘法
Add3	S (Lx, Lx-2) S (Lx, Lx-2) *2	S (Lx, Lx-2) *2 (N-M)	(N-M) *2 个实数 Lx 加法
Buffer6	S (Lx, Lx-2) *2	S (Lx, Lx-2) *2	延时 1clk* (N-M)
Mul5	S (Lx, Lx-2) *2 S (Lx, Lx-2) *2	S (Lx, Lx-2) *2 (N-M)	(N-M) *4 个实数 Lx, Lx 乘法
Buffer7	S (Lx, Lx-2) *2	S (Lx, Lx-2) *2	延时 1clk* (N-M)

其中，时钟部分中每一个时钟周期的功能释义如下表所述：

表 4 CR 算法时序实现流程图时钟部分释义表

时钟	解释
CLK1	CLK1 串行读入数据分为 pilot 与 data 两部分，占一个时钟周期
CLK2	CLK2 将读入数据分别存入 buffer1 与 buffer2，占一个时钟周期
CLK3	CLK3 在 add1 做 M-1 次虚数加法，需要 2(M-1) 个加法器，占 $\lceil \log_4(M-1) \rceil$ 个时钟周期
CLK4	CLK4 将 add1 的数据存入 buffer3；同时读入 LUT1，占一个时钟周期
CLK5	CLK5 将 buffer3 的数据与 LUT1 读入的数据做 mul1 乘法；同时读入 LUT2 与 lbuffer4 的数据，占一个时钟周期
CLK6	CLK6 将 mul1 的结果存入 buffer4；同时将 LUT2 的数据与 lbuffer4 的数据做 mul2 乘法，占一个时钟周期
CLK7	CLK7 将 buffer4 与 mul2 的结果做 add2 加法，占一个时钟周期
CLK8	CLK8 将 add2 加法结果存入 buffer5；同时读入 LUT3，占一个时钟周期
CLK9	CLK9 将 buffer5 与 LUT3 的数据做 mul3 乘法；同时读入 LUT4 的数据，



	占一个时钟周期
CLKA	CLKA 将 mul3 的结果与 LUT4 的数据对应做 mul4 乘法, 占两个时钟周期
CLKB	CLKB 将 mul4 的结果与 lbuffer4 的数据做 add3 加法, 占一个时钟周期
CLKC	CLKC 将 add3 的结果存入 buffer6, 占一个时钟周期
CLKD	CLKD 将 buffer6 与 buffer2 的数据做 mul5 相乘, 占四个时钟周期
CLKE	CLKE 将 mul5 的结果存入 buffer7 供下一模块使用, 占一个时钟周期

由于芯片是在时钟主频下一拍一拍运行的, 一拍运行中只能完成有限个连续的基本运算, 通过加缓存的方式, 实现了流水线的结构, 即在处理本帧信号时, 下一帧的信号也开始准备处理或也在处理流程中。通过分析时钟, 本文提出的 CR 算法的 ASIC 芯片实现方案共包括  $\lceil \log_4(M-1) \rceil + 17$  个时钟周期, 在处理一帧时, 通过计算可将资源代价表示为  $Lx$ ,

$M, N$  的函数:

$$\begin{aligned} \text{Cost} &= F(M, N, Lx) \\ &= (N - M) \left( \frac{Lx^2}{2} + Lx + 22 \right) + \frac{15Lx}{4} + \frac{7}{4} \end{aligned} \quad (1.21)$$

其中  $M, N$  满足约束条件:

$$\begin{aligned} N - M &> 144 \\ 200 &> N > 100 \end{aligned} \quad (1.22)$$

由于在该模型下,  $N-M$  远大于  $Lx$ , 因此硬件实现所需资源代价主要与  $Lx^2$  成正比, 同时与  $N-M$  成正比。

### 5.3 仿真结果与分析

在问题 (1) 中得到的 CR 相噪补偿算法的基础上, 根据题目要求, 将浮点运算分别改变为不同位宽  $Lx$  的定点量化运算,  $Lx$  的取值为 [6,7,8,9] 四个数字中的一个。通过测量 16QAM 数字通信系统在定点量化运算时达到误比特率 BER 阈值 0.02 所需要的 RSNR 代价, 来分析比较得出适用于本文提出的 CR 算法 ASIC 芯片实现方案的最佳定点量化位宽  $Lx$ 。结果如图 19 所示:

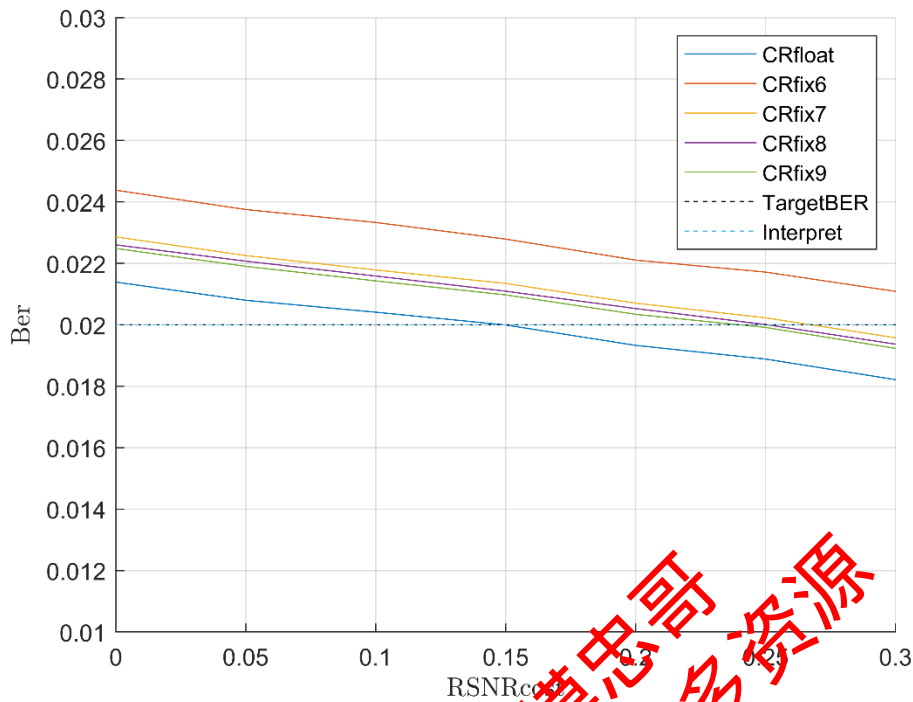


图 19 不同定点量化位宽  $L_x$  下误比特率 BER 与 RSNR 代价的关系曲线图

由图 19 可以清晰地看出，使用浮点运算的 CR 算法达到 BER 门限值所需要的 RSNR 代价最小，说明定点化造成了算法性能的损失。同时，随着定点量化位宽  $L_x$  的减小，对应的 CR 算法达到 BER 门限值所需要的 RSNR 代价变大，说明算法性能会随着定点量化位宽  $L_x$  的减小而降低，反之则会增强，这与理论分析的结论是相同的。结合式 (1.21) 的分析，由于  $N-M$  的值远大于  $L_x$ ，计算资源的代价主要由  $N-M$  的值影响，因此根据题目要求的资源代价最小原则，最优的定点量化位宽  $L_x$  应选择为 6。

## 六、问题 4 的模型建立与分析

### 6.1 资源与性能优化模型建立

现实中算法性能和芯片资源相互影响，算法性能越佳意味着芯片资源开销的增加，基于问题一、二、三的分析，针对问题四，我们建立了一个性能-资源的统筹优化模型，通过最小化综合代价函数，得出了一套可自动优化位宽和实现性的方案，用以指导算法开发。

假设  $\alpha$  与  $\beta$  表示资源与性能的侧重因子,其满足

$$\alpha + \beta = 1$$

性能和资源代价函数为

$$J = \alpha J_f(F) + \beta J_g(G)$$

其中  $J_f$  与  $J_g$  分别表示一种对资源与性能的映射关系，其目的是将资源与性能对综合代价函数的影响因子归一化。

选取问题 3 中的一种典型场景，如  $Lw=100e3$ ， $Dt=1e4$ ，优化模型为

$$\begin{aligned} \min & \alpha J_f(F) + \beta J_g(G) \\ s.t. & Lx_{\min} < x < Lx_{\max} \\ & \frac{M}{N_{\min}} < \frac{M}{N} < \frac{M}{N_{\max}} \\ & F < F_{\max} \\ & G < G_{\max} \end{aligned}$$

### 6.2 基于搜索的自动优化位宽和实现性设计的方案

对上述模型可采用搜索的方法自动优化位宽和实现性设计，具体流程如图 20 所示：

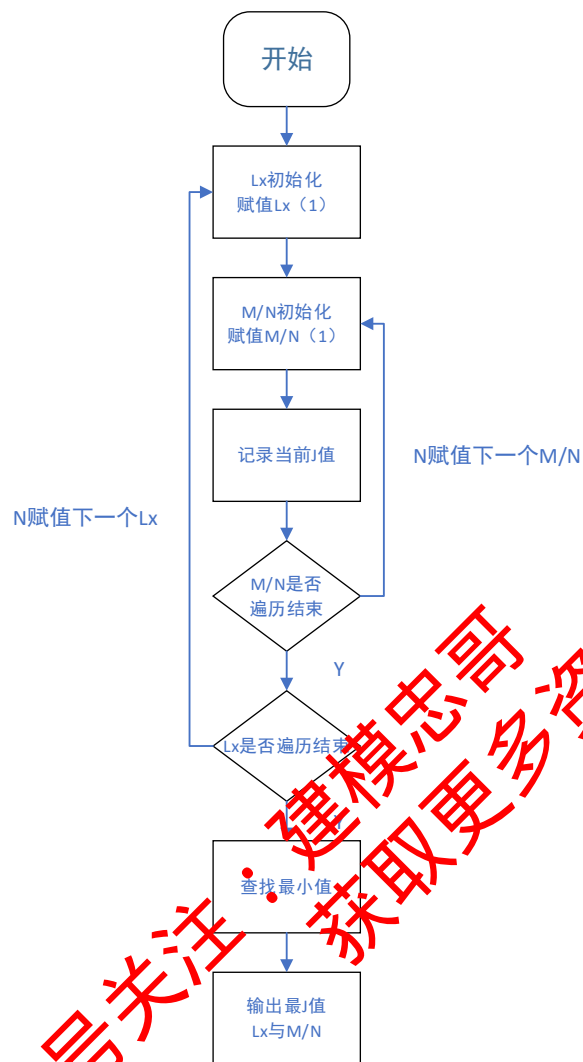


图 20 基于搜索的自动优化位宽和实现性设计的方案流程图

初始化位宽  $L_x(1)$ , 导频开销  $M/N(1)$ , 计算当前代价函数值  $J$ , 当  $N/M$  搜索完毕且  $L_x$  搜索完毕后, 计算  $J$  最小值, 得到最小值对应的位宽和导频开销。

## 参考文献

- [1] 陈欢. 100Gbps 光通信数字信号处理器预处理系统的设计与验证[D]. 西安电子科技大学, 2016.
- [2] 王红恩. 相干光通信系统中载波频偏和相位恢复算法研究[D]. 北京邮电大学, 2019.
- [3] 刘凌. 基于相干检测的光 OFDM 传输系统性能优化技术[D]. 上海交通大学, 2018.
- [4] L. Tomba, "On the effect of Wiener phase noise in OFDM systems." IEEE Transactions on Communications, vol. 46, no. 5, pp. 580-583, 1998.
- [5] N.Zafar. "Managing risk in ASIC design cycle[C]." ASIC Seminar and Exhibit, 1990. Proceedings. Third Annual IEEE. IEEE, 1990: P1/7.1-P1/7.3.

公众号关注：建模忠哥  
获取更多资源

## 附录

本文使用的基于 matlab 的仿真平台代码为:

```
clear;clc;close all;
imgdir='img/';mkdir(imgdir);

bert=2e-2;
PLOT = true;
gammodcoe = 16;
SNRScan=0:0.01:20;

EbN0Scan=SNRScan-10*log10(log2(gammodcoe));
berte = berawgn(EbN0Scan, 'qam', gammodcoe);

if PLOT
figure(1);grid on;hold on;
plot(SNRScan,berte);
plot(SNRScan,ones(size(SNRScan))*bert,'b--');
legend('16qam ber','target ber');
set(gca,'yscale','log');
xlabel('SNR');ylabel('BER');
savefig([imgdir 'theoryber.fig']);
end

[~,Ind]=min(abs(berte-bert));
RSNR=SNRScan(Ind);

TestLen = 1e4;
TestIters= 1e3;

pilotsym=1;
pilotNum=1;
pilotLoc = 1:8:TestLen;

Lw=100e3;
fb=150e9;

lamda=1550e-9;
Dz=2e4;
nfft=512;

osf=8;
filterC = rcosdesign(0.25, 6, osf);
```



```

fs=fb*osf;

parllelnum=128;
RSNR1=0.3+RSNR;

txs=randi([0,qammodcoe-1],1,TestLen);
txsym=qammod(txs,qammodcoe,'UnitAveragePower',true);

txsym(pilotLoc)=pilotsym;
if PLOT
figure(2);
plot(txsym,'b*');
xlabel('I','Interpreter','latex');
ylabel('Q','Interpreter','latex');
title('Constellation ','Interpreter','latex')
savefig([imgdir '2transConstellation.fig']);
end

txSig = kron(txsym,[1,zeros(1,osf-1)]);
txSig = filter(filterC,1,txSig);

if PLOT
figure(3);
subplot(211);plot(real(txSig(1:200)), 'r*');
ylabel('I','Interpreter','latex');
title('txSig','Interpreter','latex')
subplot(212);plot(imag(txSig(1:200)), 'r*');
ylabel('Q','Interpreter','latex');
savefig([imgdir '3txSig.fig']);

figure(4);
pwelch(txSig,1024,[],[],fs,'centered');
title('txSigSpectrum','Interpreter','latex')
savefig([imgdir '4txSigSpectrum.fig']);
end

[chsignl1]=adddispersion(txSig,nfft,fs,3e8/lamda,lamda,Dz);

chsignlC0 = filter(filterC,1,chsignl1);
chsignlC0 = chsignlC0(length(filterC):osf:end);
if PLOT
figure(5);
plot(chsignlC0,'b*');
xlabel('I','Interpreter','latex');ylabel('Q','Interpreter','latex');

```

```

title('Constellation After Dispersion','Interpreter','latex')
savefig([imgdir '5Constellation After Dispersion.fig']);
end

[chsiganl2,phanoise]=addphasenoise(chsiganl1,Lw,fb*osf);

if PLOT
figure(6);
plot(phanoise);
xlabel('');ylabel('Phase','Interpreter','latex');
savefig([imgdir '6Curve of Phase.fig']);
end

chsiganl3=chsiganl2...
    +(randn(size(chsiganl2))+randn(size(chsiganl2))*1i)/sqrt(2)*10^(-
RSNR1/20)*std(chsiganl2);

[rxsiganlC1]=subdispersion(chsiganl3,nfft,fs,3e8,lamda,lamda,Dz);

chsiganlC0 = filter(filterC,1,rxsiganlC1);
chsiganlC0=chsiganlC0(length(filterC):osf:end);

if PLOT
figure(7);
plot(chsiganlC0,'b*');
xlabel('I','Interpreter','latex');ylabel('Q','Interpreter','latex');
title('Constellation After PhaseNoise','Interpreter','latex')
savefig([imgdir '7Constellation After PhaseNoise.fig']);
end

rxsiganlC2 = filter(filterC,1,rxsiganlC1);

rxsiganlC3=rxsiganlC2(length(filterC):osf:end);

[y,valInd]=phasecr(rxsiganlC3,pilotNum,pilotLoc,parallelnum);
if PLOT
figure(8);
plot(y(valInd),'b*');
xlabel('I','Interpreter','latex');ylabel('Q','Interpreter','latex');
title('Constellation After Phase compensation','Interpreter','latex')
savefig([imgdir '8Constellation After Phase compensation.fig']);
end

```

公众号关注：建模忠哥  
获取更多资源