FM7

Etude d’un inf / min

1. Etude des éléments sur lesquels on travaille

- ✓ *Caractérisation des Espaces*

$$E\ :\ Espace\ Vectoriel$$

$$F\ :\ Sev\ de\ dimension\ n\ finie$$

- ✓ *Détermination du Produit Scalaire*

Produit Scalaire d’une Base Orthonormée de F

2. Application des théorèmes du cours

- ✓ *Distance d’un vecteur à un sev*

$$\underset{z\in F}{inf}\|u-z\| = d^2(u,F) = \|u-p_F(u)\|$$

$$p_F(u) = \sum_{i=1}^{n}(u|e_i)\ e_i \qquad avec\ (e_i)_{1\leq i\leq n}\ BON\ de\ F$$

- ➢ *Exemple*

$$\inf_{(a,b)\in\mathbb{R}^2}\int_{-1}^{1}(e^x - a\sin x - b\cos x)^2\ \ dx$$

$E = C^0([-1,1],\mathbb{R})$

$F = Vect(sin, cos)$

$(\ |\ ) = produit\ scalaire\ canonique$

$$(f|g) = \int_{-1}^{1} fg \qquad \|f\|^2 = \int_{-1}^{1} f^2$$

Il faudra souvent orthonormaliser la base canonique de F par Schmidt

$$\inf_{(a,b)\in\mathbb{R}^2}\int_{-1}^{1}(e^x - a\sin x - b\cos x)^2\ \ dx = \inf_{(a,b)\in\mathbb{R}^2}\|exp - a\sin\ - b\cos\ \|^2$$

$$= \|exp - p_F(exp\ )\|^2$$

$$p_F(exp) = (exp|e_1)\cdot e_1 + (exp|e_2)\cdot e_2 \qquad (e_1,e_2)\ BON\ de\ F$$