FM2

Recherche de SEV stable

On cherche un SEV F de \mathbb{R}^3 stable par $u \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$

ie F sev de $\mathbb{R}^3 / u(F) \subset F$

On procède selon le degré du SEV F étudié

1.
$$\dim F = 0$$

$$F = \{0_{\mathbb{R}^3}\} \quad stable$$

2.
$$\dim F = n$$

$$F = \mathbb{R}^3 \quad stable$$

3.
$$\dim F = 1$$

$$F = Vect(e) \text{ stable par } u \Leftrightarrow e \text{ vecteur propre de } u$$

4.
$$\dim F = 2$$

$$F = P \text{ plan stable par } u$$

$$\widetilde{u}: \begin{vmatrix} P \to P \\ x \mapsto u(x) \end{vmatrix}$$

$$\chi_{\widetilde{u}}/\chi_{u} \qquad \chi_{\widetilde{u}}(\widetilde{u}) = 0$$

$$\deg \chi_{\widetilde{u}} = \dim P$$

$$\forall x \in P, \chi_{\widetilde{u}}(\widetilde{u})(x) = 0$$

$$\chi_{\widetilde{u}} = (X - \lambda_{1}) \cdot ... \cdot (X - \lambda_{p})$$

$$donc \ x \in Ker \left[(u - \lambda_{1} I_{d}) \circ ... \circ (u - \lambda_{p} I_{d}) \right]$$

$$donc \ F = P \subset Ker \left[(u - \lambda_{1} I_{d}) \circ ... \circ (u - \lambda_{p} I_{d}) \right]$$