

FM8

DSE(0) d'une fraction rationnelle

F une fraction rationnelle n'ayant pas 0 pour pôle

✓ On décompose F en éléments simples

$$F = \frac{\alpha_1}{(X - a_1)^p} + \dots + \frac{\alpha_n}{(X - a_n)^p}$$

✓ On cherche à DSE chaque élément indépendamment

$$x \mapsto (1 + x)^p \quad R = 1$$

$$x \mapsto \frac{1}{(x - a)^p} = \frac{1}{(-a)^p \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right)^p} = (-a)^{-p} \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{-p}$$

$$\text{Donc } x \mapsto \frac{1}{\left(1 - \frac{x}{a}\right)^p} \quad \text{DSE en 0}$$

$$\left| -\frac{x}{a} \right| < 1 \quad \text{converge}$$

$$\left| -\frac{x}{a} \right| > 1 \quad \text{diverge}$$

✓ F est une somme de fonctions DSE en 0

$$\text{Donc } \begin{cases} F \text{ DSE en 0} \\ R = \min(|a_1|, \dots, |a_n|) \end{cases}$$