

# 复变函数测试题

## 一、选择题（每小题4分，共40分）

1. 下列复数属于三角表示形式的是（ ）。

- A.  $z = \sin \frac{\pi}{4} + i \cos \frac{\pi}{4}$
- B.  $z = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$
- C.  $z = e^{-\pi i}$
- D.  $z = \frac{1}{1+i}$

2. 复数  $z = -3 + i$  的实部  $\operatorname{Re} z$  是（ ）。

- A. -3
- B. 3
- C. 1
- D. -1

3. 复变函数  $f(z)$  在区域  $D$  内解析的充要条件是（ ）。

- A.  $f(z)$  在区域  $D$  内的一点处可微且满足  $C - R$  方程
- B.  $f(z)$  在区域  $D$  内的一点处可微或满足  $C - R$  方程
- C.  $f(z)$  在区域  $D$  内可微且满足  $C - R$  方程
- D.  $f(z)$  在区域  $D$  内可微或满足  $C - R$  方程

4. 幂级数  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$  的收敛圆为（ ）。

- A. 0
- B.  $|z| < 1$
- C.  $|z| < +\infty$
- D. 1

5. 下面复积分的值不为0的是（ ）。

- A.  $\int_{-i}^i \sin z \, dz$
- B.  $\int_{-i}^i z^3 \, dz$
- C.  $\int_{-i}^i z^2 \, dz$
- D.  $\int_{-i}^i z \, dz$

6.  $I = \int_0^i \cos z \, dz$  的值为（ ）。

- A.  $\frac{e^{-1}-e}{2}$
- B.  $\frac{e^{-1}-e}{2i}$
- C.  $-\frac{e^{-1}+e}{2i}$
- D.  $-\frac{e^{-1}-e}{2i}$

7. 复变函数  $f(z) = e^z$  在  $z = 0$  处的泰勒展开是（ ）。

- A.  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$
- B.  $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{z^n}{n!}$
- C.  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n}$

○ D.  $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{z^n}{n}$

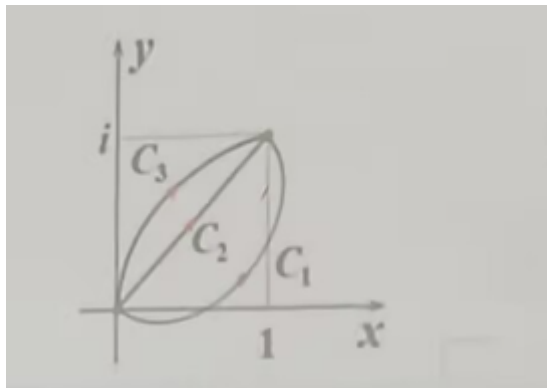
8. 设  $I = \int_C e^z dz$ , 其中  $C$  如图所示, 下面关系错误的是 ( )。

○ A.  $\int_{C_1} e^z dz \neq \int_{C_2} e^z dz$

○ B.  $\int_{C_2} e^z dz = \int_{C_3} e^z dz$

○ C.  $\int_{C_1} e^z dz = \int_{C_2} e^z dz$

○ D.  $\int_{C_1+C_2} e^z dz \neq \int_{C_2} e^z dz$



9. 单位脉冲函数  $\delta(t)$  的傅里叶变换为 ( )。

○ A. 0

○ B. 1

○ C. -1

○ D.  $2\pi$

10. 函数  $f(t) = \cos t$  的拉普拉斯变换公式为 ( )。

○ A.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \cos t e^{-(\beta+j\omega)t} dt$

○ B.  $\int_0^{+\infty} \cos t e^{-(\beta+j\omega)t} dt$

○ C.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \cos t e^{(\beta+j\omega)t} dt$

○ D.  $\int_0^{+\infty} \cos t e^{(\beta+j\omega)t} dt$

## 二、判断题 (每题4分, 共20分, 在答题卡上√选A, ×选B)

11. 函数  $f(z) = \begin{cases} 0, & z = 0 \\ \frac{\operatorname{Re}(z^2)}{|z|^2}, & z \neq 0 \end{cases}$  在原点连续。 ( )

12. 幂函数  $z^\alpha$ , 当  $\alpha$  为正整数时在复平面上处处解析。 ( )

13. 收敛圆内, 幂级数处处收敛, 它的和函数也处处解析。 ( )

14.  $f(t)$  的 Laplace 变换就是  $f(t)e^{-(\beta+j\omega)t} dt$  的 Fourier 变换。 ( )

15. 复数项级数  $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{i}{n!}$  属于绝对收敛。 ( )

## 四、填空题 (每空4分, 共20分)

16. 复数  $z = \frac{i}{1+i}$  位于复平面的第\_\_\_\_\_象限, 模长为\_\_\_\_\_, 幅角主值为\_\_\_\_\_。

17.  $\ln 2$  的值为\_\_\_\_\_。

18. 复变函数  $f(z) = \frac{1}{z(z+1)(z-1)}$  的奇点为\_\_\_\_\_。

## 五、计算题（每题10分，共20分）

---

19. 求复变函数  $f(z) = \frac{1-\cos z}{z^2}$  的留数。

20. 求矩形脉冲函数  $f(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq a, \\ 0, & |t| > a \end{cases} (a > 0)$  的傅里叶变换。