

Oppgave 6:

$$f(x) = xe^{x^6} + 7, \text{ for at funksjonen skal ha}$$

$$f'(x) = e^{x^6} + xe^{x^6} \cdot 6x^5 \quad \text{en inversfunksjon m\u00e5}$$

$$= e^{x^6}(6x^6 + 1) \quad \text{funksjonen v\u00e6re monoton,}$$

$$\quad \quad \quad \text{eller strengt voksende/avtagende}$$

$$e^{x^6} > 0 \text{ for alle } x \in \mathbb{R}$$

$$6x^6 + 1 \geq 6(x^2)^3 + 1 > 0 \text{ for alle } x \in \mathbb{R}$$

siden begge faktorene > 0 for alle $x \in \mathbb{R}$ er $f(x)$ strengt voksende
og har en inversfunksjon

$$f(f^{-1}(x)) = x$$

deriverer begge sider

$$f^{-1}(7) = x$$

$$f(f^{-1}(7)) = f(x)$$

$$(f)'(f^{-1}(x)) \cdot (f^{-1})'(x) = 1$$

$$f(x) = 7$$

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

$$xe^{x^6} + 7 = 7$$

$$xe^{x^6} = 0$$

$$x = 0$$

$$f^{-1}(7) = 0$$

$$(f^{-1})'(7) = \frac{1}{f'(f^{-1}(7))}$$

$$= \frac{1}{f'(0)}$$

$$= \frac{1}{e^0(6 \cdot 0 + 1)}$$

$$(f^{-1})'(7) = \frac{1}{1} = 1$$