

# Oppgave 17

$$a) \quad \{a_n\}_{n=1}^{\infty}$$

$$a_1 = 10$$

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{1}{2a_n}$$

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1}$$

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2a_n}$$

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{2} + \frac{1}{2a}$$

$$a = \frac{a}{2} + \frac{1}{2a} \quad | \cdot 2$$

$$2a = a + \frac{1}{a}$$

$$a = \frac{1}{a} \quad | \cdot a$$

$$\Downarrow$$

$$a^2 = 1$$

$$a = \pm 1$$

$$(a=1)$$

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$a = -1$$

$$-1 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$$

$$a = 1 \text{ og } a = -1$$

$$a = 1 \vee a = -1$$

$$a_1 = 10$$

$$a_2 = \frac{10}{2} + \frac{1}{10} = 5 + \frac{1}{10} = 5,1 < a_1$$

$$\text{antar at } a_{k+1} < a_k$$

~~\_\_\_\_\_~~

$$a_{k+2} = \frac{a_{k+1}}{2} + \frac{1}{2a_{k+1}} < \frac{a_k}{2} + \frac{1}{2a_k} = a_{k+1}$$

$$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ er en synkende følge}$$

Siden  $a_1 = 10$  og det er en synkende følge med grense 1 og  $-1$  vil den konvergere mot 1