

TD 5 - Statistiques

Exercice 1 - Analogie du Polygraphe

Dans une expérience, 140 personnes ont été chargées de dire la vérité et 140 personnes ont été chargées de mentir. Les testeurs utilisent alors un polygraphe pour deviner si chaque personne ment ou non. Par analogie, disons que H_0 correspond à l'examiné disant la vérité, et H_A à l'examiné mentant.

(a) Expliquez le sens des erreurs de type I et II dans ce contexte, et estime leurs probabilités basées sur le tableau suivant:

	L'examiné dit vrai	L'examiné ment
Le testeur pense que l'examiné dit vrai	131	15
Le testeur pense que l'examiné ment	9	125

(b) Quelle relation existe-t-il entre le niveau de signification, la puissance d'un test, et les risques de première et seconde espèce ?

Exercice 2 - Test de Student

Nous effectuons un test de Student pour l'hypothèse nulle $H_0 : \mu = 10$ avec un niveau de signification $\alpha = 0.05$. Notre ensemble de données contient 16 éléments, d'espérance mesurée 11 et de variance mesurée 4.

(a) Devrait-on rejeter l'hypothèse H_0 en faveur de $H_A : \mu \neq 10$?

(b) Et si on testait contre l'hypothèse $H'_A : \mu > 10$?

Donnée : $\int_{-\infty}^2 t^{15}(x) \cdot dx = 0,9680275$

Exercice 3 - Radars mobiles

Supposons que 3 radars sont mis en place le long d'une petite portion de route afin d'attrapper les conducteurs roulant au dessus de 40 km/h. Chaque radar est connu pour avoir une erreur de mesure modélisée par un loi normale $N(0 ; 5^2)$. Pour une voiture, notons \bar{X} la moyenne des trois mesures. Notre hypothèse par défaut est qu'une voiture n'est pas en infraction.

(a) Formalisez l'histoire pour tester une hypothèse nulle. Est-ce que les hypothèses nulle et alternative sont simples, ou composées ?

(b) La police voudrait choisir un seuil de vitesse au dessus du quel envoyer des contraventions, tel que pas plus de 4% des contraventions ne soient des erreurs. Ecrivez l'équation qui vous permettrait de calculer ce seuil (sans la résoudre). Aidez vous d'un dessin de la loi Normale. On donne le résultat: Il faudrait verbaliser les voitures au dessus de 45,054 km/h.

(c) Quelle est la puissance du test, si l'hypothèse alternative est que la voiture roule à 45 km/h ? Répondez de façon approchée à l'aide d'un dessin.

(d) Combien de radars faudrait-il installer pour avoir une puissance de 0.9 ? Ecrire l'équation qui permettrait de répondre, sans la résoudre.

Donnée : densité de probabilité de la loi Normale $N(\mu, \sigma) : f(x) = \frac{e^{- (x-\mu)^2 / (2\sigma^2)}}{\sigma \sqrt{2\pi}}$.