STUDIO DI FUNZIONE

DOMINIO =

SOLITAMENTE LIMITATO DA RADICE, FRAZIONE O LOGARITMO

SIMMETRIE E PERIODICITA' =

PARI $f(x) = f(-x)$

DISPARI $f(-x) = -f(x)$

PERIODICITA' : DA TROVARE NELLE FUNZIONI TRIGONOMETRICHE

SEGNO E INTERSEZIONI CON GLI ASSI

SEGNO : $f(x) \geq 0$ OPPURE $f(x) \leq 0$

INTERSEZIONI : $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = f(x) \\ x = 0 \end{cases}$

LIMITI E ASINTOTI

ASINTOTI ORIZZONTALI

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = L \in \mathbb{R}$$

SE A $\pm\infty$ POSSIEDE UN' ASINTOTO ORIZZONTALE NON PUÒ AVERNE UNO OBLIQUO.
IL FATTO CHE A $+\infty$ NE POSSEGGA UNO ORIZZONTALE NON ESCLUDE CHE A $-\infty$ CE NE SIA UNO OBLIQUO

ASINTOTI VERTICALI

$$\lim_{x \to m^+} f(x) = \pm\infty \qquad m \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \to m^-} f(x) = \pm\infty$$

ASINTOTI OBLIQUI

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = m \neq 0 \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - mx] = q \in \mathbb{R}$$

DERIVABILITA'

SI PUO' DIRE CHE UNA FUNZIONE DERIVABILE IN 3 MODI DIVERSI:

1. SE COMPOSIZIONE DI FUNZIONI DERIVABILI
2. FACENDONE IL LIMITE DEL RAPPORTO INCREMENTALE IL CUI RISULTATO DEVE ESSERE FINITO
3. FACENDO IL LIMITE DELLA DERIVATA IL CUI RISULTATO DEVE ESSERE FINITO

MASSIMI, MINIMI E MONOTONIA

PONENDO $f'(x) = 0$ TROVO POSSIBILI MASSIMI o MINIMI LOCALI; SE LA FUNZIONE SI TROVA IN UN INTERVALLO APERTO, ANCHE GLI ESTREMI SONO POSSIBILI PUNTI.

PER ASSICURARCI CHE LO SIANO STUDIAMO IL SEGNO DELLA DERIVATA

$$f'(x) \geq 0 \quad o \quad f'(x) \leq 0$$

DOVE LA DERIVATA È POSITIVA LA FUNZIONE CRESCE

DOVE È NEGATIVA LA FUNZIONE DECRESCE.

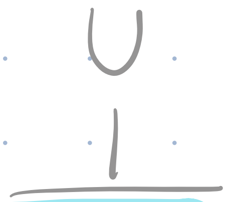
SE I PUNTI IN CUI LA MONOTONIA CAMBIA COINCIDONO CON I PUNTI TROVATI ANNULLANDO LA DERIVATA, ALLORA SONO MINIMI O MASSIMI LOCALI.

PER VEDERE SE x_0 È MINIMO/MINIMO ASSOLUTO BASTA PORRE $f(x_0) \geq f(x)$, SE QUESTA VALE SEMPRE ALLORA LO È.

CONCAVITÀ E FLESSI

PONENDO $f''(x) = 0$ TROVO POSSIBILI FLESSI.
PER ASSICURARCI CHE LO SIANO STUDIAMO IL SEGNO DELLA DERIVATA.

$$f''(x) > 0 \quad \circ \quad f''(x) \leq 0$$



DOVE LA DERIVATA È POSITIVA LA FUNZIONE È CONCAVA

DOVE È NEGATIVA LA FUNZIONE È CONVESSA

SE I PUNTI IN CUI LA CONCAVITÀ CAMBIA COINCIDONO CON I PUNTI TROVATI ANNULLANDO LA DERIVATA, ALLORA SONO PUNTI DI FLESSO.

INTEGRALI

- ## INDEFINITI / DEFINITI

  - PER PARTI $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) \, dx$
  - SOSTITUZIONE
  - RAPPORTO TRA POLINOMI

    $$\int \frac{N(x)}{D(x)} dx$$

    SE GRADO $N \geq D$:

    DIVISIONE TRA POLINOMI

    $$\Rightarrow \int Q(x) dx + \int \frac{R(x)}{D(x)} dx$$

    SE GRADO $R < D$

    - SE $D = 1 \Rightarrow \log / \arctan$
    - SE $D = 2$
      - SE $\Delta > 0$ SCOMPONI CON A, B, C
      - SE $\Delta = 0$ " OPPURE log
      - SE $\Delta < 0$ log o arctan
    - SE $D > 2$

      FATTORIZZA E USA A, B, C.

- ## IMPROPRI

  - CON ESTREMO A $+\infty$
  - CON ESTREMO IN PUNTO DI NON DERIV.

COMPLESSI

$z = a + ib \qquad i^2 = -1 \qquad \bar{z} = a - ib$

$z = \rho(\cos\theta + i\sin\theta) \qquad \rho = \sqrt{a^2+b^2}$

$z = \rho e^{i\theta}$

FORMULA PER POTENZE : $z^n = \rho^n(\cos(\theta n) + i\sin(\theta n))$

FORMULA PER RADICI : $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{\rho}\left(\cos\left(\frac{\theta + k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\theta+k\pi}{n}\right)\right)$

$k = 0 \dots n$

SERIE NUMERICHE

SERIE A TERMINI POSITIVI :

- CONFRONTO
- CONFRONTO ASINTOTICO
- CRITERIO DEL RAPPORTO
- CRITERIO DEL CONFRONTO

SERIE GEOMETRICHE

$$\sum_{k=0}^{\infty} a^n = \frac{1}{1-a}$$

SERIE A SEGNI ALTERNANTI

1. $\lim_{n \to +\infty} a_n = 0$

2 $(a_n)_n$ É MONOTONA DECRESCENTE

$\Rightarrow a_n$ CONVERGE