第九课　　动态规划

林沐

内容概述

1.8道经典动态规划的相关题目

例1:爬楼梯(easy)

例2:打家劫舍(easy)

例3:最大字段和(easy)

例4:找零钱(medium)

例5:三角形(medium)

例6:最长上升子序列(medium,hard)

例7:最小路径和(medium)

例8:地牢游戏(hard)

2.详细讲解题目解题方法、代码实现

动态规划(Dynamic Programming)概述

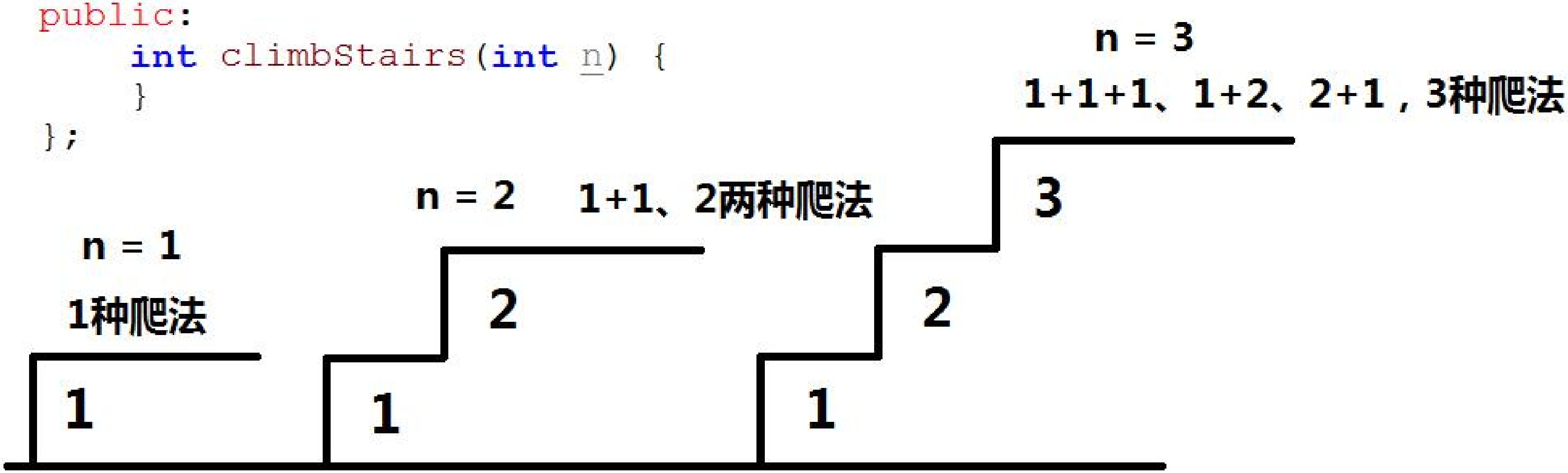
动态规划(dynamic programming)是**运筹学**的一个分支，是求解**决策过程最优化的**数学方法。它是20世纪50年代初美国数学家R.E.Bellman等人提出的**最优化原理**，它利用各阶段之间的关系，逐个求解，最终求得**全局最优解**。在设计动态规划算法时，需要确认原问题与子问题、动态规划状态、边界状态结值、状态转移方程等**关键要素**。

在算法面试中，动态规划是**最常考察**的题型之一，大多数面试官都以**否可较好的解决动态规划**相关问题来区分候选是否"聪明"。

例1: 爬楼梯

在爬楼梯时，每次可向上走**1阶台阶**或**2阶台阶**，问有n阶楼梯有**多少种**上楼的方式？

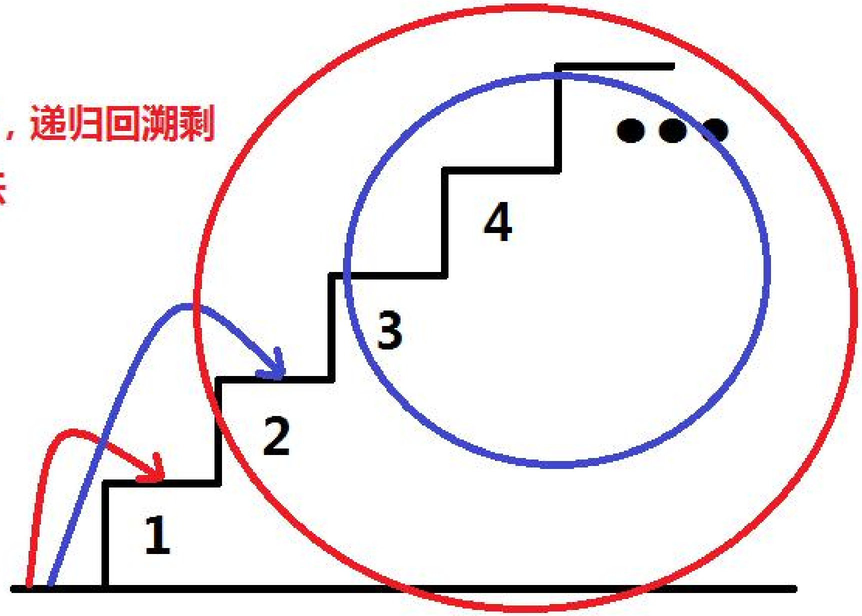
```
class Solution {
public:
    int climbStairs(int n) {
    }
};
```



选自 **LeetCode 70. Climbing Stairs**
https://leetcode.com/problems/climbing-stairs/description/
难度:**Easy**

例1:暴力搜索，回溯法

当前可走1步，递归回溯剩下的台阶走法



当前走2步，递归回溯剩下的台阶走法

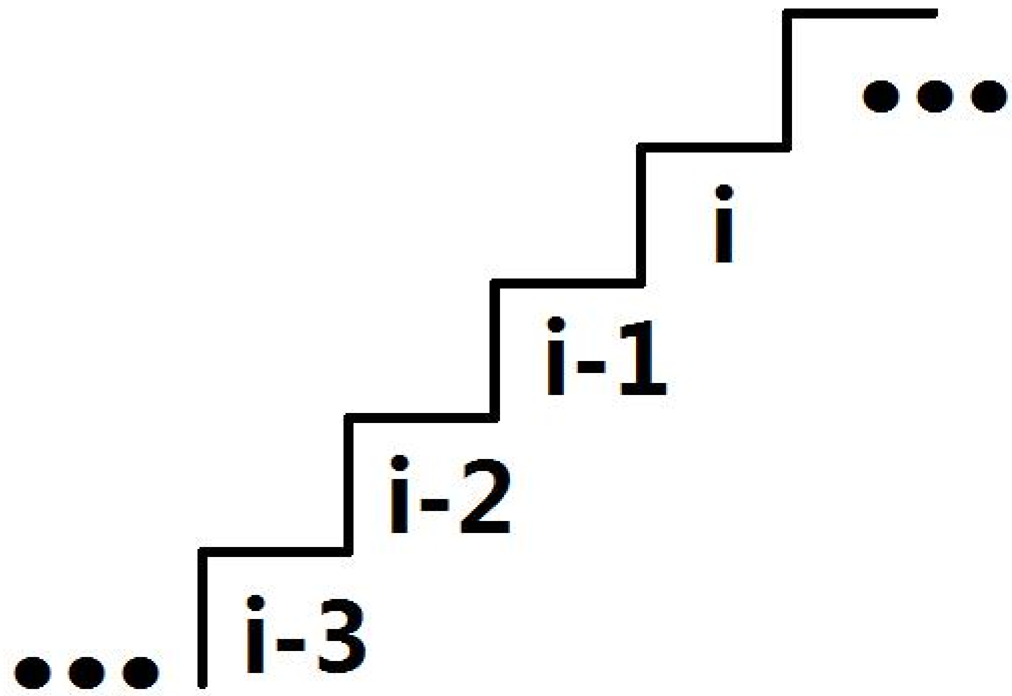
```
class Solution {
public:
    int climbStairs(int n) {
        if (n == 1 || n == 2){
            return n;
        }
        return climbStairs(n-1) + climbStairs(n-2);
    }
};
```

Submission Result: Time Limit Exceeded

Last executed input: 45

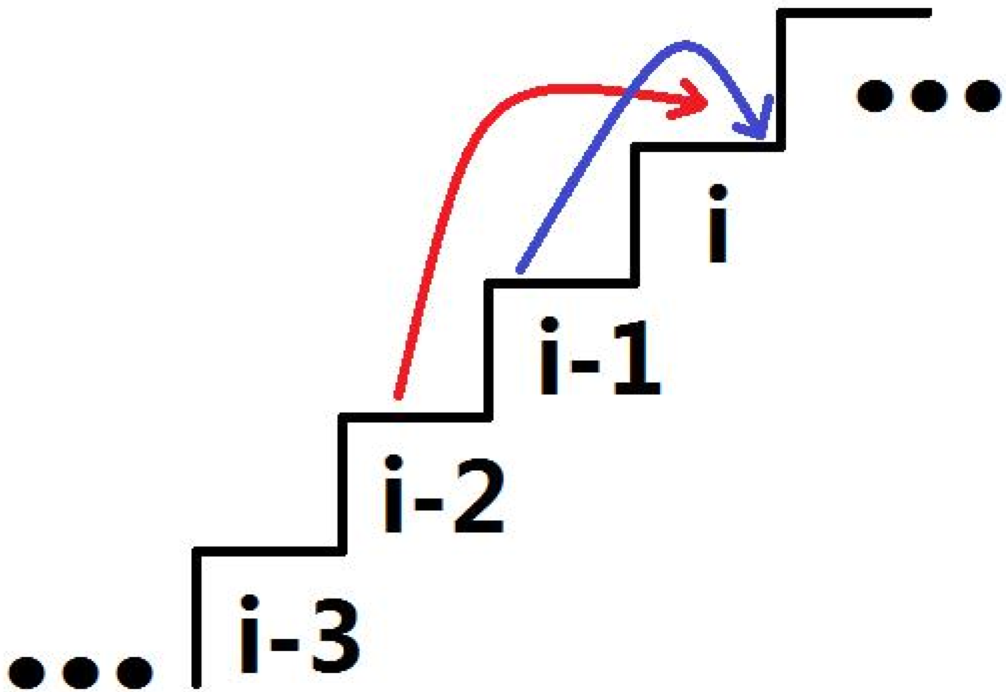
例1:思考

到达楼梯的**第i阶**有多少种爬法，与第几阶的爬法**直接相关**，如何**递推**的求出第i阶爬法数量？



例1:分析

由于每次**最多**爬2阶，楼梯的**第i阶**，只可能从楼梯第i-1阶与第i-2阶**到达**。故
到达**第i阶**有多少种爬法，只与**第i-1阶**、**第i-2阶**的爬法数量**直接相关**。



第i阶的爬法数量 = 第i-1阶的爬法数量 + 第i-2阶的爬法数量

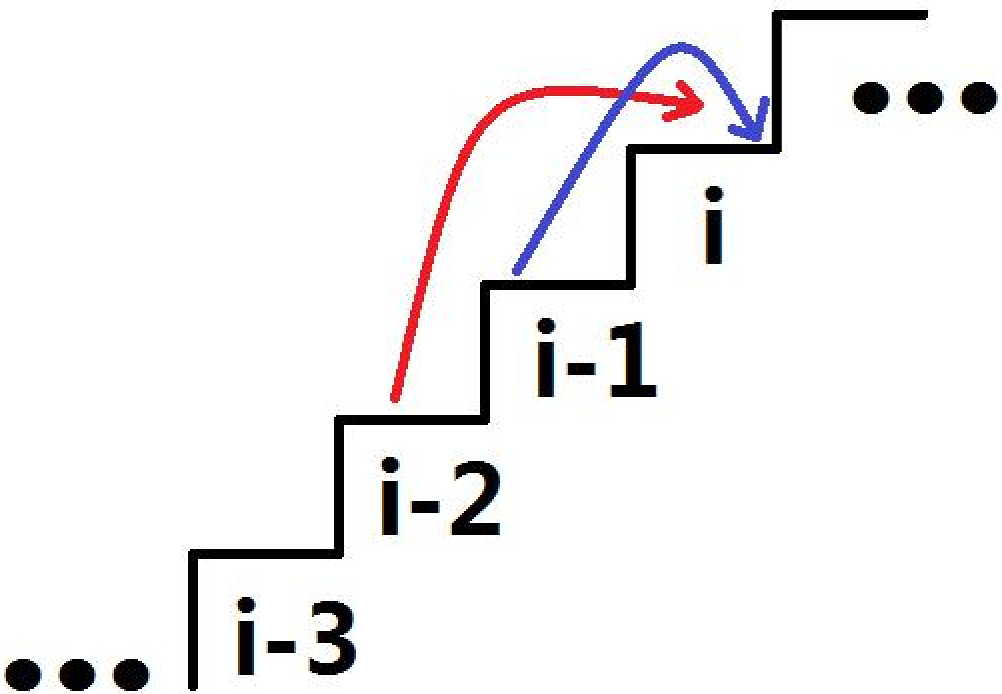
例1:算法思路

1.设置**递推数组**dp[0...n]，dp[i]代表到达第i阶，有多少种走法，**初始化**数组元素为0。

2.设置到达**第1阶**台阶，**有1种**走法；到达**第2阶**台阶，**有2种**走法。

3.利用i**循环递推**从第3阶至第n阶结果:

到达**第i阶**的方式**数量** = 到达**第i-1阶**的方式**数量** + 到达**第i-2阶**的方式**数量**



dp[0] = 0

dp[1] = 1

dp[2] = 2

dp[3] = dp[1] + dp[2] = 3

...

dp[i] = dp[i-1] + dp[i-2]

...

dp[n] = dp[n-1] + dp[n-2]

例1:课堂练习

```
#include <vector>
class Solution {
public:
    int climbStairs(int n) {
        std::vector<int> dp(n + 3, 0);
        dp[1] = 1;
          1
        for (int i = 3; i <= n; i++){
            dp[i] =        2
        }
          3
    }
};
```

3分钟时间填写代码，

有问题随时提出！

例1:实现

```
#include <vector>
class Solution {
public:
    int climbStairs(int n) {
        std::vector<int> dp(n + 3, 0);
        dp[1] = 1;
        dp[2] = 2;
        for (int i = 3; i <= n; i++){
            dp[i] = dp[i-1] + dp[i-2];
        }
        return dp[n];
    }
};
```

例1:测试与leetcode提交结果

```
int main(){
    Solution solve;
    printf("%d\n", solve.climbStairs(3));
    return 0;
}
```

Climbing Stairs

Submission Details

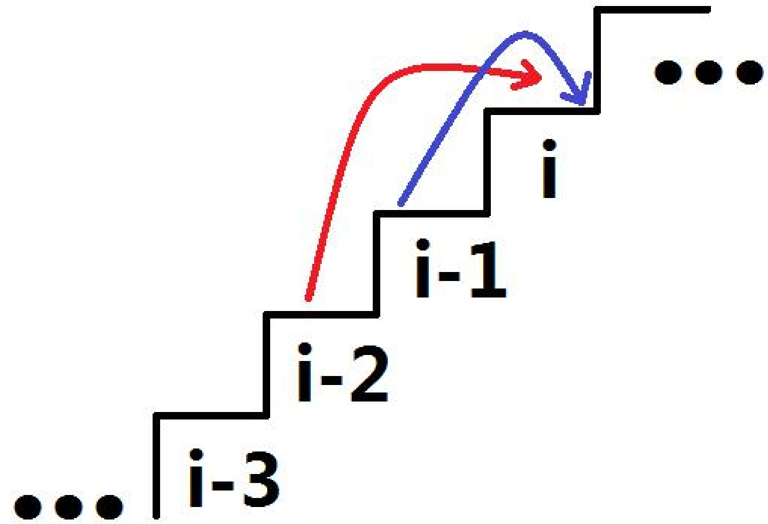
45 / 45 test cases passed. Status: Accepted

Runtime: **3 ms** Submitted: **0 minutes ago**

```
3
请按任意键继续. . .
```

例1:动态规划原理

1.确认**原问题**与**子问题**:
原问题为求n阶台阶所有走法的数量，子问题是求1阶台阶、2阶台阶、...、n-1阶台阶的走法。
2.确认状态:
本题的动态规划**状态单一**，第i个状态即为i阶台阶的所有走法数量。
3.确认**边界**状态的值:
边界状态为1阶台阶与2阶台阶的走法，1阶台阶有1种走法，2阶台阶有2种走法，即dp[1] = 1，dp[2] = 2。
4.确定**状态转移方程**:
将求第i个状态的值转移为求第i-1个状态值与第i-2个状态的值，动态规划转移方程，dp[i] = dp[i-1] + dp[i-2]; (i>=3)



第i阶的爬法数量 = 第i-1阶的爬法数量 +第i-2阶的爬法数量

例2: 打家劫舍

在**一条直线**上，有n个房屋，每个房屋中有**数量不等**的财宝，有一个盗贼希望从房屋中盗取财宝，由于房屋中有**报警器**，如果同时从**相邻的**两个房屋中盗取财宝就会**触发**报警器。问在**不触发报警器**的前提下，**最多**可获取多少财宝？

```
 0  1  2  3  4  5
[5, 2, 6, 3, 1, 7]   5+6+7 = 18
```

```cpp
class Solution {
public:
    int rob(std::vector<int>& nums) {
    }
};
```

选自 **LeetCode 198. House Robber**
https://leetcode.com/problems/house-robber/description/
难度:**Easy**

例2:思考

1.n个房屋，每个房间都有**盗取/不盗取**两种可能，类似求子集(暴力搜索)的方法，在**不触发警报**的情况下，选择**总和最大**的子集，最多有2^n种可能，时间复杂度O(2^n)，是否有**更好的**方法?

2.**贪心算法**是否可行?

例如，在满足不触发警报的同时，每次选择**财宝最多**的房间。

如，[5, 2, 6, 3, 1, 7]，选择**最大的**7, 6, 5恰好是**最佳答案**。

3.若考虑**动态规划**(dp)方法，如何确认dp原问题与子问题、状态、边界状态、状态转移方程？

例2:分析

由于**同时**从相邻的**两个房屋**中盗取财宝就会触发**报警器**，故：

a.若**选择**第i个房间盗取财宝，就一定**不能选择**第i-1个房间盗取财宝；

b.若**不选择**第i个房间盗取财宝，则相当于只考虑**前i-1个房间**盗取财宝。

只考虑第1个房间5:

[5, 2, 6, 3, 1, 7] , 最佳解5

考虑第1,2个房间5, 2:

[5, 2, 6, 3, 1, 7] , 最佳解5

考虑第1,2,3个房间5, 2, 6:

[5, 2, 6, 3, 1, 7] , 最佳解11

考虑第1,2,3,4个房间5, 2, 6, 3:

[5, 2, 6, 3, 1, 7] , 最佳解11

考虑第1,2,3,4,5个房间5, 2, 6, 3, 1:

[5, 2, 6, 3, 1, 7] , 最佳解12

考虑全部房间:

[5, 2, 6, 3, 1, 7] , 最佳解18

例2:算法思路

1.确认原问题与子问题:

原问题为求n个房间的最优解，**子问题**为求前1个房间、前2个房间、...、前n-1个房间的最优解。

2.确认状态:

第i个状态即为**前i个房间**能够获得的最大财宝(最优解)。

3.确认边界状态的值:

前1个房间的最优解，第1个房间的财宝；

前2个房间的最优解，第1、2个房间中较大财宝的。

4.确定状态转移方程:

a.**选择**第i个房间:第i个房间+前i-2个房间的最优解

b.**不选择**第i个房间:前i-1个房间的最优解

动态规划转移方程:

dp[i] = max(dp[i-1], dp[i-2] + nums[i]); (i>=3)

[5, 2, 6, 3, 1, 7]

设第i个房间的最优解为dp[i]

dp[1] = 5

dp[2] = 5

dp[3] = max(dp[1] + nums[3], dp[2])

= max(5 + 6, 5) = 11

dp[4] = max(dp[2] + nums[4], dp[3])

= max(5 + 3, 11) = 11

dp[5] = max(dp[3] + nums[5], dp[4])

= max(11 + 1, 11) = 12

dp[6] = max(dp[4] + nums[6], dp[5])

= max(11 + 7, 12) = 18

例2:课堂练习

```
class Solution {
public:
    int rob(std::vector<int>& nums) {
        if (nums.size() == 0){
            return 0;
        }
        if (nums.size() == 1){
            return nums[0];
        }
        std::vector<int> dp(nums.size(), 0);
        dp[0] = nums[0];
        dp[1] = std::max(nums[0], nums[1]);
        for (int i = 2; i < nums.size(); i++){
            dp[i] = std::max(    1    ,    2    );
        }
        return    3
    }
};
```

//设第i个房间的最优解为dp[i]

3分钟时间填写代码，

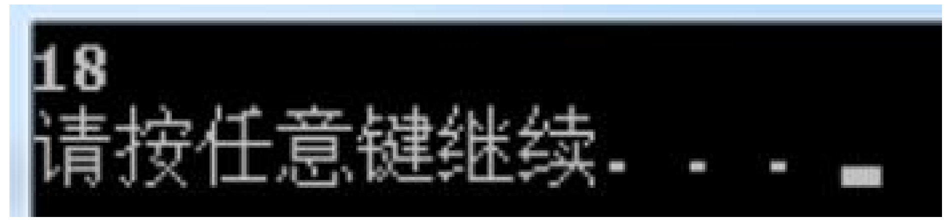
有问题随时提出！

例2:实现

```cpp
class Solution {
public:
    int rob(std::vector<int>& nums) {
        if (nums.size() == 0){
            return 0;
        }
        if (nums.size() == 1){
            return nums[0];                //设第i个房间的最优解为dp[i]
        }
        std::vector<int> dp(nums.size(), 0);
        dp[0] = nums[0];
        dp[1] = std::max(nums[0], nums[1]);
        for (int i = 2; i < nums.size(); i++){
            dp[i] = std::max( dp[i-1] , dp[i-2] + nums[i] );
        }
        return dp[nums.size() - 1];
    }
};
```

例2:测试与leetcode提交结果

```cpp
int main(){
    Solution solve;
    std::vector<int> nums;
    nums.push_back(5);
    nums.push_back(2);
    nums.push_back(6);
    nums.push_back(3);
    nums.push_back(1);
    nums.push_back(7);
    printf("%d\n", solve.rob(nums));
    return 0;
}
```



House Robber

Submission Details

69 / 69 test cases passed.	Status: Accepted
Runtime: **0 ms**	Submitted: **0 minutes ago**

例3:最大子段和

给定一个数组，求这个数组的**连续子数组**中，**最大的**那一段的和。

如数组[-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4]:

连续子数组如:

[-2,1]、[1,-3,4,-1]、**[4,-1,2,1]**、…、[-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4]，和最大的是[4,-1,2,1]，为6。

```
class Solution {
public:
    int maxSubArray(std::vector<int>& nums) {
    }
};
```

选自 **LeetCode 53. Maximum Subarray**
https://leetcode.com/problems/maximum-subarray/description/
难度:**Easy**

例3:思考

数组[-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4]，所有连续子段:

[-2]	[1]		[1]	[-5]	[4]
[-2,1]	[1,-3]		[1,-5]	[-5,4]	
[-2,1,-3]	[1,-3,4]	•••	[1,-5,4]		
…	…				
[-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4]	[1,-3,4,-1,2,1,-5,4]				

暴力枚举所有连续子段的和，**复杂度**是?

若尝试**动态规划**方法，最关键的是确认**动态规划状态**，若假设第i个状态(dp[i])代表**前i个数字**组成的连续的最大子段和，能否**推导出**dp[i]与dp[i-1]之间的关系呢?

例3:分析

实际上，如果设第i个状态(dp[i])代表**前i个数字**组成的**连续的最大子段和**，并不能根据dp[i-1]、dp[i-2]、...、dp[0]推导出dp[i]。

例如:

[-2, 1, 1, -3, 4]　　**dp[0] = -2;　dp[2] = 2;**

dp[1] = 1;　dp[3] = 2

dp[4] = ??

前4个数字连续的最大子段: [-2, 1, 1, -3, 4]

前5个数字连续的最大子段: [-2, 1, 1, -3, 4]

两者**不相邻**，故无法构成**连续的**子数组，之间无内在联系，故**无法**进行推导。

为了让**第i个状态**的最优解与**第i-1个状态**的最优解产生**直接联系**，思考:

如果第i个状态(dp[i])代表**以第i个数字结尾**的最大子段和，那么dp[i]与dp[i-1]之间的**关系**是什么?如何根据dp[i-1]**推导**出dp[i]? 这样推导又如何求得最终结果?

例3:算法思路

将求**n个数**的数组的最大子段和，转换为**分别求出**以第1个、第2个、...、**第i个**、...、第n个**数字结尾**的最大字段和，再找出这**n个结果中最大的**，即为结果。

动态规划算法:

第i个状态(dp[i])即为**以第i个数字结尾**的最大子段和(最优解)。由于以第i-1个数字结尾的最大子段和(dp[i-1])与nums[i]**相邻**:

dp[0] [-2]
dp[1] [-2, 1]
dp[2] [-2, 1, -3]
[-2, 1, -3, 4]
••• [-2, 1, -3, 4, -1]
[-2, 1, -3, 4, -1, 2]
dp[i] [-2, 1, -3, 4, -1, 2, 1]
[-2, 1, -3, 4, -1, 2, 1, -5]
••• [-2, 1, -3, 4, -1, 2, 1, -5, 4]

若dp[i-1] > 0:

dp[i] = dp[i-1] + nums[i]

否则:

dp[i] = nums[i]

边界值:以第1个数字结尾的最大字段和dp[0] = nums[0]。

dp[0] = nums[0] = -2

dp[1] = max(dp[0]+nums[1], nums[1]) = max(-2,1) = 1

dp[2] = max(dp[1]+nums[2], nums[2]) = max(1-3,-3) = -2

...

dp[i] = max(dp[i-1]+nums[i], nums[i])

...

例3:课堂练习

```
class Solution {
public:
    int maxSubArray(std::vector<int>& nums) {
        std::vector<int> dp(nums.size(), 0);
        dp[0] =           1
        int max_res = dp[0];
        for (int i = 1; i < nums.size(); i++){
            dp[i] = std::max(           2           , nums[i]);
            if (           3           ){
                max_res = dp[i];
            }
        }
        return max_res;
    }
};
```

3分钟时间填写代码，

有问题随时提出！

例3:实现

```cpp
class Solution {
public:
    int maxSubArray(std::vector<int>& nums) {
        std::vector<int> dp(nums.size(), 0);
        dp[0] = nums[0];
        int max_res = dp[0];
        for (int i = 1; i < nums.size(); i++){
            dp[i] = std::max(dp[i-1] + nums[i], nums[i]);
            if (max_res < dp[i]){
                max_res = dp[i];
            }
        }
        return max_res;
    }
};
```

例3:测试与leetcode提交结果

```
int main(){
    Solution solve;
    std::vector<int> nums;
    nums.push_back(-2);
    nums.push_back(1);
    nums.push_back(-3);
    nums.push_back(4);
    nums.push_back(-1);
    nums.push_back(2);
    nums.push_back(1);
    nums.push_back(-5);
    nums.push_back(4);
    printf("%d\n", solve.maxSubArray(nums));
    return 0;
}
```

```
6
请按任意键继续. . .
```

Maximum Subarray

Submission Details

202 / 202 test cases passed.   Status: Accepted

Runtime: **9 ms**   Submitted: **0 minutes ago**

例4:找零钱

已知**不同面值**的钞票，求如何用**最少数量**的钞票组成**某个金额**，求可以使用的最少钞票数量。如果**任意数量**的已知面值钞票都**无法**组成该金额，则返回**-1**。

例如:

钞票面值: [1, 2, 5] ； 金额: 11 = 5 + 5 + 1 ；需要3张。
钞票面值: [2] ； 金额: 3 ；无法组成，返回-1。
钞票面值: [1, 2, 5, 7, 10] ； 金额: 14 = 7 + 7；需要2张。

```
class Solution {
public:
    int coinChange(std::vector<int>& coins, int amount) {
    }
};
```

选自 **LeetCode 322. Coin Change**
https://leetcode.com/problems/coin-change/description/
难度:**Medium**

例4:思考:贪心可否?

钞票面值: [1, 2, 5, 10] ； 金额: 14；**最优解**需要3张

贪心思想:每次**优先使用大面值**的金额，如:

先选1张10块的，剩下4元；再选1张2元的，剩下2元；再选1张2元的，**搞定**！

钞票面值: [1, 2, 5, 7, 10] ； 金额: 14；**最优解**需要2张(两张7块的)。

仍然用贪心思想:

先选1张10块的，剩下4元；再选1张2元的，剩下2元；再选1张2元的，这就**错了**！

结论:

贪心思想在**个别面值组合**时是可以的，比如日常生活中的RMB面值[1, 2, 5, 10, 20, 50, 100]，但是本题面值不确定，故贪心思想不可以。

如果使用**动态规划**求解该问题，又需要如何设计**解决方案**呢？

例4:算法思路

钞票面值: coins = [1, 2, 5, 7, 10] ； **金额**: 14

dp[i]，代表金额i的**最优解**(即最小使用张数)

数组dp[]中存储**金额1至金额14**的最优解(最少使用钞票的数量)。

在计算dp[i]时，dp[0]、dp[1]、dp[2]、…、dp[i-1]都是**已知**的:

而**金额i**可由:

金额i-1与coins[0](1)组合；

金额i-2与coins[1](2)组合；

金额i-5与coins[2](5)组合；

金额i-7与coins[3](7)组合；

金额i-10与coins[4](10)组合；

即**状态i**可由状态i-1、i-2、i-5、i-7、i-10，5个**状态所转移到**，故，

dp[i] = min(dp[i-1], dp[i-2], dp[i-5], dp[i-7], dp[i-10]) + 1

例4:算法思路

初始化:

dp[1] = 1
dp[2] = 1
dp[3] = -1
dp[4] = -1
dp[5] = 1
dp[6] = -1
dp[7] = 1
dp[8] = -1
dp[9] = -1
dp[10] = 1
dp[11] = -1
dp[12] = -1
dp[13] = -1
dp[14] = -1

coins={1, 2, 5, 7, 10}

金额1最优解: dp[1] = 1

金额2最优解: dp[2] = 1

金额3最优解计算:

1) 3 = 1(coins[0]) + 2
   dp[3] = 1 + dp[2]

2) 3 = 2(coins[1]) + 1
   dp[3] = 1 + dp[1]

dp[3] = getmin(dp[2], dp[1])

金额4的计算:

1) 4 = 1(coins[0]) + 3
   dp[4] = 1 + dp[3]

2) 4 = 2(coins[1]) + 2
   dp[4] = 1 + dp[2]

dp[4] = getmin(dp[3], dp[2]) + 1

金额5最优解: dp[5] = 1

金额6的计算:

1) 6 = 1(coins[0]) + 5
   dp[6] = 1 + dp[5]

2) 6 = 2(coins[1]) + 4
   dp[6] = 1 + dp[4]

3) 6 = 5(coins[2]) + 1
   dp[6] = 1 + dp[1]

dp[6] = getmin(dp[5], dp[4], dp[1]) + 1

例4:算法思路

递推至dp[14]

●●●

coins={1, 2, 5, 7, 10}

1) 14 = 1(coins[0]) + 13

dp[14] = 1 + dp[13]

2) 14 = 2(coins[1]) + 12

dp[14] = 1 + dp[12]

3) 14 = 5(coins[2]) + 9

dp[14] = 1 + dp[9]

4) 14 = 7(coins[3]) + 7

dp[14] = 1 + dp[7]

5) 14 = 10(coins[4]) + 4

dp[14] = 1 + dp[4]

dp[14] = getmin(dp[13], dp[12], dp[9], dp[7], dp[4]) + 1

另外: 设 dp[0] = 0

dp[1] = 1 + dp[0]

dp[2] = 1 + dp[0]

dp[5] = 1 + dp[0]

dp[7] = 1 + dp[0]

dp[10] = 1 + dp[0]

coins={1, 2, 5, 7, 10}

设i代表金额，coins[j]代表第j个面值的金额:

当 i - coins[j] >= 0 且 dp[i - coins[j]] != -1时:

j = 0, 1, 2, 3, 4；coins[j] = 1, 2, 5, 7, 10

dp[i] = getmin(dp[i - coins[j]]) + 1

例4:课堂练习

```
class Solution {
public:
    int coinChange(std::vector<int>& coins, int amount) {

        std::vector<int> dp;          //初始化dp数组
        for (int i = 0; i <= amount; i++){
            [ 1 ]
        }
        [ 2 ]                          //递推
        for (int i = 1; i <= amount; i++){         //循环各个面值，找到dp[i]最优解
            for (int j = 0; j < [ 3 ]; j++){
                if ([ 4 ]){
                    if (dp[i] == -1 || dp[i] > dp[i - coins[j]] + 1){
                        [ 5 ]
                    }
                }
            }
        }
        return dp[amount];
    }
};
```

5分钟时间填写代码，

有问题随时提出！

例4:实现

```
class Solution {
public:
    int coinChange(std::vector<int>& coins, int amount) {

        std::vector<int> dp;           //初始化dp数组
        for (int i = 0; i <= amount; i++){
            dp.push_back(-1);          //最初所有金额的最优解均为-1(不可达到)
        }
        dp[0] = 0; //金额0最优解0      //递推
        for (int i = 1; i <= amount; i++){      //循环各个面值，找到dp[i]最优解
            for (int j = 0; j < coins.size(); j++){      //递推条件
                if (i - coins[j] >= 0 && dp[i - coins[j]] != -1){
                    if (dp[i] == -1 || dp[i] > dp[i - coins[j]] + 1){
                        dp[i] = dp[i - coins[j]] + 1;
                    }
                    //递推公式
                }
            }
        }
        return dp[amount];
    }
};
```

例4:测试与leetcode提交结果

```
int main(){
    Solution solve;
    std::vector<int> coins;
    coins.push_back(1);
    coins.push_back(2);
    coins.push_back(5);
    coins.push_back(7);
    coins.push_back(10);
    for (int i = 1; i<= 14; i++){
        printf("dp[%d] = %d\n", i, solve.coinChange(coins, i));
    }
    return 0;
}
```

```
dp[1] = 1
dp[2] = 1
dp[3] = 2
dp[4] = 2
dp[5] = 1
dp[6] = 2
dp[7] = 1
dp[8] = 2
dp[9] = 2
dp[10] = 1
dp[11] = 2
dp[12] = 2
dp[13] = 3
dp[14] = 2
请按任意键继续. . .
```

Coin Change

Submission Details

182 / 182 test cases passed.

Runtime: **29 ms**

Status: Accepted

Submitted: **0 minutes ago**

课间休息10分钟

有问题提出！

例5: 三角形

给定一个二维数组，其保存了一个数字三角形，求从数字三角形**顶端到底端**各数字**和最小**的路径之和，每次可以向下走**相邻**的两个位置。

[2],	[2],	[2],	[2],
[3, 4],	[3, 4],	[3, 4],	[3, 4],
[6, 5, 7],	[6, 5, 7],	[6, 5, 7],	[6, 5, 7],
[4, 1, 8, 3]	[4, 1, 8, 3]	[4, 1, 8, 3]	[4, 1, 8, 3]

```
class Solution {
public:
    int minimumTotal(std::vector<std::vector<int> >& triangle){
    }
};
```

选自 **LeetCode 120. Triangle**

https://leetcode.com/problems/maximum-subarray/description/

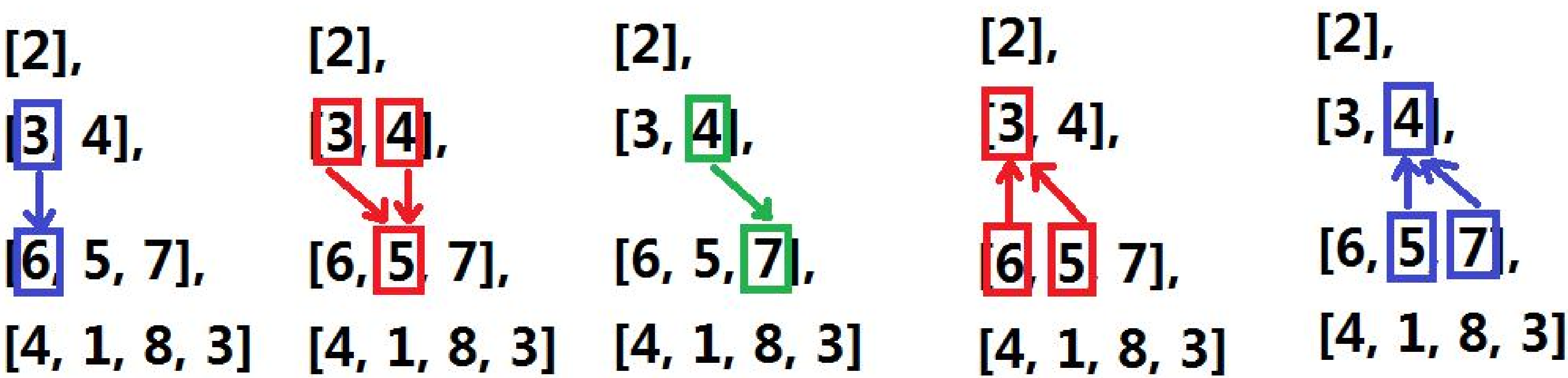
难度:**Medium**

例5:思考

1.从上到下或者从下到上的寻找路径的思考方式本质是一样的吗？

2.假设dp[i][j]代表了数组三角形第i行、第j列的最优解，从上到下与从下到上哪种方式递推更容易？(更少的考虑边界条件)

从上到下的思考: **从下到上的思考:**



例5:分析1

从上到下的推导:

假设三角形只有1层:

[2]

路径各元素和的最小值:

[2]

若三角形有2层:

[2]　　　[2],

[3, 4]　　[3,　4],

到达第二层各个位置的最优值:

[2]　　　[2]

[3, 4]　　[5, 6]

从2->3 = 5、2->4 = 6中，选择较小的5

若三角形有3层:

[2],　　[2],　　[2],

[3, 4],　　[3, 4],　　[3, 4],

[6, 5, 7],　　[6, 5, 7],　　[6, 5, 7],

到达第三层各个位置的最优值:

[2]　　[2]　　[2],　　[2],

[5, 6]　　[5, 6]　　[3, 4],　　[3, 4],

[?, ?, ?]　　[11, ?, 13]　　[6, 5, 7],　　[6, 5, 7],

故？的取值为10或11，由于希望到达各个位置最小，故选择红色路径

最终最优值结果数组:

[2]

[5, 6]

[11, 10, 13]

实际上？代表了

min(5,6) + 5 = 10

若三角形有4层:

最优值三角形:

[2]

[5, 6]

[11, 10, 13]

最后一层:

[4, 1, 8, 3]

[11, 10, 13]　　[11, 10, 13]　　[11, 10, 13]　　[11, 10, 13]

[4,　1,　8,　3]　　[4,　1,　8,　3]　　[4,　1,　8,　3]　　[4,　1,　8,　3]

[15, ?, ?, ?]　　[15, 11, ?, ?]　　[15, 11, 18, ?]　　[15, 11, 18, 16]

最终结果为11。

例5:分析2

设一个与数字三角形对应的最优值三角形:

[2],	[?],
[3, 4],	[?, ?],
[6, 5, 7],	[?, ?, ?],
[4, 1, 8, 3]	[?, ?, ?, ?]

从下到上的推导:

假设三角形只有1层:

[4, 1, 8, 3]

最优值三角形即为:

[?],
[?, ?],
[?, ?, ?],
[4, 1, 8, 3]

假设三角形有2层:

[6, 5, 7],
[4, 1, 8, 3]

推导:

[6, 5, 7],
[4, 1, 8, 3]

[6, 5, 7],
[4, 1, 8, 3]

[6, 5, 7],
[4, 1, 8, 3]

最优值三角形:

[?],
[?, ?],
[7, 6, 10],
[4, 1, 8, 3]

假设三角形有3层:

[3, 4],
[6, 5, 7],
[4, 1, 8, 3]

最优值三角形:

[?],
[9, 10],
[7, 6, 10],
[4, 1, 8, 3]

推导:

[3, 4],
[7, 6, 10],

[3, 4],
[7, 6, 10],

假设三角形有4层:

[2],
[3, 4],
[6, 5, 7],
[4, 1, 8, 3]

最优值三角形:

[11],
[9, 10],
[7, 6, 10],
[4, 1, 8, 3]

推导:

[2]
[9, 10],

从上到下的思考:

[2],
[3, 4],
[6, 5, 7],
[4, 1, 8, 3]

[2],
[3, 4],
[6, 5, 7],
[4, 1, 8, 3]

[2],
[3, 4],
[6, 5, 7],
[4, 1, 8, 3]

从下到上的思考:

[2],
[3, 4],
[6, 5, 7],
[4, 1, 8, 3]

[2],
[3, 4],
[6, 5, 7],
[4, 1, 8, 3]

例5:算法思路

1.设置一个二维数组，**最优值三角形**dp[][]，并初始化数组元素为0。dp[i][j]代表了从底向上递推时，走到三角形第i行第j列的最优解。

2.从三角形的**底面**向三角形**上方**进行动态规划:

a.动态规划边界条件:底面上的最优值即为数字三角形的**最后一层**。

b.利用i循环，从**倒数第二层**递推至**第一层**，对于每层的各列，进行动态规划递推:

第i行，第j列的**最优解**为dp[i][j]，可到达(i,j)的两个位置的最优解dp[i+1][j] 、 dp[i+1][j+1] :

dp[i][j] = min(dp[i+1][j], dp[i+1][j+1]) + triangle[i][j]

3.返回dp[0][0]

dp[i][j] = min(dp[i+1][j], dp[i+1][j+1]) + triangle[i][j]

[?]

[?, ?]

[?, ?, ?]

[...]

[..., dp[i][j],   ...]

[..., dp[i+1][j], dp[i+1][j+1], ...]

[...]

原三角形:	最优解三角形:	
[2],	[0],	[0],
[3, 4],	[0, 0],	[0, 0],
[6, 5, 7],	[0, 0, 0],	[0, 0, 0],
[4, 1, 8, 3]	[0, 0, 0, 0]	[4, 1, 8, 3]

[0],	[0],	[11],
[0, 0],	[9, 10],	[9, 10],
[7, 6, 10],	[7, 6, 10],	[7, 6, 10],
[4, 1, 8, 3]	[4, 1, 8, 3]	[4, 1, 8, 3]

例5:课堂练习

```
class Solution {
public:
    int minimumTotal(std::vector<std::vector<int> >& triangle){
        if (triangle.size() == 0){
            return 0;
        }
        std::vector<std::vector<int> > dp;
        for (int i = 0; i < triangle.size(); i++){
            dp.push_back(std::vector<int>());
            for (int j = 0; j < triangle.size(); j++){
                dp[i].push_back(0);
            }
        }
        for (int i = 0; i < dp.size(); i++){
            dp[dp.size()-1][i] =          1
        }
        for (int i = dp.size() - 2; i >= 0; i--){
            for (int j = 0; j < dp[i].size(); j++)
                dp[i][j] =          2
        }
        return          3
    }
};
```

3分钟时间填写代码，

有问题随时提出！

例5:实现

```
class Solution {
public:
    int minimumTotal(std::vector<std::vector<int> >& triangle){
        if (triangle.size() == 0){
            return 0;
        }
        std::vector<std::vector<int> > dp;
        for (int i = 0; i < triangle.size(); i++){
            dp.push_back(std::vector<int>());
            for (int j = 0; j < triangle.size(); j++){
                dp[i].push_back(0);
            }
        }
        for (int i = 0; i < dp.size(); i++){
            dp[dp.size()-1][i] = triangle[dp.size()-1][i];
        }
        for (int i = dp.size() - 2; i >= 0; i--){
            for (int j = 0; j < dp[i].size(); j++)
                dp[i][j] = std::min(dp[i+1][j], dp[i+1][j+1])+triangle[i][j];
        }
        return dp[0][0];
    }
};
```

例5:测试与leetcode提交结果

```cpp
int main(){
    std::vector<std::vector<int> > triangle;
    int test[][10] = {{2}, {3, 4}, {6, 5, 7}, {4, 1, 8, 3}};
    for (int i = 0; i < 4; i++){
        triangle.push_back(std::vector<int>());
        for (int j = 0; j < i + 1; j++){
            triangle[i].push_back(test[i][j]);
        }
    }
    Solution solve;
    printf("%d\n", solve.minimumTotal(triangle));
    return 0;
}
```

Triangle

Submission Details

43 / 43 test cases passed. Status: Accepted

Runtime: 6 ms Submitted: 0 minutes ago

```
11
请按任意键继续. . .
```

例6:最长上升子序列

已知一个**未排序**数组，求这个数组**最长上升子序列**的**长度**。

例如: [**1**, 3, **2**, **3**, 1, **4**],

其中有很多上升子序列，如[1, 3]、[1, 2, 3]、 [1, 2, 3, 4]等，其中**最长的**上升子序列长度为4。分别考虑O(n^2)与O(n*logn)两种复杂度算法。

```
class Solution {
public:
    int lengthOfLIS(std::vector<int>& nums) {
    }
};
```

选自 **LeetCode 300. Longest Increasing Subsequence**

https://leetcode.com/problems/longest-increasing-subsequence/description/

难度:**Medium，Hard**

例6:思考

暴力枚举: [1, 3, 2, 3, 1, 4]
n个元素组成的数组，**枚举**数组的全部子序列，即数组中的任意某个元素都有**选择、不选择**两种可能，时间复杂度O(2^n)，枚举时选择**最长的**子序列长度作为结果。

若采用**动态规划**，设第i个状态为dp[i]:
1.若第i个状态代表**前i个数字**中最长上升子序列的长度，是否可找出dp[i]与dp[i-1]的关系?
2.若第i个状态代表**以第i个数字**为结尾的最长上升子序列的长度，是否可找出dp[i]与dp[i-1]的关系?再如何求出n个数字的最长上升子序列?
3.思考该题与例3-最大子段和的**相似**之处。

例6:分析1

[1, 3, 2, 3, 1, 4]

若第i个状态dp[i]代表前i个元素中最长上升子序列的长度:

dp[i-1]代表前i-1个元素中的最长上升子序列长度，

…，

如:

dp[0] = 1, [1]

dp[1] = 2, [1,3]

dp[2] = 2, [1,3]、[1,2]

dp[3] = 3, [1,2,3]

dp[4] = 3, [1,2,3]

dp[5] = ?

实际dp[5]与之前的结果无直接联系，故无法递推。

例6:分析2

[1, 3, 2, 3, 1, 4]

若第i个状态dp[i]代表以第i个元素结尾的最长上升子序列的长度:

dp[i-1]代表以第i-1个元素结尾的最长上升子序列长度，

…，　nums[i]一定是dp[i]所对应的最长上升子序列中最大的元素(因为在末尾)

如:	dp[5]对应的nums[5] = 4:
dp[0] = 1, [1]	大于dp[0]对应num[0]，则[1]+[4] = [1,4]
dp[1] = 2, [1,3]	大于dp[1]对应num[1]，则[1,3]+[4] = [1,3,4]
dp[2] = 2, [1,2]	大于dp[2]对应num[2]，则[1,2]+[4] = [1,2,4]
dp[3] = 3, [1,2,3]	大于dp[3]对应num[3]，则[1,2,3]+[4] = [1,2,3,4]
dp[4] = 1, [1]	大于dp[4]对应num[4]，则[1]+[4] = [1,4]
dp[5] = ?	故最终dp[5] = 4。

最终结果为dp[0],dp[1],…,dp[i],…,dp[n-1]中的最大值。(与最大子段和相似之处)

例6:算法思路

设置**动态规划**数组dp[]，第i个状态dp[i]代表**以第i个元素结尾**的最长上升子序列的长度:
动态规划边界:dp[0] = 1;
初始化最长上升子序列的长度 LIS = 1;
从1到n-1，循环i，计算dp[i]:
　　从0至i-1，循环j，若nums[i] > nums[j]，说明nums[i]可放置在nums[j]的后面，组成最长上升子序列:
　　　　若dp[i] < dp[j] + 1:
　　　　　　dp[i] = dp[j] + 1
LIS为dp[0],dp[1],...,dp[i],...,dp[n-1]中**最大**的。

[1, 3, 2, 3, 1, 4]
dp[0] = 1

dp[1]:
nums[1] = 3, > nums[0]
dp[1] = dp[0]+1 = 2 [1,3]

dp[2]:
nums[2] = 2, > nums[0]
dp[2] = dp[0]+1 = 2 [1,2]

dp[3]:
nums[3] = 3, > nums[0], nums[1], nums[2]
dp[3] = dp[2]+1 = 3 [1,2,3]

dp[4]:
nums[4] = 1,
dp[4] = 1 [1]

dp[5]:
nums[5] = 4, > nums[0], nums[1], nums[2], nums[3], nums[4]
dp[5] = dp[3]+1 = 4 [1,2,3,4]

最终，选择dp[0],dp[1],dp[2],dp[3],dp[4],dp[5]中最大的，LIS = dp[5]

例6:课堂练习

```
class Solution {
public:
    int lengthOfLIS(std::vector<int>& nums) {
        if (nums.size() == 0){
            return 0;
        }
        std::vector<int> dp(nums.size(), 0);
        dp[0] = 1;
        int LIS = 1;
        for (int i = 1; i < dp.size(); i++){
            [ 1 ]
            for (int j = 0; j < i; j++){
                if ( [ 2 ] ){
                    dp[i] = dp[j] + 1;
                }
            }
            if (LIS < dp[i]){
                [ 3 ]
            }
        }
        return LIS;
    }
};
```

3分钟时间填写代码，
有问题随时提出！

例6:实现

```
class Solution {
public:
    int lengthOfLIS(std::vector<int>& nums) {
        if (nums.size() == 0){
            return 0;
        }
        std::vector<int> dp(nums.size(), 0);
        dp[0] = 1;
        int LIS = 1;
        for (int i = 1; i < dp.size(); i++){
            dp[i] = 1;
            for (int j = 0; j < i; j++){
                if ( nums[i] > nums[j] && dp[i] < dp[j] + 1 ){
                    dp[i] = dp[j] + 1;
                }
            }
            if (LIS < dp[i]){
                LIS = dp[i];
            }
        }
        return LIS;
    }
};
```

例6:算法思路2

设置一个**栈**(使用vector实现)stack，stack[i]代表长度为i+1的上升子序列最后一个元素的**最小可能取值**，即若要组成长度为i+2的上升子序列，需要**一个大于stack[i]**的元素。最终栈的大小，即为最长上升子序列长度。

[1, 3, 2, 3, 1, 4]

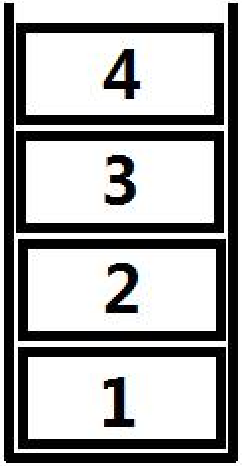
长度为1的上升子序列:[1]、[2]、[3]、[4]

长度为2的上升子序列:

[1,2]、[1,3]、[1,4]、[2,3]、[2,4]、[3,4]

长度为3的上升子序列: [1,2,3]、[1,2,4]、[2,3,4]

长度为4的上升子序列: [1,2,3,4]



例6:算法思路2

nums = [1, 3, 2, 3, 1, 4]

1.设置一个**栈**(使用vector实现)，将nums[0] push栈中。

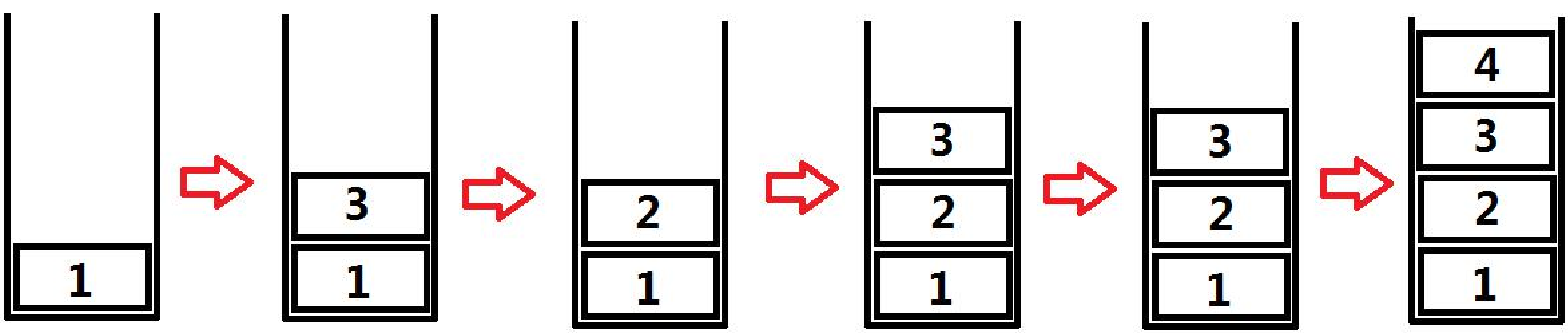
2.从1至n-1**遍历**nums数组:

若nums[i] > 栈顶:将nums[i] push至栈中。

否则:

从**栈底遍历至栈顶**，若遍历时，栈中元素大于等于nums[i]，使用nums[i]**替换**该元素，并**跳出**循环。

3.返回栈的大小。



例6:课堂练习2

```
class Solution {
public:
    int lengthOfLIS(std::vector<int>& nums) {
        if (nums.size() == 0){
            return 0;
        }
        std::vector<int> stack;
        stack.push_back(nums[0]);
        for (int i = 1; i < nums.size(); i++){
            if (      1      > stack.back()){
                stack.push_back(nums[i]);
            }
            else{
                for (int j = 0; j < stack.size(); j++){
                    if (         2         ){
                              3
                        break;
                    }
                }
            }
        }
        return stack.size();
    }
};
```

3分钟时间填写代码，

有问题随时提出！

例6:实现2

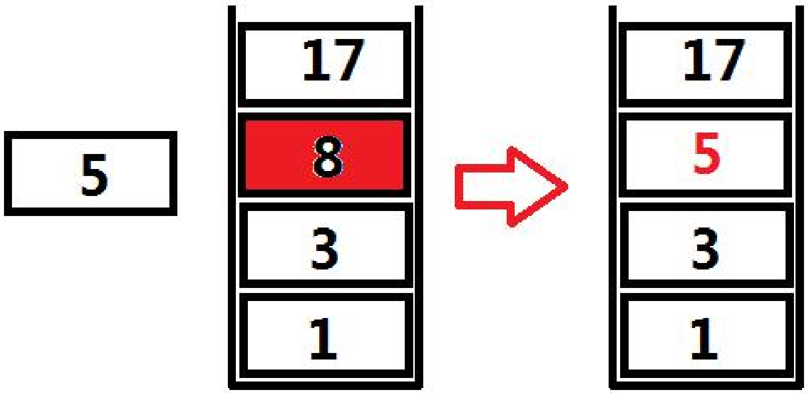
```
class Solution {
public:
    int lengthOfLIS(std::vector<int>& nums) {
        if (nums.size() == 0){
            return 0;
        }
        std::vector<int> stack;
        stack.push_back(nums[0]);
        for (int i = 1; i < nums.size(); i++){
            if (   nums[i]   > stack.back()){
                stack.push_back(nums[i]);
            }
            else{
                for (int j = 0; j < stack.size(); j++){
                    if ( stack[j] >= nums[i] ){
                        stack[j] = nums[i];
                        break;
                    }
                }
            }
        }
        return stack.size();
    }
};
```

例6:实现2优化(n*logn)

```
int binary_search(std::vector<int> nums, int target){
    int index = -1;
    int begin = 0;
    int end = nums.size() - 1;
    while (index == -1){
        int mid = (begin + end) / 2;
        if (target == nums[mid]){
            index = mid;
        }
        else if (target < nums[mid]){
            if (mid == 0 || target > nums[mid - 1]){
                index = mid;
            }
            end = mid - 1;
        }
        else if (target > nums[mid]){
            if (mid == nums.size() - 1 || target < nums[mid + 1]){
                index = mid + 1;
            }
            begin = mid + 1;
        }
    }
    return index;
}

class Solution {
public:
    int lengthOfLIS(std::vector<int>& nums) {
        if (nums.size() == 0){
            return 0;
        }
        std::vector<int> stack;
        stack.push_back(nums[0]);
        for (int i = 1; i < nums.size(); i++){
            if (nums[i] > stack.back()){
                stack.push_back(nums[i]);
            }
            else{
                int pos = binary_search(stack, nums[i]);
                stack[pos] = nums[i];
            }
        }
        return stack.size();
    }
};
```

二分查找 5 该插入的位置！



例6:测试与leetcode提交结果

```
int main(){
    int test[] = {1, 3, 2, 3, 1, 4};
    std::vector<int> nums;
    for (int i = 0; i < 6; i++){
        nums.push_back(test[i]);
    }
    Solution solve;
    printf("%d\n", solve.lengthOfLIS(nums));
    return 0;
}
```

```
4
请按任意键继续. . .
```

Longest Increasing Subsequence

Submission Details

24 / 24 test cases passed.   Status: Accepted

Runtime: **26 ms**   Submitted: **0 minutes ago**

Longest Increasing Subsequence

Submission Details

24 / 24 test cases passed.   Status: Accepted

Runtime: **3 ms**   Submitted: **0 minutes ago**

例7:最小路径和

已知一个**二维数组**，其中存储了**非负整数**，找到从**左上角**到**右下角**的一条路径，使得路径上的**和最小**。(移动过程中只能向下或向右)

```
class Solution {
public:
    int minPathSum(std::vector<std::vector<int> >& grid) {
    }
};
```

1	3	1
1	5	1
4	2	1

1	3	1
1	5	1
4	2	1

最小路径和为7

选自 **LeetCode 64. Minimum Path Sum**
https://leetcode.com/problems/minimum-path-sum/description/
难度:**Medium**

例7:思考

思考该题与**例-5三角形**的**相似**之处，如何设计动态规划算法，使得求得从左**上角**到**右下角**使得路径上的值最小的**最优解**？

设dp[i][j]为到达位置(i,j)时的最优解(最小值)：

dp[i][j]与dp[i-1][j]、dp[i][j-1]、grid[i][j]之间的关系是什么？

动态规划的边界条件是什么？

grid原始数组:

1	3	1
1	5	1
4	2	1

dp最优值(最小值数组):

1	4	?
2	?	?
?	?	?

递推方法:

	(i-1,j)	?
(i,j-1)	(i,j)	?
?	?	?

例7:课堂练习

```
class Solution {
public:
    int minPathSum(std::vector<std::vector<int> >& grid) {
        if (grid.size() == 0){
            return 0;
        }
        int row = grid.size();
        int column = grid[0].size();
        std::vector<std::vector<int> >
                    dp(row, std::vector<int>(column, 0));

        dp[0][0] =          1

        for (int i = 1; i < column; i++){
            dp[i][0] =          2
        }
        for (int i = 1; i < row; i++){
            dp[i][0] =          3

            for (int j = 1; j < column; j++){
                dp[i][j] =          4

            }
        }
        return          5
    }
};
```

5分钟时间填写代码，

有问题随时提出！

例7:实现

```
class Solution {
public:
    int minPathSum(std::vector<std::vector<int> >& grid) {
        if (grid.size() == 0){
            return 0;
        }
        int row = grid.size();
        int column = grid[0].size();
        std::vector<std::vector<int> >
                                dp(row, std::vector<int>(column, 0));
        dp[0][0] = grid[0][0];
        for (int i = 1; i < column; i++){
            dp[0][i] = dp[0][i-1] + grid[0][i];
        }
        for (int i = 1; i < row; i++){
            dp[i][0] = dp[i-1][0] + grid[i][0];
            for (int j = 1; j < column; j++){
                dp[i][j] = std::min(dp[i-1][j], dp[i][j-1]) + grid[i][j];
            }
        }
        return dp[row-1][column-1];
    }
};
```

grid原始数组:

1	3	1
1	5	1
4	2	1

dp最优值(最小值数组):

1	4	?
2	?	?
?	?	?

1	4	5
2	?	?
6	?	?

min(2,4)+5

1	4	5
2	7	?
3	?	?

min(5,7)+1

min(6,7)+2

1	4	5
2	7	6
6	8	?

min(6,8)+1

1	4	5
2	7	6
3	8	7

例7:测试与leetcode提交结果

```
int main(){
    int test[][3] = {{1,3,1}, {1,5,1}, {4,2,1}};
    std::vector<std::vector<int> > grid;
    for (int i = 0; i < 3; i++){
        grid.push_back(std::vector<int>());
        for (int j = 0; j < 3; j++){
            grid[i].push_back(test[i][j]);
        }
    }
    Solution solve;
    printf("%d\n", solve.minPathSum(grid));
    return 0;
}
```

Minimum Path Sum

Submission Details

61 / 61 test cases passed. Status: Accepted

Runtime: **9 ms** Submitted: **0 minutes ago**

```
7
请按任意键继续. . .
```

例8:地牢游戏

已知一个**二维数组**，**左上角**代表**骑士**的位置，**右下角**代表**公主**的位置，二维数组中存储**整数**，**正数**可以给骑士**增加**生命值，**负数**会**减少**骑士的生命值，问骑士**初始时**至少是多少生命值，才可保证骑士在行走的过程中至少保持生命值为1。(骑士只能向下或向右行走)

```
class Solution {
public:
    int calculateMinimumHP(std::vector<std::vector<int> >& dungeon) {
    }
};
```

-2	-3	3
-5	-10	1
10	30	-5

K

-2	-3	3
-5	-10	1
10	30	-5

P

初始血量至少为7:

7-2-3+3+1-5 = 1

选自 **LeetCode 174. Dungeon Game**

https://leetcode.com/problems/dungeon-game/description/

难度:**Hard**

例8:思考

直接思考**动态规划**:

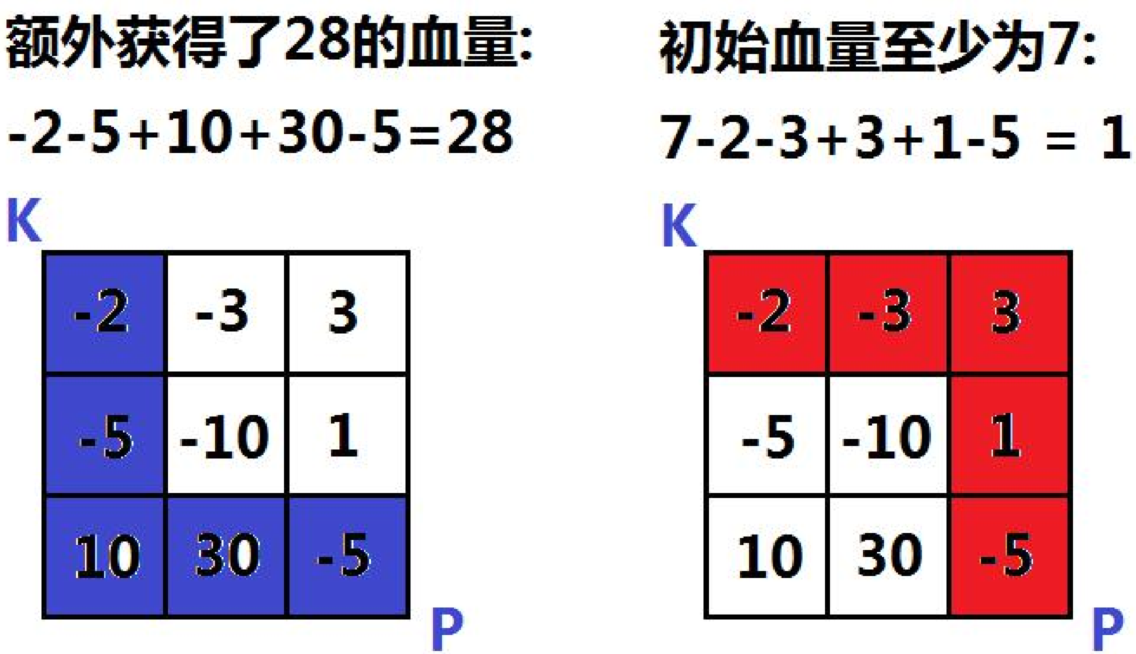
我们应该**从左上向右下**递推，还是**从右下向左上**递推？若用一个二维数组代表每个格子的状态，dp[i][j]具体代表什么？

若左上向右下递推:

可以递推出在每个格子**最多能获得**多少血量，即dp[i][j]代表骑士在位置(i, j)可以**积累**的最大血量，能否转换成**初始时**至少是多少血量？

若右下向左上递推:

应如何设计动态规划状态，二维数组dp[i][j]代表了什么？



例8:算法思路

从左上向右下递推:
没办法将"每个格子最多能获得多少血量"，**转换**成"初始时至少是多少血量"。

dp[0][0] = max(1, 1-dungeon[0][0])
= max(1, 6)
= 6

$\boxed{-5}$

从右下向左上递推:
dp[i][j]即代表若要达到右下角，至少有多少血量，能在行走的过程中至少保持生命值为1。

dp[0][0] = max(1, 1-dungeon[0][0])
= max(1, 0)
= 1

$\boxed{0}$

例如:
若代表地牢的二维数组为1*1的:
dp[0][0] = max(1, 1-dungeon[0][0])

dp[0][0] = max(1, 1-dungeon[0][0])
= max(1, -2)
= 1

$\boxed{3}$

例8:算法思路

若代表地牢的二维数组为**1*n或n*1**的:

1*n，i从n-2至0:

dp[0][i] = max(1, dp[0][i+1] - dungeon[0][i])

n*1，i从n-2至0:

dp[i][0] = max(1, dp[i+1][0] - dungeon[i][0])

3	2	-5

dp[0][2] = max(1, 1-(-5)) = 6

dp[0][1] = max(1, dp[0][2] - dungeon[0][1])
= max(1, 6 - 2) = 4

dp[0][0] = max(1, dp[0][1] - dungeon[0][0])
= max(1, 4 - 3) = 1

?	?	?

?	?	6

?	4	6

1	4	6

例8:算法思路

若代表地牢的二维数组为n*m的:

i代表行，从n-2至0:

j代表列，从m-2至0:

设dp_min = min(dp[i+1][j], dp[i][j+1]);

dp[i][j] = max(1, dp_min - dungeon[i][j]);

-2	-3	3
-5	-10	1
10	30	-5

?	?	2
?	?	5
1	1	6

(1, 1)

dp_min = min(dp[2][1], dp[1][2])

= min(1, 5)

= 1

dp[1][1] = max(1, 1 - (-10))

= 11

?	?	2
?	11	5
1	1	6

(0, 1)

dp_min = min(dp[0][2], dp[1][1])

= min(2, 11)

= 2

dp[0][1] = max(1, 2-(-3))

= 5

?	5	2
6	11	5
1	1	6

(1, 0)

dp_min = min(dp[2][0], dp[1][1])

= min(1, 11)

= 1

dp[1][0] = max(1, 1 - (-5))

= 6

?	?	2
6	11	5
1	1	6

(0, 0)

dp_min = min(dp[0][1], dp[1][0])

= min(5, 6)

= 5

dp[0][1] = max(1, 5-(-2))

= 7

7	5	2
6	11	5
1	1	6

例8:课堂练习

```
class Solution {
public:
    int calculateMinimumHP(std::vector<std::vector<int> >& dungeon) {
        if (dungeon.size() == 0){
            return 0;
        }
        std::vector<std::vector<int> >
            dp(dungeon.size(), std::vector<int>(dungeon[0].size(), 0));
        int row = dungeon.size();
        int column = dungeon[0].size();
        dp[row-1][column-1] = std::max(1,            1            );
        for (int i = column-2; i>=0; i--){
            dp[row-1][i] = std::max(1,            2            );
        }
        for (int i = row-2; i>=0; i--){
            dp[i][column-1] = std::max(1,            3            );
        }
        for (int i = row-2; i>=0; i--){
            for (int j = column-2; j>=0; j--){
                int dp_min = std::min(            4            );
                dp[i][j] = std::max(            5            );
            }
        }
        return dp[0][0];
    }
};
```

5分钟时间填写代码，

有问题随时提出！

例8:实现

```
class Solution {
public:
    int calculateMinimumHP(std::vector<std::vector<int> >& dungeon) {
        if (dungeon.size() == 0){
            return 0;
        }
        std::vector<std::vector<int> >
            dp(dungeon.size(), std::vector<int>(dungeon[0].size(), 0));
        int row = dungeon.size();
        int column = dungeon[0].size();
        dp[row-1][column-1] = std::max(1, 1-dungeon[row-1][column-1]);
        for (int i = column-2; i>=0; i--){
            dp[row-1][i] = std::max(1, dp[row-1][i+1] - dungeon[row-1][i]);
        }
        for (int i = row-2; i>=0; i--){
            dp[i][column-1] = std::max(1, dp[i+1][column-1] - dungeon[i][column-1]);
        }
        for (int i = row-2; i>=0; i--){
            for (int j = column-2; j>=0; j--){
                int dp_min = std::min(dp[i+1][j], dp[i][j+1]);
                dp[i][j] = std::max(1, dp_min - dungeon[i][j]);
            }
        }
        return dp[0][0];
    }
};
```

-2	-3	3
-5	-10	1
10	30	-5

?	?	2
?	?	5
1	1	6

?	?	2
?	11	5
1	1	6

例8:测试与leetcode提交结果

```
int main(){
    int test[][3] = {{-2, -3, 3}, {-5, -10, 1}, {10, 30, -5}};
    std::vector<std::vector<int> > dungeon;
    for (int i = 0; i < 3; i++){
        dungeon.push_back(std::vector<int>());
        for (int j = 0; j < 3; j++){
            dungeon[i].push_back(test[i][j]);
        }
    }
    Solution solve;
    printf("%d\n", solve.calculateMinimumHP(dungeon));
    return 0;
}
```

```
7
请按任意键继续. . .
```

Dungeon Game

Submission Details

44 / **44** test cases passed.	Status: Accepted
Runtime: **6 ms**	Submitted: **0 minutes ago**

结束

非常感谢大家！

林沐