

Лабораторная работа 4

Купцов М.А.

2 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Цель работы

Цель работы

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания
2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение. Построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием.
3. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить его решение. Построить фазовый портрет колебаний с действием внешней силы.

Задание

Задание

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 4.3x = 0$$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 6\dot{x} + 5x = 0$$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 10\dot{x} + 9x = 8\sin(7t)$$

На интервал $t \in [0; 80]$ (шаг 0.05) с начальными условиями

$$x_0 = 0.8, \dot{x}_0 = -1.2$$

Выполнение лабораторной работы

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

1. Зададим изначальные значения для решения варианта.

$$w = 4.3$$

$$g = 0.0$$

$$x_0 = 0.8$$

$$y_0 = -1.2$$

$$tspan = (0.0, 80.0)$$

2. Зададим наше уравнение для нахождения фазового портрета и решения уравнения на языке Julia (Полный исходный код представлен в репозитории)

```
function ode_fn(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = u[2]
    du[2] = -w*u[1] - g*u[2]
end
```


3. Сохраним наш график в файл и посмотрим, что в нем хранится (рис. fig. 1).

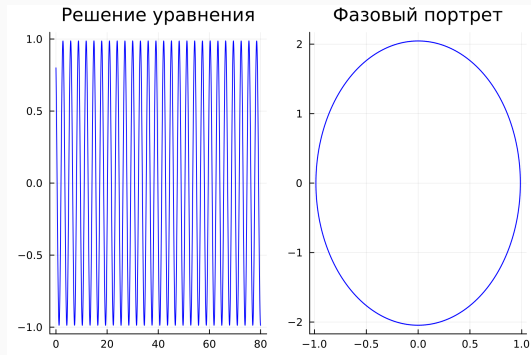


Figure 1: Решение уравнения и фазовый портрет колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

4. Рассмотрим решение на OpenModelica (Полный исходный код представлен в репозитории).

```
model lab41
Real x;
Real y;
Real w = 4.3;
Real g = 0.0;
Real t = time;
initial equation
x = 0.8;
y = -1.2;
equation
der(x) = y;
der(y) = -w*x - g*y;
end lab41;
```

5. Здесь мы получаем аналогичное решение (fig. 2) и аналогичный фазовый портрет (fig. 3).

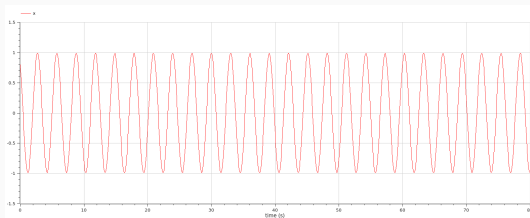


Figure 2: Решение уравнения колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

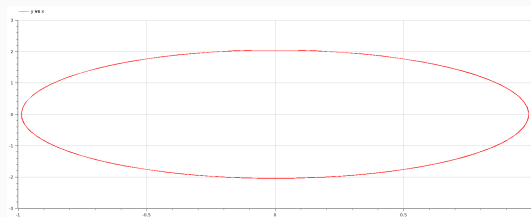


Figure 3: Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

1. Зададим изначальные значения для решения варианта.

$$w = 5.0$$

$$g = 6.0$$

$$x_0 = 0.8$$

$$y_0 = -1.2$$

$$tspan = (0.0, 80.0)$$

2. Зададим наше уравнение для нахождения фазового портрета и решения уравнения на языке Julia (Аналогичное тому, что было в коде из пункта ранее. Полный исходный код представлен в репозитории)

3. Сохраним наш график в файл и посмотрим, что в нем хранится (рис. fig. 4).

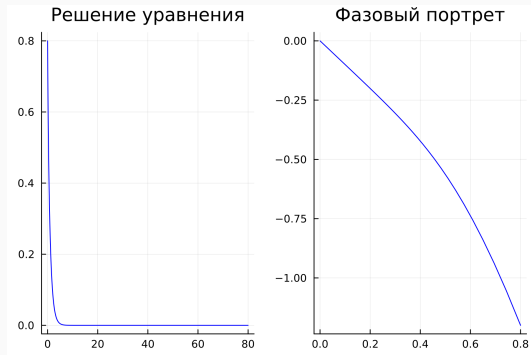


Figure 4: Решение уравнения и фазовый портрет колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

4. Рассмотрим решение на OpenModelica (Полный исходный код представлен в репозитории).

```
model lab42
Real x;
Real y;
Real w = 5.0;
Real g = 6.0;
Real t = time;
initial equation
x = 0.8;
y = -1.2;
equation
der(x) = y;
der(y) = -w*x - g*y;
end lab42;
```

5. Здесь мы получаем аналогичное решение (fig. 5) и аналогичный фазовый портрет (fig. 6).

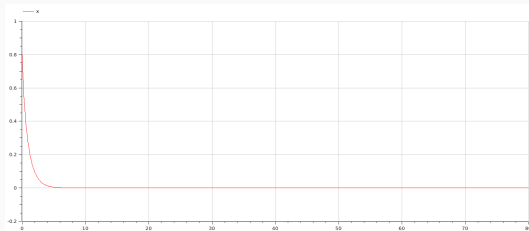


Figure 5: Решение уравнения колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

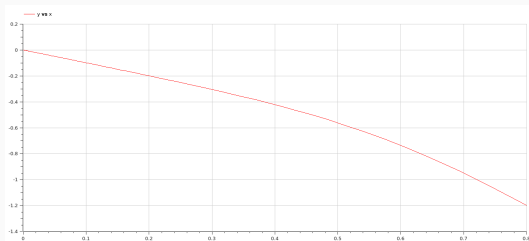


Figure 6: Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

1. Зададим изначальные значения для решения варианта.

$w = 9.0$

$g = 10.0$

$x_0 = 0.8$

$y_0 = -1.2$

$tspan = (0.0, 80.0)$

2. Зададим наше уравнение для нахождения фазового портрета и решения уравнения на языке Julia (Полный исходный код представлен в репозитории)

```
function ode_fn(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = u[2]
    du[2] = -w*u[1] - g*u[2] + 8*sin(7*t)
end
```

3. Сохраним наш график в файл и посмотрим, что в нем хранится (рис. fig. 7).

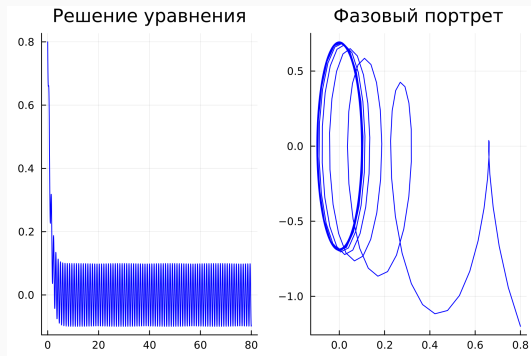


Figure 7: Решение уравнения и фазовый портрет колебания гармонического осциллятора с затуханий и без действий внешней силы

4. Рассмотрим решение на OpenModelica (Полный исходный код представлен в репозитории).


```
model lab43
Real x;
Real y;
Real w = 9.0;
Real g = 10.0;
Real t = time;
initial equation
x = 0.8;
y = -1.2;
equation
der(x) = y;
der(y) = -w*x - g*y + 8*sin(7*t);
end lab43;
```

5. Здесь мы получаем аналогичное решение (fig. 8) и аналогичный фазовый портрет (fig. 9).

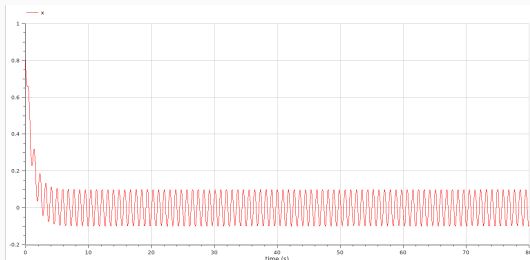


Figure 8: Решение уравнения колебания гармонического осциллятора с затуханием и с действием внешних сил

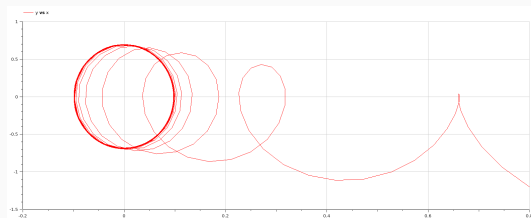


Figure 9: Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора без затуханий и с действием внешних сил

Выводы

Результатом работы стали по три модели в Julia и OpenModelica: конструкция модели колебаний в OpenModelica содержит меньше строк, чем аналогичная конструкция в Julia.